מטלה – חלוקה מיטבית של חפצים בדידים

יש לענות על שאלה אחת לבחירתכם. שאלות המסומנות בכוכבית (*) מזכות בניקוד כפול.

שאלה 1: חיפוש במרחב המצבים - כללי גיזום משופרים

א. נתונה בעיית חלוקה אגליטרית של חפצים בין ארבעה שחקנים עם הערכות **זהות**. הציעו כלל גיזום משופר, שיכול להקטין את מספר המצבים פי 24. הוכיחו שהכלל נכון.

ב. בהרצאה הראינו חסם אופטימי, הנותן את כל החפצים שנשארו לכל השחקנים יחד. נניח שהערכים מנורמלים, כך שסכום ערכי כל החפצים בעיני כל שחקן הוא V. אז במצב ההתחלתי, החסם שהראינו נותן ערך אופטימי V. הוכיחו שבמצב ההתחלתי ישנו חסם אופטימי משופר, שערכו V/n (אם לא ברור לכם מה צריך להוכיח, קראו שוב את ההגדרה של חסם אופטימי).

* ג. הסבירו איך אפשר לחשב את החסם האופטימי המשופר של סעיף ב למצב כלשהו (לא רק למצב ההתחלתי). הוכיחו שהאלגוריתם שכתבתם אכן נותן תמיד חסם אופטימי, ושהחסם הזה אכן טוב יותר מהחסם המקורי.

שאלה 2: חיפוש במרחב המצבים - תיכנות

א. כתבו תוכנית בפייתון, המבצעת חיפוש במרחב המצבים לבעיית חלוקת חפצים בין שני שחקנים עם הערכות זהות. ניתן לבצע את החיפוש בסדר BFS או DFS לבחירתכם – הסבירו מה בדיוק עשיתם.

* ב. ממשו כלל גיזום אחד כלשהו לבחירתכם. בדקו את מספר המצבים שהתוכנית שלכם מחשבת, עם ובלי הגיזום.

* שאלה 3: אלגוריתם הרשימה – יחס קירוב מדוייק יותר

הוכיחו: יחס הקירוב של אלגוריתם הרשימה בחלוקת מטלות ל-n שחקנים הוא לכל היותר:

$2 - 1/n$

שאלה 4: האלגוריתם החמדני - תיכנות

א. תכנתו בפייתון את האלגוריתם החמדני לחלוקת מטלות.
ב. הריצו את האלגוריתם על בעיות אקראיות של חלוקת מטלות, וחשבו את יחס הקירוב. האם בדרך-כלל יחס הקירוב זהה ליחס הקירוב שהוכח בהרצאה, או שהוא טוב יותר?

* שאלה 5: האלגוריתם החמדני – יחס קירוב הדוק

הוכיחו, שלכל n, קיימת בעיית חלוקת מטלות עם n שחקנים, שבה יחס הקירוב של האלגוריתם החמדני הוא בדיוק **3n/(4n-1)**.

רמז: הדוגמה שראינו בהרצאה מתאימה ל- n=4, נסו להכליל את הדוגמה לכל n.