

מגיש : נחשון בר סלע , ת.ז : 318531290

הקדמה : בשאלה זו ערך העוגה השלמה הוא n . וחלוקה פרופורציונלית הינה : לכל i מתקיים כי : $-1 \leq v_i(x_i)$

א. שווי העוגה במקרה הנ"ל הוא שלילי כלומר n . לפי האלגו' המפחית האחרון שחקן מסמן $n/1$ בעיניו, במקרה שלנו פיסת עוגה בשווי -1 . כל משתתף בתורו אם הוא חושב שהחתיכה גדולה מידי, כלומר : $-1 < (-n) \cdot (1/n) = -1$, אז המשתתף מפחית מהפרוסה עד שתהיה שווה בעיניו ל -1 .

הבעייה היא שבמקרה שלנו להפחית מהעוגה רק מגדיל את השווי שלה . ועושה למעשה את הפעולה ההפוכה (מקטין עוד יותר את שווי הפרוסה) . אז למעשה, במקרה שצריך הפחיתה כי לדעת משתמש שווי הפרוסה הנידונה הוא : $-1 < 1$ אז האלגוריתם יתקע, כיוון שלעולם לא נגיע על ידי פעולת הפחיתה לרצוי (שווי הפרוסה הנתונה בעיני השחקן יהיה -1 . אלא רק נגרום לשווי הפרוסה להיות עוד יותר רחוק מהרצוי) .

לכן הפיתרון הוא לבצע את הפעולה ההפוכה להפחיתה. כל שחקן i בתורו מוודא ששווי הפרוסה הנידונה j בעיניו הוא : $-1 \leq (-n) \cdot (1/n) = -1$ על ידי כך שאם הפרוסה בשווי גדול מידי הוא מגדיל את הפרוסה ובכך מפחית את ערכה כך שיתקיים עבור הפרוסה הנידונה : $-1 \leq v_i(x_j)$.

ב.

באלגוריתם אבן-פז, בכל סיבוב כל שחקן מחלק לשני חלקים שווים בעיניו את חתיכת העוגה ולאחר מכן חותכים את העוגה בחציון ושולחים כל שחקן לחצי שמכיל את הקו שלו .

במקרה שלנו מדובר על עוגה בעלת שווי שלילי n . לכן לפי האלגו' **בעיני כל שחקן שווי** פיסת העוגה שהוא מתחלק בה בכל סיבוב **קטן** (כלומר יותר שלילי) **משווי חצי** פיסת העוגה שהוא מתחלק בה בסיבוב הקודם . ולכן ברמת הרקורסיה האחרונה הקלט יהיה זוג (או כמה זוגות) שמתחלקים בעוגה שלדעת שניהם שוויה הוא : -2 . מאחר וכל שחקן נשלח לצד שבו הוא סימן את הקו אז לאחר ביצוע הרמה האחרונה של הרקורסיה נקבל כי כל שחקן מבני הזוג יקבל עוגה ששוויה בעיניו הינו : $-1 < 1$. כלומר החלוקה אינה פרופורציונלית לפי האלגו' שכן מתקיים : $-1 < v_i(x_i) = (-n) \cdot (1/n)$

הפתרון הינו :

נשנה כך שכל שחקן יישלח לחצי שאינו מכיל את הקו שלו . וכך **בעיני כל שחקן שווי** פיסת העוגה שמחלקים בכל סיבוב **גדול** (כלומר פחות שלילי) **משווי חצי** פיסת העוגה שמחלקים ברמת הרקורסיה הקודמת. כך ברמת הרקורסיה האחרונה 2 אנשים צריכים להתחלק בשטח שבעיני שניהם : $-2 > 1$ ולאחר עוד סיבוב שבו כל משתתף יסמן חצי וישלח לחצי שאינו מכיל את הקו שלו נקבל כי לכל שחקן תינתן חתיכת עוגה ששוויה בעיניו : $-1 < 1$. ולכן החלוקה פרופורציונלית.