

Υπολογιστικό Εργαστήριο – Εισαγωγή στις Τηλεπικοινωνίες

| | |
|----------|----------------|
| Επώνυμο: | Εμμανουηλίδης |
| Όνομα: | Εμμανουήλ |
| ΑΜ: | 03119435 |
| Εξάμηνο: | 5 ^ο |
| Ομάδα: | 80 |

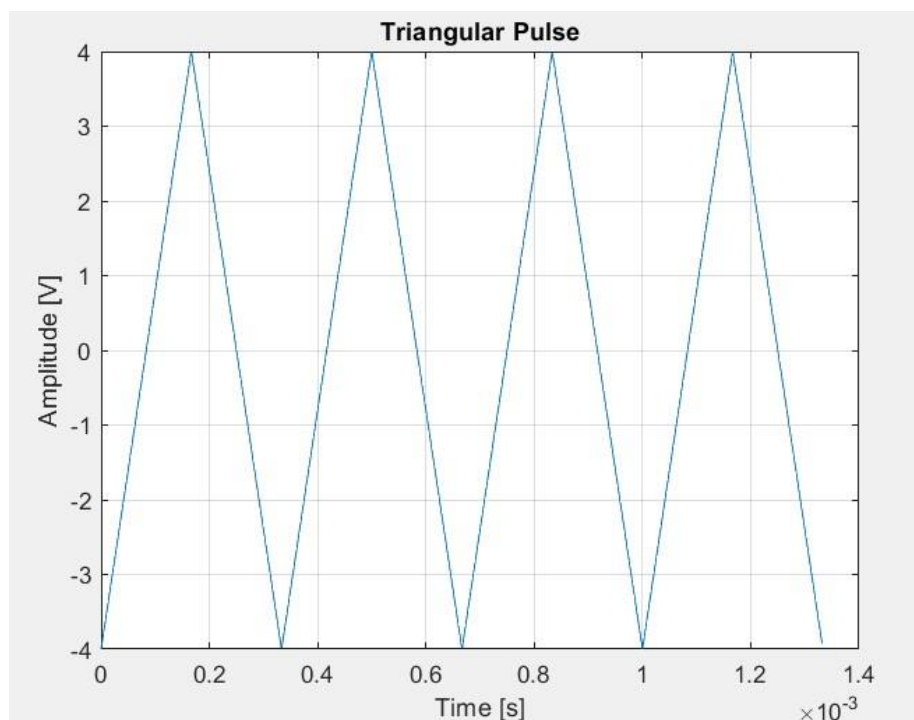
1^ο Ερώτημα:

Σημείωση: η εργασία έγινε με χρήση MATLAB.

Σύμφωνα με την εκφώνηση, ο AM αντιστοιχεί στη συχνότητα $f_m = 3\text{kHz}$ αφού:

$$4 + 3 + 5 = 12 \rightarrow 1 + 2 = 3.$$

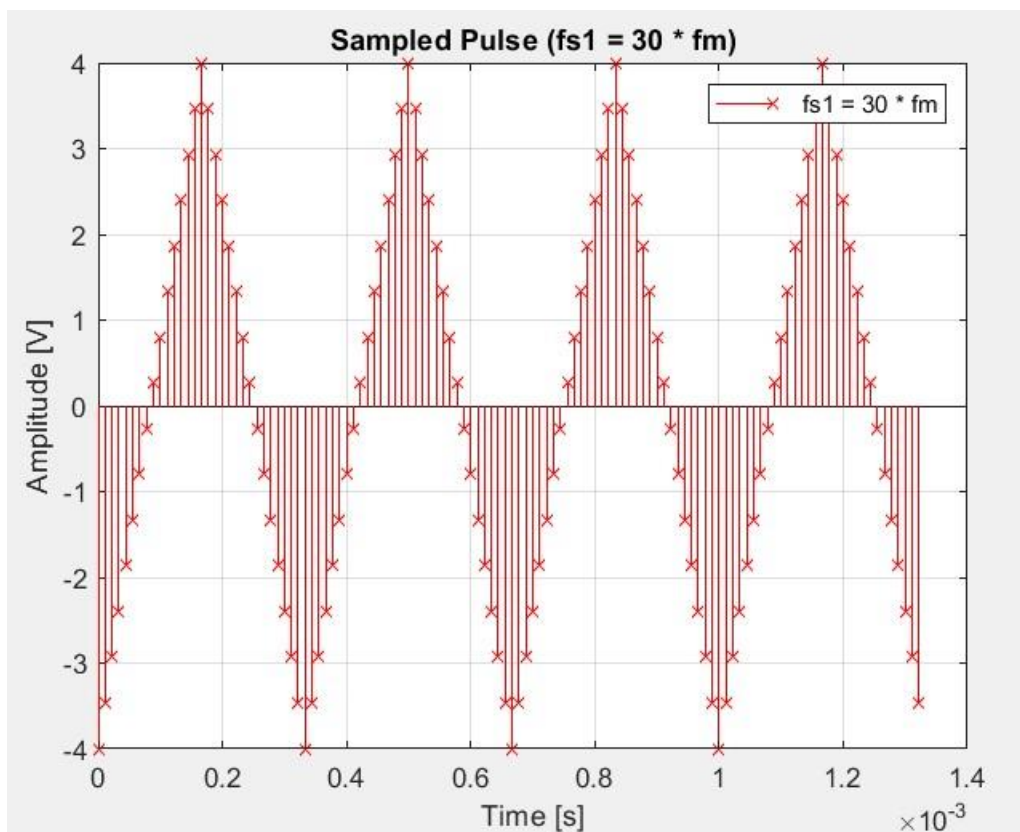
Στο ερώτημα αυτό, δίνεται το προς δειγματοληψία σήμα $y(t)$, το οποίο είναι μια τριγωνική περιοδική παλμοσειρά πλάτους 4V και συχνότητας $f_m = 3\text{kHz}$ όπως φαίνεται παρακάτω:



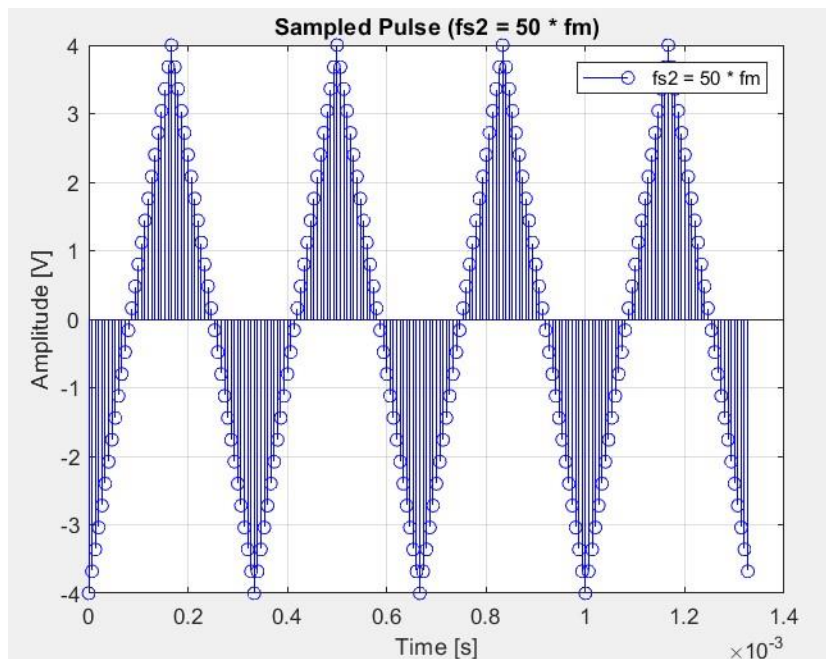
1.α) Δειγματοληψία του σήματος $y(t)$ με συχνότητες $f_{s1} = 30f_m$ & $f_{s2} = 50f_m$:

Σε αυτό το υποερώτημα, ζητείται να δειγματοληπτήσουμε το σήμα $y(t)$ στις συχνότητες f_{s1} και f_{s2} .

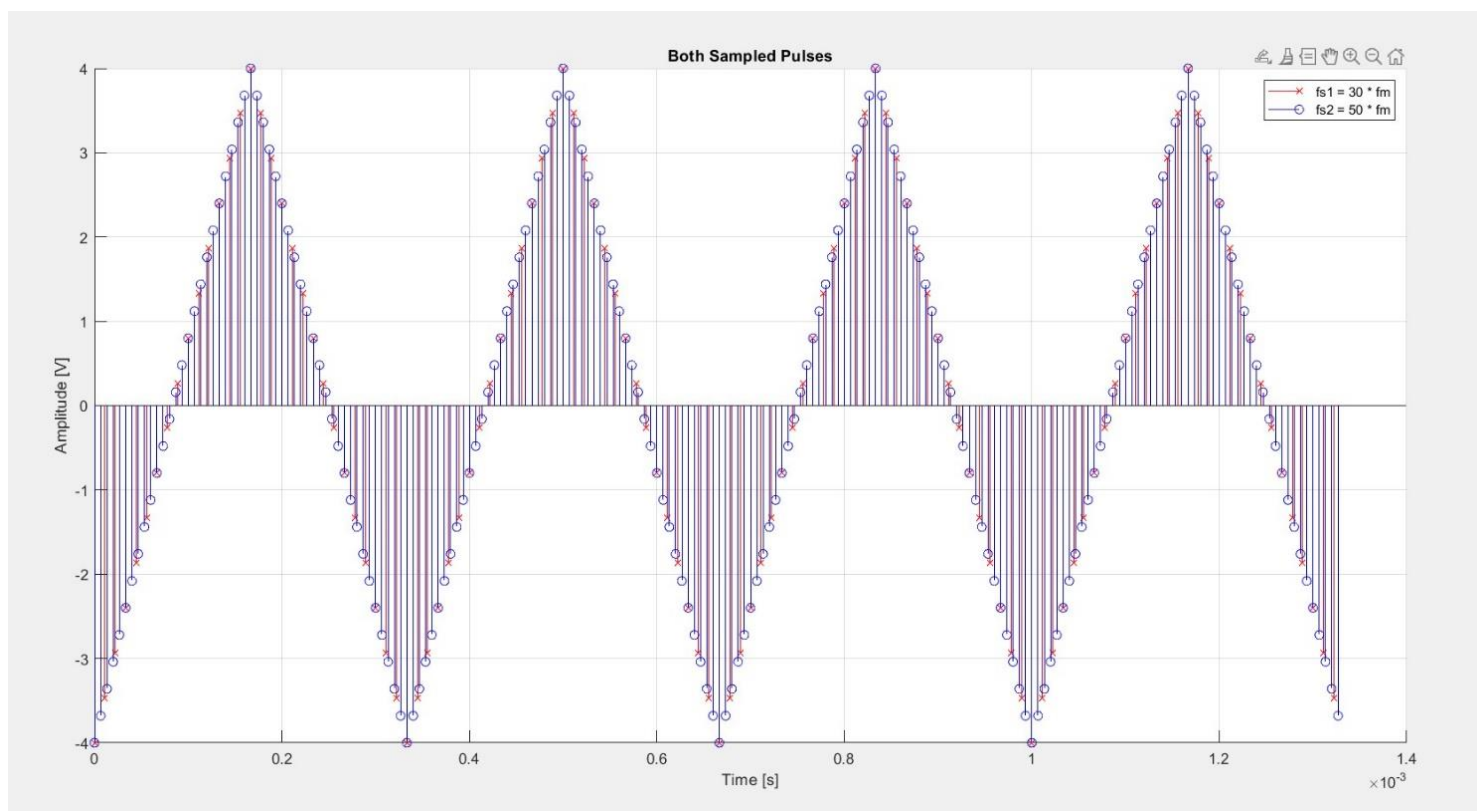
i) Δειγματοληψία με συχνότητα $f_{s1} = 30f_m = 90\text{kHz}$:



ii) Δειγματοληψία με συχνότητα $f_{s2} = 50f_m = 150\text{kHz}$:

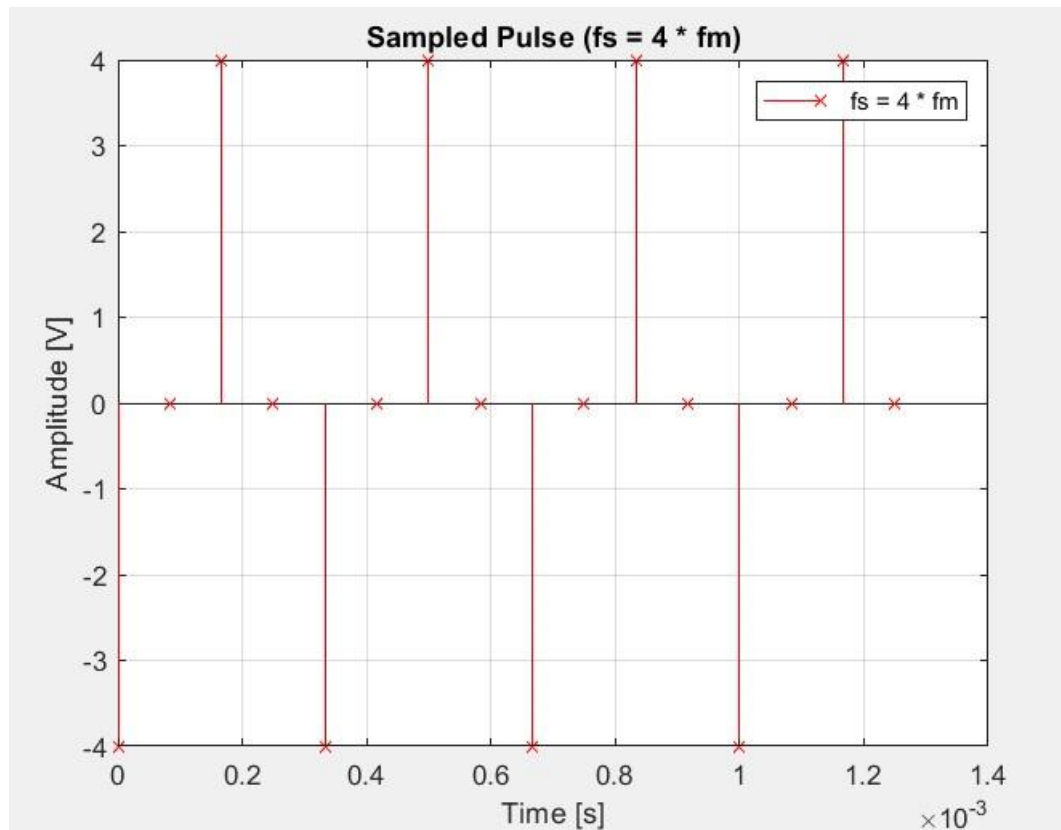


iii) Δειγματοληψία με συχνότητα $f_{s1} = 30f_m$ και συχνότητα $f_{s2} = 50f_m$:



1.β) Δειγματοληψία του σήματος $y(t)$ με συχνότητα $f_s = 4f_m$ – Φαινόμενο aliasing:

Στη συνέχεια, δειγματοληπτούμε το σήμα $y(t)$ με συχνότητα $f_s = 4f_m = 12\text{kHz}$ και προκύπτει το παρακάτω σήμα:

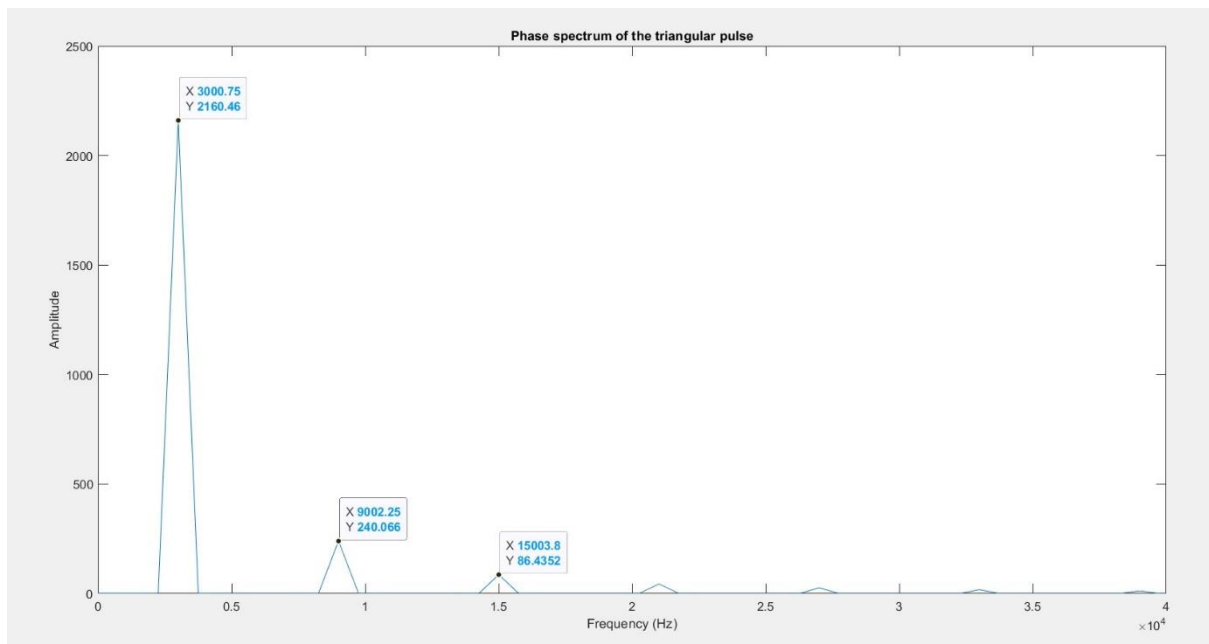


Από το παραπάνω διάγραμμα, παρατηρούμε ότι η δειγματοληψία με συχνότητα $f_s = 12\text{ kHz}$ είναι κακής ποιότητας. Γενικά, όσο μικρότερη είναι η συχνότητα δειγματοληψίας, τόσο λιγότερα δείγματα παίρνουμε (αφού έχουμε πιο μεγάλα χρονικά διαστήματα μεταξύ των δειγμάτων) και άρα τόσο πιο ανακριβής είναι η αναπαράσταση του σήματος.

Για να βρούμε την ελάχιστη συχνότητα δειγματοληψίας κάνουμε χρήση του **Θεωρήματος Δειγματοληψίας Nyquist (Nyquist Theorem)**. Σύμφωνα με αυτό, η ελάχιστη συχνότητα δειγματοληψίας δίνεται από τη σχέση: $f_s \geq 2W$, όπου W είναι το εύρος του αρχικού σήματος. Με αυτόν τον τρόπο έχουμε καλύτερη ποιότητα δειγματοληψίας και αποφεύγουμε φαινόμενα επικάλυψης (Aliasing), κάνοντας εφικτή την πλήρη ανακατασκευή του σήματος.

Για $W = f_m$ έχουμε ότι: $f_s \geq 2f_m \rightarrow f_{s_min} = 2 \cdot 3k = 6\text{kHz}$.

Παρακάτω, απεικονίζεται το φάσμα Fourier του σήματος $y(t)$ με θεμελιώδη συχνότητα $f_m = 3\text{kHz}$:



Από το παραπάνω διάγραμμα, συμπεραίνουμε πως το κύριο φασματικό περιεχόμενο βρίσκεται στην 1^η, την 3^η και την 5^η αρμονική (συχνότητες 3kHz, 9kHz και 15 kHz αντίστοιχα). Άρα, το πλάτος φάσματος W θα είναι ίσο με 15kHz.

