



21世纪大学新型参考教材系列

# 机器人控制

〔日〕大熊 繁 编著

Inter  
University



科学出版社

OHM社

(TN-0363 0101)

责任编辑 崔炳哲 樊友民

责任制作 魏 谨

封面制作 李 力

## 本书内容简介

本书是21世纪大学新型参考教材系列之一,书中主要讲解机器人控制基础,机器人采用的各种执行器、各种传感器,电动机的控制,机械系统的控制,机器人运动学,机器人控制等。

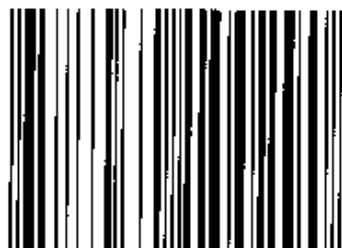
作者均为工作在专业教学科研第一线的专家教授,书中内容新颖、重点突出,文字叙述深入浅出、流畅易懂。书中穿插有“篇外话”可作为正文内容的补充说明。各章末均有练习题,书后附有练习题解答。

本书可供大学生、硕士生及科技工作者阅读参考。

## 21世纪大学新型参考教材系列丛书五大特点

1. 按21世纪基础科学技术各分支设置专业
2. 按专业基础、电力能源、电子器件、信息通信、测量·控制专业编写
3. 由日本各大学权威教授组织编写、审订
4. 特别适用于一学期一门专业课使用
5. 易学易懂、版面新颖、内容充实

ISBN 7-03-010029-8



9 787030 100290 >

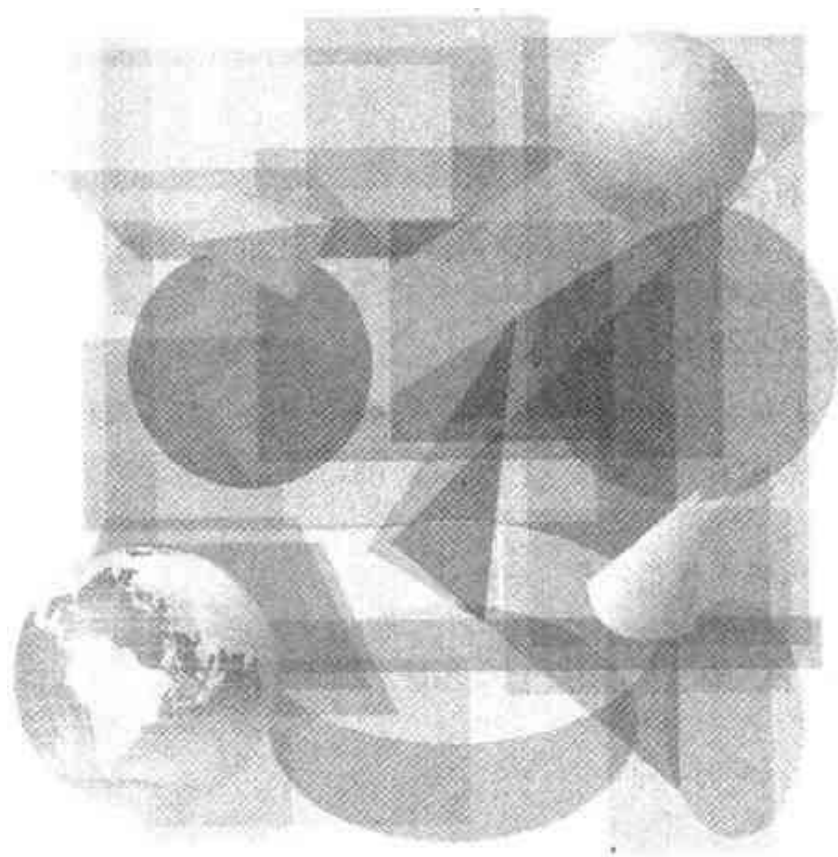
ISBN 7-03-010029-8/TN · 363

定 价: 12.00 元

世纪大学新型参考教材系列

# 机器人控制

〔日〕大熊 繁 编著  
卢伯英 译



科学出版社 OHM 社

2002. 北京

**图字:01-2002-0290 号**

Original Japanese edition

Interuniversity Robot Seigyo

Edited by Shigeru Ohkuma

Copyright © 1998 by Shigeru Ohkuma

Published by Ohmsha, Ltd.

This Chinese language edition is co-published by Ohmsha, Ltd. and Science Press

Copyright © 2002

All rights reserved

本书中文版版权为科学出版社和 OHM 社所共有

インターユニバーシティ

ロボット制御

大熊 繁 オーム社 1998

**图书在版编目(CIP)数据**

机器人控制/(日)大熊·繁编著;卢伯英译.—北京:科学出版社,2002

(21 世纪大学新型参考教材系列)

ISBN 7-03-010029-8

I. 机… II. ①大… ②卢… III. 机器人控制—高等学校—教材 IV. TP24

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 004043 号

北京东方科龙图文有限公司 制作

heep://www.okbook.com.cn

**科学出版社 OHM 社 出版**

北京东黄城根北街 16 号 邮政编码:100717

http://www.sciencep.com

中国科学院印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

2002 年 3 月第 一 版 开本: A5(890 × 1240)

2002 年 3 月第一次印刷 印张: 4 5/8

印数: 1—5 000 字数: 132 000

**定 价: 12.00 元**

(如有印装质量问题,我社负责调换〈新欣〉)

# 前 言

“机器人”这个词,是捷克斯洛伐克剧作家卡雷洛·查普茨库在1920年发表的著作《罗萨姆万能机器人公司 R·U·R》中,首先创造出来的。书中出现的机器人是一种不能进行思考,只会从事劳动的人。实际上,能够代替人在工厂劳动的机器人,是在20世纪60年代出现的。伴随着硬件和软件的不断进步,直到20世纪80年代,机器人才真正获得了普遍的应用。今天,机器人不仅在工厂中,就是在办公室内和家庭中也得到了广泛的应用。由于计算机的不断发展,不能进行思考的机器人也开始具有了学习的能力,逐渐变成了聪明伶俐的机器人。

这样,机器人不仅在产业界获得了广泛应用,而且还渗透到了人们的家庭生活中。支撑机器人的技术,是一种综合性的技术,包括机械工程学、电气工程学、控制工程学、信息工程学,甚至人类工程学等广泛的领域。因此,一些有关机器人的教科书,往往都罗列一些零零星星的知识,缺乏系统性。

本书试图从控制的角度,将机器人学科加以系统化。如何方便地操作机器人,是构造机器人的基本观点。人类通过五官采集外界和身体内部的信息,这些信息和上级下达的命令,经过头脑思考作出行动的决定,从而使手和足做出相应的动作。

本书首先在第1章中介绍有关机器人控制的学习方法,然后在第2章介绍为手和足的运行提供动力的执行器。其次,作为五官部分的传感器,将在第3章介绍。在第4章中介绍执行器中广泛应用的电动机的控制方法。电动机与连接的辅助机械系统的动态特性,将在第5章中介绍。机器人是这样一种机构,它一方面作为机器人本体被固定在基座上;另一方面,由关节连接在一起的连杆部分,则可以在空间自由地运动。在第6章中介绍机器人的前端位置和姿态,与各关节联系在一起的座标变换问题。第7章介绍具有多个关节和连杆的机器人的动态特性。通过上述各章的介绍,希望

