

## מטלה – חלוקה מיטבית של חפצים בדידים – טיוטה

יש לענות על שאלה אחת לבחירתכם. שאלות המסומנות בכוכבית (\*) מזכות בניקוד כפול.

### שאלה 1: תיכנות ליניארי בשלמים

כתבו תוכניות ליניאריות בשלמים לפתרון הבעיות הבאות:

- בדיקה האם קיימת חלוקה ללא-קנאה.
- בדיקה האם קיימת חלוקה פרופורציונלית לשחקנים עם זכויות שונות.
- מציאת חלוקה הממקסמת את סכום ערכי השחקנים, מבין כל החלוקות הפרופורציונליות.

### שאלה 2: חיפוש במרחב המצבים

כתבו אלגוריתמי חיפוש במרחב המצבים לפתרון הבעיות הבאות:

- בדיקה האם קיימת חלוקה ללא-קנאה.
  - בדיקה האם קיימת חלוקה פרופורציונלית לשחקנים עם זכויות שונות.
  - מציאת חלוקה הממקסמת את סכום ערכי השחקנים, מבין כל החלוקות הפרופורציונליות.
- \* ד. חשבו את סיבוכיות זמן-הריצה של האלגוריתמים שכתבתם.

### \* שאלה 3: חלוקה אגליטרית של חפצים בדידים

- הוכיחו, שבעיית חישוב חלוקה אגליטרית של חפצים בדידים היא NP-קשה.
- תארו אלגוריתם לחישוב חלוקה אגליטרית בעזרת תיכנות ליניארי בשלמים.
- תארו אלגוריתם חיפוש במרחב המצבים לחישוב חלוקה אגליטרית..

### \* שאלה 4:

הוכיחו: יחס הקירוב של אלגוריתם הרשימה בחלוקה ל- $n$  שחקנים הוא לכל היותר:

$$2 - 1/n$$

### \* שאלה 5:

הוכיחו, שלכל  $n$ , קיימת בעיית חלוקת מטלות עם  $n$  שחקנים, שבה הערך האגליטרי המיטבי הוא:  $3n$ , אבל הערך האגליטרי של החלוקה המוחזרת ע"י האלגוריתם החמדני הוא:  $(4n-1)$ . (רמז: בהרצאה ראינו דוגמה עבור  $n=4$ , נסו להכליל את הדוגמה לכל  $n$ ).