

אלגוריתמים כלכליים - מטלה 11

נר סון 323918599

שאלה 3: אלגוריתם "המעגל הגדול ביותר"

הגדרה: אלגוריתם "המעגל הגדול ביותר" הוא אלגוריתם הפועל כמו אלגוריתם מעגלי המסחר, פרט לכך שהוא מוצא בכל פעם את המעגל הגדול ביותר האפשרי (הבעיה NP קשה, אבל לצורך השאלה נניח שיש לנו מחשב חזק מאד שמסוגל לפתור אותה). הוכיחו או הפריכו את הטענות הבאות לגבי אלגוריתם המעגל הגדול ביותר:

- א. כשיחסי-ההעדפה חזקים (אין אדישות), אלגוריתם המעגל הגדול ביותר הוא יעיל-פארטו ומגלה-אמת.
* ב. כשיחסי-ההעדפה חלשים (יש אדישות), אלגוריתם המעגל הגדול ביותר הוא יעיל-פארטו ומגלה-אמת.

א. הוכחה:

למדנו בכיתה, שאלגוריתם מעגלי המסחר הוא יעיל - פארטו ומגלה אמת. באלגוריתם, צריך למצוא בכל איטרציה מעגל כלשהו, ולהחליף לאורכו. אין שום מניעה שניקח בכל פעם את המעגל הגדול ביותר. אותה הוכחה בדיוק תחזיק גם עבור אלגוריתם "המעגל הגדול ביותר".

ב. הפרכה:

נראה דוגמה, בה האלגוריתם לא מגלה אמת. כלומר דוגמה בה לאחד השחקנים כדאי לשקר, וכך הוא יקבל בית יותר טוב עבורו.

שחקן א רוצה את בית 2.

שחקן ב רוצה את בית 1 או את בית 3 באותה רמה.

שחקן ג רוצה את בית 4, ובעדיפות שנייה את בית 1.

שחקן ד רוצה את בית 4 (שלו)

* עדיפויות שלא מצויינות לא רלוונטיות לדוגמה (למשל עדיפויות שלישיות וכו')

* הדוגמה בשרטוט - בעמוד הבא.

אם כולם אומרים אמת, המעגל הגדול ביותר הוא שחקן א -> בית 2 -> שחקן ב -> בית 1 -> שחקן א שחקן א+ב ובתים 1+2 יוצאים.

שחקן ד עדיין מצביע על בית 4 (שלו), ושחקן ג עדיין מצביע על בית 4.

=> כעת המעגל היחיד הוא שחקן ד -> בית 4 -> שחקן ד

=> שחקן ד נשאר עם הבית שלו

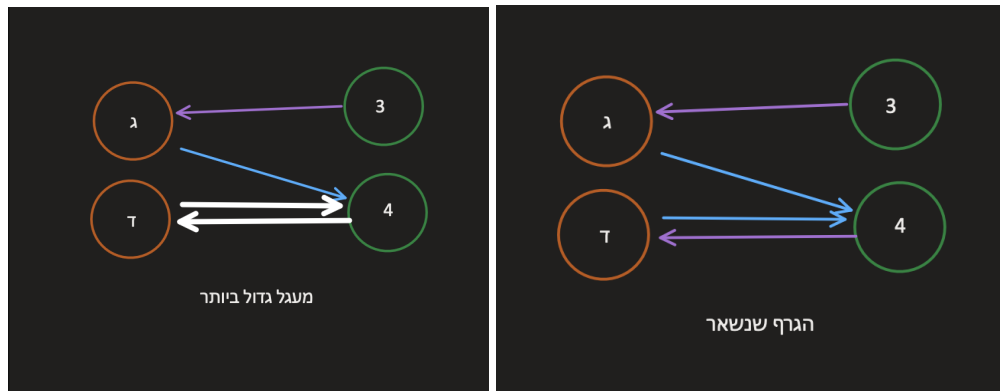
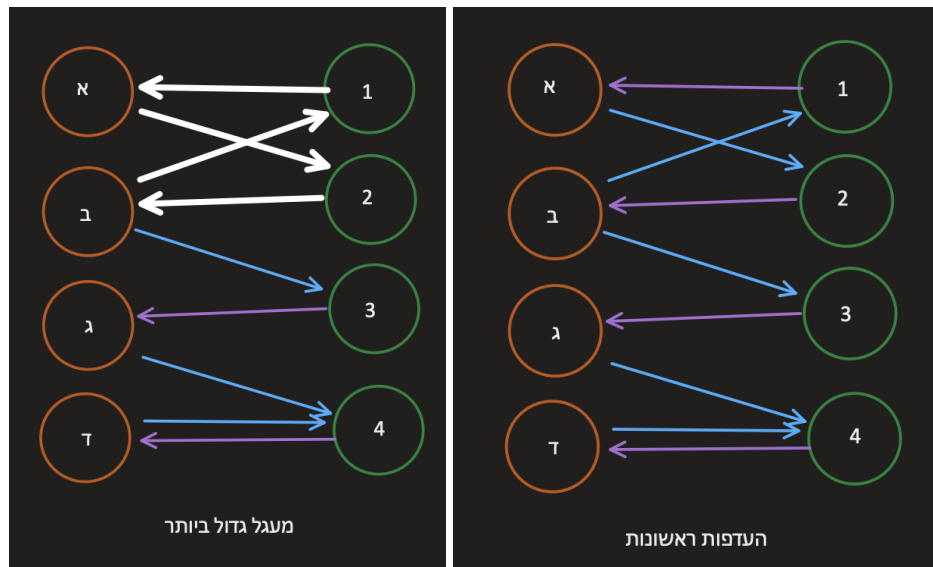
=> שחקן ג נשאר עם הבית שלו.