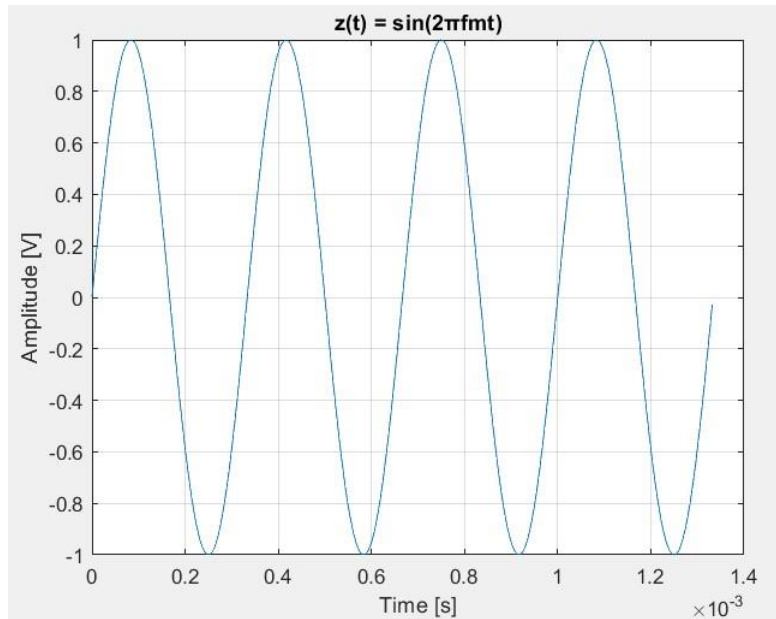
Συνεπώς, για να μπορεί να γίνει πλήρης ανακατασκευή του σήματος, θα πρέπει η ελάχιστη συχνότητα δειγματοληψίας να είναι:

$$f_{smin} = 2W = 2 \cdot 15 = 30\text{kHz} = 10f_m.$$

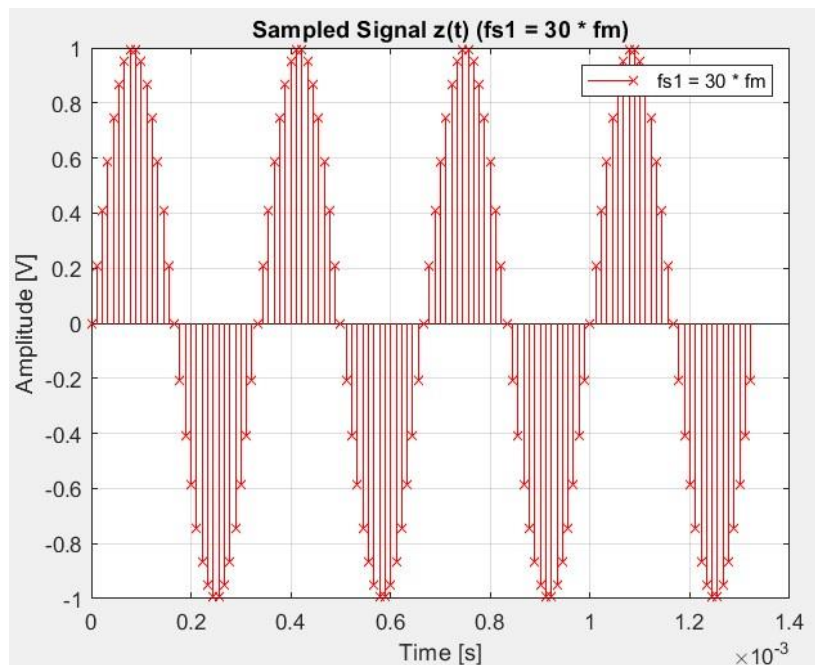
Άρα, τελικά, η δειγματοληψία με συχνότητα $f_s = 4f_m$ δεν είναι αρκετή για την πλήρη ανακατασκευή του αρχικού σήματος.

1.γ.ι) Δειγματοληψία του σήματος $z(t) = \sin(2\pi f_m t) = \sin(6000\pi t)$:

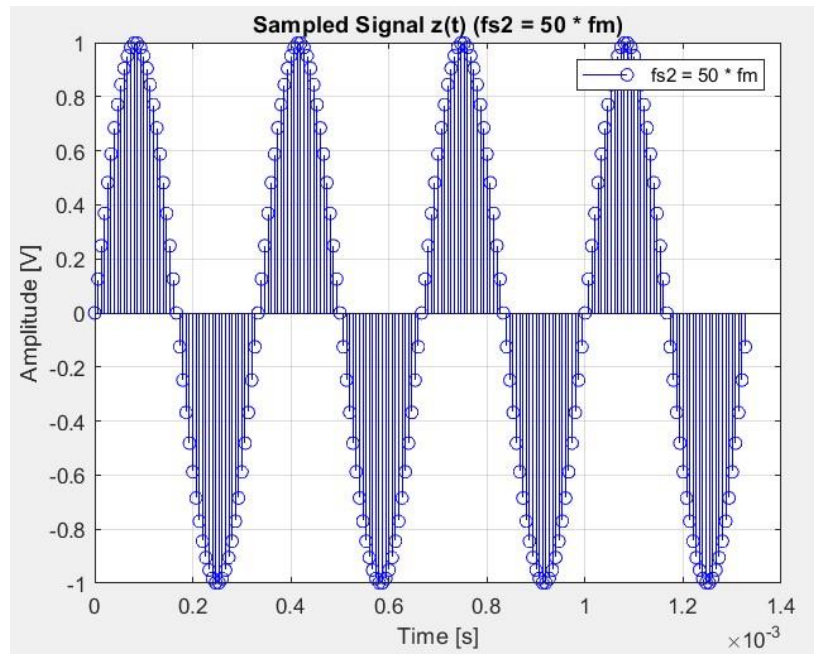
Θεωρούμε σήμα $z(t) = \sin(2\pi f_m t) = \sin(6000\pi t)$ το οποίο αναπαριστούμε παρακάτω:



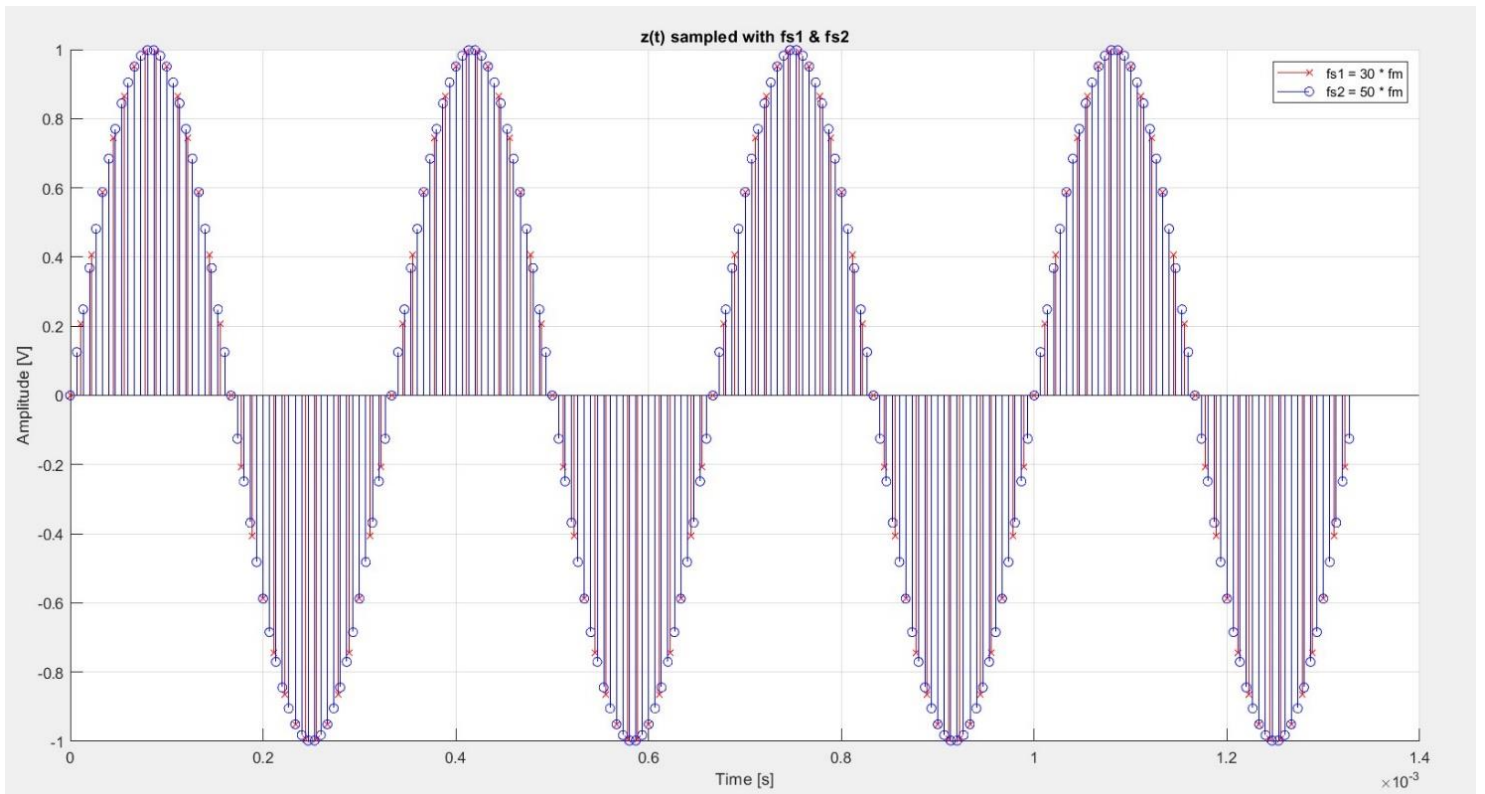
Δειγματοληψία του σήματος $z(t)$ με συχνότητα $f_{s1} = 90\text{kHz}$:



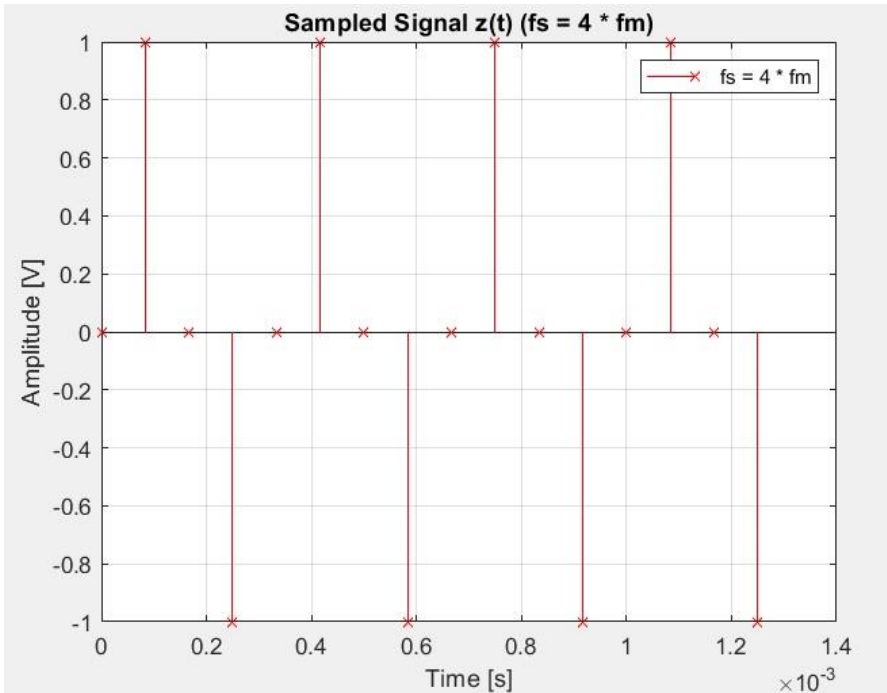
Δειγματοληψία του σήματος $z(t)$ με συχνότητα $f_{s2} = 150\text{kHz}$:



Δειγματοληψία του σήματος $z(t)$ με συχνότητα $f_{s1} = 30f_m$ και συχνότητα $f_{s2} = 50f_m$:



Δειγματοληψία του σήματος $z(t)$ με συχνότητα $f_s = 12\text{kHz}$:



Γνωρίζουμε ότι ο Μετασχηματισμός Fourier της συνάρτησης $z(t) = \sin(6000\pi t)$ είναι:

$$Z(f) = \frac{1}{2j} [\delta(f - 3000) - \delta(f + 3000)].$$

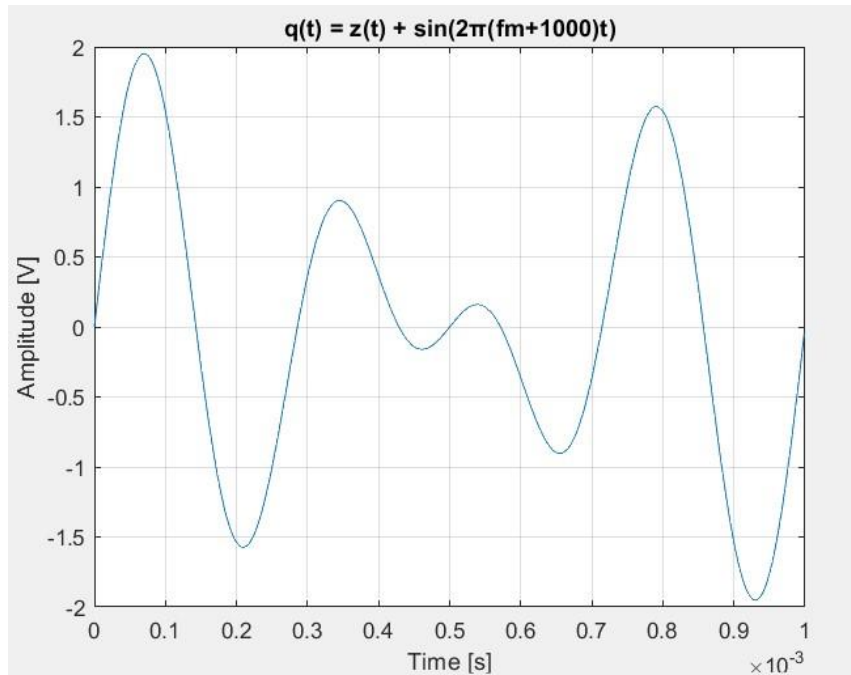
Πρόκειται, δηλαδή, για ένα φάσμα βασικής ζώνης με υψίσυχνη συνιστώσα $f_m = 3000\text{kHz}$.

Παρατηρούμε δηλαδή, ότι, σύμφωνα με το θεώρημα δειγματοληψίας, η δειγματοληψία με συχνότητα $f_s = 12\text{kHz}$ μπορεί να ανακατασκευάσει πλήρως το αρχικό σήμα, (δίχως aliasing), αφού:

$$f_s = 12000 \geq 6000 = 2f_m.$$

1.γ.ii) Δειγματοληψία του σήματος $q(t) = z(t) + \sin(2\pi(f_m+1000)t) = \sin(6000\pi t) + \sin(8000\pi t)$:

Θεωρούμε σήμα $q(t) = \sin(6000\pi t) + \sin(8000\pi t)$ το οποίο αναπαριστούμε παρακάτω:



Κάνοντας χρήση της τριγωνομετρικής ταυτότητας:

$$\sin A + \sin B = 2 \sin\left(\frac{A+B}{2}\right) \cos\left(\frac{A-B}{2}\right)$$

Προκύπτει ότι:

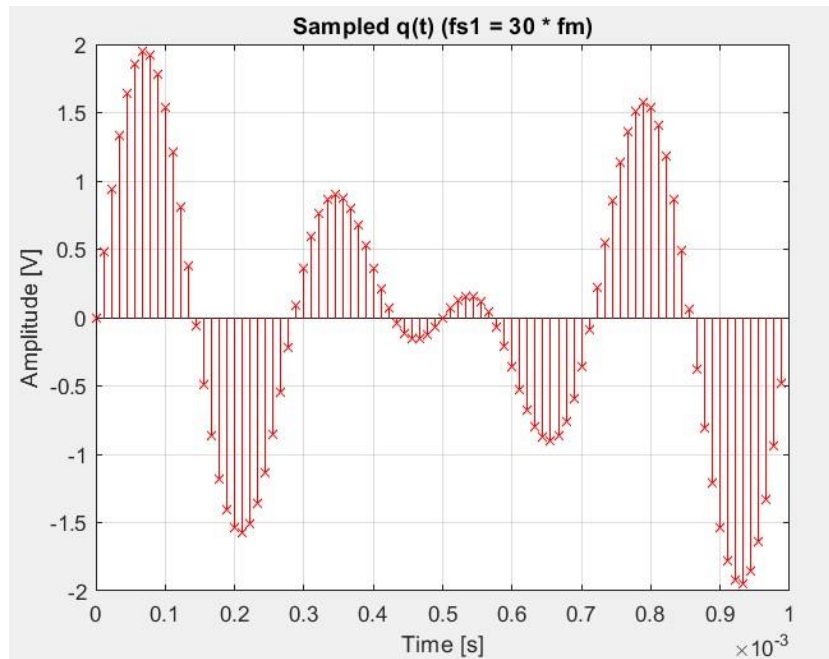
$$q(t) = 2 \sin(7000\pi t) \cos(1000\pi t).$$

Δηλαδή, το εν λόγω σήμα είναι μία ημιτονοειδής συνάρτηση, της οποίας το πλάτος μεταβάλλεται αρμονικά με τον χρόνο με συχνότητα $1000/2 = 0.5\text{kHz}$. Το μέγιστο πλάτος της συνάρτησης (όπως φαίνεται και από το παραπάνω διάγραμμα) είναι 2V. Επίσης, η συχνότητα του σήματος $q(t)$ θα είναι ίση με τον μέγιστο κοινό διαιρέτη των συχνοτήτων 7000 και 1000, δηλαδή:

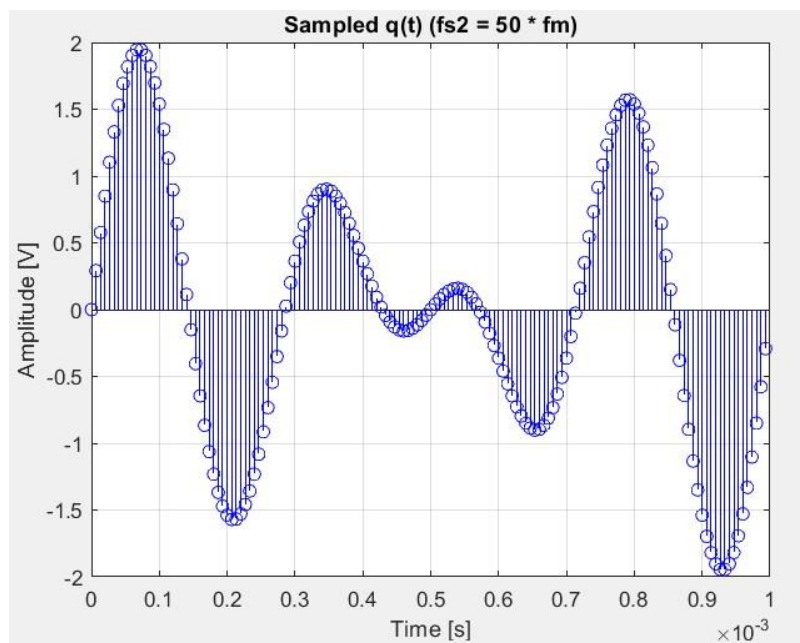
$$f_q = \text{gcd}(1000, 7000) = 1\text{kHz}.$$

Παρατηρούμε, πως τα συμπεράσματα αυτά, ταυτίζονται πλήρως με τη γραφική παράσταση του σήματος $q(t)$ που παρουσιάστηκε παραπάνω.