读者能学习到机器人各构成单元的技术,机器人的构造及其动态特性。

最后,在本书出版之际,请允许我向编辑委员会主任家田正之先生表示衷心的感谢,同时,对本书的各位执笔者在撰写过程中付出的劳动表示深切的敬意。

大熊 繁

## 编著者、著者简历

### 大熊 繁

编著,执笔: 1章,5章

1977年 名古屋大学研究生院工学研究科博士毕业

1978年 获工学博士

现在 名古屋大学研究生院工学研究科电气工程专业教授

### 松井信行

执 笔: 4章

1968年 名古屋工业大学研究生院工学研究科硕士毕业

1976年 获工学博士

现在 名古屋工业大学工学部电气信息工程专业教授

### 土田 雄夫

执 笔: 2章

1972年 名古屋大学研究生院工学研究科博士毕业

1975年 获工学博士

现在 丰田工业大学工学部控制信息工程专业教授

### 铃木达也

执 笔: 6章,7章

1991年 名古屋大学研究生院工学研究科博士毕业

1991年 获工学博士

现在 名古屋大学研究生院工学研究科电气工程专业讲师

### 加藤厚生

执 笔: 3章

1962年 爱知工业大学工学部电气工程专业毕业

1990年 获工学博士

现在 爱知工业大学工学部电子工程专业教授

## 译者简历

### 卢伯英

1960年 哈尔滨军事工程学院航空自动控制专业毕业

现在 北京航空航天大学电子工程系教授

本书著作权和专有出版权受到《中华人民共和国著作权法》的保护。凡对本书的一部分或全部进行转载、或用复印机进行复制或在其场合引用、以及录入电子设备等行为,均属侵害著作权,构成违法。

本书如需复制、引用、转载、改编时,必须得到版权所有者的许可。

如有任何疑问请与以下部门联系。联系时请尽量使用信函或传真形式。

科学出版社总编合作部 电话:010-64034529 传真:010-64019810

邮政编码:100717 地址:北京市东黄城根北街16号

<http://www.sciencep.com>

北京东方科龙图文有限公司 电话:010-82843276 82843277 传真:010-82842304

邮政编码:100029 地址:北京市朝阳区华严北里11号楼3层

<http://www.okbook.com.cn>

电气能源基础  
等离子体电子工程学  
电力系统工程学  
电气电子材料  
高电压/绝缘工程学  
电动机  
电力电子学

## 电气能源

逻辑电路与自动机械  
计算机工程学  
程序语言设计  
信息传送和符号的理论  
信息通信工程学  
信息网络

## 信息通信

## 公共基础

电磁学A  
电磁学B  
电气电路A  
电气电路B  
电子电路A  
电子电路B  
电气数学  
信息数学  
程序设计

## 测量 · 控制

系统与amp;控制  
信号分析  
传感测量  
柔性信息处理  
机器人控制



## 为了适应21世纪的要求

面向21世纪，日本各大学进行了系与学科的改编、研究生院的调整、导入两期制等。伴随着这些调整，现有的教材已不能适应现代学生的水平和兴趣要求。因此就要求有一套从版面到内容都更新颖的教科书。

本系列正是考虑到这种新的要求，经过不断深入考察和讨论，按照全新的整体编排形式制作完成的新型教材。曾荣获第七届日本工科教育协会奖「业绩奖」。

### 21世纪大学新型参考教材系列 编辑委员会

## 电子器件

电子物性  
半导体工程学  
电子器件  
集成电路A  
集成电路B  
光电子学

主任委员：家田正之  
编 委：稻垣康善（名古屋大学）  
白井支朗（丰桥技术科学大学）  
梅野正义（名古屋工业大学）  
大熊 繁（名古屋大学）  
绳田正人（名城大学）

**21 世纪大学新型参考教材系列**  
**机器人控制**

**编者:**大熊 繁 (名古屋大学)

**执笔:**土田缝夫 (丰田工业大学)

加藤厚生 (爱知工业大学)

松井信行 (名古屋工业大学)

铃木达也 (名古屋大学)

# 目 录

## 1 机器人控制基础

1.1 机器人应具备的功能 .....	2
1.2 本书的构成 .....	2
1.3 规划和控制 .....	3
练 习 题 .....	4

## 2 机器人采用的各种执行器

2.1 力是怎样产生的 .....	6
2.2 电磁执行器 .....	8
2.3 线性电磁执行器 .....	18
2.4 油压执行器 .....	19
2.5 气压执行器 .....	21
2.6 未来的执行器 .....	22
练 习 题 .....	28

## 3 机器人采用的各种传感器

3.1 生物传感器和机器人传感器 .....	32
3.2 机器人中必要的基本传感器 .....	40
3.3 增强机器人功能的传感器 .....	48
练 习 题 .....	54

## 4 电动机的控制

4.1 怎样实现对电动机的控制 .....	56
4.2 怎样改变电动机的速度 .....	60
4.3 电动机和机械的动态特性分析 .....	66

---

4.4 怎样正确控制动态特性 .....	69
练 习 题 .....	73
<b>5 机械系统的控制</b>	
5.1 机器人手指位置的确定 .....	76
5.2 设计方法 .....	77
5.3 电动机 .....	78
5.4 驱动器 .....	80
5.5 检测位置用的脉冲编码器(PE)和检测速度用的 测速发电机(TG) .....	80
5.6 直流电动机的传递函数表示法 .....	81
5.7 位置控制和速度控制 .....	85
5.8 通过实验识别传递函数 .....	87
5.9 通过比例积分微分(PID)补偿改善系统特征 ...	87
5.10 通过 IPD 补偿改善系统特性 .....	90
5.11 电流控制 .....	90
5.12 不产生速度模式的位置控制 .....	93
5.13 力控制 .....	93
练 习 题 .....	94
<b>6 机器人运动学</b>	
6.1 机器人的正向运动学 .....	96
6.2 机器人的逆向运动学 .....	102
6.3 机器人的雅可比矩阵 .....	104
6.4 机器人的静力学和雅可比矩阵 .....	109
练 习 题 .....	110
<b>7 机器人控制</b>	
7.1 机器人动力学 .....	114
7.2 机器人的轨迹控制 .....	118
7.3 机器人的力控制 .....	120
练 习 题 .....	124

练习题解答 .....	125
参考文献 .....	133

## 篇外话

机器人必须遵守的规则 .....	3
何谓交流 .....	11
齿轮的摇摆和间隙 .....	17
磁路和磁阻 .....	18
油压和气压 .....	22
十进码和二进制 .....	44
BCD 码 .....	44
速率陀螺仪 .....	53
何谓半闭合(环路)方式 .....	77
间隙和不灵敏带 .....	77
把作直线运动的质量 $M$ 变换成转动惯量 $J$ .....	78
利用脉冲编码器检测速度 .....	82
拉普拉斯变换和拉普拉斯反变换 .....	83
不完全积分和不完全微分 .....	89
$A$ 矩阵中的各元素 .....	99
机器人的逆向运动学问题 .....	103
转动惯量矩阵 .....	116

# 机器人控制基础

本章首先研究机器人应具备的必要功能。其次将依据本书的构成,阐述要研究的内容。最后,还要说明今后学习机器人控制规划的重要性。

## 1.1 机器人应具备的功能

设图 1.1 所示的机器人为棒球投手“野母君”。野母君首先与教练交换信息,因而必须具备理解教练命令的功能。例如,当教练发出“在内场让击球员出局”的命令时,野母君随即便利用其感觉功能,对击球员的情况和自身的条件进行判断。然后,利用过去的经验,并通过自己头脑的决策功能,确定投出什么样的球比较好。例如,设确定“投出靠近击球员的高速

