

מטלה - חלוקת חפצים בדידים (2)

יש לענות על שאלה אחת לבחירתכם. שאלות המסומנות בכוכבית (*) מזכות בניקוד כפול.

שאלה 5: "המנצח המתוקן" עם זכויות שונות

תארו אלגוריתם, דומה ל"המנצח המתוקן", המבטיח חלוקה עם התנאים הבאים:

- יעילה פארטו;
- ללא קנאה משוקללת (WEF);
- לכל היותר חפץ אחד משותף.

הוכיחו שהתכונות מתקיימות. הדגימו את פעולת האלגוריתם על שחקנים עם זכויות שונות.

שאלה 5: כמה חלוקות יעילות-פארטו יש?

תארו בעיית חלוקה של חמישה חפצים בין שני שחקנים, שבה מספר החלוקות היעילות-פארטו ללא שיתופים הוא:

- א. בדיוק 6; ב. בדיוק 7; ג. בדיוק 10; ד. בדיוק 17; ה. בדיוק 32.
- (למה דווקא מספרים אלה?)

שאלה 2: אלגוריתם "המנצח המתוקן" - נקמנות

דונאלד ואיוואנה מחלקים ביניהם ארבעה חפצים בעזרת אלגוריתם "המנצח המתוקן". הערכים האמיתיים שלהם הם אותם ערכים מהדוגמה שבהרצאה (נמצאים בקובץ אקסל בתיקית code).

א. לפני הפעלת האלגוריתם, איוואנה גילתה את המספרים האמיתיים של דונאלד. היא רוצה לנצל את העובדה **כדי שהערך של דונאלד יהיה כמה שיותר קטן** (לא אכפת לה בכלל מה היא תקבל - העיקר שדונאלד יקבל כמה שפחות). איזה מספרים היא צריכה למסור לאלגוריתם, כך שהסל של דונאלד יהיה בעל הערך הקטן ביותר האפשרי עבורו, בהינתן שדונאלד מוסר את המספרים האמיתיים? **שימו לב:**

- סכום המספרים של איוואנה עדיין חייב להיות 100 - בהתאם לדרישת האלגוריתם.
- יש להריץ את האלגוריתם בהתאם למספרים ה**לא-אמיתיים** שאיוואנה כתבה, ואחר-כך לחשב את ערך הסל של דונאלד לפי המספרים ה**אמיתיים** שלו.

ב. חזרו על סעיף א בכיוון ההפוך - דונאלד גילה את המספרים האמיתיים של איוואנה, והוא רוצה שהערך שלה יהיה כמה שיותר קטן (בסעיף זה, איוואנה מוסרת את המספרים האמיתיים שלה לאלגוריתם).

ג. איזו חלוקה יחזיר האלגוריתם, אם גם דונאלד וגם איוואנה ידווחו בו-זמנית מספרים לא-אמיתיים - איוואנה לפי סעיף א, ודונאלד לפי סעיף ב? האם החלוקה הוגנת? האם החלוקה יעילה-פארטו?

* ד. כתבו אלגוריתם הפותר את הבעיה של סעיף א באופן כללי, לכל מספר של חפצים. האלגוריתם מקבל כקלט שני וקטורי-מספרים - של דונאלד ושל איוואנה; האלגוריתם מחשב עבור איוואנה את המניפולציה הטובה ביותר - וקטור-המספרים שהיא צריכה לדווח כדי שהערך של דונאלד יהיה הערך הקטן ביותר האפשרי, בהינתן המספרים האמיתיים שלו.