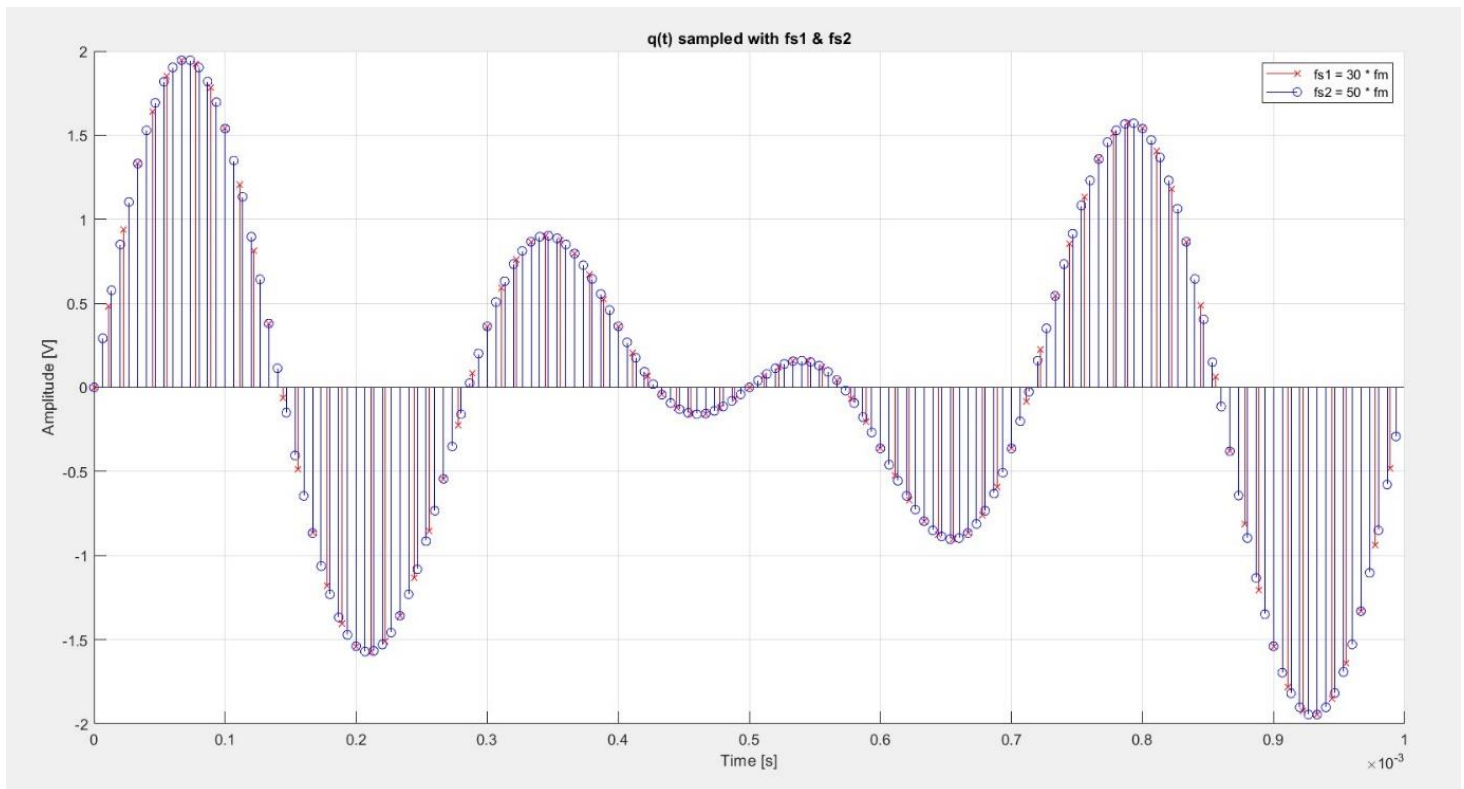
Δειγματοληψία του σήματος $q(t)$ με συχνότητα $f_{s1} = 90\text{kHz}$:



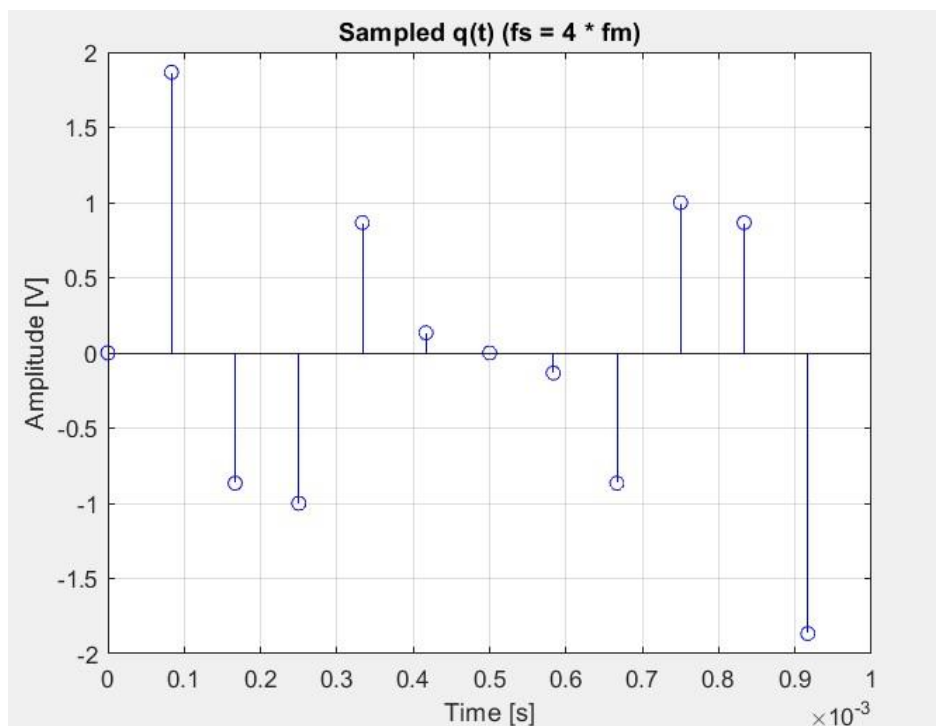
Δειγματοληψία του σήματος $q(t)$ με συχνότητα $f_{s2} = 50f_m$:



Δειγματοληψία του σήματος $q(t)$ με συχνότητα $f_{s1} = 30f_m$ και συχνότητα $f_{s2} = 50f_m$:



Δειγματοληψία του σήματος $q(t)$ με συχνότητα $f_s = 12\text{kHz}$:



Ο μετασχηματισμός Fourier του σήματος $q(t) = \sin(6000\pi t) + \sin(8000\pi t)$ είναι:

$$Q(f) = \frac{1}{2j} [\delta(f - 3000) - \delta(f + 3000) + \delta(f - 4000) - \delta(f + 4000)]$$

Πρόκειται δηλαδή για ένα φάσμα βασικής ζώνης με υψίσυχνη συνιστώσα $f = 4\text{kHz}$.

Άρα, σύμφωνα με το θεώρημα δειγματοληψίας Nyquist, είναι εφικτή η πλήρης ανακατασκευή του σήματος, δίχως aliasing, με τη συχνότητα $f_s = 12\text{kHz}$, αφού:

$$f_s = 12000 \geq 8000 = 2f.$$

2° Ερώτημα:

Σε αυτή την ασκηση, θεωρούμε ως είσοδο σε ομοιόμορφο κβαντιστή (mid riser) το σήμα $y(t)$ του 1^{ου} ερωτήματος μετά από δειγματοληψία με συχνότητα $f_{s1} = 90\text{kHz}$. Δεδομένου ότι ο AM αντιστοιχεί στον αριθμό 3 που είναι περιττός, πραγματοποιούμε κβάντιση με 5 bits. Στη συνέχεια, υπολογίζονται η τυπική απόκλιση του σφάλματος κβάντισης και ο SNR λόγος κβάντισης για τα πρώτα 10 και 20 δείγματα, καθώς και η θεωρητική τιμή. Τέλος, υλοποιείται κωδικοποίηση γραμμής POLAR RZ για το εν λόγω σήμα κβάντισης.

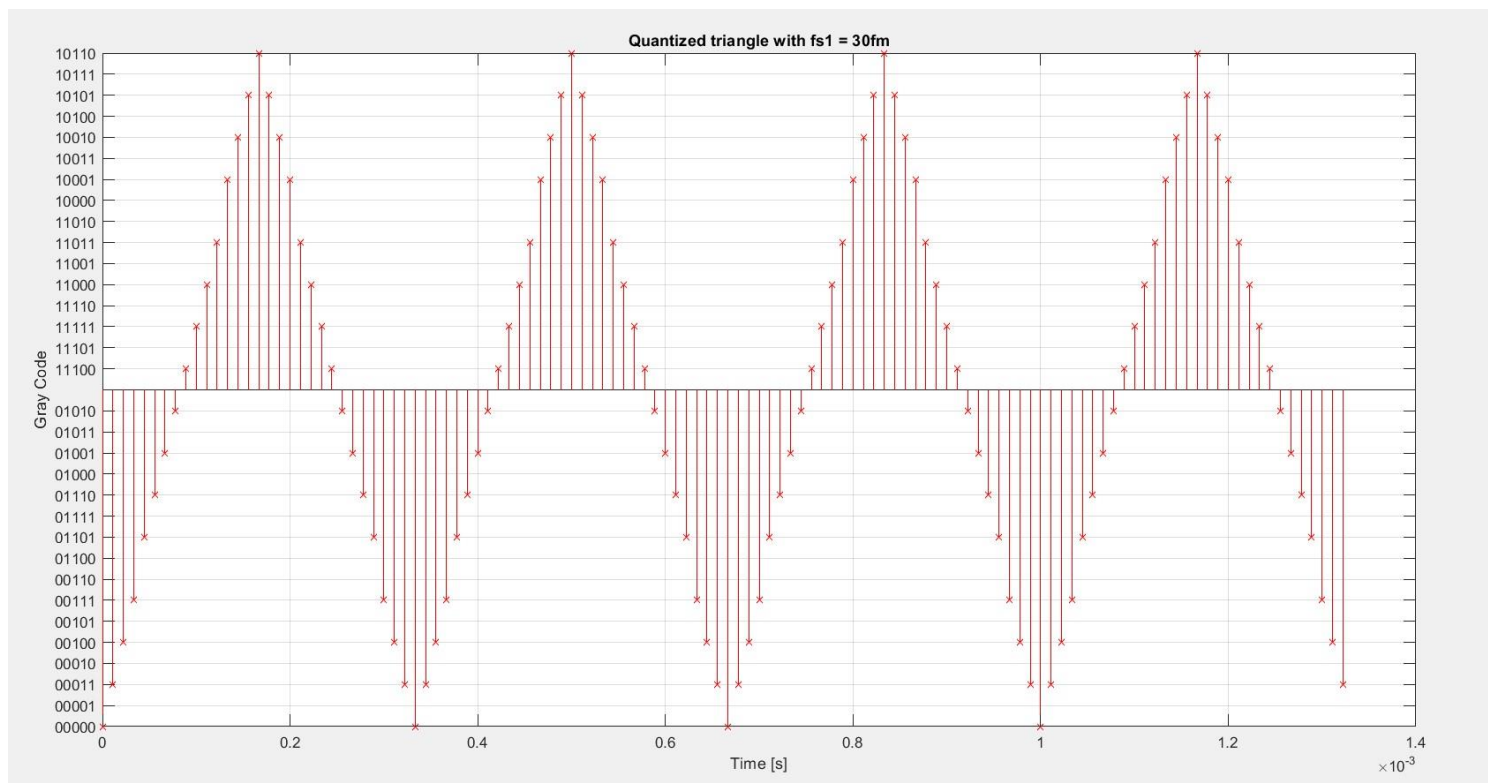
2.α) Κβάντιση του σήματος $y(t)$ με κωδικοποίηση Gray:

Αφού γίνει η δειγματοληψία του σήματος $y(t)$ του 1^{ου} ερωτήματος με συχνότητα δειγματοληψίας $f_{s1} = 90\text{kHz}$, προκύπτει το δειγματοληπτημένο σήμα $m(t)$. Έπειτα, το σήμα αυτό εισέρχεται σε ομοιόμορφο κβαντιστή (mid riser), ο οποίος πραγματοποιεί κβάντιση με **$R = 5 \text{ bits}$** .

Εφόσον $R = 5 \text{ bits}$, αυτό σημαίνει ότι θα έχουμε **$L = 2^5 = 32 \text{ επίπεδα κβάντισης}$** .

Το μέγεθος βήματος θα δίνεται από τον τύπο: **$\Delta = \frac{\max(m(t)) - \min(m(t))}{L} = \frac{8}{32} = 0.25$** .

Στη συνέχεια, απεικονίζουμε το σήμα εξόδου σύμφωνα με τις απαιτήσεις της εκφώνησης (στον κατακόρυφο άξονα τα επίπεδα κβαντισμού ως δυαδικός αριθμός με κωδικοποίηση Gray και στον οριζόντιο άξονα ο χρόνος):



2.β) Υπολογισμός τυπικής απόκλισης και SNR κβάντισης:

Το σφάλμα q δίνεται από τον τύπο:

$$q = (\text{δειγματοληπτημένο σήμα}) - (\text{κβαντισμένο σήμα}).$$

i) Τυπική απόκλιση σφάλματος κβάντισης των πρώτων 10 δειγμάτων:

Πρώτα προσδιορίζουμε τα 10 πρώτα δείγματα του σφάλματος με χρήση της εντολής:

$$\text{error_first10} = q(1,1:10);$$

και στη συνέχεια υπολογίζουμε την τυπική απόκλιση μέσω της εντολής:

$$\text{std_first10} = \text{std}(\text{error_first10});$$

Βρίσκουμε ότι η τυπική απόκλιση των πρώτων 10 δειγμάτων είναι:

$$\text{Std_first10} = 0.068.$$

ii) Τυπική απόκλιση σφάλματος κβάντισης των πρώτων 20 δειγμάτων:

Με τον ίδιο τρόπο βρίσκουμε ότι η τυπική απόκλιση σφάλματος κβάντισης των 20 πρώτων δειγμάτων είναι:

$$\text{Std_first20} = 0.0749.$$

iii) Υπολογισμός SNR κβάντισης:

Για τον υπολογισμό των ζητούμενων SNR κβάντισης, χρησιμοποιούμε την εξής σχέση:

$$SNR_q(\sigma \text{ dB}) = 10 \log_{10} \left(3 \cdot \frac{2^{2R}}{F^2} \right), \text{ όπου}$$
$$F = \frac{\text{μέγιστη τιμή του δειγματοληπτημένου σήματος}}{\text{RMS τιμή του δειγματοληπτημένου σήματος}} = \frac{m_{max}}{\sigma_m}.$$

Έτσι, αντικαθιστώντας κάθε φορά τα σωστά μεγέθη στον παραπάνω τύπο, βρίσκουμε:

SNR για τα πρώτα 10 δείγματα: $SNR_{10} = 43.7203 \text{ dB}$.

SNR για τα πρώτα 20 δείγματα: $SNR_{20} = 30.8463 \text{ dB}$.

Θεωρητική τιμή SNR: $SNR_{Theoretical} = 30.1414 \text{ dB}$.

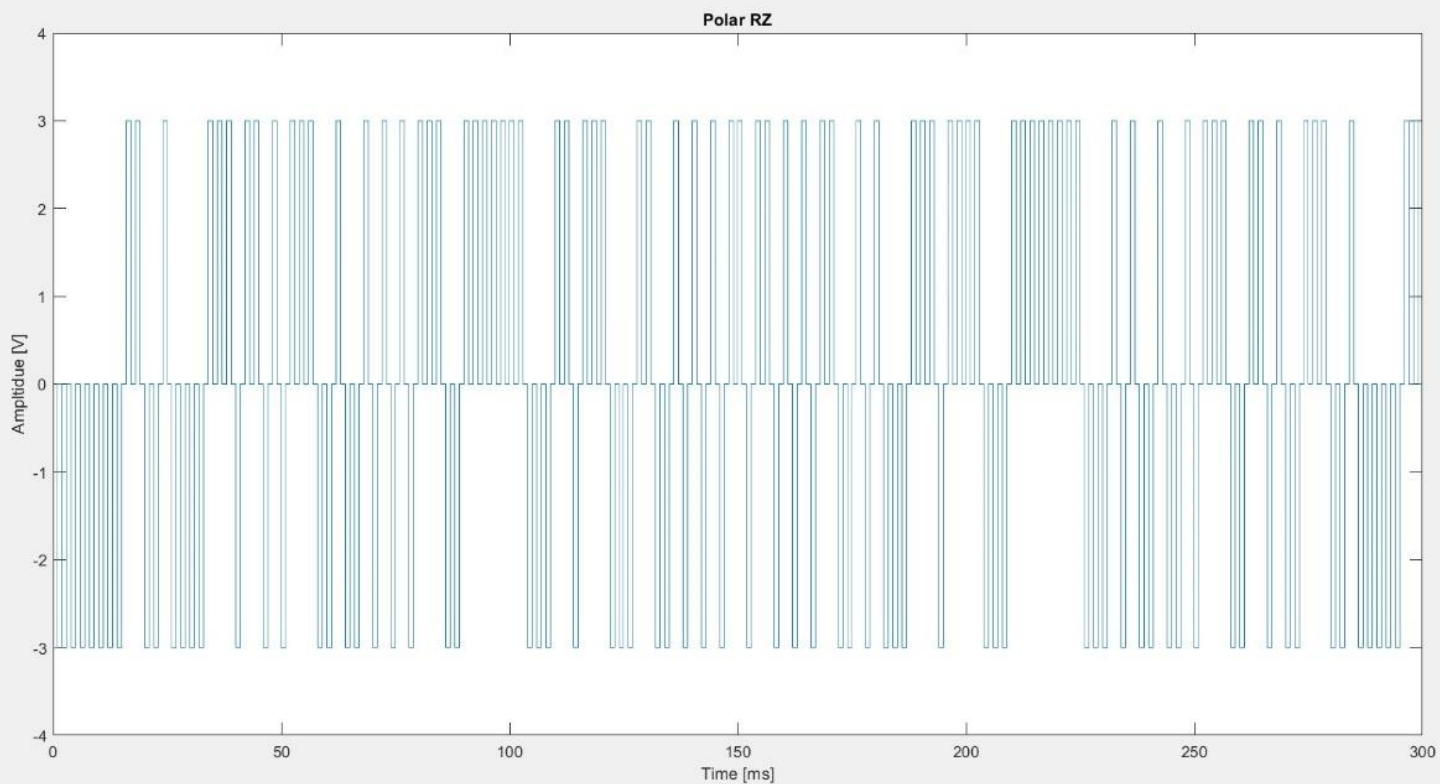
Παρατηρούμε ότι η θεωρητική τιμή του SNR κβάντισης διαφέρει σε σχέση με τις τιμές των δύο άλλων περιπτώσεων. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι στις περιπτώσεις αυτές, λάβαμε υπόψη μόνο τα πρώτα 10 και 20 (αντίστοιχα) δείγματα και όχι ολόκληρο το σήμα. Μάλιστα, βλέπουμε πως η τιμή SNR για τα πρώτα 20 δείγματα είναι πολύ κοντά στην θεωρητική τιμή του SNR (για ολόκληρο το σήμα) σε σχέση με την τιμή του SNR για τα πρώτα 10 δείγματα. Αυτό είναι λογικό, αφού όσα περισσότερα δείγματα σφάλματος κβάντισης λαμβάνουμε υπόψη, τόσο περισσότερο η υπολογιζόμενη τιμή SNR θα προσεγγίζει τη θεωρητική τιμή.

2.γ) Κωδικοποίηση γραμμής POLAR RZ:

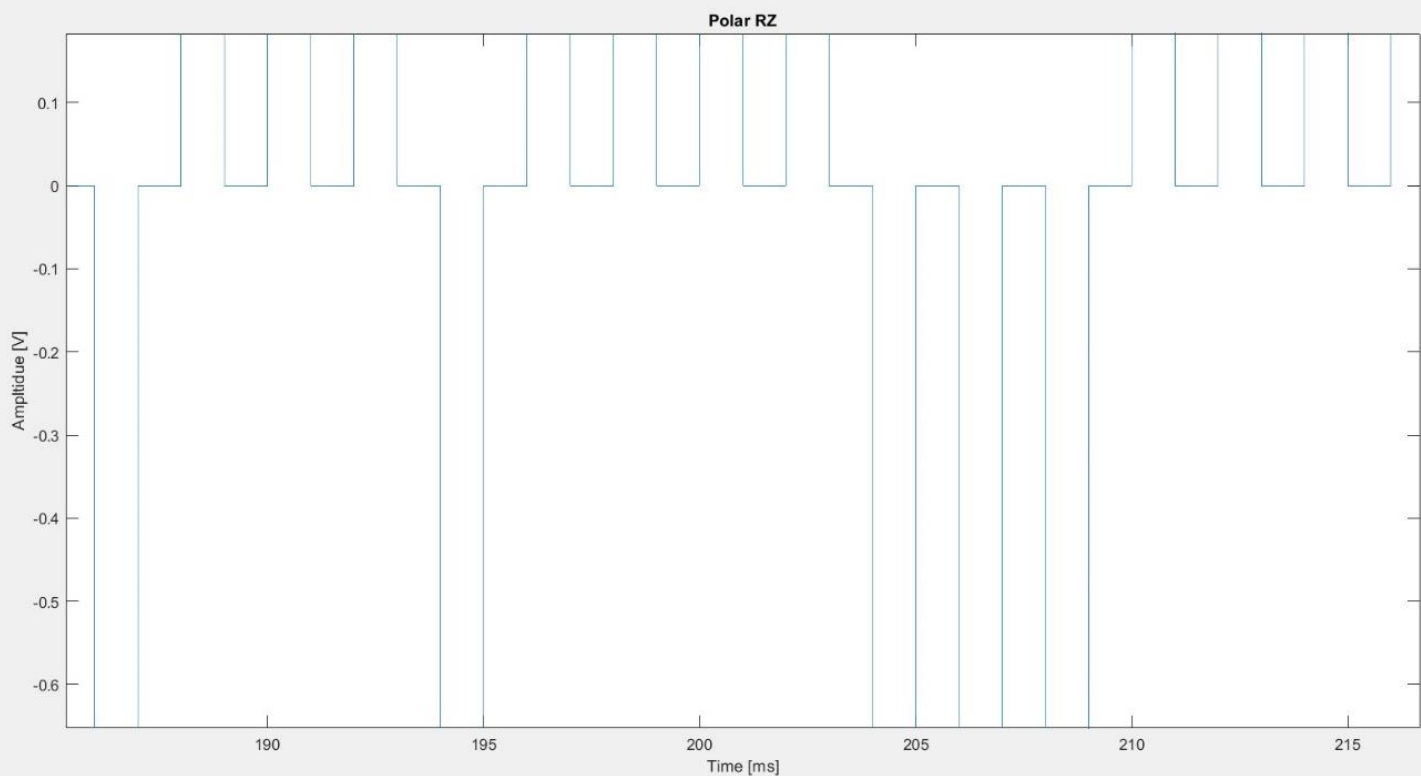
Αφού κάνουμε τη κβάντιση, μετατρέπουμε μια περίοδο του κβαντισμένου σήματος στην αντίστοιχη ροή μετάδοσης από bits (bit stream), θεωρώντας κωδικοποίηση γραμμής POLAR RZ με διάρκεια 2 msec.

Σε αυτόν τον τύπο κωδικοποίησης, για το σύμβολο 1 χρησιμοποιείται ένας θετικός ορθογώνιος παλμός διάρκειας μισού συμβόλου (μισή περίοδος του bit), ενώ για το σύμβολο 0 χρησιμοποιείται ένας αρνητικός ορθογώνιος παλμός διάρκειας μισού συμβόλου. Το πλάτος μεταξύ θετικών και αρνητικών παλμών είναι ίδιο και ίσο με τη συχνότητα του ημιτόνου σε Volts, δηλαδή ίσο με 3V.