אם שחקן ג ישקר ויגיד שהעדיפות הראשונה שלו היא בית 1 (ורק בית 1), המעגל הגדול ביותר יהיה

שחקן ג -> בית 1 -> שחקן א -> בית 2 -> שחקן ב -> בית 3 -> שחקן ג

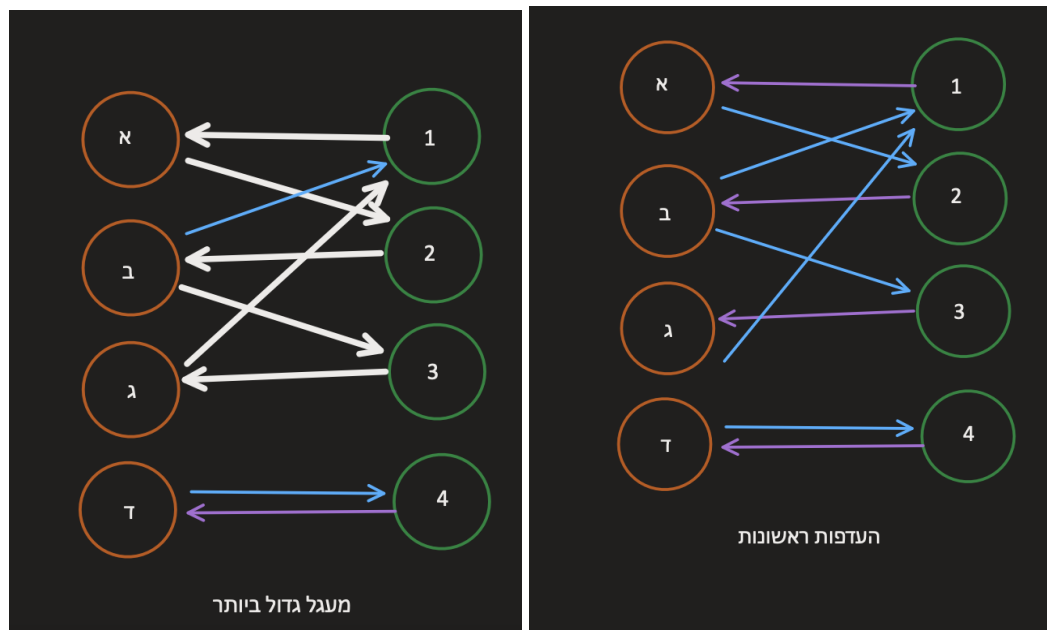
=> שחקן ג יקבל את בית 1, שהוא מעדיף על פני בית 3 שהוא קיבל קודם.

=> כדאי לשחקן ג לשקר
=> האלגוריתם לא מגלה אמת.



שחקן ג מקבל בסוף את בית 3 (שלו)

אם שחקן ג ישקר ויגיד שהעדיפות הראשונה שלו היא בית 1 (ורק בית 1):



=> שחקן ג יקבל את בית 1 (העדיפות השנייה שלו), שהוא מעדיף על בית 3 שהוא קיבל קודם.