# 거리정보를 이용해 위치를 추적하는 알고리즘과 해당 알고리즘의 최적화 방향성

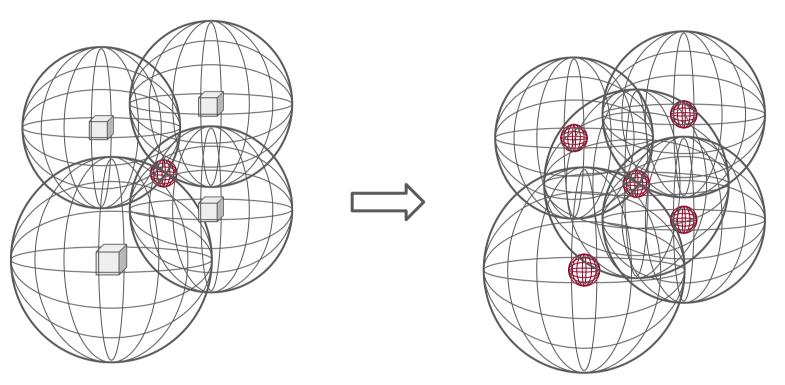
송명우, erados@korea.ac.kr 고려대학교 전기전자공학부

#### 요약

본 연구는 GPS 의 거리정보 기반의 위치추적 시스템을 응용, 간소화하여 사물의 변형이나 움직임을 거리 정보를 통해 추적하는 알고리즘을 제안하고 알고리즘의 성능에 영향을 미치는 변수를 조정해가며 해당 알고리즘의 최적화 방법에 대한 방향성을 실험적으로 확인했다.

### 서론

- GPS 는 4개 이상의 위성으로부터 시간 정보가 담긴 신호를 받아 거리 정보를 역산하여 기준국과의 변위를 측정하고 자신의 위치를 알 수 있는 위성항법 시스템이다. 이를 확장하여 생각해보면 서로의 거리정보를 알 수 있는 장치가 다수 있다고 가정했을때, 위성항법 시스템을 응용하여 서로간의 상대적인 위치를 정확히 추측해낼 수 있다는 것을 알 수 있다.
- 본 연구는 모든 장치가 시간 정보의 송신자이면서 수신자인 경우를 생각하여 각 장치가 서로간의 실제 거리를 알게 되었을때 장치의 위치를 추정하는 알고리즘을 구현하였다. 그리고 특정 개수의 장치가 존재할 때, 각 장치가 몇 개의 장치와 정보를 교환하는 것이 가장 효율적인지를 실험적으로 확인했다.



### 알고리즘

거리정보를 사용해 위치정보를 알아내는 알고리즘은 크게 두 가지가 있다.

- 연립방정식
  - 3차원상의 어떤 위치에 대해 거리가 일정한 점을 모두 모으면 구가 되므로 n-1 개의 장치에 대해 (n-1)! 개의 3차 방정식이 포함된 연립 방정식을 푸는 방법
  - 3 \* n 개의 변수가 주어지므로 n >= 4 일 때 위치 특정 가능함을 확인
  - 구현이 어렵다.
- 경사하강법
  - 오차함수 = 모든 지점들 간의 실제 거리와 추정 거리의 차의 제곱
  - 컴퓨터의 연산력에 영향을 미치는 제곱근을 수식에서 제외하기위해 거리의 제곱을 사용
  - 수식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\mathbf{x}_{n+1,g} = \mathbf{x}_{n,g} - \gamma_n \nabla F(\mathbf{x}_{n,g}), n > 0$$

$$F(\mathbf{x}_{n,g}) = \sum_{i \neq n} \left[ \left\{ (x_{n,g} - x_{i,g})^2 + (y_{n,g} - y_{i,g})^2 + (z_{n,g} - z_{i,g})^2 \right\} - \left\{ (x_{n,a} - x_{i,a})^2 + (y_{n,a} - y_{i,a})^2 + (z_{n,a} - z_{i,a})^2 \right\} \right]^2$$

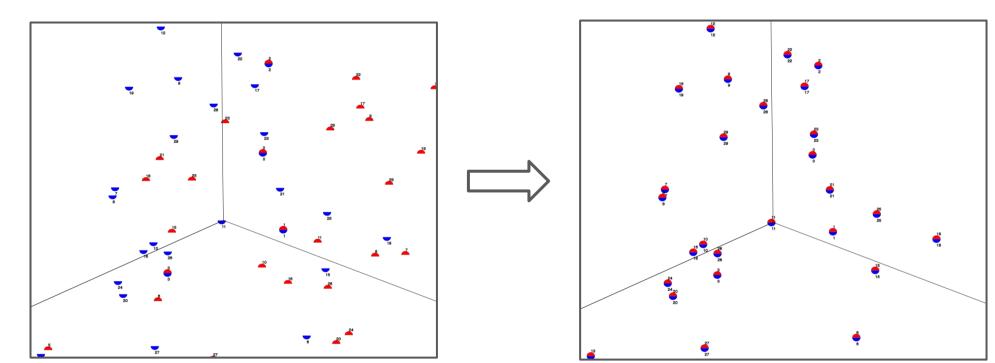
$$\nabla F(\mathbf{x}_{n,g}) = 4 * \sum_{i \neq n} \left[ (\mathbf{x}_{n,g} - \mathbf{x}_{i,g}) \left( \left\{ (x_{n,g} - x_{i,g})^2 + (y_{n,g} - y_{i,g})^2 + (z_{n,g} - z_{i,g})^2 \right\} - \left\{ (x_{n,a} - x_{i,a})^2 + (y_{n,a} - y_{i,a})^2 + (z_{n,a} - z_{i,a})^2 \right\} \right) \right]$$

본 연구에서는 구현이 쉬운 경사하강법을 사용하여 알고리즘을 구현했다.