球”。在实现这个决定时,具有运动功能的手,躯体和足便开始动作,并且把球投掷出去。结果进行得很顺利,击球员内场出局,这个经验又被机器人重新记忆在头脑中。

这种机器人必须具有感觉功能,运动功能,以及意向决策功能和对话功能。

现在的机器人,有正在产业界应用的产业机器人,和处于研究阶段的智能机器人。智能机器人必须具备上述的所有功能,但是对于重复进行相同工作的产业机器人来说,只要具有感觉功能和运动功能,进而具备一些简单的控制功能和对话功能就可以了。因为本书是为学习机器人的控制而编写的教科书,所以只涉及到产业机器人范畴的有关内容。

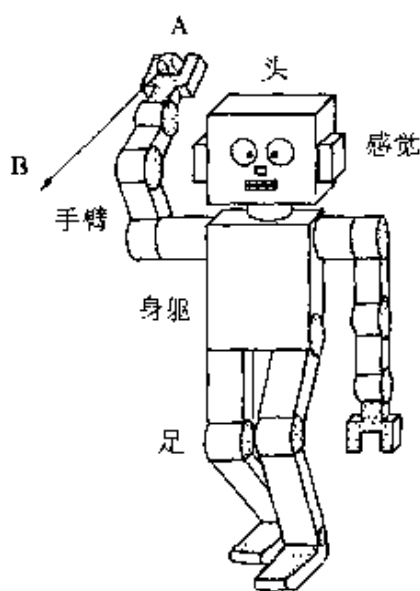


图 1.1 机器人“野母君”

## 1.2 本书的构成

本书前两章将研究执行器。一般的执行器,有电磁执行器、油压执行器和气压执行器等。书中将介绍这些执行器的力的产生方法,同时还将介绍一些新型的执行器。

在第3章中将研究有关传感器的问题,介绍传感器的种类和使用方法,并且介绍一些新型的传感器。

在第4章中,将介绍电动机的控制方法,这种电动机在执行器中获得了广泛应用。此外,本章还要实现对直流电动机和感应电动机的位置和速度控制。

在第5章中,将应用控制理论,对带有机电系统的电动机,进行定量的分析研究。这里将会用到拉普拉斯变换、传递函数以及方框图等,建议读者参考阅读本系列中的《系统与控制》一书。

第6章介绍机器人的前端位置和姿态,与各关节变位量相关的坐标变换。读者应具备矩阵应用方面的知识。

第7章介绍由关节和连杆构成的机器人的特有控制方法。

#### 机器人必须遵守的规则

阿西莫夫机器人工程学三原则:

- 第1条原则 机器人不应对人类造成危害。另外,即使因人们的疏忽而造成的危险,也不能对人们产生有害的影响。
- 第2条原则 机器人必须服从人们发出的命令。但是,当人们发出的命令与第1条原则相违背时,不再受该条原则限制。
- 第3条原则 在不担心违反上述第1条原则和第2条原则的情况下,机器人必须能自我保护。

(福岛正美译)

---

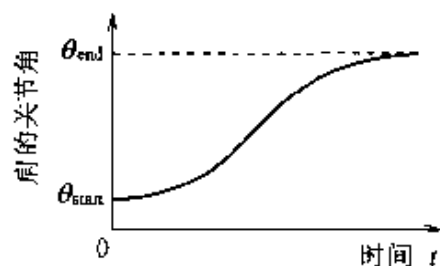
### 1.3 规划和控制

---

在用机器人完成某项作业时,必须确定在作业空间中,机器人手指的三维位置和姿态。而且这种位置和姿态,由与机器人的关节相连接的多部电动机同时旋转来实现。

例如,图1.1中的野母君将球自A点运送至B点时,球从三维空间的A点移动到B点,这时为了改变手指的姿态,我们来求各个关节的旋转角度。





为此,有必要求出各个关节的角度是怎样随着时间的变化而变化的。在这种情况下,因为要考虑球的投掷情况,所以给出了图 1.2 所示的肩的关节角变化的目标值曲线。

给出这种目标轨迹后,就可以沿着这条

图 1.2 肩的关节角的目标轨迹

目标轨迹,正确地实施轨迹控制。

当给出机器人的作业时,我们首先应该制定出规划,然后实施控制以实现这个规划。关于控制,本书在后面还要作进一步讨论,当今要求机器人进行智能作业的情况日益增多,因此规划工作也渐渐变得重要起来。

## 练习

以人在通常情况下进行作业为例,说明当用机器人进行同样的作业时,机器人各种功能的作用。

## 机器人采用 的各种执行器

移动物体这种技术,是支撑现代社会的最重要技术。执行器可以说是这种技术的核心,本章将讨论执行器的工作原理和特性。

在自然界中,容易观察到的力有静电力、电磁力、空气和油的压力,以及弹簧的弹力等这样一些具有代表性的力。在这些力中,能够用到机器人执行器中的力,有电磁力和流体压力。

## 2.1 力是怎样产生的

在天气干燥的日子脱衣服时,会产生噼噼啪啪的声音,而且衣服之间会呈现出吸附现象。这是因为在两件衣服中出现了正、负电荷,因吸引力的作用而造成的。正、负电荷间产生的电力线,如同橡皮绳收缩时会产生力那样,它是一种麦克斯韦应力现象。另外,

磁极 N 与 S 之间会产生吸引力,而同种磁极之间将产生排斥力,这时的磁力线也是麦克斯韦应力而造成的。麦克斯韦应力是所有执行器产生力的根源。

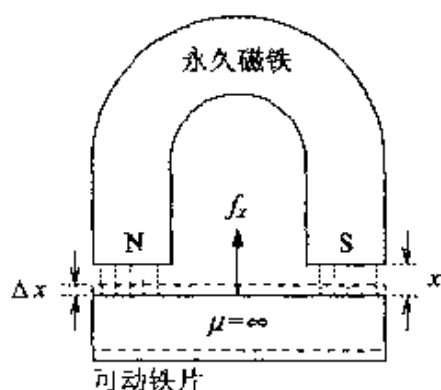


图 2.1 产生电磁力的结构

如图 2.1 所示,考虑把可动铁片置于永久磁铁的附近时,发生吸引的情况。为了使问题简化,设可动铁片的导磁率为无穷大,铁片变动间隙中,磁通密度  $B[\text{T}]$  (特[斯拉]) 的变化可以忽略不

计。又设间隙的长度和总面积分别为  $x[\text{m}]$  和  $A[\text{m}^2]$ ,则在间隙中储存的磁能  $W_m[\text{J}]$  (焦[耳]) 为

$$W_m = B^2 A x / (2\mu_0) \quad (2.1)$$

式中,  $\mu_0$  为空气的导磁率,等于  $4\pi \times 10^{-7} \text{H/m}$ 。

如果忽略永久磁铁的磁能变化,则可动铁片在外力  $f_x$  的作用下移动  $\Delta x$  时,根据能量平衡原理,这时所作的功,应当与间隙内磁能减少的量值相等,因此得到

$$\Delta W_{\text{mech}} = f_x \Delta x = -\Delta W_m \quad (2.2)$$

用偏微分表示微小变化量的关系,可得到吸引力为

$$f_x = -\frac{\partial w_m}{\partial x} = -\frac{B^2 A}{2\mu_0} [\text{N}] \quad (2.3)$$

