

## שאלה 2.

אני מניחה שזוגות בהם התורם יכול לתרום לחולה הצמוד לו, נמצאים במאגר מתוך רצון טוב לעזור בהתגמשות לזוגות שלא יכולים לעשות זאת.

אניח שיש  $n$  חולים.

לכל  $w \in \{O, A, B, AB\}$

אסמן ב-  $s_w$  את מספר החולים עם סוג דם זה, לכן  $n = s_O + s_A + s_B + s_{AB}$

אסמן ב-  $d_w$  את מספר החולים עם סוג דם זה, לכן  $n = d_O + d_A + d_B + d_{AB}$

א. עבור  $w \in \{O, A, B, AB\}$  אסמן ב-  $S_w$  את המאורע בו חולה מסוג דם  $w$  יקבל תרומה.

כיוון שחולה מסוג דם  $O$  יכול להיתרם על ידי  $O$  בלבד, אני מניחה שיהיה לו קשה יותר למצוא תורמים ולכן לחולה מסוג דם זה תהיה עדיפות בקבלת תורם מסוג דם  $O$ , ורק אם יוותרו תורמים מסוג דם  $O$ , לאחר שכל החולים מסוג דם זה יקבלו תרומה, ניתן לחולה מסוג דם אחר לקבל תרומה מסוג דם  $O$ .

אסמן לנוחות  $\max_O = \max\{0, d_O - s_O\}$ .

כיוון שתורם מסוג דם  $AB$  יכול לתרום רק לחולים מסוג דם  $AB$  אניח שכל תורם מסוג דם  $AB$ , שיכול לתרום (כלומר שיש מספיק חולים מסוג דם  $AB$ ) יתרם. לכן סה"כ מספר התורמים מסוג דם  $AB$  הוא  $\min\{d_{AB}, s_{AB}\}$ , ולכן מספר החולים מסוג דם  $AB$  שלא תישאר להם תרומה ע"י תורם  $AB$  הוא  $\min\{0, s_{AB} - d_{AB}\}$ .

אסמן לנוחות  $\min_{AB} = \min\{0, s_{AB} - d_{AB}\}$

לכל  $w \in \{O, A, B, AB\}$  אסמן את ההסתברות לתרומה מסוג דם  $w$  ב-  $p_w$ .

אראה הסתברויות כלליות ולאחר מכן אאגד עבור כל חולה.

ההסתברות לקבל תורם מסוג דם  $AB$  היא:

$$p_{AB} = \min\left\{1, \frac{d_{AB}}{s_{AB}}\right\}$$

ההסתברות לקבל תורם מסוג דם  $A$  היא:

$$p_A = \min\left\{1, \frac{d_A}{\min_{AB} + d_A}\right\}$$

ההסתברות לקבל תורם מסוג דם  $B$  היא:

$$p_B = \min\left\{1, \frac{d_B}{\min_{AB} + d_B}\right\}$$

ההסתברות לקבל תורם מסוג דם O עבור חולה מסוג דם O היא:

$$\Pr(S_O) = \max\left\{1, \frac{d_O}{s_O}\right\}$$

ההסתברות לקבל תורם מסוג דם O עבור חולה מסוג דם שונה מ-O, היא:

$$p_O = \min\left\{1, \frac{\max_O}{\min_{AB} + d_A + d_B}\right\}$$

אאגד הכל:

$$\Pr(S_{AB}) = \min\{1, p_{AB} + p_A + p_B + p_O\}$$

$$\Pr(S_A) = \min\{1, p_A + p_O\}$$

$$\Pr(S_B) = \min\{1, p_B + p_O\}$$

ב. אסמן את התפלגות מספר הזוגות באופן הבא: חולה, תורם, למשל  $n_{A,AB}$  הוא מספר הזוגות של תורם מסוג דם A וחולה מסוג דם AB. משום כך,

$$n = \sum_{w,u \in \{O,A,B,AB\}} n_{w,u}$$

ג. עבור  $w, u \in \{O, A, B, AB\}$  אסמן ב- $D_{w,u}$  את המאורע בו זוג של תורם מסוג דם w וחולה מסוג דם u ישתתפו במעגל באורך 2.

כפי שציינתי, אני מניחה שעבור זוגות שבהם התורם יכול לתרום לחולה הצמוד לו, הם נכנסו למאגר כדי לנסות לעזור לזוגות שאין להם את האפשרות הזאת. לכן, בזוגות כאלה, אם לא ימצא להם מעגל באורך 2- הם יבצעו התרמה בינם לבין עצמם. \*\* מעגל באורך 2 שבו יש שני זוגות שיכולים לתרום בין לבין עצמם לא רלוונטי מבחינתי כי זה יותר פרוצדורה לבית החולים ו-0 תרומה לאחר.