Το διάγραμμα που προκύπτει είναι το παρακάτω:



Κάνοντας μεγέθυνση στο διάγραμμα της κωδικοποίησης γραμμής, βλέπουμε πως, πράγματι, διαρκεί 1msec για κάθε σύμβολο, δηλαδή τη μισή διάρκεια:



3^ο Ερώτημα:

Στο ερώτημα αυτό, αρχικά, παράγουμε μία τυχαία ακολουθία 36 ψηφίων (bits) με ίση πιθανότητα εμφάνισης τιμών 0 ή 1 και διάρκεια κάθε ψηφίου ίση με $T_b = 0.25$ sec. Στη συνέχεια, διαμορφώνουμε την ακολουθία ψηφίων (bit stream) κατά BPSK, QPSK και 8-PSK θεωρώντας φέρουσα συχνότητα $f_c = 2$ Hz (αφού από το άθροισμα του AM προκύπτει ο αριθμός 3 που είναι περιττός) και πλάτος 1V. Έπειτα, διαμορφώνουμε την ακολουθία ψηφίων κατά B-PAM με πλάτος 3V και παρουσιάζουμε το αντίστοιχο διάγραμμα αστερισμού. Κατόπιν, παράγουμε θόρυβο AWGN, ο οποίος προστίθεται στο σήμα B-PAM και ελέγχουμε την επίδρασή του τόσο στο διαμορφωμένο (κατά B-PAM) σήμα, όσο και στον αστερισμό του για δύο τιμές του λόγου $\frac{E_b}{N_0}$, 5dB και 15dB αντίστοιχα. Τέλος, μελετούμε την πιθανότητα εσφαλμένου ψηφίου (BER), θεωρητικά και πρακτικά, συναρτήσει του λόγου $\frac{E_b}{N_0}$, για τιμές από 0-15 dB με βήμα 1dB.

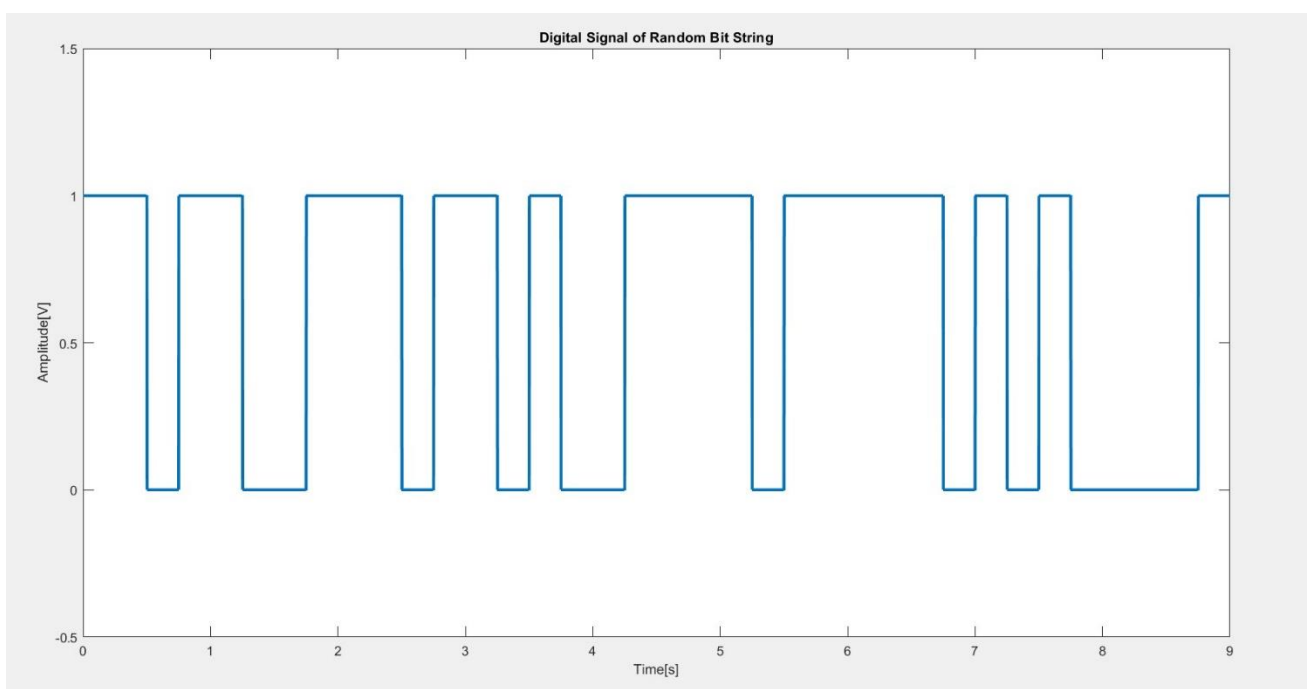
Η τυχαία ακολουθία 36 ψηφίων bits που παράγουμε είναι η ακολουθη:

Columns 1 through 18:

1 1 0 1 1 0 0 1 1 1 0 1 1 0 1 0 0 1

Columns 19 through 36:

1 1 1 0 1 1 1 1 1 0 1 0 1 0 0 0 0 1



3.α) Διαμόρφωση κατά BPSK, QPSK, 8-PSK τυχαίας ακολουθίας bits:

Διαμορφώνουμε την παραχθείσα ακολουθία bits κατά BPSK, QPSK και 8-PSK και παρουσιάζουμε τα σήματα που προκύπτουν:

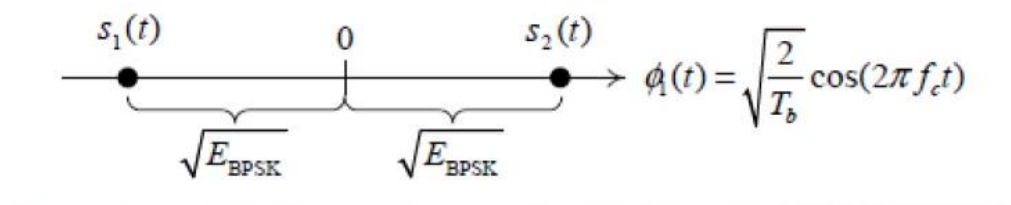
Διαμόρφωση κατά BPSK της τυχαίας ακολουθίας bits:

Κατά τη διαμόρφωση BPSK (Binary Phase Shift Keying) χρησιμοποιούμε δύο κυματομορφές $s_1(t)$ και $s_2(t)$ για την απεικόνιση των ψηφίων 0 και 1 αντιστοίχως, όπου:

$$s_1(t) = -A\cos(2\pi f_c t), \text{ για bit 0}$$

$$s_2(t) = +A\cos(2\pi f_c t), \text{ για bit 1}$$

Όπου $0 < t \leq T_b$.



Στην περίπτωση μας, κάθε σύμβολο αναπαρίσταται από 1 bit και η απεικόνιση Gray προκύπτει από τον πίνακα:

| Symbol Gray Mapping | |
|---------------------|-------|
| 0 | s_1 |
| 1 | s_2 |

Έτσι έχουμε:

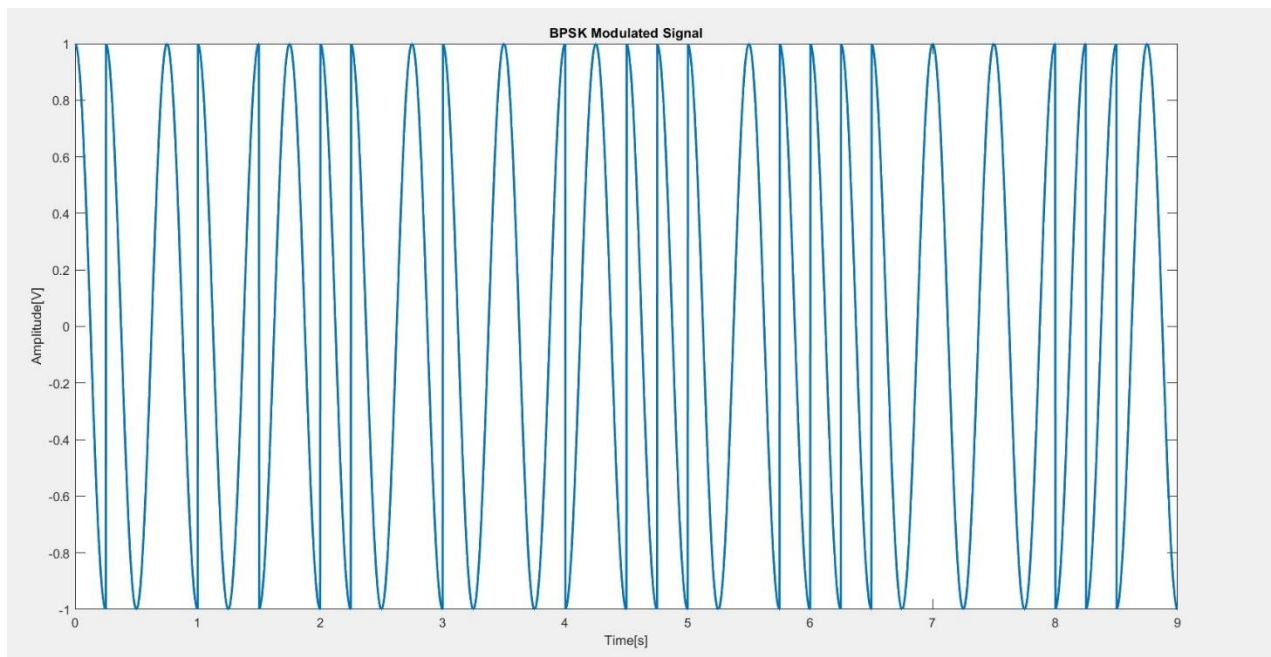
Columns 1 through 18:

s2 s2 s1 s2 s2 s1 s1 s2 s2 s2 s1 s2 s2 s1 s2 s1 s1 s2

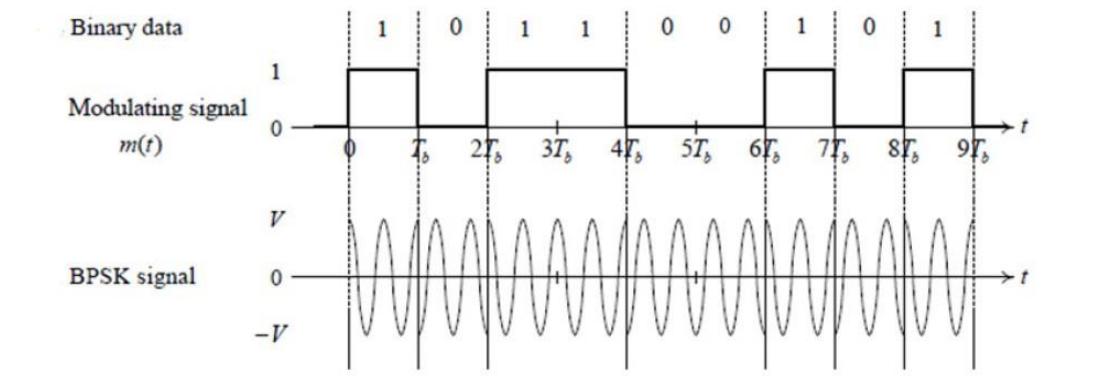
Columns 19 through 36:

s2 s2 s2 s1 s2 s2 s2 s2 s2 s1 s2 s1 s2 s1 s1 s1 s1 s2

Το διαμορφωμένο (κατά BPSK) σήμα που προκύπτει είναι το ακόλουθο:



Θεωρητική κυματομορφή μετάδοσης BPSK:



Διαμόρφωση κατά QPSK της τυχαίας ακολουθίας bits:

Κατά τη διαμόρφωση QPSK (Quadrature Phase Shift Keying) χρησιμοποιούμε 4 κυματομορφές $s_1(t)$, $s_2(t)$, $s_3(t)$ και $s_4(t)$ για την απεικόνιση των ψηφίων 00, 01, 11 και 10 αντιστοίχως, όπου:

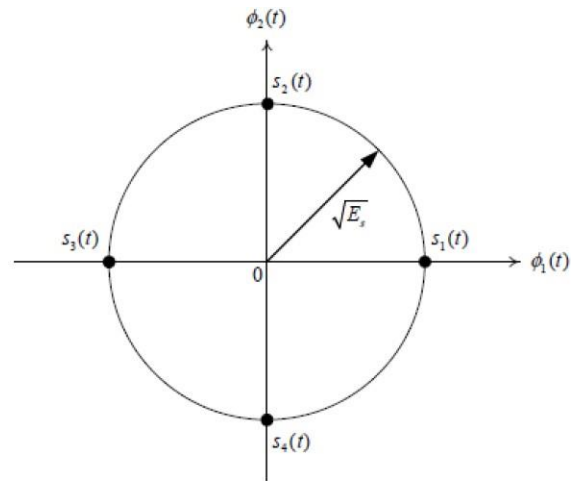
$$s_1(t) = A \cos(2\pi f_c t), \text{ για το σύμβολο } 00$$

$$s_2(t) = A \sin(2\pi f_c t), \text{ για το σύμβολο } 01$$

$$s_3(t) = -A\cos(2\pi f_c t), \text{για το σύμβολο 11}$$

$$s_4(t) = -A\sin(2\pi f_c t), \text{για το σύμβολο 10}$$

Όπου $0 < t \leq 2T_b$.



Στην περίπτωση μας, κάθε σύμβολο αναπαρίσταται από 2 bits και η απεικόνιση Gray προκύπτει από τον πίνακα:

| Symbol Gray Mapping | |
|---------------------|-------|
| 00 | s_1 |
| 01 | s_2 |
| 11 | s_3 |
| 10 | s_4 |

Έτσι έχουμε:

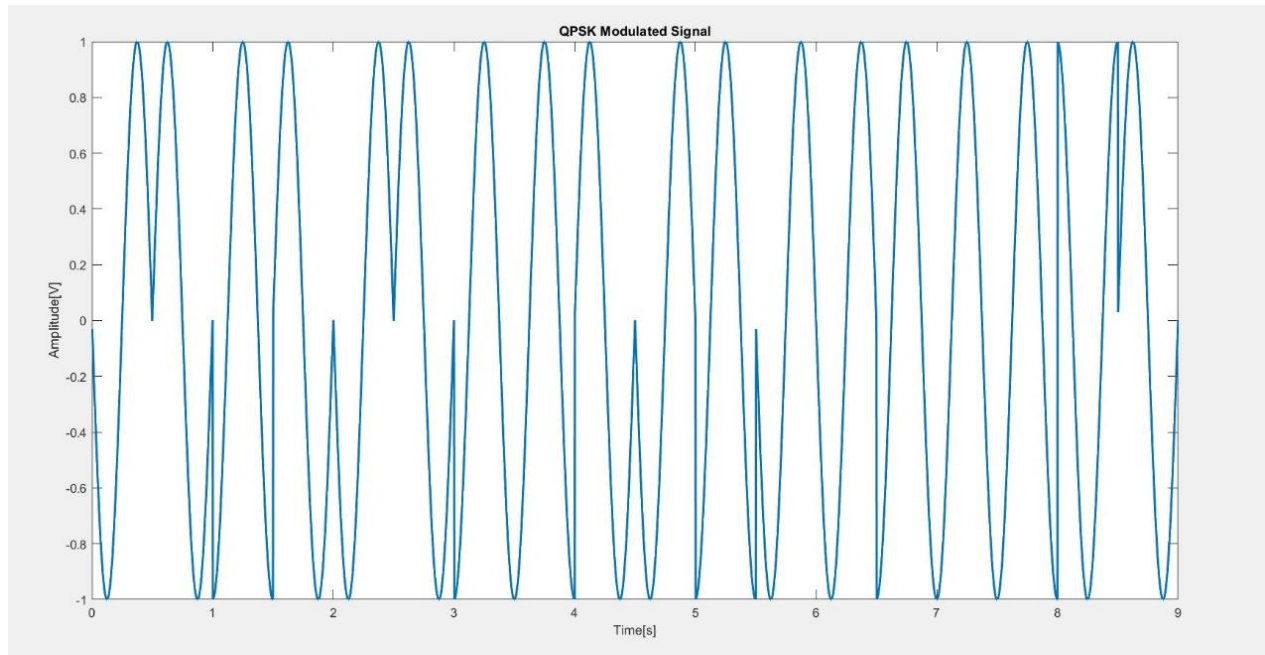
Columns 1 through 18:

s3 s2 s4 s2 s3 s2 s4 s4 s2

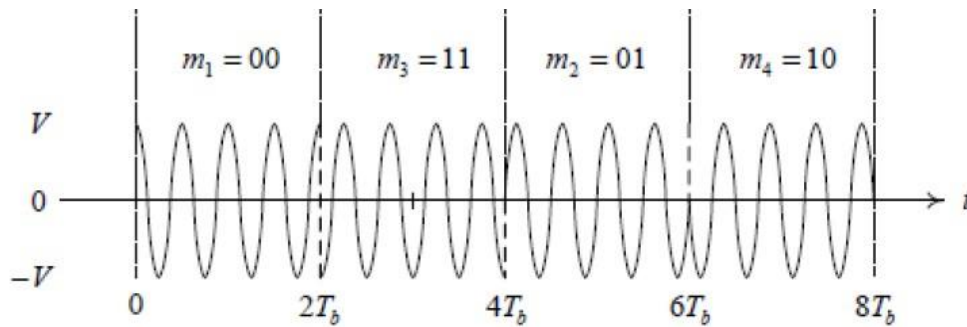
Columns 19 through 36:

s3 s4 s3 s3 s4 s4 s4 s1 s2

Το διαμορφωμένο (κατά QPSK) σήμα που προκύπτει είναι το ακόλουθο:



Θεωρητική κυματομορφή μετάδοσης QPSK:



Διαμόρφωση κατά 8-PSK της τυχαίας ακολουθίας bits:

Κατά τη διαμόρφωση 8-PSK (8-Phase Shift Keying) χρησιμοποιούμε 8 κυματομορφές $s_1(t)$, $s_2(t)$, $s_3(t)$, $s_4(t)$, $s_5(t)$, $s_6(t)$, $s_7(t)$ και $s_8(t)$ για την απεικόνιση των ψηφίων 000, 001, 011, 010, 110, 111, 101 και 100 αντιστοίχως, όπου:

$$s_1(t) = A\cos(2\pi f_c t), \text{για σύμβολο } 000$$

$$s_2(t) = A\cos(2\pi f_c t + \pi/4), \text{για σύμβολο } 001$$

$$s_3(t) = A\cos(2\pi f_c t + \pi/2), \text{για σύμβολο } 011$$

$$s_4(t) = A\cos(2\pi f_c t + 3\pi/4), \text{για σύμβολο } 010$$

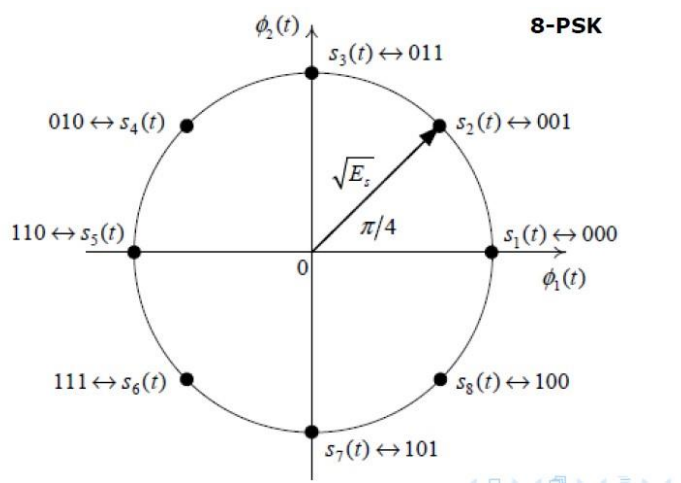
$$s_5(t) = A\cos(2\pi f_c t + \pi), \text{για σύμβολο } 110$$

$$s_6(t) = A\cos(2\pi f_c t + 5\pi/4), \text{για σύμβολο } 111$$

$$s_7(t) = A\cos(2\pi f_c t + 3\pi/2), \text{για σύμβολο } 101$$

$$s_8(t) = A\cos(2\pi f_c t + 7\pi/4), \text{για σύμβολο } 100$$

Όπου $0 < t \leq 3T_b$.