如果在构造上可动铁片因吸引力作用作回转运动,且设置的回转半径为  $r$ ,则由于存在关系式  $\Delta\theta = \Delta x/r$ ,所以回转力  $\tau$  可以由下式求得:

$$\tau = - \frac{\partial W_m}{\partial \theta} \quad [\text{N} \cdot \text{m}] \quad (2.4)$$

式(2.3)和式(2.4)表示,对应于微小变位,产生的力(力矩)等于系统内能量的变化率。这是产生电磁力、静电力、弹簧力等力的共同原理。另外,由式(2.3)可知,当磁通密度为  $B$  时,沿着磁力线方向上的麦克斯韦应力为  $B^2/(2\mu_0)$ 。

另一方面,因为磁力线之间还具有互相排斥的性质,所以作为麦克斯韦应力,除上述应力之外,在与磁力线垂直的方向上,还会产生  $B^2/(2\mu_0)$  的排斥应力。

其次,如图 2.2 所示,由磁极的平板部分出来的磁力线发生了倾斜,它与底面的法线方向构成了倾斜角  $\theta$ ,现在来考虑这种情况。作用到点  $P$  单位面积上的力  $f$ ,是磁力线方向的麦克斯韦应力  $f_t$  与垂直于磁力线方向的麦克斯韦应力  $f_n$  的合力。

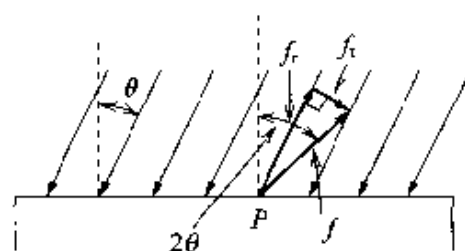


图 2.2 由倾斜磁力线产生的力

设磁通密度为  $B (= \mu_0 H)$ ,若考虑到因磁通倾斜会导致力的作用面积扩大,因而单位面积上的力会变小,于是麦克斯韦应力的各分量此时变为  $f_t = \cos\theta \cdot B^2/2\mu_0$  和  $f_n = \sin\theta \cdot B^2/2\mu_0$ 。

因此,图 2.2 中表示的合力  $f$  的大小为  $B^2/(2\mu_0)$ ,合力  $f$  的方向则与法线方向构成  $2\theta$  夹角。由这个结果可以得出很有趣的结论,这就是当磁力线与物体表面构成  $45^\circ$  角时,  $2\theta = 90^\circ$ ,于是力的方向变得与物体表面相平行。

由此可以得知,当磁通密度一定时,为了使电磁执行器的回转力达到最大,

由转子表面出发的磁力线,应当有  $45^\circ$  的倾斜角。众所周知的弗莱明左手法则( $iBl$  法则),也可以用这个麦克斯韦应力予以说明。

‘前面,我们对有关磁力线的情况进行了说明,如果我们将导磁率,磁场强度和磁通密度分别用介电常数,电场强度和电通量密度来置换,同样可以考虑由静电力产生的力。

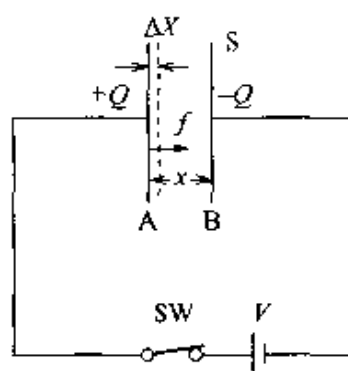


图 2.3 静电力的产生

例如,在图 2.3 中,将面积为  $S[\text{m}^2]$  的电极连接到电动势为  $V$  的电池上,设两个极板在大气中

的间距为  $x[\text{m}]^{1)}$ , 则作用于电极上的力  $f[\text{N}]$ , 根据麦克斯韦应力 ( $\epsilon_0 E^2/2$ ), 可以表示为  $\epsilon_0 S(V/x)^2/2$ 。这里的介电常数  $\epsilon_0$  是大气的介电常数, 其值为  $8.85 \times 10^{-12} \text{F/m}$ 。

## 2.2 电磁执行器

### 2.2.1 直流电动机

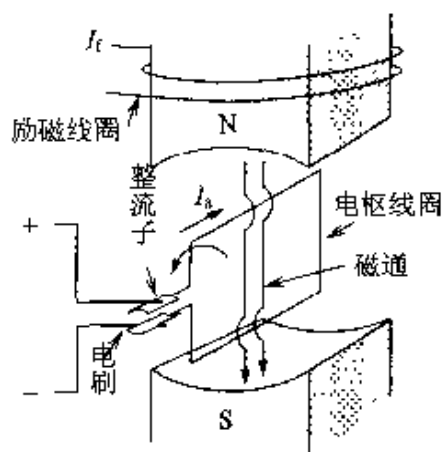


图 2.4 直流电动机的原理

将导体放置到由电磁铁或永久磁铁形成的一定的磁场中, 由于在该导体中有电流流过, 所以会使磁场发生变形, 因此, 产生前面谈到的麦克斯韦应力造成的力, 这就构成了直流电动机。图 2.4 表示了直流电动机的原理图。

产生出一定磁场的磁极, 称为励磁, 电流流动时产生出力矩的线圈, 称为电枢线圈。用弗莱明左手法则, 也可以代替考虑麦克斯韦应力, 这时在上下的导体中, 将会产生使线圈反时针方向旋转的力矩。而且当位于下方的导体旋转  $90^\circ$

时, 由于整流子和电刷的作用, 导体中的电流将反向流动, 并产生反时针方向力矩, 于是转动将会继续下去。一旦线圈以速度  $n$  连续转动, 那么又可以根据发电机的原理, 即根据弗莱明右手法则, 在线圈内产生电压  $E$ 。当电压  $E$  变大时, 流进线圈中的电流  $I_a$  会受到抑制, 电压  $E$  与外加电压  $V$  会趋于平衡状态。

当把电动机中线圈的电阻考虑为  $r_a[\Omega]$  时, 电动机的等效电路将变成图 2.5 所示。若设由电动机的尺寸等几

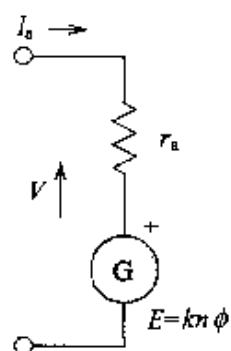


图 2.5 直流电动机的等效电路

1) 原书为  $X[\text{m}]$ 。

何量决定的常数为  $k$ , 设磁通为  $\phi$  [Wb] (韦[伯]), 则旋转速度与产生的电压的关系, 根据弗莱明右手法则为  $E = kn\phi$  [V]。该电压与外加电压  $V$  的关系, 因线圈电阻  $r_a$  造成的电压降, 于是变成

$$V = r_a \cdot I_a + kn\phi \quad (2.5)$$

另外, 若设由电动机的几何形状决定的常数为  $k$ , 则根据弗莱明左手法则, 产生的力矩为

$$\tau = k\phi I_a \quad (2.6)$$

因为直流电动机的  $r_a$  比较小, 所以  $r_a \cdot I_a$  可以忽略不计, 因此直流电动机的转速大致与外加电压成正比, 再加上产生的力矩与电枢电流是成正比的, 所以控制特性比较好, 它在以机器人为首的许多机械中得到了应用。在实际的直流电动机中, 一般都把励磁极设置成偶数倍的, 且把硅钢片重叠起来作成电枢, 再在电枢上挖出许多沟槽, 然后将线圈埋藏在沟槽之中。