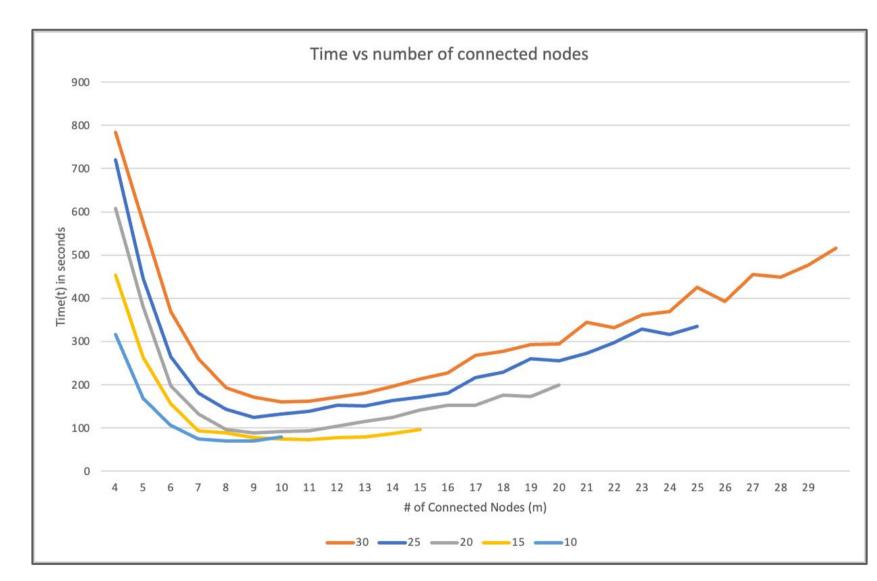
## 실험방법

- 가설
  - 모든 점을 연결 시키기 전 모든 점을 연결 시킨 것과 유사한 성능을 내는 지점이 있을 것이며 이 지점이 연산이 최적화되는 지점이다.
- 식헌 방법
  - 총 장치의 수 n 을 10, 15, 20, 25, 30 으로 변화
  - 각 장치가 몇 개(m)의 다른 장치와의 거리 정보를 가지고 있는지를 4~n 으로 변화
  - 1000 개의 랜덤한 배치에 대해 실제 위치를 추측해내는 시간을 측정
- 기타 제약 사항
  - 각 장치가 연결되는 장치는 매번 무작위로 설정
  - 경사하강법을 특정 횟수 반복할 때까지 오차값이 줄어들지 않으면 추정 위치를 무작위로 초기화하여 다시 알고리즘을 수행
  - Local Minima 가 많은 배치에서 시간이 지나치게 많이 걸림
    - → 5번 연속 실패하는 경우 장치의 실제 위치를 무작위로 재배치
  - 상대적인 좌표가 아닌 실제 좌표를 추정하기 위해 기준점이 되는 4
     개의 장치는 자신의 실제 위치를 알고 있다고 가정
- 실험 장비는 M1 프로세서를 탑재한 애플 맥북 프로를 사용

#### 결과



\* 파란색 반원 : 실제 위치, 빨간색 반원 : 추정한 위치



- 알고리즘의 시간복잡도가 O(mn) 이므로 m 이 1 증가할 때 연산은 n 증가하나 그래프는 비선형적임
- 실제로 알고리즘을 최적화할 수 있는 지점이 m < n 에 존재함을 확인
- 해당 알고리즘을 효율적으로 최적화하기 위해서는 m=4 부터 시작하여 m 을 늘려가면서 계산하는 것이 좋음
- 연산을 병렬화 할 수 있으므로 각 장치에서 자신의 위치를 추정하게 한다면 속도가 비약적으로 증가할 것임

## 결론

- 실험적으로 거리 정보를 통해 위치를 추적할 수 있다는 것을 확인하였다.
- 작은 물체의 변형을 추적하려면 장치간의 거리가 너무 가까워 시간 정확도가 상당히 커야한다는 한계가 있다. 거리를 구하는 경우 비용적인 측면에서 속도가 빠른 전자기파보다는 초음파를 사용하는 경우가 많으나 초음파는 지향성이 있어 해당 알고리즘에 적용하기 어렵다.
   따라서 해당 알고리즘을 현실적으로 활용하는데에는 현재로서 무리가 있다.
- 이러한 한계점을 극복할 수 있다면 실내측위, 모션 캡쳐, IoT, 자율주행 등 많은 분야에 활용될 수 있을 것이다.



코드/시뮬레이션