

מטלה באלגוריתמים כלכליים:

בחרתי את שאלה 3:

שאלה 3: חלוקה אגליטרית וקנאה

נניח שיש שלושה משאבים וחמישה שחקנים עם הערכים הבאים:

	ברזל	נפט	עצים
שחקן א:	6	9	0
שחקן ב:	0	5	10
שחקן ג:	0	0	15
שחקן ד:	0	0	15
שחקן ה:	0	0	15

- א. הוכיחו, שבכל חלוקה אגליטרית, כל שחקן מקבל ערך לפחות 5.
ב. הוכיחו, שבכל חלוקה אגליטרית, כל העצים ניתנים לשחקנים ג, ד, ה, וכל הנפט ניתן לשחקן ב.
ג. הוכיחו, שבכל חלוקה אגליטרית יש קנאה (מי מקנא במי ומדוע?)

סעיף א.

חלוקה אגליטרית אומרת שכל אחד מקבל לפחות z_{max} ולפי סעיף ב אנו רואים כי לפי החלוקה שלי כל אחד לפחות קיבל לפחות 5 זה אומר שהמינימום המקסימלי הוא גדול שווה ל 5 ואז אם בחלוקה אגליטרית כל אחד מקבל לפחות z_{max} שגדול שווה ל 5 אז הוא בהכרח גם מקבל לפחות 5

סעיף ב.

מכיוון שכל שחקן מקבל ערך לפחות 5, אז שחקנים ג, ד, ה מעריכים רק עצים ועבור כל אחד מהם כדי שיקבל לפחות 5 הוא חייב לקבל $\frac{1}{3}$ מהעצים כך שזה אומר שלא נשאר עצים עבור שחקן ב, ולכן כדי ששחקן ב' יגיע לערך 5 אחרי שגמרנו את כל העצים זה בהכרח אומר שחייב להביא לו את כל הנפט.

סעיף ג

טבלה בה רואים כמה מכל משאב כל אחד קיבל

	ברזל	נפט	עצים
שחקן א	1 ברזל		
שחקן ב		1 נפט	
שחקן ג			$\frac{1}{3}$
שחקן ד			$\frac{1}{3}$
שחקן ה			$\frac{1}{3}$

כך שחקן ב' רואה את החלוקה כלפי אחרים:

שחקן א- $0=0*1$

שחקן ב- $5=1*5$

שחקן ג- $1\frac{1}{3}*10=3.33$

שחקן ד- $1\frac{1}{3}*10=3.33$

שחקן ה- $1\frac{1}{3}*10=3.33$

כאן אין קנאה משום שבעני שחקן ב אין אף שחקן שקיבל יותר ממנו

כך שחקן א' רואה את החלוקה כלפי אחרים:

שחקן א- $6=1*6$

שחקן ב- $9=1*9$

שחקן ג- $0=0*1\frac{1}{3}$

שחקן ד- $0=0*1\frac{1}{3}$

שחקן ה- $0=0*1\frac{1}{3}$

כאן שחקן א מההסתכלות שלו מקנא בשחקן ב משום שהוא בעניו קיבל 9 בערך והוא קיבל רק 6

כך שחקנים ג, ד, ה רואים את החלוקה כלפי אחרים:

שחקן א- $0=0*1$

שחקן ב- $0=1*0$

שחקן ג- $1\frac{1}{3}*15$

שחקן ד- $1\frac{1}{3}*15$

שחקן ה- $1\frac{1}{3}*15$

אין קנאה משום שבעני כל אחד מהשחקנים ג, ד, ה הם קיבלו לפחות כמוהם

לפי סעיף ב מתקיים ששחקן ב בהכרח מקבל את כל הנפט ובעני שחקן א זה שווה 9 בעוד שאחרי ששחקן ב לקח את הנפט שחקן א בטוח יקבל בעני עצמו לכל היותר 6 שזה פחות מ9.