### 2.2.2 同步电动机

虽然直流电动机的外加电压是直流的, 但是由于整流子和电刷的作用, 随着电枢的旋转, 电枢线圈中流过的是方向不断改变的交流电流。如果将直流电动机的整流子和电刷去掉, 让交流电流直接流进电枢中, 这时会变成什么情况呢? 与前面的情况相反, 我们来考虑把电枢配置在外侧, 把作为转子的磁铁配置在内侧时, 所构成的电动机。

现在我们来考虑图 2.6 所示情况, 将线圈配置在外侧三个不同的方向上, 并且如图 2.7 所示, 各线圈相互之间构成  $120^\circ$  夹角时, 三相交流电流的流动情况。各线圈产生的磁场, 在方向上与电流的极性方向相一致, 在量值上则与电流的值成比例, 因此, 由三相电流产生的转子中央的合成磁场 ( $H_T$ ), 将如图 2.7 所示, 在时刻  $t_1$  时, 合成磁场向上, 在时刻  $t_2$  时, 合成磁场顺时针方向转动到  $45^\circ$ , 在时刻  $t_3$  时, 合成磁场顺时针方向转动到  $90^\circ$ , 转动过程中, 合成磁场的量值保持不变。

这种随着时间的变化进行旋转的磁场, 称为旋转磁场。图 2.8 中那种流动电流  $i$  旋转形成的磁场, 与由上述线圈构成的磁场是等效的。当把用永久磁铁或者用电磁铁作成

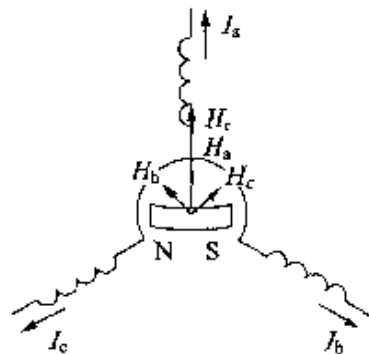


图 2.6 由三相线圈合成的磁场

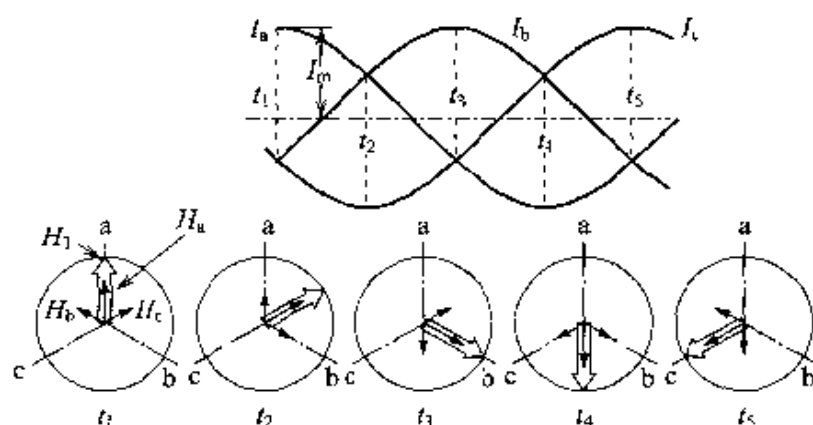


图 2.7 旋转磁场的产生情况

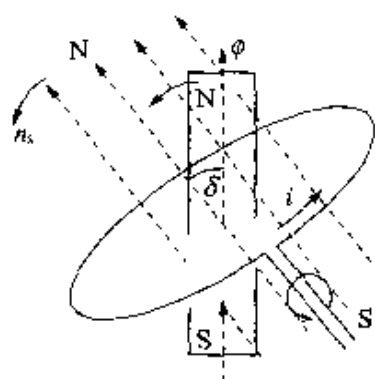


图 2.8 同步电动机的旋转原理

的转子放进旋转磁场中时,转子会以与旋转磁场相同的速度进行旋转,这种在时间上的完全整合,称为同步,这时的旋转速度,称为同步速度(\$n\_s\$)。这种与旋转磁场同步,且以一定的速度进行旋转的电动机,称为同步电动机。

对于图中的情况,磁极数为 2 个,同步速度与外加交流电源的频率相一致,若设线圈的数目为原来的 2 倍,即 6 个,则磁极的数目变为 4 个,旋转磁场在一个周期内有 3 个

线圈和 2 个磁极,而机械上转动的角度是 \$180^\circ\$,所以同步速度是前面的同步速度的 \$1/2\$。由此可见,当设电源的频率为 \$f\$,旋转磁场的磁极数为 \$p\$ 时,同步速度即同步电动机的转速 \$n\_s\$,可以由下式求出:

$$n_s = \frac{f}{p/2} \quad (2.7)$$

电动机产生的转矩 \$\tau\$,可以用与直流电动机相同的方法进行考虑,这时变为

$$\tau = k\phi i_s \sin\delta \quad (2.8)$$

式中, \$\delta\$ 是图 2.8 中,转子磁极的方向与定子线圈产生的旋转磁场的方向之间的夹角,称为转矩角或者内部相差角。

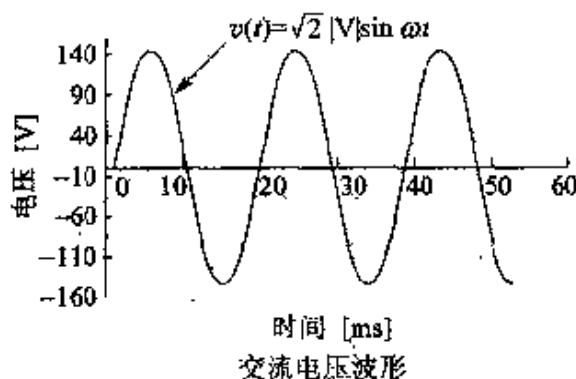
无负载时的转矩角为 0,输出转矩也为 0,由式(2.8)可以清楚看出,当

$\delta$  为  $90^\circ$  时, 转矩达到最大。在直流电动机中, 应适当配置电刷, 使其保持  $\delta = 90^\circ$ , 从而可以具有最大转矩。

同步电动机以同步速度进行旋转, 当负载力矩增大时, 转矩角会自动变大, 从而导致输出转矩增大。但是当施加在电动机上的负载超过了  $\delta$  为  $90^\circ$  时的转矩时, 电动机会失去同步造成失调现象, 从而使运转不能正常进行。

### 何谓交流

干电池的两极间的电压通常是一定的, 但是交流电灯线插座上两极之间的电压则如图所示, 是时时刻刻在变化的, 这时电压的方向在进行着周期性的变化。所谓交流 100V, 是表示  $|V|$  的大小为 100V。 $|V|$  是峰值的  $1/\sqrt{2}$ , 称为有效值。



电流  $i(t) = \sqrt{2} |I| \sin(\omega t + \theta)$  时的情况也相同, 所谓交流 10A 是表示  $|I|$  的大小为 10A。 $\theta$  在  $t = 0$  时取 0 值, 它表示电压与电流之间的位相差。特别是在电流回路中, 电流与回路中电压间的位相差, 称为功率角。若将电压和电流的有效值, 以及功率角的余弦值三者相乘, 就可以求出实际上能转变成热和功的有效电力。

### 2.2.3 无刷电动机

直流电动机虽然具有良好的控制性能, 但是由于它是通过整流子与电刷间的机械接触来对电流进行切换的, 所以安全可靠性能较差。因此, 研制出了图 2.9 所示的无刷电动机。在这种电动机中, 用磁极位置传感器和晶体管等开关元件, 取代了直流电动机的整流子和电刷。

