

מטלה – חלוקה מיטבית של חפצים בדידים

יש לענות על שאלה אחת לבחירתכם. שאלות המסומנות בכוכבית (*) מזכות בניקוד כפול.

שאלה 1: תיכנות ליניארי בשלמים

כתבו תוכניות ליניאריות בשלמים לפתרון הבעיות הבאות:

- בדיקה האם קיימת חלוקה ללא-קנאה.
- בדיקה האם קיימת חלוקה פרופורציונלית לשחקנים עם זכויות שונות.
- מציאת חלוקה הממקסמת את סכום ערכי השחקנים, מבין כל החלוקות הפרופורציונליות.

שאלה 2: חיפוש במרחב המצבים

כתבו אלגוריתמי חיפוש במרחב המצבים לפתרון הבעיות הבאות:

- בדיקה האם קיימת חלוקה ללא-קנאה.
- בדיקה האם קיימת חלוקה פרופורציונלית לשחקנים עם זכויות שונות.
- מציאת חלוקה הממקסמת את סכום ערכי השחקנים, מבין כל החלוקות הפרופורציונליות. תארו את וקטורי-המצב ואת כללי-הגיזום.
- * חשבו את סיבוכיות זמן-הריצה של האלגוריתמים שכתבתם.

* שאלה 3: חלוקה אגליטרית של חפצים בדידים

- הוכיחו, שבעיית חישוב חלוקה אגליטרית של חפצים בדידים היא NP-קשה.
- תארו אלגוריתם לחישוב חלוקה אגליטרית בעזרת תיכנות ליניארי בשלמים.
- תארו אלגוריתם חיפוש במרחב המצבים לחישוב חלוקה אגליטרית..

* שאלה 4:

הוכיחו: יחס הקירוב של אלגוריתם הרשימה בחלוקה ל- n שחקנים הוא לכל היותר:

$$2 - 1/n$$

* שאלה 5:

הוכיחו, שלכל n , קיימת בעיית חלוקת מטלות עם n שחקנים, שבה הערך האגליטרי המיטבי הוא: $3n$, אבל הערך האגליטרי של החלוקה המוחזרת ע"י האלגוריתם החמדני הוא: $(4n-1)$. (רמז: בהרצאה ראינו דוגמה עבור $n=4$, נסו להכליל את הדוגמה לכל n).