

שאלה 5:
סעיף א'ב':

האלגוריתם אינו מגלה אמת

האלגוריתם עובד ככה:

1. כל סטודנט רושם את 3 סוגי המעונות שהוא הכי רוצה לפי סדר
2. המשרד מסדר את הסטודנטים לפי סדר עדיפויות כלשהו
3. המשרד עובר על הסטודנטים לפי הסדר שהחליט ב2, ונותן לכל סטודנט את האופציה הראשונה שלו אם היא פנויה. אם כל 3 האפשרויות לא זמינות הסטודנט יקבל חדר אקראי כלשהו

יכול להיות שקיימת קבוצת סטודנטים (למשל 4 סטודנטים שיש להם את אותם העדפות) כל אחד בתורו יבחר את הבחירה שלו : סטודנט 1 ואז סטודנט 2 ואז סטודנט 3 ואז סטודנט 4 והבחירה תתבצע לפי החדר הכי מבוקש עד הכי פחות מבוקש (כמו הרישום שיש באוניברסיטה)

- סטודנט 1 : רוצה את חדר זוגי עם מזגן בעדיפות 1
רוצה חדר עם שלישייה ומזגן בעדיפות 2
רוצה חדר בבנין 102 זוגי בעדיפות 3
- סטודנט 2: רוצה את חדר זוגי עם מזגן בעדיפות 1
רוצה חדר עם שלישייה ומזגן בעדיפות 2
רוצה חדר בבנין 102 זוגי בעדיפות 3
- סטודנט 3: רוצה את חדר זוגי עם מזגן בעדיפות 1
רוצה חדר עם שלישייה ומזגן בעדיפות 2
רוצה חדר בבנין 102 זוגי בעדיפות 3
- סטודנט 4: רוצה את חדר זוגי עם מזגן בעדיפות 1
רוצה חדר עם שלישייה ומזגן בעדיפות 2
רוצה חדר בבנין 102 זוגי בעדיפות 3

יש להם את אותם ההעדפות ולכן פשוט האוניברסיטה תחלק באקראי את התוצאות שלהם.

למשל סטודנט מספר 1 : 1

סטודנט מספר 2 : 2

סטודנט מספר 3 : 3

סטודנט מספר 4 : 4 -> כאשר 4 הוא חדר רנדומלי, יכול להיות בבנין או בקרוואן.

יצאה סיטואציה שבה האוניברסיטה נתנה העדפה לסטודנט 1 וגם סטודנט 2 וסטודנט 3 על פני סטודנט 4, כי כל הבחירות כבר נעשו והוא קיבל חדר אקראי כלשהו.

אם סטודנט מספר 4 למשל היה יודע מראש את הבחירות של סטודנט מספר 1 וסטודנט מספר 2 וסטודנט מספר 3, הוא היה משנה את הבחירה שלו כך ש:

אם הבחירה הראשונה שלו היא בחירה שיש לה רשימת המתנה (כי הוא יודע מה החברים שלו בחרו ונניח שגם הוא כתב את האופציה הזאת בבחירה הראשונה שלו) כך שאם סטודנט 4 היה כותב את הבחירה שקיבל כביכול 4 אם הוא היה כותב את חדר מספר 4 בתוך הבחירות שעשה (מתוך 3 הבחירות היה אומר בוחר בחדר מספר 4) הסיכוי שלו לקבל את החדר היותר טוב, אבל זה לא באמת אחד החדרים שממוקם אצלו בשלישייה הראשונה.

אז מה קרה כאן? בגלל שסטודנט מסויים יודע מה אחרים יכתבו הוא יכול להשתמש בזה בשביל עצמו ובכך

להפוך את האלגוריתם ללא מגלה אמת

בחירה 1 : זהה לחברים שלו כך שידוע שיש שם רשימת המתנה

בחירה 2 תהיה בחירה ששונה משל חבריו למשל חדר מספר 4 יהיה באחד מ3 ההעדפות הראשונות אז הוא היה מקבל את החדר היותר טוב.

סטודנט 4: רוצה את חדר זוגי עם מזגן בעדיפות 1

רוצה חדר עם שלישייה ומזגן בעדיפות 3

רוצה חדר 4 בעדיפות 2

כמובן שזה לא יעיל פרטו כי הראנו אפשרות טובה יותר – שהיא לבחור מראש באפשרות הפחות טובה. והם מראים את העדפות האמיתיות שלהם פשוט בשינוי קל על מנת לקבל את מה שהם רוצים.

סעיף ג':

שיפור האלגוריתם:

לא להגביל ל3 בחירות בלבד.

לכתוב את כל הבחירות האפשרויות שיש, למשל אם יש n חדרים שמהם אפשר לבחור אז לכתוב לאוניברסיטה את כל n הבחירות.

האלגוריתם יישאר מגלה אמת כי כל העדפות נכתבות.