Στην περίπτωση μας, κάθε σύμβολο αναπαρίσταται από 3 bits και η απεικόνιση Gray προκύπτει από τον πίνακα:

| Symbol Gray Mapping | |
|---------------------|-------|
| 000 | s_1 |
| 001 | s_2 |
| 011 | s_3 |
| 010 | s_4 |
| 110 | s_5 |
| 111 | s_6 |
| 101 | s_7 |
| 100 | s_8 |

Έτσι έχουμε:

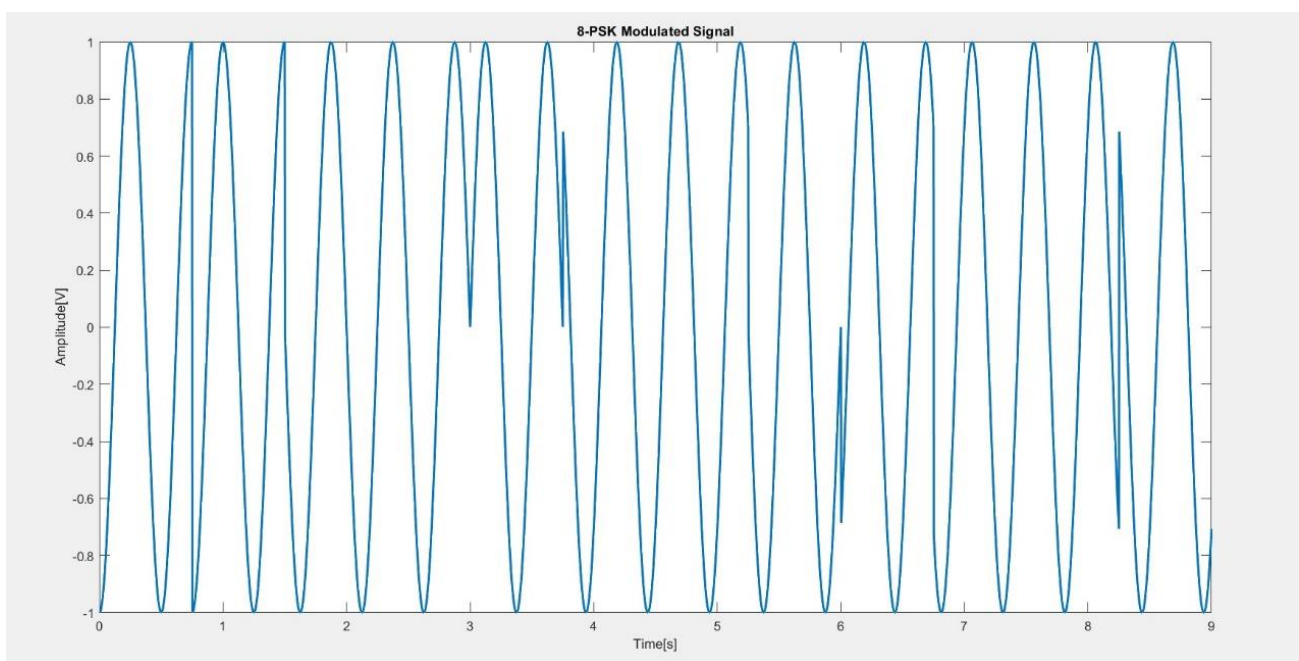
Columns 1 through 18:

s5 s5 s3 s7 s7 s2

Columns 19 through 36:

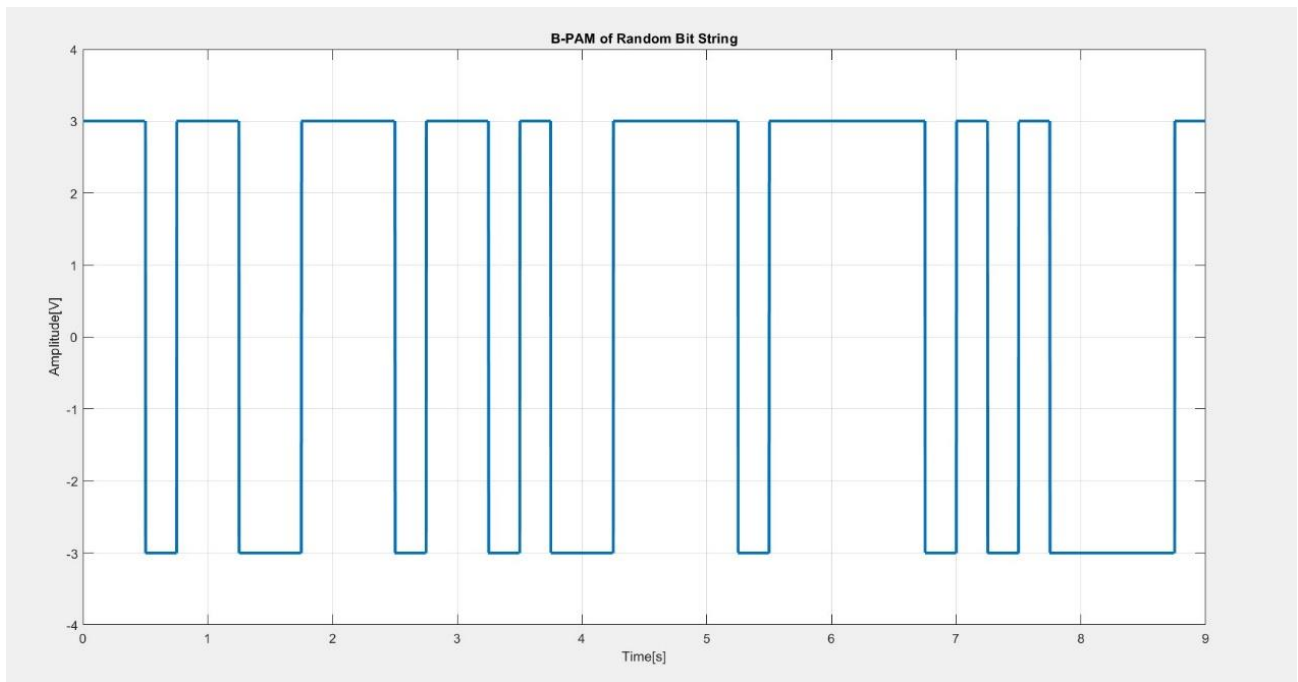
s6 s3 s6 s4 s8 s2

Το διαμορφωμένο (κατά 8-PSK) σήμα που προκύπτει είναι το ακόλουθο:



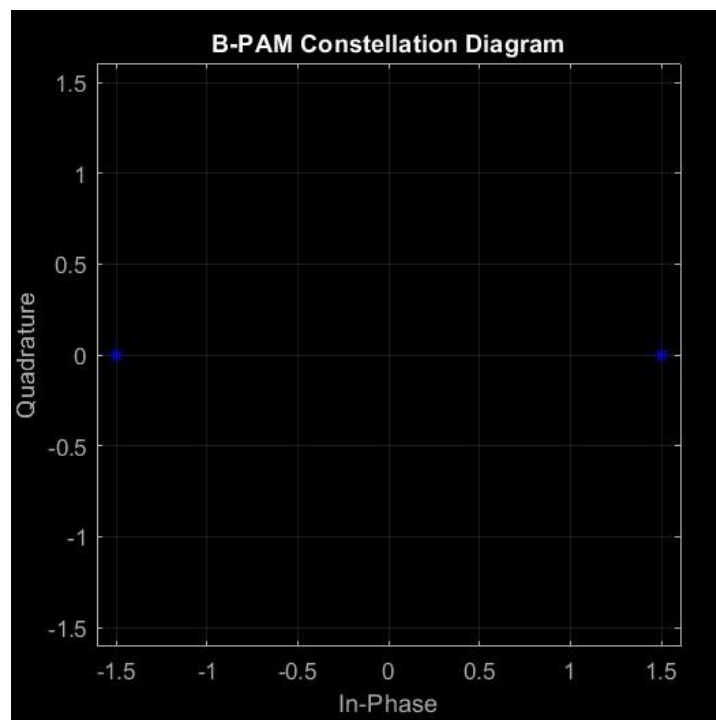
3.β) Διαμόρφωση κατά B-PAM τυχαίας ακολουθίας bits:

Διαμορφώνουμε την παραχθείσα ακολουθία bits κατά B-PAM με πλάτος $A = 3V$ και παρουσιάζουμε το προκύπτον σήμα:

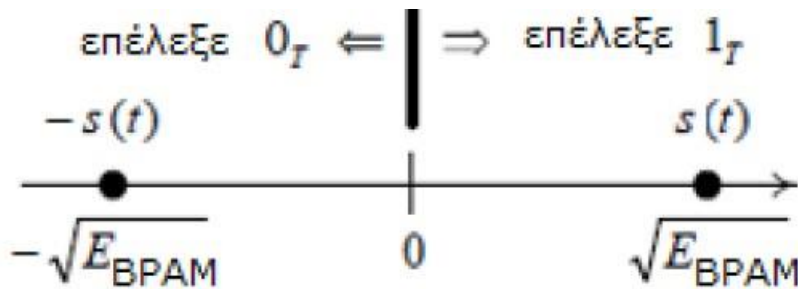


3.γ) Διάγραμμα αστερισμού B-PAM σήματος:

Κάνοντας χρήση της εντολής scatterplot του MATLAB, απεικονίζουμε το διάγραμμα αστερισμού του διαμορφωμένου κατά B-PAM σήματος:



Όπως φαίνεται, το παραπάνω διάγραμμα αποτελείται από δύο κυματομορφές $s_1(t)$ και $s_2(t)$, οι οποίες χρησιμοποιούνται για την αναπαράσταση των bits 0 και 1 αντίστοιχα. Τα δύο σημεία απέχουν από το 0 (το οποίο αποτελεί και το **κατώφλι** για τη λήψη απόφασης) απόσταση ίση με $\sqrt{E_{bit}}$, όπου $E_{bit} = A^2 \cdot T_b = 3^2 \cdot 0.25 = 2.25 \rightarrow \sqrt{E_{bit}} = 1.5$. Δηλαδή, τα δύο σημεία βρίσκονται στις θέσεις ± 1.5 πάνω στον οριζόντιο άξονα, σύμφωνα και με την ακόλουθη εικόνα:



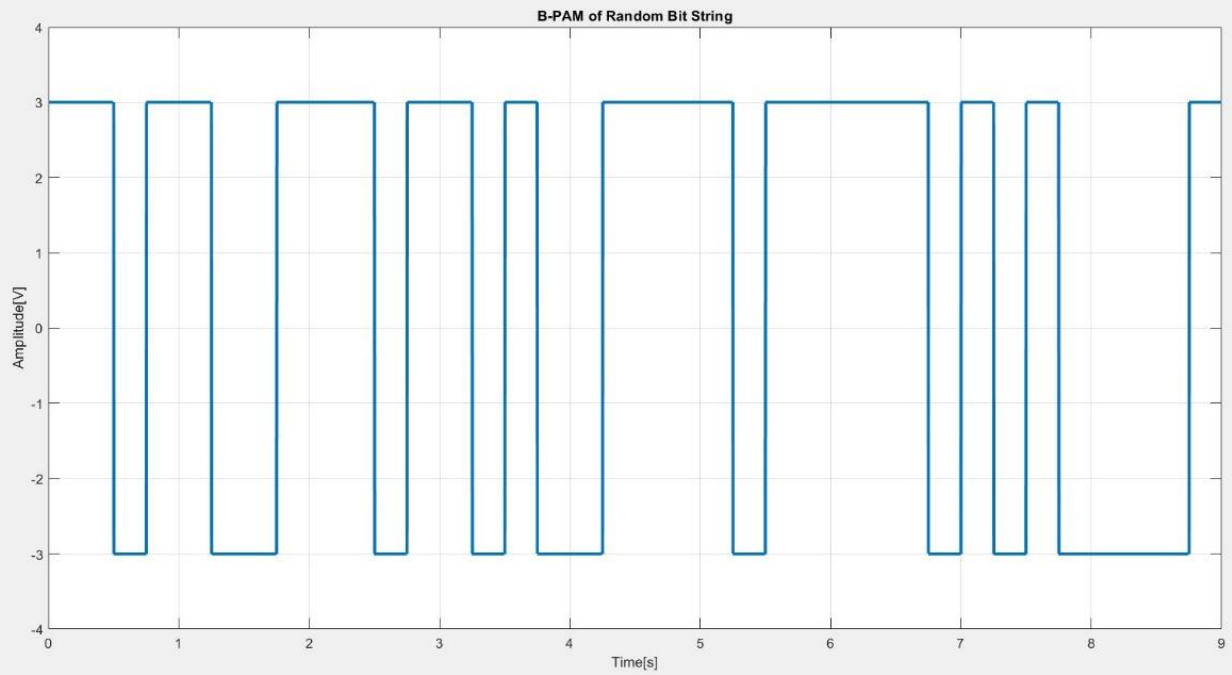
3.δ) Σήμα B-PAM με θόρυβο AWGN για τιμές E_b/N_0 5dB και 15dB:

Στο συγκεκριμένο ερώτημα, αρχικά παράγουμε θόρυβο AWGN και έπειτα τον προσθέτουμε στο σήμα B-PAM που διαμορφώσαμε νωρίτερα, για δύο τιμές E_b/N_0 , 5dB και 15dB αντίστοιχα. Όπως αναφέρει η σημείωση 2 της εκφώνησης, θεωρούμε πως ο θόρυβος προσομοιώνεται ως μιγαδική τυχαία μεταβλητή $Z = X + jY$, όπου οι πραγματικές τυχαίες μεταβλητές X και Y είναι ανεξάρτητες και κάθε μία εξ'αυτών ακολουθεί κανονική κατανομή με μέση τιμή 0 και τυπική απόκλιση τέτοια ώστε η μονόπλευρη φασματική πυκνότητα ισχύος του θορύβου να είναι $N_0/2$. Επίσης, όπως αναφέρει η σημείωση 3, για το συγκεκριμένο ερώτημα χρησιμοποιούμε μόνο το πραγματικό μέρος του θορύβου, οπότε το SNR (σε dB) θα δίνεται από τον τύπο:

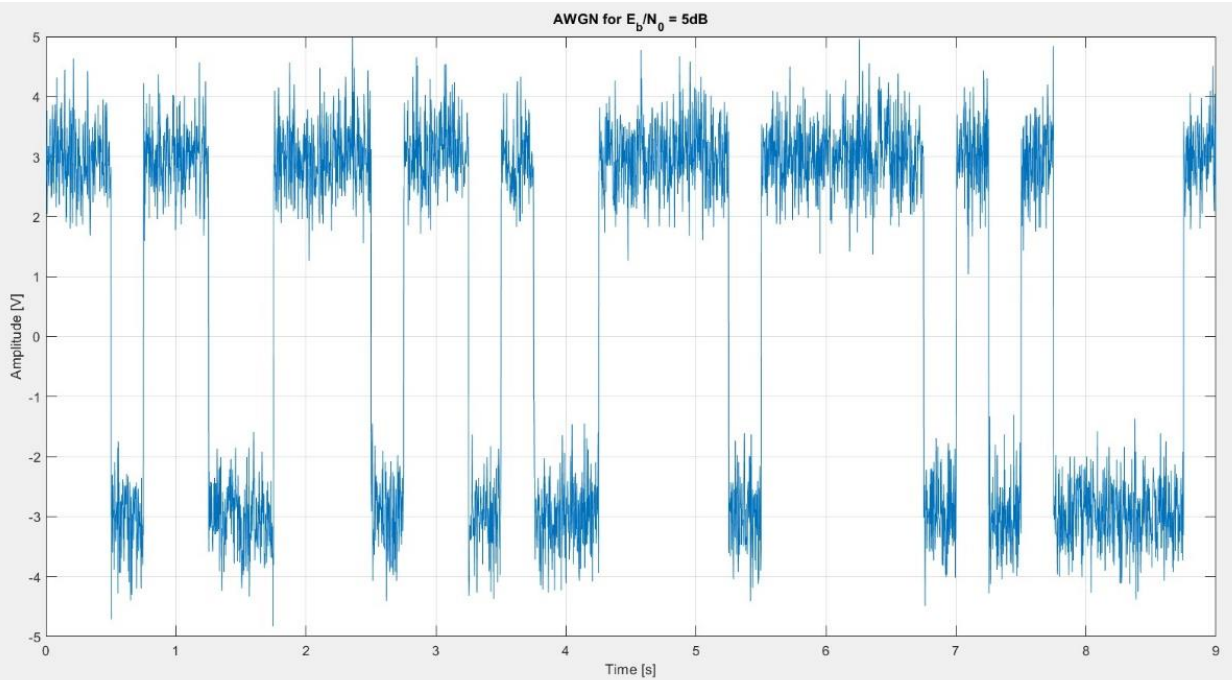
$SNR = \frac{E_b}{N_0} + 10 \log_{10} k$, όπου k = ο αριθμός των bits που χρησιμοποιούνται για την αναπαράσταση ενός συμβόλου, δηλαδή $k=1$. Άρα, $SNR = \frac{E_b}{N_0}$.

Αφού παράξουμε τον θόρυβο AWGN, τον προσθέτουμε (και για τις δύο περιπτώσεις) στο B-PAM σήμα για να παρατηρήσουμε την επίδρασή του σε αυτό. Έτσι, παίρνουμε τα εξής δύο διαγράμματα, όπου μαζί τους παρουσιάζουμε ξανά την B-PAM ακολουθία για να φανούν καλύτερα οι διαφορές:

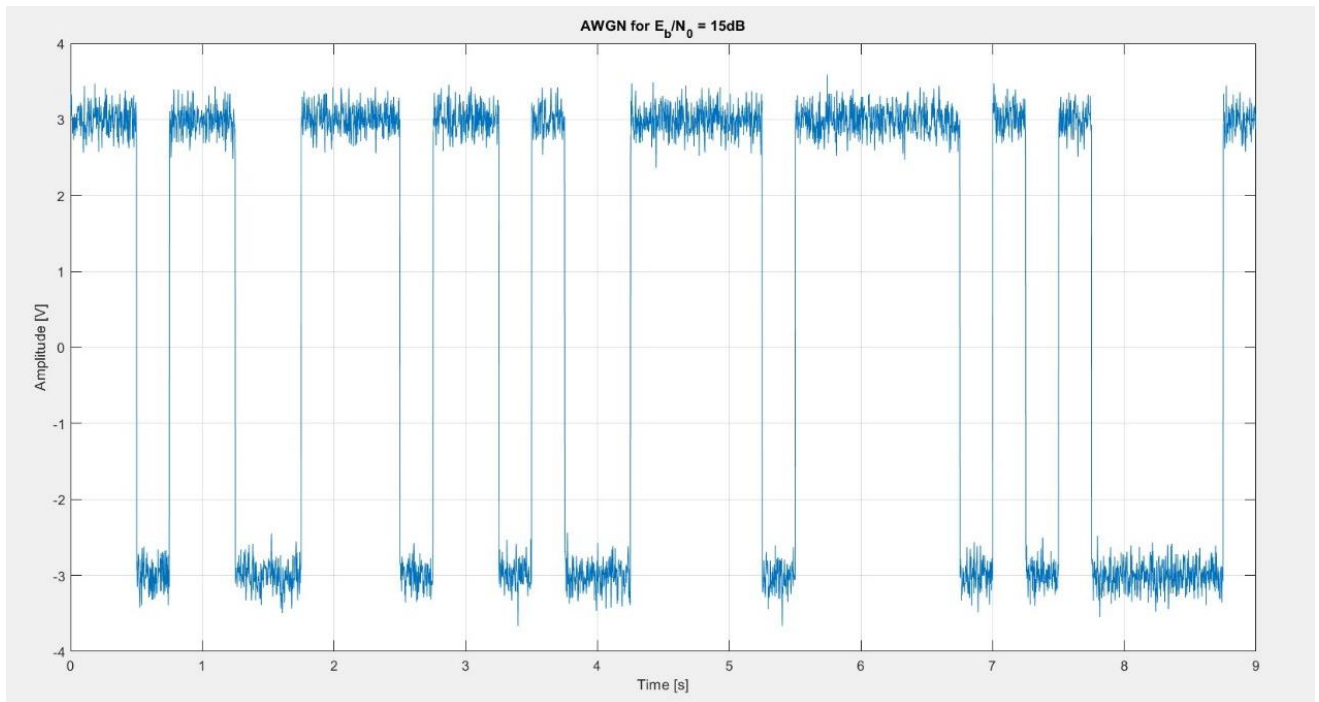
B-PAM ακολουθία:



Επίδραση θορύβου AWGN με $E_b/N_0 = 5\text{dB}$ στο B-PAM σήμα:



Επίδραση θορύβου AWGN με $E_b/N_0 = 15\text{dB}$ στο B-PAM σήμα:



Από τα παραπάνω διαγράμματα, παρατηρούμε πως όσο μικρότερος είναι ο λόγος E_b/N_0 , τόσο πιο θορυβώδες γίνεται το κανάλι μετάδοσης, δηλαδή τόσο μεγαλύτερη γίνεται η ένταση του θορύβου και, όπως είναι φυσικό, το διαμορφωμένο σήμα φαίνεται περισσότερο αλλοιωμένο. Μεγαλύτερη ένταση όμως σημαίνει ότι είναι πιο πιθανό το πλάτος του παλμού να περάσει από την αντίθετη μεριά του μηδενός και να υπάρξει εσφαλμένη αποκωδικοποίηση ψηφίου, κάτι που γίνεται έντονα αισθητό στην πρώτη περίπτωση όπου $\text{SNR} = 5 \text{ dB}$. Αντίθετα, όσο μεγαλύτερος είναι ο λόγος E_b/N_0 (και συνεπώς και το SNR), τόσο μικρότερο είναι το εύρος τιμών που παίρνει το πλάτος για την αναπαράσταση των ψηφίων και συνεπώς έχουμε λιγότερη πιθανότητα ύπαρξης εσφαλμένου ψηφίου και το σήμα αλλοιώνεται σε πολύ μικρότερο βαθμό.