位置传感器检测出转子的位置后利用总是产生相同方向转矩的开关元件, 去切换线圈的电流。因为无刷电动机在产生转矩等特性方面, 与直流电动机完全相同, 所以在过去采用直流电动机的机器人领域, 得到了广泛应用。



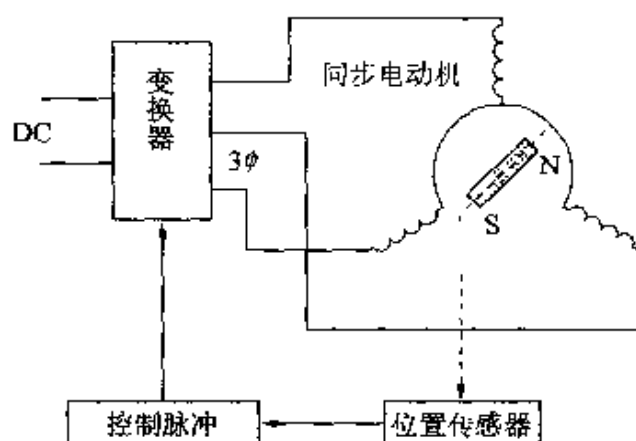


图 2.9 无刷电动机

### 2.2.4 感应电动机

如图 2.10 所示,把穿过导体的磁通,沿着箭头方向以速度  $v$  移动时,相对而言这相当于导体向反方向移动,根据弗莱明右手法则,这时会感应出指向纸面内部的电压,而且会产生出与电压相同方向的电流  $i$ 。这个感应出来的电流与原来的磁通之间,服从弗莱明左手法则,产生出作用力。该力将导体沿着磁通的方向进行拖引。基于这种原理进行旋转的电动机,称之为感应电动机。

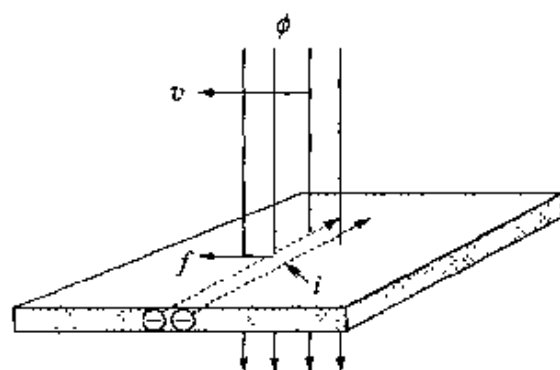


图 2.10 感应电动机的原理

正如对同步电动机讨论的那样,定子配置了三相线圈。当有三相交流电流流过该线圈时,将得到旋转磁场,而在定子中设置为圆筒形导体的转子就会沿着旋转磁场的方向旋转。一般,采用的转子如图 2.11(b) 所示,它是用许多像图 2.11(a) 表示的那种具有若干开孔的硅钢片重叠起来,然后再往孔中浇铸进金属铝后构成的。因为转子中的铝导体部分的形状像鼠笼,所以这样的电动机称为鼠笼式感应电动机。

由感应电动机的驱动原理可知,旋转磁通必须切割转子,因此转子的转速  $n$  将低于同步速度。同步速度  $n_s$  与转子的旋转速度  $n$  的差值,相对于同步速度  $n_s$  的比值  $[s = (n_s - n)/n_s]$ ,称为转差率。

由感应电动机的驱动原理可知,旋转磁通必须切割转子,因此转子的转速  $n$  将低于同步速度。同步速度  $n_s$  与转子的旋转速度  $n$  的差值,相对于同步速度  $n_s$  的比值  $[s = (n_s - n)/n_s]$ ,称为转差率。

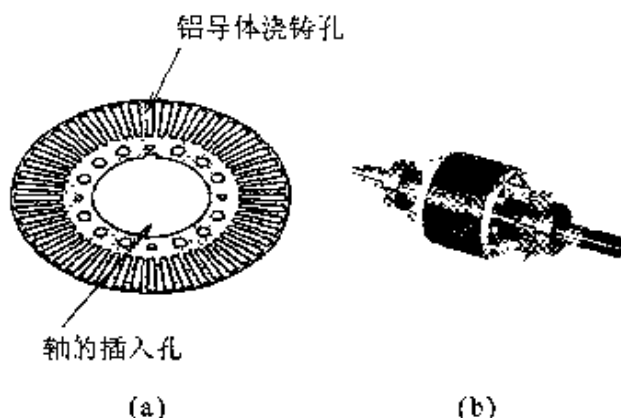


图 2.11 感应电动机的转子

因为感应电动机的定子铁心上缠绕着一次线圈,在与定子隔着微小间隙的转子的铁心上,具有二次线圈,所以可以把感应电动机看作是一种变压器,它可以用与图 2.12 所示的变压器相同的等效电路来表示。图中的  $x_1$ 、 $x_2$  和  $r_1$ 、 $r_2$  分别是一次和二次线圈的漏电抗和电阻,  $g$  表示铁心铁损耗的电阻倒数,  $b$  是对应于外加电压,形成磁通所需励磁电抗的倒数。

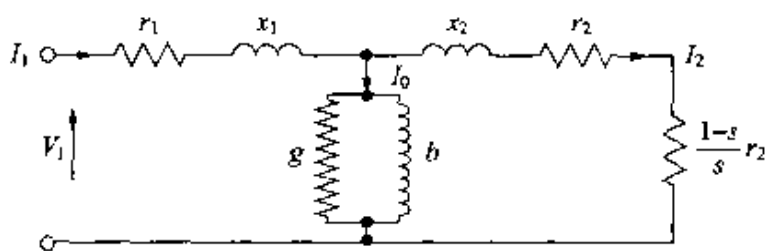


图 2.12 感应电动机的等效电路

但是,次级的常数  $r_2$ 、 $x_2$  等,除以变压器的圈数比的平方,可以变换为初级的量值。在图 2.12 所示的等效电路中,电阻  $(1-s)r_2/s$  是负载的等效表示量,当  $s=1$  时(停止时),它变成 0;而当  $s$  趋近于  $s=0$  (同步速度) 时,它变成无穷大。

因为励磁电流一般较小,所以为了近似地分析感应电动机的运动情况,我们采用了把  $g$ 、 $b$  移到输入端的图 2.13 所示的等效电路。应用这个等效电路,由于感应电动机的输出  $P_o$  等于负载等效电阻的电力消耗,所以在三相部分,得到

$$P_o = 3 |I_2|^2 r_2 \frac{1-s}{s} \quad (2.9)$$

负载电流  $I_2$  则由下式给出:

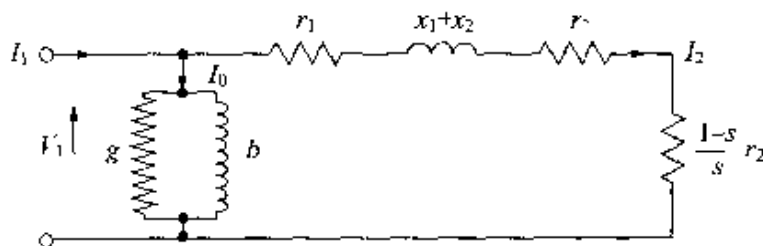


图 2.13 感应电动机的简易等效电路

$$|I_2| = \frac{V_1}{\sqrt{\left(r_1 + \frac{r_2}{s}\right)^2 + (x_1 + x_2)^2}} \quad [A] \quad (2.10)$$

