

שאלה 3: אלגוריתם המכרז: אסטרטגיה

n שחקנים מחלקים ביניהם חפץ אחד בעזרת אלגוריתם "המכרז השווה". שחקן 1 הצליח לגלות את הערכים של כל השחקנים $2, \dots, n$ לאותו חפץ. שחקן 1 רוצה להשתמש במידע הזה כדי למסור לאלגוריתם ערך שונה מהערך האמיתי שלו, כך שהתועלת שלו תהיה גדולה ביותר. תארו אלגוריתם שיעזור לשחקן 1 להחליט, איזה ערך למסור לאלגוריתם כדי להשיג את התועלת הגבוהה ביותר האפשרית.

הדרכה: לפני שתנסו לפתח אלגוריתם כללי, נסו לבדוק מקרים פרטיים ולהבין מה קורה. לדוגמה, שני שחקנים עם ערכים 10, 20 או 20, 10.

אלגוריתם המכרז השווה:

1. כל שחקן רושם את ערך לכל חפץ.
2. האלגוריתם מוכר כל חפץ לשחקן עם הערך הגבוה ביותר, בתמורה לערך שרשם.
3. האלגוריתם מחלק את הכסף, שהתקבל מכל השחקנים, שווה בשווה.

v_1 -value הערך האמיתי ששחקן 1 היה נותן לחפץ
 v_2, v_3, \dots, v_n הערכים של שאר השחקנים לחפץ בהתאמה
 max_v המקסימום בין כל הערכים של v_2, v_3, \dots, v_n

נחלק את המצב ל 2 חלקים:

$$1. v_1 > max_v$$

$$2. v_1 \leq max_v$$

1. אם v_1 גדול מ max_v אז רק נרצה לצמצם את הסכום שנשלם בשביל לזכות בחפץ ואז
 $value = max_v + 1$
2. אם הוא קטן שווה אז נבדוק מה נקבל אם לא נשנה את הערך ומה נקבל אם כן נשנה

$$\text{אם לא נשנה נקבל } \frac{max_v}{n}$$

$$\text{אם כן נשנה נקבל } value - \frac{n-1}{n} * (max_v + 1)$$

לכן על מנת שיהיה לנו שווה לשנות את ההחלטה נצטרך שמה שנקבל לאחר השינוי יהיה גבוה יותר ממה שנקבל אם לא היינו משנים. לכן נבדוק מתי

$$value - \frac{n-1}{n} * (max_v + 1) > \frac{max_v}{n}$$

$$value > \frac{max_v}{n} + \frac{n-1}{n} * (max_v + 1)$$

$$\frac{max_v}{n} + \frac{n-1}{n} * (max_v + 1) > \frac{max_v}{n} + \frac{n-1}{n} * (max_v)$$

$$\frac{max_v}{n} + \frac{n-1}{n} * max_v = \frac{1}{n} * max_v + \frac{n-1}{n} * max_v = max_v$$

קבלנו ש value יהיה צריך להיות גדול מ max_v ולכן אף פעם לא כדאי לשנות ל $max_v + 1$ אם הערך המקורי שלנו קטן מ max_v

פסאודו-קוד:

1. if value > max_v :
 - 1.1 value = $max_v + 1$
2. Return value