תחילה,

$$\forall u \in \{O, A, B, AB\} \quad \Pr(D_{O,u}) = \Pr(D_{u,u}) = \Pr(D_{A,AB}) = \Pr(D_{B,AB}) = 1$$

תחילה, הזוג שיהיה לו הכי קשה להשתתף במעגל הוא זוג  $n_{AB,O}$  משום שהם יכולים להחלים רק עם  $n_{O,AB}$  ולכן כמו קודם אתן להם עדיפות.

$$\max_{AB} = \max\{0, n_{O,AB} - n_{AB,O}\}$$

אסמן ב-  $p_{w,u}$  את ההסתברות של זוג כלשהו להשתתף במעגל עם זוג  $n_{w,u}$ .

והם מהזוגות שיכולים לתרום בינם לבין עצמם, אבל נכנסו למאגר כדי לעזור לחולים אחרים.

אני מניחה שזוגות  $n_{u,u}$  לא נמצאים במאגר שכן אין להם תרומה לזוגות אחרים.

ההסתברות למעגל עם זוג  $n_{O,A}$  :

$$p_{O,A} = \min \left\{ 1, \frac{n_{O,A}}{n_{A,O} + n_{A,B} + n_{AB,O} + n_{AB,A} + n_{AB,B}} \right\}$$

מבחינתי לזוגות  $n_{A,AB}, n_{B,AB}$  אין עניין להשתתף במעגל כזה שכן כל זוג יכול לתרום בינו לבין עצמו ולכן זוגות אלו לא 'מתחרים' על האופציה להשתתף במעגל עם  $O, A$

ההסתברות למעגל עם זוג  $n_{O,B}$  :

$$p_{O,B} = \min \left\{ 1, \frac{n_{O,B}}{n_{B,O} + n_{B,A} + n_{AB,O} + n_{AB,A} + n_{AB,B}} \right\}$$

לזוגות  $n_{A,AB}, n_{B,AB}$  אין עניין להשתתף במעגל כזה.

ההסתברות למעגל עם זוג  $n_{O,AB}$  עבור זוג מ- $n_{AB,O}$  :

$$\Pr(D_{AB,O}) = \min \left\{ 1, \frac{n_{O,AB}}{n_{AB,O}} \right\}$$

ההסתברות למעגל עם זוג  $n_{O,AB}$  עבור זוג שאיננו מ- $n_{AB,O}$  :

$$p_{O,AB} = \min \left\{ 1, \frac{\max_{AB}}{n - (n_{AB,O} + \# \text{אלה שיכולים בינם לבין עצמם})} \right\}$$

ההסתברות למעגל עם זוג  $n_{A,B}$  :

$$p_{A,B} = \min \left\{ 1, \frac{n_{A,B}}{n_{B,A}} \right\}$$

לזוגות  $n_{O,AB}, n_{B,AB}, n_{O,A}$  אין עניין להשתתף במעגל כזה.

ההסתברות למעגל עם זוג  $n_{B,A}$  :

$$p_{B,A} = \min \left\{ 1, \frac{n_{B,A}}{n_{A,B}} \right\}$$

לזוגות  $n_{O,AB}, n_{A,AB}, n_{O,B}$  אין עניין להשתתף במעגל כזה.

ההסתברות למעגל עם זוג  $n_{A,AB}$  :

$$p_{A,AB} = \min \left\{ 1, \frac{n_{A,AB}}{n_{B,A} + n_{AB,A}} \right\}$$

לזוגות  $n_{O,AB}, n_{B,AB}, n_{A,AB}, n_{O,A}$  אין טעם להשתתף במעגל כזה.

ההסתברות למעגל עם זוג  $n_{B,AB}$  :

$$p_{B,AB} = \min \left\{ 1, \frac{n_{B,AB}}{n_{A,B} + n_{AB,B}} \right\}$$

לזוגות  $n_{O,AB}, n_{B,AB}, n_{A,AB}, n_{O,B}$  אין טעם להשתתף במעגל כזה.

על ההסתברות להשתתף עם הזוגות הבאים פסחתי שכן מי שישלים אותם למעגל יכול לתרום בינם לבין עצמם ולכן אין עניין בהסתברות למעגל עימם.

$(A, O), (B, O), (AB, A), (AB, B)$

אאגד הכל:

$$\Pr(D_{A,O}) = \min\{1, p_{O,A} + p_{O,AB}\}$$

$$\Pr(D_{B,O}) = \min\{1, p_{O,B} + p_{O,AB}\}$$

$$\Pr(D_{AB,A}) = \min\{1, p_{O,AB} + p_{A,AB}\}$$

$$\Pr(D_{AB,B}) = \min\{1, p_{O,AB} + p_{B,AB}\}$$

$$\Pr(D_{A,B}) = \min\{1, p_{B,A} + p_{O,A} + p_{B,AB} + p_{O,AB}\}$$

$$\Pr(D_{B,A}) = \min\{1, p_{A,B} + p_{O,B} + p_{A,AB} + p_{O,AB}\}$$