另外,当设电动机的转速为  $n[\text{rad/s}] = (1-s)n_s$  时,产生的转矩应山下式求出:

$$\tau = \frac{P_a}{2\pi n} = 3 |I_2|^2 \frac{r_2}{2\pi n_s \cdot s} \quad [N \cdot m] \quad (2.11)$$

由式(2.11)可以看出,当  $s$  一定时,转矩将与  $|I_2|^2$  成正比。采用这种原理的控制方法,称为滑差一定控制。

另一方面,当感应电动机在滑差较小的情况下应用时,由式(2.7),式(2.10)和式(2.11),可以得到下列计算公式:

$$\begin{aligned} \tau &= 3 V_1^2 \frac{s}{4\pi f / p r_2} = 3 |I_2|^2 p \frac{V_1}{4\pi f} \\ &= \frac{3}{4\pi f} p \left( \frac{V_1}{f} \right)^2 \frac{s f}{r_2} \end{aligned} \quad (2.12)$$

由式(2.12)可以明显看出,当  $V_1/f$  一定时,转矩与  $s \cdot f$  即与转差频率成正比,或者与次级电流成正比。这就构成了感应电动机在  $V_1/f$  一定时的控制基础。

但是,等效电路中的  $I_0$  是使电动机铁心中产生磁通的电流,相当于直流电动机的磁场电流。如果忽略由  $g$  造成的损失,则因为  $|I_0| = V_1 / 2\pi f L$ , 于是所谓的  $V_1/f$  一定,与所谓的  $I_0$  一定即直流电动机的磁场一定是相当的。另一方面,  $I_2$  在转子的导体中流动,它表示着产生与磁通交连的转矩的电流,相当于直流电动机的电枢电流。基于上述原理的感应电动机,是一种初级定子线圈中的励磁电流分量和转矩电流分量,需要同时提供的电动机,从这一点来看,它不同于直流电动机,但是从转矩产生的原理方面考虑,它与直流电动机是相同的。

近年来,获得了惊人发展的电力电子学和微处理器技术得到了应用,在满足  $I_c$  一定的条件的同时,基于对一次频率和电流瞬时值的控制,可以对感应电动机的瞬时转矩像直流电动机那样进行控制,从而使向量控制实用化,并且在各种机械设备中得到应用。

### 2.2.5 步进电动机

考虑在 2.2.2 节中介绍的同步电动机,当其驱动电流不是正弦波,而是矩形波时的情况。由图 2.7 可以简单地进行类推,相应于  $t_1$  时刻时,磁场向上,在电流进行变换的  $t_2$  时刻,磁场旋转  $60^\circ$ 。因此,每当电流脉冲变换一次,其中的磁铁便阶跃式的旋转  $60^\circ$ ,而每当有脉冲进入时,这种电流就会变换一次。我们把每次旋转一定角度的电动机,称为步进电动机或称为脉冲电动机。特别是当在转子中采用永久磁铁(permanent magnet)时,我们称此时的电动机为 **PM 型步进电动机**。

另一方面,当转子为软磁性体,且其构造为图 2.14 表示的凸极结构时,在旋转磁场的作用之下,转子也会作阶跃状旋转运动。当线圈 1 的励磁停止时,如果线圈 2 开始励磁,则转子的稳定位置就会变化,并向反时针方向旋转。其次如果线圈 3 开始励磁,则转子会进一步旋转,这样如果线圈接连不断的进行励磁,转子就会连续地进行转动。

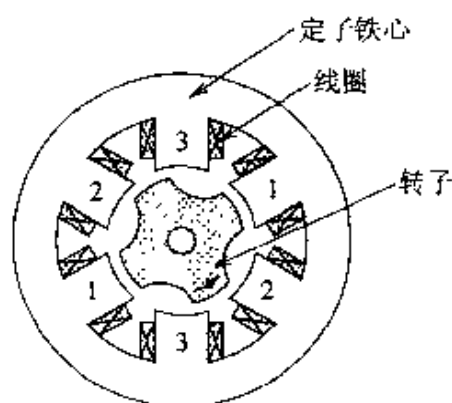


图 2.14 VR 型步进电动机的转动原理

对于这种电动机,伴随着转子的转动,转子与定子的凸极之间的重叠程度会变大,从而利用了这种情况下产生的电磁力。因为当电动机的状态发生变化后,电动机在磁通容易通过,即在磁阻(reluctance; 参阅 18 页的篇外话)变小的情况下旋转,所以称这种电动机为 **VR (variable reluctance) 型步进电动机**。

VR 型步进电动机产生转矩的原理,与图 2.1 中麦克斯韦应力产生原理相同,可以从随着转子的转动,磁能会发生变化这种观点进行考虑。当铁心的导磁率  $\mu$  非常大时,因为  $B = \mu H$ ,所以铁心内部的磁场强度  $H$  会变得几乎等于 0,电动机的磁能几乎全都被存储到电动机的空隙中。

电动机空隙中的磁能,在转子和定子的凸齿相对时达到最大,这时设一

个凸齿部分的能量为  $\Delta W$ 。另一方面,当磁极移动  $\Delta x$ ,致使磁极完全错开时,磁通将变得很难通过,因此,为了简单,若设这时的磁能为 0,则转子中产生的平均推力,在假设励磁极数为  $p$  的情况下,可以由式(2.6)类推得到,为  $F_1 = p\Delta W/\Delta x$ 。因此,当设转子的半径为  $r$  时,产生的平均转矩由下式求出:

$$\tau = pr \frac{\Delta W}{\Delta x} = p \frac{\Delta W}{\Delta \theta} \quad (2.13)$$

设线圈中的电流为  $I$ ,每一个间隙的圈数为  $N$ ,间隙的长为  $d$ ,间隙中的磁场为  $H$ ,磁极齿的面积为  $A$  且其深度为  $l$ ,磁动势  $NI$  几乎充满间隙中,间隙的磁位差与  $H \cdot d$  大致相等,所以  $\Delta W$  可以由下式求出:

$$\Delta W = Ad\mu_0 \frac{H^2}{2} = r\Delta\theta l\mu_0 \frac{(NI)^2}{2d} \quad (2.14)$$

因此,平均转矩  $\tau$  可以由下式求得:

$$\tau = p \frac{\partial W}{\partial \theta} = prl\mu_0 \frac{(NI)^2}{2d} \quad (2.15)$$

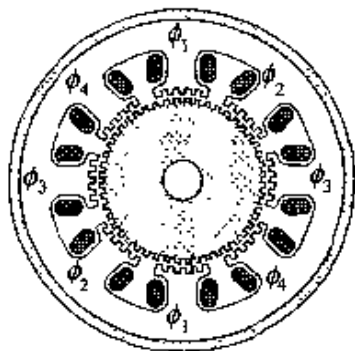


图 2.15 能提高转矩  
的微小齿构造

对于图 2.15 所示构造的电动机,虽然极数增加可以使步进角减小,但是在磁极上绕制线圈会变得比较困难,因此,极数的增加是有限度的。一般来说,在减小步进角时,应采用图 2.15 那样的结构,在磁极中设置许多小齿。

在图 2.15 的构造中,当励磁线圈转换时,只转动了两个小齿间距离(一个齿周节)的  $1/4$ ,步进角明显变小。

但是,对于在一个磁极上设置着  $n$  个小齿的情况,当转子与定子的小齿对齐时,其磁极的相对面积大约变为  $A/2$ ,这时空隙中储存的磁能也变成没有小齿时的  $1/2$ 。而在小齿完全错开。磁能大致变成 0 时,转角变为  $1/n$ 。所以在转子上产生的转矩变为  $\tau_2 = p\Delta W/2/\Delta(\theta/n) = n\tau_1/2$ ,转矩变为原来的  $n/2$  倍。

