

אלגוריתמים כלכליים - מטלה 8

נר סון - 323918599

3.

א.

א. ניתן להפוך את "מכרז ויקרי" למאוזן תקציבית ע"י חלוקת הסכום, שמשלם הזוכה, שווה בשווה בין השחקנים. הוכיחו, שהאלגוריתם המתקבל אינו מגלה אמת.

מכרז ויקרי, כאשר מחלקים את הסכום שמשלם הזוכה בין השחקנים, אינו מגלה-אמת.

הוכחה:

ניקח מקרה של שני שחקנים וחפץ אחד. נניח שהערך של שחקן א לחפץ הוא 10, והערך של שחקן ב הוא 2. \Rightarrow אם שני השחקנים יגידו אמת, שחקן א יקבל את החפץ וישלם לשחקן ב 1 (ישלם 2 וחצי מזה יחזור אליו). \Rightarrow אם שחקן ב ישקר ויצהיר על ערך 9 (למשל), הוא יקבל 4.5 \Rightarrow באופן כללי, אם לשחקן 1 יש ערך v_1 ולשחקן 2 ערך v_2 כך ש $v_1 > v_2$, כדאי לשחקן 2 להצהיר על ערך $\varepsilon - v_1$, עבור ε קטן כמה שיותר.

ב.

* ב. הוכיחו, שלא קיים אלגוריתם שהוא גם יעיל-פארטו, גם מאוזן תקציבית, וגם מגלה אמת, לחלוקת חפץ אחד בין שני שחקנים.

יהי A אלגוריתם יעיל פארטו ומאוזן תקציבית. נוכיח שהוא לא מגלה-אמת.

אבחנה: כיוון ש A יעיל פארטו, הוא נותן את החפץ לשחקן עם הערך הגבוה יותר (אחרת להעביר את החפץ לשחקן עם הערך הגבוה יותר, ושהוא ישלם לשחקן עם הערך הנמוך את הערך שלו זה שיפור פארטו).

נניח ששחקן א הוא בעל הערך הגבוה יותר לחפץ. \Rightarrow כיוון ש A מאוזן תקציבית, שחקן א משלם לשחקן ב סכום כלשהו p (יתכן ש p שלילי או 0).

נחלק למקרים:

אם p הוא ערך קבוע (לא תלוי בכלל בהצהרות של השחקנים):

\Rightarrow האלגוריתם לא מגלה אמת: במקרה שבו שחקן מעריך את החפץ בפחות מק, כדאי לו להגיד ערך נמוך כמה שיותר, כדי שלא יקבל את החפץ וישלם יותר ממה שהוא שווה עבורו.

אם p תלוי בערך ששחקן א מצהיר עליו ($p = p(v_1)$):

אם p מונוטוני עולה בערך (המוצהר) של שחקן א:

\Rightarrow האלגוריתם לא מגלה אמת: כדאי לשחקן א להגיד רק קצת יותר משחקן ב, כדי לשלם פחות. (למשל אם שחקן ב מעריך ב 2 כדאי לשחקן א להגיד 2.1 ולא 10 גם אם 10

הוא הערך האמיתי)

אם p לא מונוטוני עולה בערך (המוצהר) של שחקן א:

קיימים x ו- ε כך ש $p(x + \varepsilon) > p(x)$. כלומר אם הערך האמיתי של x הוא x , עדיף לו להגיד $x + \varepsilon$, וכך ישלם פחות.
 \leq האלגוריתם לא מגלה אמת

אם p תלוי בערך ששחקן ב מצהיר עליו, אבל לא בערך ששחקן א מצהיר עליו $(p = p(v_2))$:

אם p מונוטוני עולה בערך (המוצהר) של שחקן ב:
 \leq האלגוריתם לא מגלה אמת: עדיף לשחקן ב להגיד רק קצת פחות משחקן א, כדי לקבל יותר (למשל אם הערך של א הוא 10 עדיף לב להגיד 9 מאשר 2 גם אם 2 הוא הערך האמיתי).

אם p לא מונוטוני עולה בערך (המוצהר) של שחקן ב:
 קיימים x ו- ε כך ש $p(x + \varepsilon) > p(x)$. כלומר אם הערך האמיתי של שחקן ב הוא $x + \varepsilon$, עדיף לו להגיד x , וכך יקבל יותר.
 \leq האלגוריתם לא מגלה אמת

**בכל המקרים, האלגוריתם לא מגלה אמת
 \leq אין אלגוריתם יעיל-פארטו, מאוזן-תקציבית, ומגלה-אמת.**