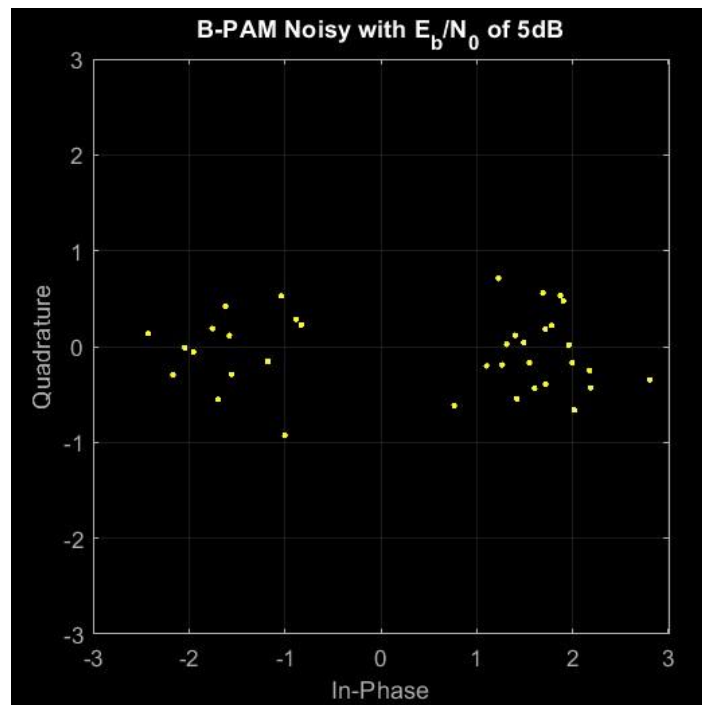
3.ε) Διαγράμματα αστερισμών του B-PAM σήματος με επίδραση θορύβου AWGN:

Σύμφωνα με τη σημείωση 3, σε αυτό το υποερώτημα χρησιμοποιείται η μιγαδική τυχαία μεταβλητή του θορύβου. Γι' αυτό το λόγο, το SNR δίνεται από τη σχέση:

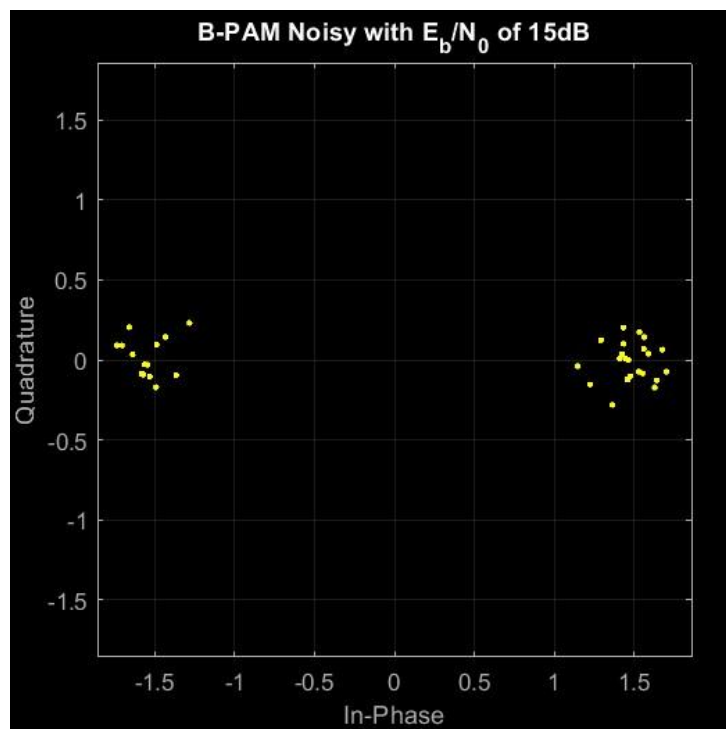
$$\text{SNR} = \frac{E_b}{N_0} + 3\text{dB} + 10 \log_{10} k \rightarrow \text{SNR} = \frac{E_b}{N_0} + 3 \text{ dB} .$$

Τα ζητούμενα διαγράμματα αστερισμών έχουν ως εξής:

Διάγραμμα αστερισμού B-PAM σήματος με επίδραση θορύβου AWGN με $E_b/N_0 = 5\text{dB}$ (SNR = 8dB):



Διάγραμμα αστερισμού B-PAM σήματος με επίδραση θορύβου AWGN με $E_b/N_0 = 15\text{dB}$ (SNR = 18dB):



Παρατηρώντας τα δύο διαγράμματα αστερισμών, συμπεραίνουμε ότι όσο μεώνεται ο λόγος E_b/N_0 και συνεπώς και το SNR, τόσο περισσότερο «απλώνονται» οι κυματομορφές $s_1(t)$ και $s_2(t)$, δηλαδή τόσο μεγαλύτερη είναι η διασπορά που έχουν τα σημεία από τις θέσεις $\pm\sqrt{E_{bit}}$, με αποτέλεσμα να είναι περισσότερα αυτά που θα περάσουν το κατώφλι απόφασης, που είναι η κάθετη ευθεία στο 0. Αντίθετα, για μεγαλύτερες τιμές E_b/N_0 (και SNR) τα σημεία έχουν μικρότερη διασπορά και συγκεντρώνονται κοντά στις θέσεις $\pm\sqrt{E_{bit}}$.

3.στ) Πιθανότητα Εσφαλμένου Ψηφίου (BER):

Γνωρίζουμε ότι κατά τη διαμόρφωση B-PAM, η πιθανότητα εσφαλμένου ψηφίου (BER), υπολογίζεται μέσω του τύπου:

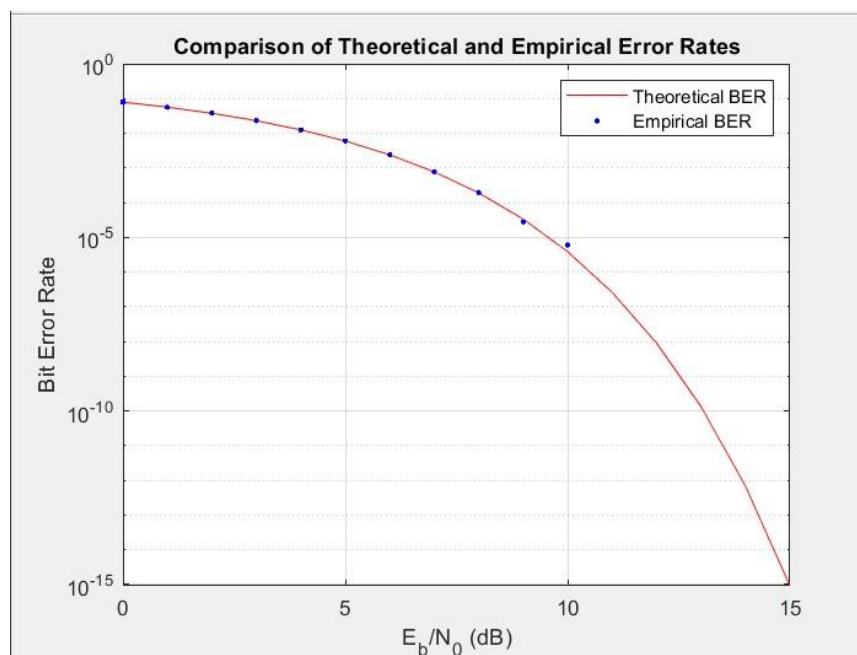
$$P[\text{error}]_{BPAM} = Q(\sqrt{E_b/N_0}), \text{ όπου}$$

$$Q(x) = \frac{1}{2\pi} \int_x^\infty \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) du \text{ και}$$

$$\frac{E_b}{N_0} = SNR - 3dB - 10 \log_{10}(k) \xrightarrow{k=2 \text{ bits}} \frac{E_b}{N_0} = SNR - 3dB.$$

(Βέβαια, για τη θεωρητική τιμή της πιθανότητας εσφαλμένου ψηφίου (BER), χρησιμοποιούμε τη συνάρτηση `berawgn` του MATLAB.)

Έχοντας παράξει ικανοποιητικό αριθμό τυχαίων bits (10^6) και θόρυβο AWGN κατάλληλης ισχύος, παρουσιάζουμε μαζί το θεωρητικό και το εμπειρικό διάγραμμα πιθανότητας εσφαλμένου ψηφίου (BER), συναρτήσεως του λόγου E_b/N_0 ($= SNR - 3dB$) σε λογαριθμική κλίμακα για τιμές από 0-15 dB με βήμα 1dB:



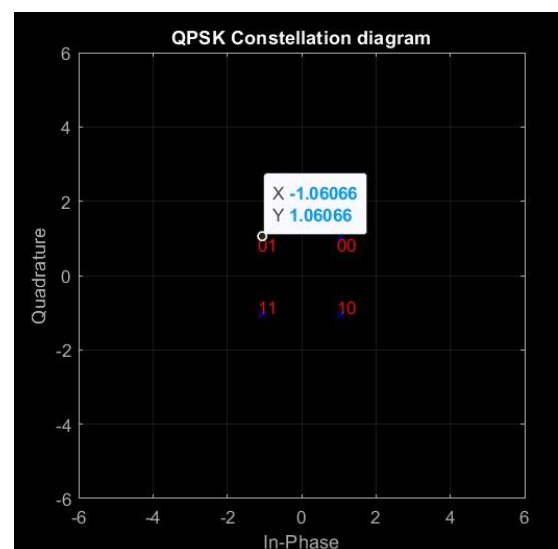
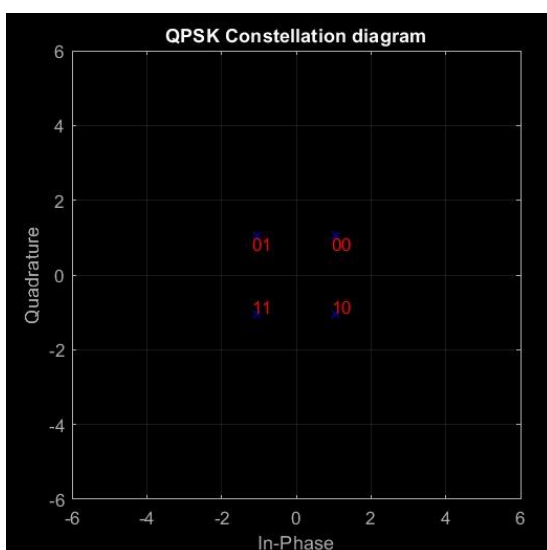
Παρατηρούμε ότι οι τιμές της εμπειρικής πιθανότητας εσφαλμένου ψηφίου (Empirical BER), ταυτίζονται στο μεγαλύτερο βαθμό με τις αντίστοιχες τιμές της θεωρητικής καμπύλης (Theoretical BER). Ακόμη, όταν η τιμή E_b/N_0 γίνει μεγαλύτερη των 10dB, βλέπουμε πως δεν εμφανίζονται σημεία στην εμπειρική καμπύλη. Αυτό συμβαίνει, γιατί μετά τα 10dB, όλες οι τιμές είναι 0. Τέλος, σημειώνουμε ότι όσο περισσότερα bits παράγουμε, τόσο λιγότερη είναι η απόκλιση της εμπειρικής τιμής από την αντίστοιχη θεωρητική.

4^ο Ερώτημα:

Σε αυτό το μέρος της άσκησης, διαμορφώνουμε την τυχαία ακολουθία ψηφίων (36 bits) του 3^{ου} ερωτήματος κατά QPSK με σύμβολα πλάτους $A = 3$ Volts πάνω στη βασική ζώνη, ώστε, στη συνέχεια, να παρατηρήσουμε και να συγκρίνουμε τα διαγράμματα αστερισμού που προκύπτουν με και χωρίς θόρυβο AWGN για δύο τιμές του λόγου E_b/N_0 , 5dB και 15dB αντίστοιχα. Έπειτα, εξετάζουμε (για τη διαμόρφωση QPSK) τη θεωρητική και πρακτική πιθανότητα εσφαλμένου ψηφίου (BER) συναρτήσει του λόγου E_b/N_0 , για τιμές από 0-15dB με βήμα 1dB. Τέλος, υλοποιούμε τηλεπικοινωνιακό σύστημα για τη μετάδοση ενός αρχείου κειμένου.

4.α) Διάγραμμα αστερισμού διαμόρφωσης QPSK:

Διαμορφώνουμε την ακολουθία ψηφίων (bits) του 3^{ου} ερωτήματος, κατά QPSK, με πλάτος $A = 3V$, μέσω της συνάρτησης `comm.QPSKModulator` του MATLAB, η οποία χρησιμοποιεί ως default τιμή για το phase offset την τιμή $\pi/4$. Για την κωδικοποίηση Gray, ισχύουν όσα αναφέρθηκαν και νωρίτερα στο 3^ο ερώτημα. Έτσι, παίρνουμε το κάτωθι διάγραμμα αστερισμού:



Παρουσιάζουμε δύο φορές το διάγραμμα, για να φανούν και οι ακριβείς θέσεις των σημείων. Όπως βλέπουμε, το διάγραμμα αποτελείται από 4 σημεία οι θέσεις των οποίων είναι: $(-1.06, 1.06)$, $(-1.06, -1.06)$, $(1.06, 1.06)$ και $(1.06, -1.06)$.

Κάθε σύμβολο αντιστοιχίζεται στο διάγραμμα αστερισμού σαν ένα σημείο που απέχει από το 0 απόσταση ίση με $\sqrt{E_{bit}}$ με γωνία $\pi/4$ από τον άξονα x (λόγω της κωδικοποίησης $(\pi/4)$ Gray), όπου $E_{bit} = T_b \cdot A^2$.

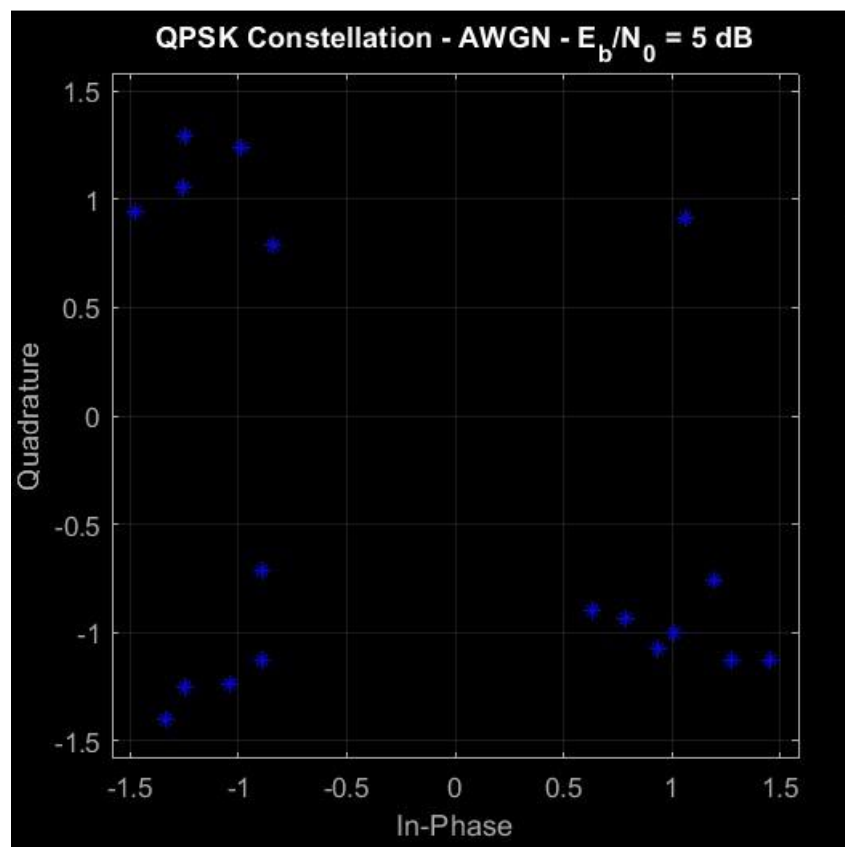
Για $A = 3$ V και $T_b = 0.25$ sec, έχουμε ότι $\sqrt{E_{bit}} = \sqrt{2.25} = 1.5$.

Πράγματι, τα σημεία στο διάγραμμα αστερισμού απέχουν απόσταση από το 0 ίση με 1.5, αφού: $d = \sqrt{X^2 + Y^2} = \sqrt{(1.06)^2 + (1.06)^2} = 1.5$.

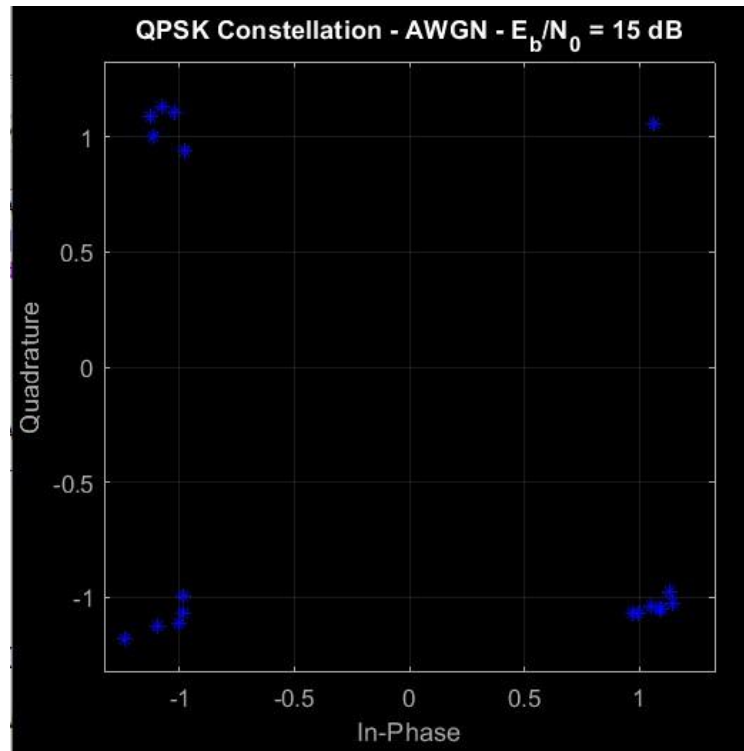
4.β) Διαγράμματα αστερισμού διαμόρφωσης QPSK με θόρυβο AWGN με E_b/N_0 5dB και 15dB:

Αφού παράξουμε θόρυβο AWGN για τις 2 τιμές που δίνονται, παρουσιάζουμε τα αντίστοιχα διαγράμματα αστερισμού:

Διάγραμμα αστερισμού διαμόρφωσης QPSK με θόρυβο AWGN και $E_b/N_0 = 5$ dB:



Διάγραμμα αστερισμού διαμόρφωσης QPSK με θόρυβο AWGN και $E_b/N_0 = 15\text{dB}$:



Παρατηρούμε ότι στο 1^ο διάγραμμα, όπου ο θόρυβος έχει μεγαλύτερη ένταση, υπάρχουν αρκετές αποκλίσεις από τις 4 αρχικές θέσεις και δεν μπορούμε να διακρίνουμε με ευκολία τις θέσεις των 4 διακριτών περιοχών που είχαμε νωρίτερα, με αποτέλεσμα να δυσκολεύεται ο δέκτης να διακρίνει ποιο είναι το σύμβολο που έστειλε ο πομπός. Αντίθετα, στη 2^η περίπτωση που ο θόρυβος έχει μικρότερη ένταση, διακρίνουμε ξεκάθαρα τις τέσσερις περιοχές και είναι πολύ πιο εύκολο για τον δέκτη να αντιληφθεί ποιο είναι το σύμβολο που στάλθηκε.

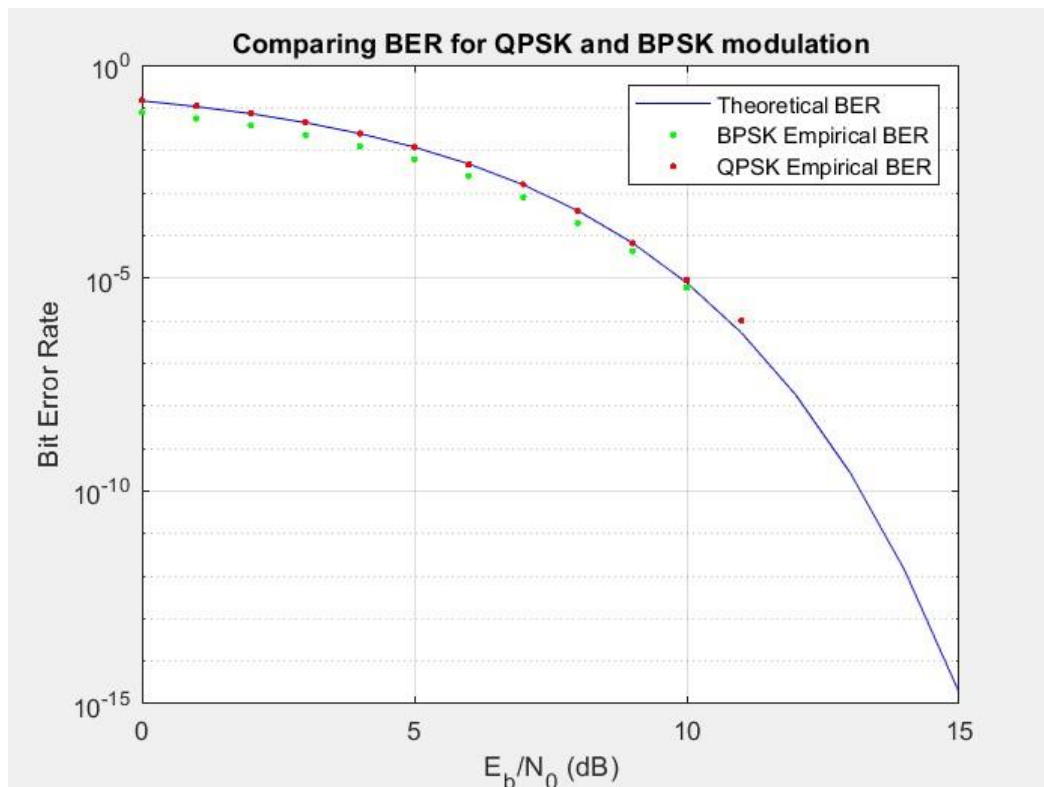
4.γ) Πιθανότητα Εσφαλμένου Ψηφίου (BER) για διαμόρφωση QPSK με θόρυβο AWGN:

Γνωρίζουμε ότι κατά τη διαμόρφωση QPSK, η πιθανότητα εσφαλμένου ψηφίου (BER), υπολογίζεται μέσω του τύπου:

$$P[\text{error}]_{QPSK} = Q(\sqrt{E_s/N_0}), \text{ όπου}$$

$$Q(x) = \frac{1}{2\pi} \int_x^\infty \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) du \text{ και } \frac{E_s}{N_0} \text{ ο λόγος SNR.}$$

Έχοντας παράξει ικανοποιητικό αριθμό τυχαίων bits (10^6) και θόρυβο AWGN κατάλληλης ισχύος, παρουσιάζουμε μαζί το θεωρητικό και το εμπειρικό διάγραμμα πιθανότητας εσφαλμένου ψηφίου (BER) για την QPSK διαμόρφωση, μαζί με το αντίστοιχο εμπειρικό διάγραμμα για την BPSK διαμόρφωση, συναρτήσει του λόγου E_b/N_0 ($= \text{SNR} - 3\text{dB}$) σε λογαριθμική κλίμακα για τιμές από 0-15 dB με βήμα 1dB:



Οι τιμές του εμπειρικού BER για την QPSK διαμόρφωση ταυτίζονται για τις πρώτες 12 τιμές με τις αντίστοιχες θεωρητικές. Στη συνέχεια, όπου η τιμή E_b/N_0 γίνεται μεγαλύτερη, βλέπουμε πως δεν εμφανίζονται σημεία στην εμπειρική καμπύλη. Αυτό συμβαίνει, γιατί οι αντίστοιχες τιμές είναι όλες 0.

Επίσης, παρατηρούμε πως για ίδιες τιμές E_b/N_0 οι τιμές BER της διαμόρφωσης BPSK είναι μικρότερες από αυτές της QPSK. Επομένως, συμπεραίνουμε πως η απόδοση της BPSK είναι καλύτερη. Αυτό, φαίνεται και λογικό, διότι, στη QPSK διαμόρφωση, έχουμε 4 σύμβολα, τα οποία καταλαμβάνουν το καθένα μικρότερο χώρο στο διάγραμμα αστερισμού και υπάρχουν 4 κατώφλια απόφασης (διαχωριστικές γραμμές), ενώ στη BPSK διαμόρφωση, έχουμε μόνο δύο σύμβολα και συνεπώς μόνο ένα κατώφλι απόφασης (διαχωριστική γραμμή). Άρα, στη διαμόρφωση QPSK περιμένουμε να υπάρχουν περισσότερα λάθη κατά την κωδικοποίηση.

4.6) Μετάδοση αρχείου κειμένου:

Στα πλαίσια αυτού του υποερωτήματος υλοποιούμε τηλεπικοινωνιακό σύστημα που χρησιμοποιείται για μετάδοση και ανάκτηση αρχείου κειμένου (αποσπάσματα από το άρθρο “*Mathematical analysis of random noise*” του S. O. Rice το οποίο δημοσιεύτηκε στο περιοδικό *The bell System Technical Journal* τον Ιούλιο του 1944). Εφόσον ο AM αντιστοιχεί σε 3 που είναι περιττός, θα χρησιμοποιήσουμε το αρχείο ***rice_odd.txt***, το οποίο περιλαμβάνει το ακόλουθο απόσπασμα:

“The random noise considered is that which arises from shot effect in vacuum tubes or from thermal agitation of electrons in resistors. [...] When a noise voltage or a noise voltage plus a signal is applied to a non-linear device, such as a square-law or linear rectifier, the output will also contain noise. [...] The shot effect in vacuum tubes is a typical example of noise. It is due to fluctuations in the intensity of the stream of electrons flowing from the cathode to the anode.”

(i) Μετατροπή του ASCII σε binary (bits):

Αρχικά, αφού διαβάσουμε το αρχείο (μέσω των εντολών `fopen` & `fscan`), το μετατρέπουμε την κωδικοσειρά ASCII σε binary (bits) χρησιμοποιώντας την εντολή `dec2bin`.

(ii) Κβάντιση 8 ψηφίων (bits):

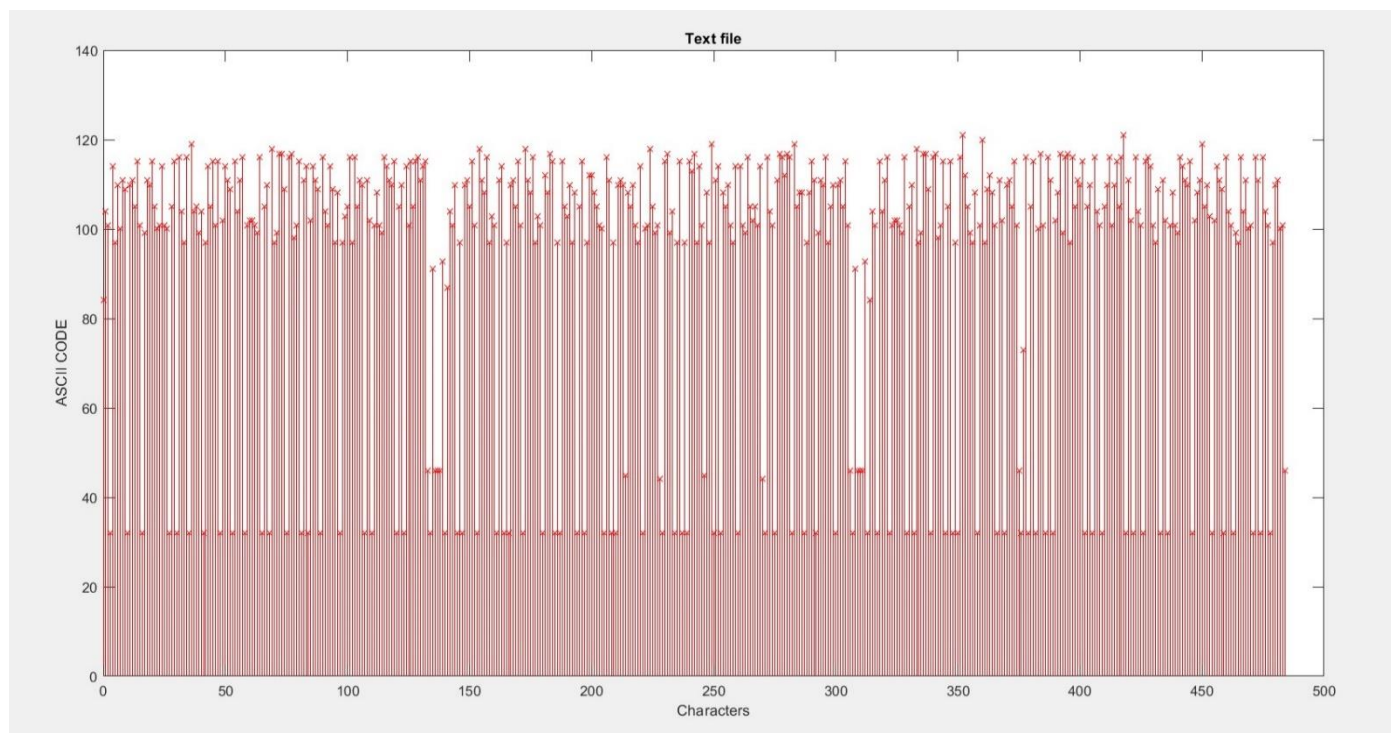
Στη συνέχεια, κβαντίζουμε το σήμα χρησιμοποιώντας ομοιόμορφο κβαντιστή 8 ψηφίων (bits).

Εφόσον έχουμε **$R = 8$ bits**, αυτό σημαίνει ότι θα έχουμε **$L = 2^R = 256$ επίπεδα κβάντισης**.

Το μέγεθος βήματος θα δίνεται από τον τύπο: $\Delta = \frac{\max(m(t)) - \min(m(t))}{L}$.

Για το συγκεκριμένο υποερώτημα, χρησιμοποιήθηκαν κομμάτια κώδικα από το 2^ο ερώτημα, αφού πρώτα τροποποιήθηκαν κατάλληλα.

Παρακάτω απεικονίζουμε το σήμα εξόδου:

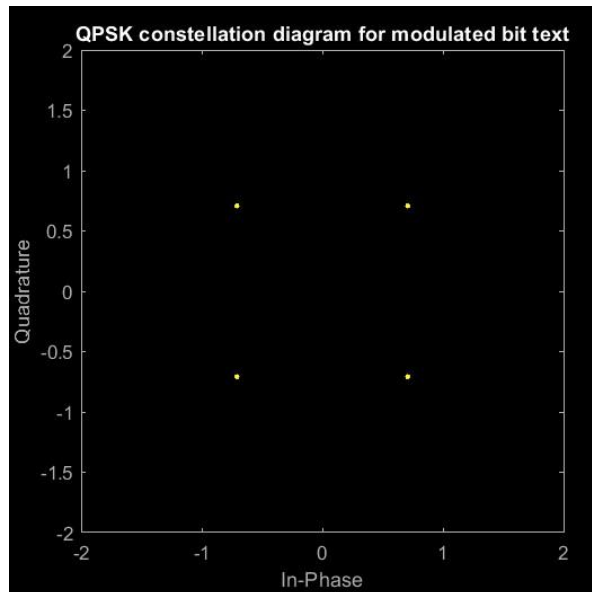


(iii) QPSK διαμόρφωση του κβαντισμένου σήματος:

Έπειτα, διαμορφώνουμε το κβαντισμένο σήμα κατά QPSK θεωρώντας απεικόνιση (mapping) Gray και σύμβολα πλάτους 1V. Δηλαδή, αφού μετατρέψουμε τις κβαντισμένες τιμές σε ακολουθία bits και στη συνέχεια σε σύμβολα των 2 bits ($s_1(t)$, $s_2(t)$, $s_3(t)$ και $s_4(t)$), υλοποιούμε τη διαμόρφωση QPSK πάνω στη βασική ζώνη, όπως κάναμε σε προηγούμενα ερωτήματα.

Με χρήση της εντολής scatterplot, παίρνουμε το ζητούμενο διάγραμμα αστερισμού:

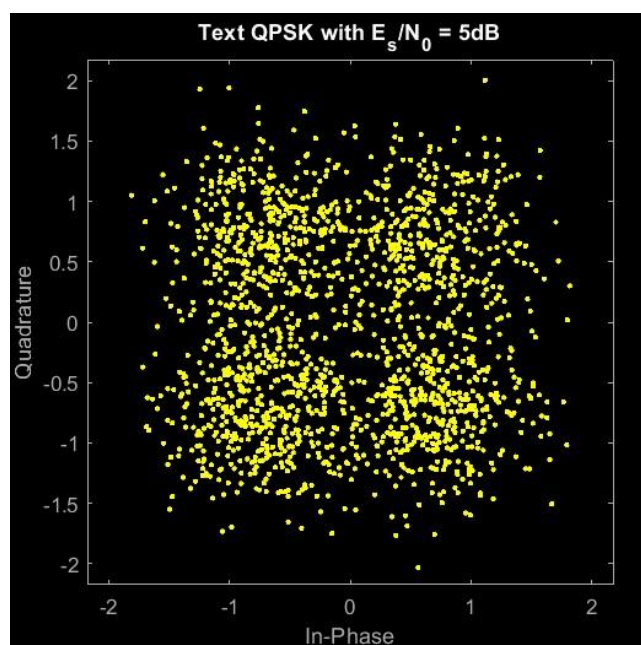
Διάγραμμα αστερισμού για το QPSK σήμα:



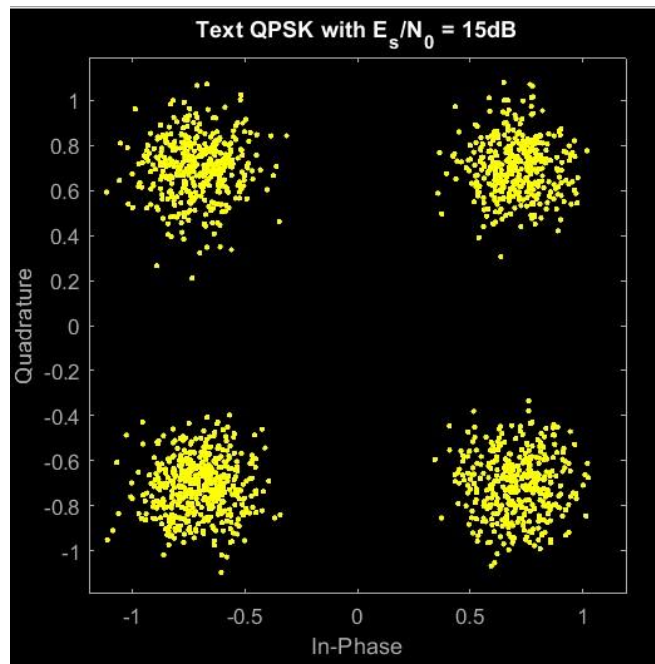
(iv) Παραγωγή και προσθήκη θορύβου AWGN στο σήμα QPSK για λόγο E_s/N_0 , 5 και 15 dB – (v) Αποδιαμόρφωση κβαντισμένου σήματος:

Όμοια με προηγούμενα ερωτήματα, παράγουμε θόρυβο AWGN και τον προσθέτουμε στο QPSK σήμα για τις 2 δοθείσες τιμές του λόγου E_s/N_0 . Έτσι, παίρνουμε τα παρακάτω διαγράμματα αστερισμού:

Διάγραμμα αστερισμού QPSK σήματος με θόρυβο AWGN και $E_s/N_0 = 5$ dB:



Διάγραμμα αστερισμού QPSK σήματος με θόρυβο AWGN και $E_s/N_0 = 15$ dB:



Όπως και σε προηγούμενα παραδείγματα, έτσι και εδώ παρατηρούμε τα εξής:

Στο 1^ο διάγραμμα όπου ο θόρυβος έχει μεγαλύτερη ένταση δεν μπορούμε να διακρίνουμε με ευκολία ότι υπάρχουν 4 διακριτές περιοχές με αποτέλεσμα ο δέκτης να δυσκολευτεί να διακρίνει ποιο είναι το σύμβολο που έστειλε ο πομπός. Αντίθετα, στο 2^ο διάγραμμα, φαίνεται καθαρά ποιο είναι το σύμβολο που στάλθηκε.

Για την αποδιαμόρφωση χρησιμοποιούμε τη συνάρτηση **comm.QPSKDemodulator**.

(vi) Πιθανότητα Εσφαλμένου Ψηφίου (BER) για διαμόρφωση QPSK με θόρυβο AWGN:

Για την εύρεση της πειραματικής τιμής του BER χρησιμοποιούμε την εντολή `symber` του MATLAB, ενώ για τον υπολογισμό της αντίστοιχης θεωρητικής τιμής της πιθανότητας εσφαλμένου ψηφίου (BER), χρησιμοποιούμε τον τύπο:

$$P[\text{error}]_{QPSK} = Q(\sqrt{E_s/N_0}), \text{ όπου}$$

$$Q(x) = \frac{1}{2\pi} \int_x^\infty \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) du \text{ και } \frac{E_s}{N_0} \text{ ο λόγος SNR.}$$

Για να χρησιμοποιήσουμε τον λόγο SNR μέσα στη συνάρτηση Q θα πρέπει να τον μετατρέψουμε από dB στην ισοδύναμη γραμμική μονάδα μέτρησης μέσω της σχέσης:

$$SNR_{linear} = 10^{\frac{SNR_{dB}}{10}}$$

Έτσι τελικά παίρνουμε:

Για $E_s/N_0 = 5dB$:

- Πειραματικό BER: 0.0383
- Θεωρητικό BER: 0.0377

Για $E_s/N_0 = 15dB$:

- Πειραματικό BER: 0
- Θεωρητικό BER: $9.361 \cdot 10^{-9} \cong 0$

Βλέπουμε δηλαδή, ότι στην περίπτωση των 15dB, η πιθανότητα εσφαλμένου ψηφίου (BER) είναι μηδενική, το οποίο σημαίνει ότι ο δέκτης θα διαβάσει σωστά όλα τα bits που θα δεχτεί από τον πομπό. Αντίθετα, στην περίπτωση των 5dB, όπου η ένταση του θορύβου είναι μεγαλύτερη, η πιθανότητα λήψης εσφαλμένου ψηφίου (BER) είναι μη μηδενική, υποδεικνύοντας ότι μπορεί να υπάρξει λανθασμένη λήψη ψηφίου στον δέκτη.

(vii) Ανακατασκευή του αρχείου κειμένου:

Έχοντας αποδιαμορφώσει τα σήματα από το υποερώτημα (v), ανακατασκευάζουμε το αρχείο κειμένου (κάνοντας χρήση και της συνάρτησης bin2dec) για τις δύο περιπτώσεις E_s/N_0 . Το ανακατασκευασμένο αρχείο κειμένου αποθηκεύεται στα αρχεία ***demoded_text_5dB.txt*** (για $E_s/N_0 = 5$ dB) και ***demoded_text_15dB.txt*** (για $E_s/N_0 = 15$ dB), τα οποία και παρουσιάζουμε:

demoded_text_5dB.txt ($E_s/N_0 = 5dB$):

*"TheOrandom ngise konsidered is that0'h}ch`aRIses drOm 3hot egfEct kn vacuum
tubus or fzo=(thermah acatatimn Gf eleatvonr!in vEsiStmrs' [/..] WheN a noise
voltage or\$a!nmise vmiltage pl5s `sichah is!cppliel to q N'n-dijeer0de6hCe, sueh as E
square-l`w or lineqr rectifier, 6he oup`ud will alc conTain .oisE.![...] \he sHop
effe#t(in vacUum tubes hs a pypyca| lXampd} of noism. t0is due
to!fluctuations0in the`il4elsi4} of!tje0stream o&\$d, egub2ns f~kwIngOnrom txm
cadjode to the !lo\$Mn"*

demoded text 15dB.txt ($E_s/N_0 = 15dB$):

“The random noise considered is that which arises from shot effect in vacuum tubes or from thermal agitation of electrons in resistors. [...] When a noise voltage or a noise voltage plus a signal is applied to a non-linear device, such as a square-law or linear rectifier, the output will also contain noise. [...] The shot effect in vacuum tubes is a typical example of noise. It is due to fluctuations in the intensity of the stream of electrons flowing from the cathode to the anode.”

Παρατηρούμε πως στην 1^η περίπτωση, όπου $E_s/N_0 = 5dB$, η ένταση του θορύβου AWGN είναι αρκετά ισχυρή, ώστε να προκαλέσει αρκετά σφάλματα (όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως), με αποτέλεσμα το ανακατασκευασμένο αρχείο κειμένου να διαφέρει από το αρχικό σε μεγάλο βαθμό.

Αντίθετα, στη 2^η περίπτωση, όπου ο λόγος E_s/N_0 είναι μεγαλύτερος και ίσος με 15dB, η ένταση του θορύβου δεν είναι τόσο ισχυρή, και, όπως είδαμε και στο διάγραμμα αστερισμού, ο δέκτης μπορεί να διακρίνει εύκολα την πληροφορία που στάλθηκε. Επομένως, τα σφάλματα είναι αμελητέα και συνεπώς, το ανακατασκευασμένο σήμα είναι ολόιδιο με το αρχικό.

5^ο Ερώτημα:

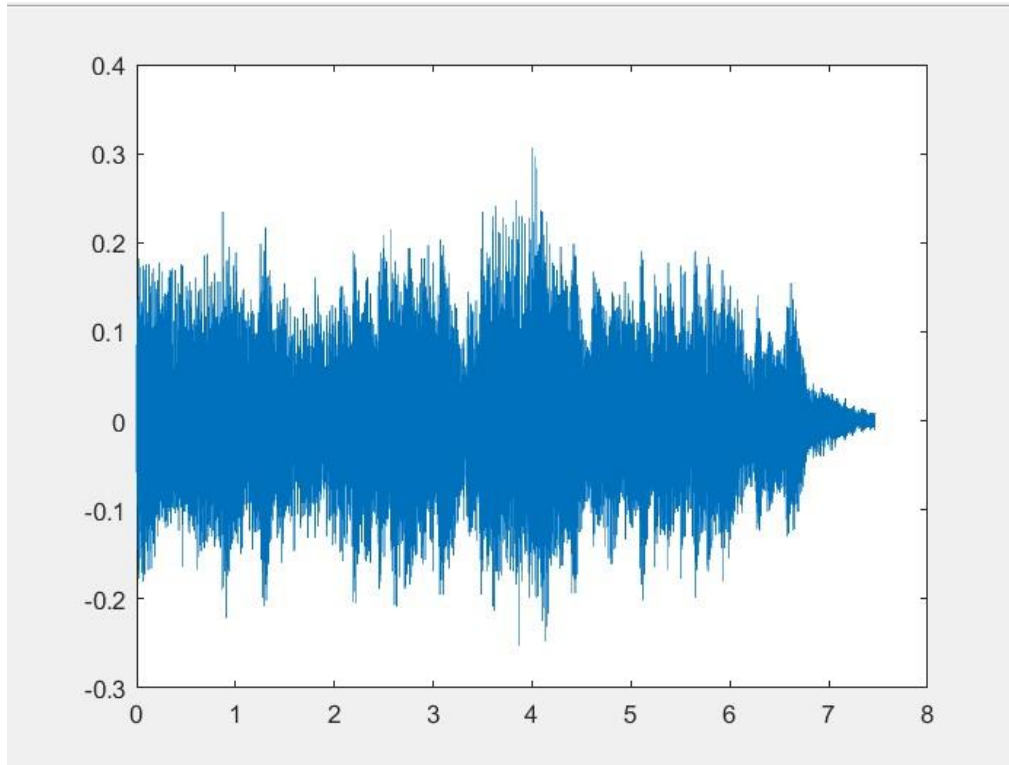
Στα πλαίσια αυτού του ερωτήματος, υλοποιούμε τηλεπικοινωνιακό σύστημα που χρησιμοποιείται για μετάδοση και ανάκτηση αρχείου ήχου τύπου **.wav signed 16-bit PCM Mono 44100 Hz**. Εφόσον ο AM αντιστοιχεί σε 3 που είναι περιττός, θα χρησιμοποιήσουμε το αρχείο **soundfile1_lab2.wav**. Αφού διαβάσουμε το αρχείο, στη συνέχεια θα το κβαντίσουμε και μετά θα το διαμορφώσουμε κατά QPSK. Έπειτα, θα προσθέσουμε θόρυβο AWGN και θα μελετήσουμε την πιθανότητα εσφαλμένου ψηφίου (BER). Τέλος, θα αποδιαμορφώσουμε το σήμα και θα επιχειρήσουμε να ανακατασκευάσουμε το αρχείο ήχου σε μορφή **.wav unsigned 8-bit PCM Mono 44100 Hz**. Πολλά από τα ερωτήματα έχουν επαναληφθεί προηγουμένως, γι' αυτό θα επαναχρησιμοποιήσουμε ορισμένα κομμάτια κώδικα (τροποποιώντας τα κατάλληλα).

5.α) Ανάγνωση και αναπαράσταση του αρχείου ήχου .wav:

Αρχικά, διαβάζουμε το αρχείο **soundfile1_lab2.wav** με χρήση της εντολής:

```
[sound,fs_sound] = audioread('soundfile1_lab2.wav');
```

όπου, $f_{sound} = 44100 \text{ Hz}$ είναι η συχνότητα δειγματοληψίας του σήματος, και κατόπιν, παρουσιάζουμε σε διάγραμμα την κυματομορφή του σήματος που αναπαριστά:



5.β) Κβάντιση 8 ψηφίων (bits):

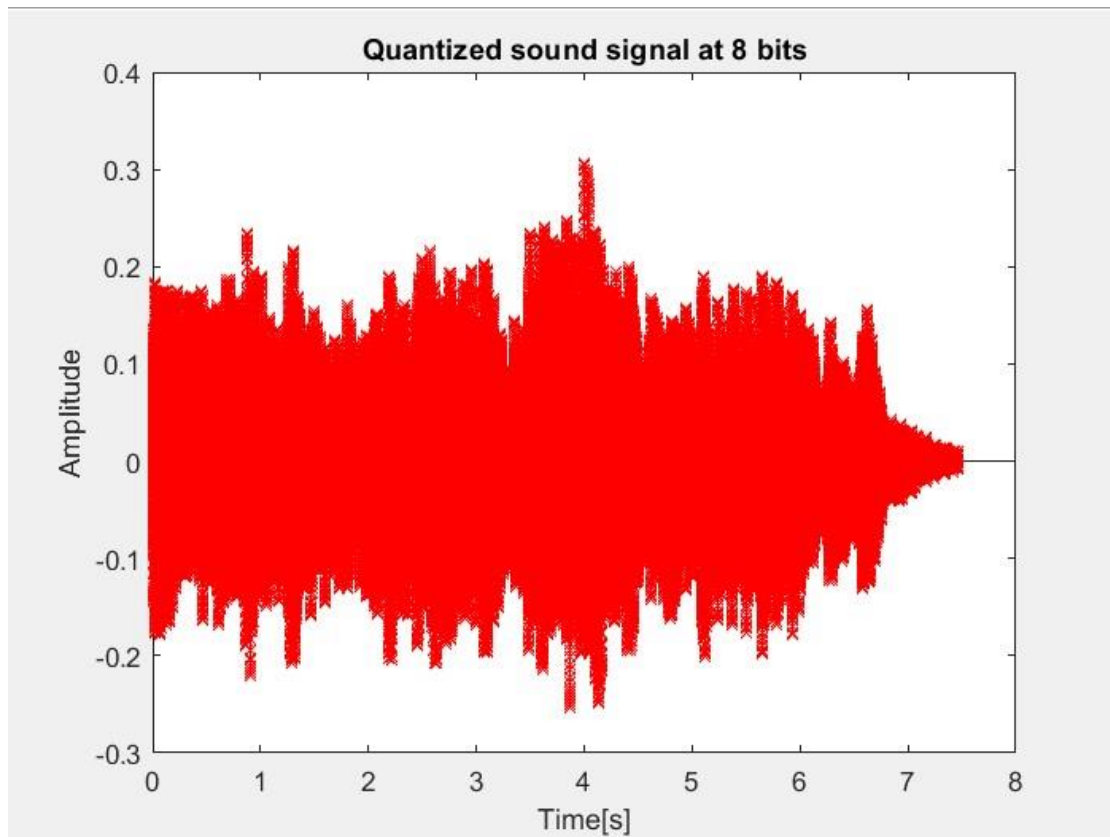
Στη συνέχεια, κβαντίζουμε το σήμα, χρησιμοποιώντας ομοιόμορφο κβαντιστή 8 ψηφίων (bits).

Εφόσον έχουμε $R = 8 \text{ bits}$, αυτό σημαίνει ότι θα έχουμε $L = 2^R = 256 \text{ επίπεδα κβάντισης}$.

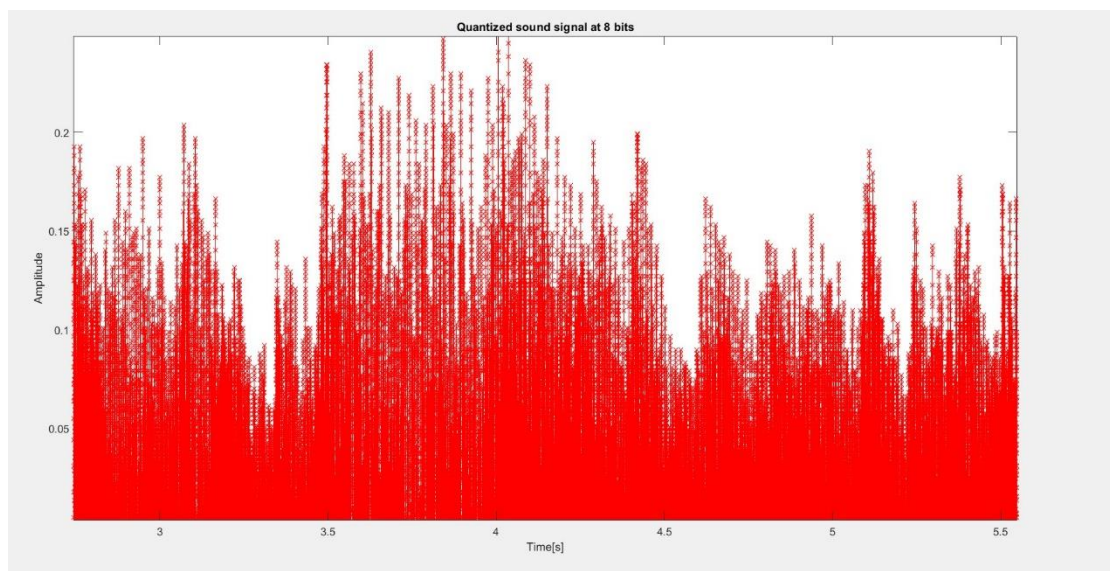
Το μέγεθος βήματος θα δίνεται, κατά τα γνωστά από τον τύπο:

$$\Delta = \frac{\max(m(t)) - \min(m(t))}{L}.$$

Το κβαντισμένο σήμα που προκύπτει είναι το εξής:



Κάνοντας zoom in στο παραπάνω διάγραμμα, μπορούμε να διακρίνουμε τα επίπεδα κβάντισης καλύτερα:



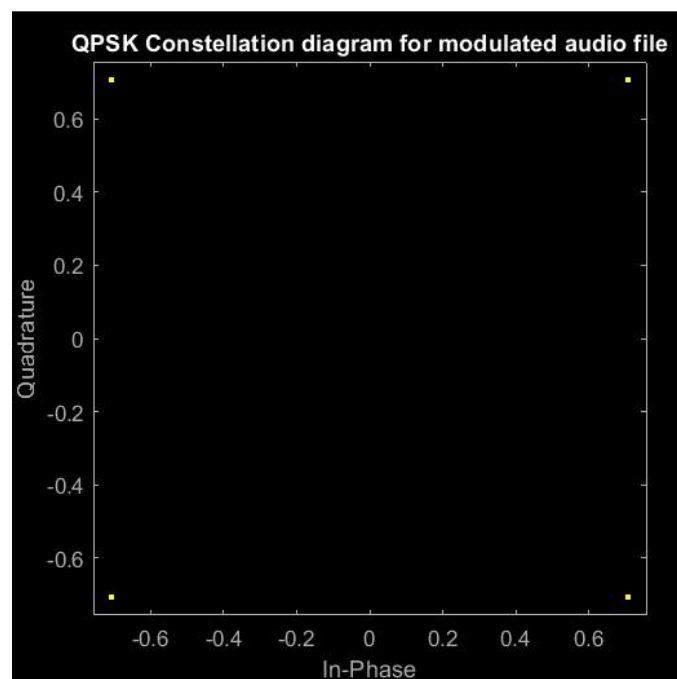
5.γ) QPSK διαμόρφωση του κβαντισμένου σήματος

5.δ) Παραγωγή και προσθήκη θορύβου AWGN στο σήμα QPSK για λόγο E_s/N_0 , 4 και 14 dB

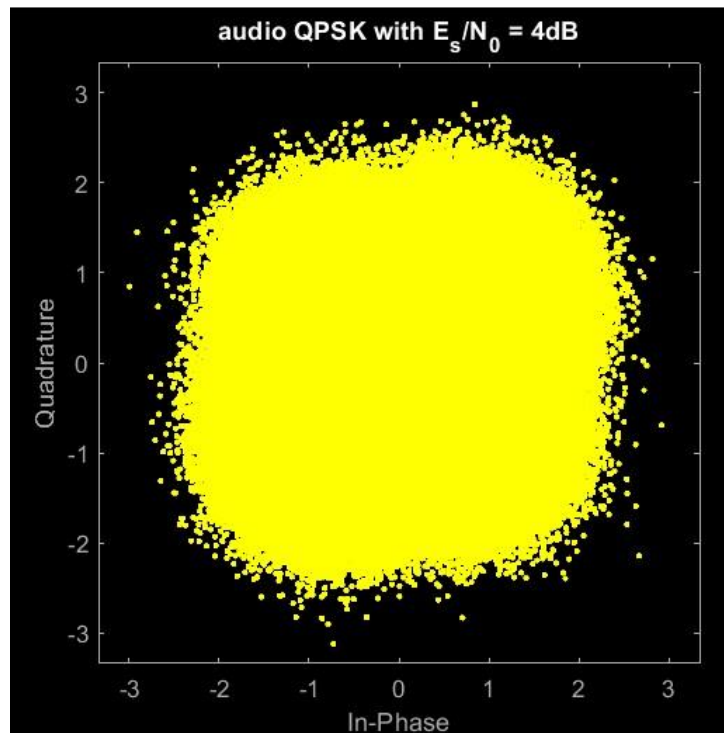
5.ε) Αποδιαμόρφωση κβαντισμένου σήματος:

Σε αυτά τα υποερωτήματα, ακολουθούμε την ίδια διαδικασία με το 4^ο ερώτημα. Δηλαδή, διαμορφώνουμε το κβαντισμένο σήμα κατά QPSK (θεωρώντας απεικόνιση (mapping) με κωδικοποίηση Gray) , παράγουμε και προσθέτουμε θόρυβο AWGN, αυτή τη φορά με τιμές E_s/N_0 , 4dB και 14dB, αποδιαμορφώνουμε το σήμα (με χρήση της εντολής **comm.QPSKDemodulator** και παρουσιάζουμε τα αντίστοιχα διαγράμματα αστερισμού:

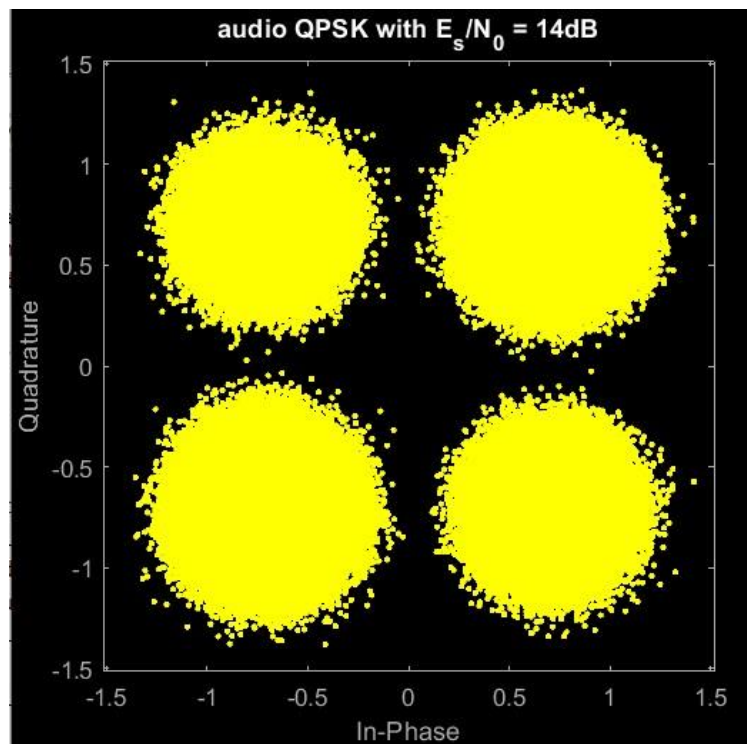
Διάγραμμα αστερισμού QPSK σήματος:



Διάγραμμα αστερισμού QPSK σήματος με θόρυβο AWGN και $E_s/N_0 = 4$ dB:



Διάγραμμα αστερισμού QPSK σήματος με θόρυβο AWGN και $E_s/N_0 = 14$ dB:



Όπως και στο 4^ο ερώτημα, έτσι και σε αυτό, κάνουμε τις εξής παρατηρήσεις:

Στην περίπτωση όπου $E_s/N_0 = 4\text{dB}$, ο θόρυβος έχει μεγαλύτερη ένταση και δεν μπορούμε να διακρίνουμε με ευκολία ότι υπάρχουν 4 διακριτές περιοχές με αποτέλεσμα ο δέκτης να δυσκολεύεται να διακρίνει ποιο είναι το σύμβολο που έστειλε ο πομπός. Αντίθετα, στην περίπτωση όπου $E_s/N_0 = 14\text{dB}$, φαίνονται καθαρά οι τέσσερις διακριτές περιοχές και ο δέκτης μπορεί να καταλάβει εύκολα ποιο είναι το σύμβολο που στάλθηκε.

5.στ) Πιθανότητα Εσφαλμένου Ψηφίου (BER) για διαμόρφωση QPSK με θόρυβο AWGN:

Χρησιμοποιώντας τους ίδιους τύπους με το ερώτημα 4.δ (vi) βρίσκουμε τη θεωρητική τιμή του bit error rate για $E_s/N_0 = 4\text{dB}$ και 14dB αντίστοιχα. Μέσω της εντολής `symmer` MATLAB υπολογίζουμε την αντίστοιχη πειραματική τιμή όπως κάναμε και νωρίτερα. Έτσι τελικά παίρνουμε:

Για $E_s/N_0 = 4\text{dB}$:

- Πειραματικό BER: 0.0563
- Θεωρητικό BER: 0.0565

Για $E_s/N_0 = 14\text{dB}$:

- Πειραματικό BER: $1.8973 \cdot 10^{-7}$.
- Θεωρητικό BER: $2.6951 \cdot 10^{-7}$.

Σε σχέση με το ερώτημα 4.δ (vi), παρατηρούμε ότι και εδώ, η πιθανότητα εσφαλμένου ψηφίου (BER) είναι μεγαλύτερη στην περίπτωση των 4dB , όπου ο θόρυβος έχει μεγαλύτερη ένταση, ενώ στην περίπτωση των 14dB , η τιμή προσεγγίζει το 0.

5.ζ) Ανακατασκευή του σήματος ήχου:

Έχοντας αποδιαμορφώσει τα σήματα στο υποερώτημα ε', ανακατασκευάζουμε το αρχείο ήχου για τις δύο περιπτώσεις E_s/N_0 . Το ανακατασκευασμένο αρχείο ήχου αποθηκεύεται στα αρχεία ***regained_sound_4dB.wav*** (για $E_s/N_0 = 4\text{dB}$) και ***regained_sound_14dB.wav*** (για $E_s/N_0 = 14\text{dB}$). Τα ανακατασκευασμένα αρχεία ήχου ζητείται να είναι σε μορφή ***.wav unsigned 8-bit PCM Mono 44100 Hz***. Έχοντας αποθηκεύσει τα ανακτημένα αρχεία ήχου, ακούμε το περιεχόμενό τους.

Ακούγοντας τα δύο αρχεία, παρατηρούμε ότι η ποιότητα του ανακτημένου ήχου για $E_s/N_0 = 4\text{dB}$ είναι εμφανώς χειρότερη από αυτήν για $E_s/N_0 = 14\text{dB}$. Αυτό είναι αναμενόμενο, διότι όσο μικρότερος είναι ο λόγος E_s/N_0 , τόσο μεγαλύτερη είναι η ένταση του θορύβου, άρα τόσο περισσότερα είναι και τα σφάλματα και τελικά, τόσο μεγαλύτερη είναι και η αλλοίωση του αρχικού ήχου.

Σημειώνουμε τέλος, ότι ακόμα και στην περίπτωση όπου $E_s/N_0 = 14\text{dB}$, γίνεται αισθητή μία αλλοίωση σε σχέση με το αρχικό σήμα ήχου, η οποία οφείλεται στο γεγονός ότι η αποκωδικοποίηση έγινε σε unsigned 8-bits (έναντι του signed 16-bits) προσθέτοντας έτσι αρκετο επιπλέον θόρυβο, με αποτέλεσμα την υπονόμηση της ποιότητας του ήχου.

Σημείωση: σε ορισμένα ερωτήματα, δίνεται ο λόγος E_s/N_0 αντί του λόγου E_b/N_0 . Στην περίπτωση αυτή, το SNR δίνεται από τον τύπο:

$$SNR = \frac{E_s}{N_0} - 10 \log_{10} \left(0.5 \cdot \frac{\text{περίοδος συμβόλου}}{\text{περίοδος του bit}} \right)$$

Η περίοδος του συμβόλου είναι διπλάσια της περιόδου του bit (T_{bit}). Άρα:

$$SNR = \frac{E_s}{N_0} - 10 \log_{10} \left(0.5 \cdot \frac{2T_{bit}}{T_{bit}} \right) \rightarrow SNR = E_s/N_0.$$

Επίσης, οι δύο λόγοι, συνδέονται με τη σχέση:

$$\frac{E_s}{N_0} = \frac{E_b}{N_0} \log_2(M),$$

όπου M είναι το πλήθος των διαφορετικών συμβόλων (π.χ $M = 4$ για QPSK και $M = 8$ για 8-PSK).