实际上,在齿错开时存在有漏磁通,能量的变化量会变小,因此确切地说不会变成  $n/2$  倍,所以当把磁极上的齿作小时,随着步进角的变小,也会因电动机的高转矩化而获得非常有效的成果。

作为步进电动机,除了上述类型的电动机以外,还制造出了 VR 型和用同样的软磁性体构成极齿,并同时采用了永久磁铁的 HB(hybrid) 型步进电

动机。

步进电动机的旋转速度与脉冲的频率成正比,旋转的角度与脉冲的数目成正比,它具有能在开环情况下对电动机进行控制的突出特点,它以机器人为首要应用对象,并在许多其他领域得到应用。

### 齿轮的摇摆和间隙

通过齿轮使轴进行旋转时,为了使两个轴的旋转速度相等,齿轮的齿应作成具有渐开线的形式。但是由于齿的加工精度有一定限度,并且在齿与齿的接触过程中存在着冲击等情况,所以在转动时会产生脉动现象,发生所谓的摇摆,齿轮和采用齿轮的机械也会发生振动。另外,由于在齿轮中设置了一些游隙,所以即使驱动轴进行了反方向旋转,从动轴在齿轮的反向齿面接触以前,也不会进行旋转。这种现象称为齿轮的间隙。

摇摆,间隙和振动会破坏机械的精度,从而自然地会使采用齿轮的机械精度受到限制。

## 2.2.6 直接驱动式高转矩电动机

电动机在大多数情况下是与减速器组合在一起应用的,而在减速器中必然会有摇摆、间隙和振动存在,因此会对运行速度和位置精度造成不良影响。近年来,对机器人的高速化,位置精度的高精度化,进而对力控制等的高功能化要求不断提高,作为解决上述问题的对策,摒弃减速器,采用直接驱动手臂等对象物的 DD (direct drive) 方式受到了人们的关注。

图 2.16 是利用上述 VR 型原理做成的一种电动机,它可以作为采用 DD 方式,而且在市场销售的电动机的一个例子。这种电动机采用了三相励磁,它在构造上,采用了在转子的内部和外部均配置定子的结构。当在内部和外部具有两个定子时,会从两面产生力,与此同时,磁通四次通过凸齿部分,从而在凸齿错开位置时,磁通容易被遮断。因此,这种构造在凸齿正对时和凸齿错开时的能量变化( $\Delta W$ )会变大,从而会因高转矩化而使电动机变得更加有效。

另外,在上述的转子和定子中,若凸齿作成微小型结构,则在产生转矩时,趋向有效转子面的磁通将变得更多。

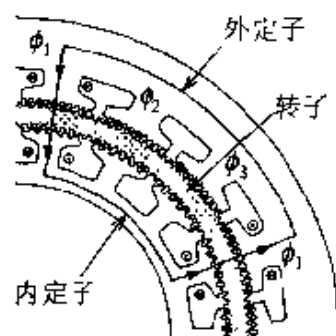


图 2.16 VR 型高转矩电动机

除此之外,作为高转矩电动机,还制造出了 HB 型电动机和无刷型电动机。

## 2.3 线性电磁执行器

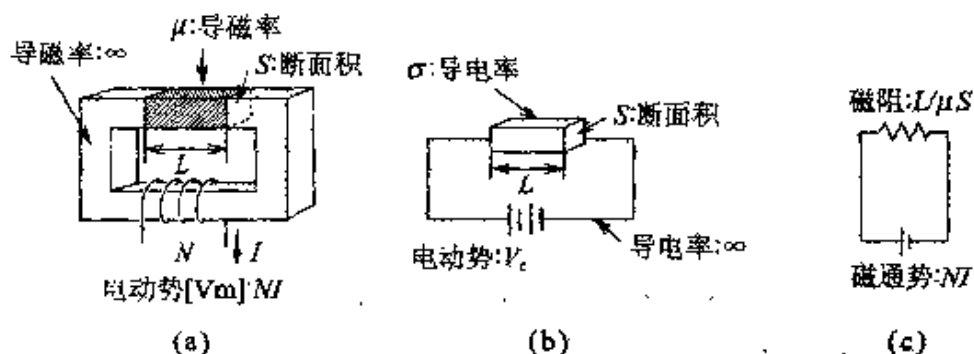
在生产线上,作直线运动的工作很多,为了能获得直线运动,通常是把旋转型电动机与皮带,或滚珠丝杠等组合在一起。但是,在采用滚珠丝杠等的情况下,确定位置时的精度,会因间隙和摇摆而变差,而且还存在着不能作高速运行等方面的问题。因此以 DD 方式运行的线性电磁执行器,受到了人们的关注。线性电磁执行器,是一种将旋转式电动机的定子和转子平坦地展开的装置,在制造时,它与大多数类型的旋转型电动机,具有相同的驱动原理。

### 磁路和磁阻

几乎所有的电磁电动机,都是在电流流过铁心上缠绕的线圈时,通过在铁心中产生磁通而提取出能量。正如在前面已经揭示的那样,能量和产生的转矩与铁心中的磁通有着直接关系,所以求解出磁通是非常重要的。

如图(a)所示,当电流流过电磁线圈时,设铁心内部的磁力线彼此平行。在导磁率为无穷大的物体中,不会出现磁场  $H$ ,因为只有在有限导磁率的部分才产生磁场  $H$ ,所以根据安培环路积分法则,得到  $NI = HL$ 。因此,磁通为  $\phi = BS = \mu HS = NI/(L/\mu S)$ 。

另一方面,在图(b)的电路中流过的电流,根据欧姆定律,为  $I = V_e/(L/\sigma S)$ 。在上述两个公式中,  $I \Leftrightarrow \phi$ ,  $\sigma \Leftrightarrow \mu$ , 电动势  $\Leftrightarrow$  磁通势可以对应起来考虑,从而可以用与欧姆定律相同的形式来表示。 $L/\mu S$  是与电阻对应的量,称为磁阻。图(a)中磁通流经的铁心,是磁通回路,它可以用图(c)中表示的磁路来表示。即假定由导磁率  $\mu$  和形状去求磁阻,则与在电路中求电流的方法是相同的,可以根据欧姆定律,非常简便地求出磁通来。



## 2.4 油压执行器

把油压泵产生的工作油的压力能,转变成机械能的装置,称为油压执行器。在驱动油压执行器时,作为外围设备,包括:

- (1) 形成油压的油压泵;
- (2) 供给工作油的导管;
- (3) 控制工作油流动的油压控制阀;
- (4) 控制控制阀的控制回路。

这些都是一些必要的设备。根据油压执行器输出量的形式的不同,大致可以把它们区分为作直线运动的油压缸,和作旋转运动的油压马达。

油压执行器具有下列一些优点:① 构造简单,可靠性高;② 体积小,可以获得比较高的推力和转矩;③ 比较容易进行控制等。所以在以机器人等为代表的工作机械中,获得广泛应用。但是它也存在着 ① 漏油;② 噪声;③ 低速不稳定;④ 必须对工作油的清洁度进行管理等方面的问题。

### 2.4.1 油压缸

油压缸的构造如图 2.17 所示,在缸体内有一个活塞,当把高压油注入到缸体内时,缸体内的活塞被推动,因此可以作功。这里表示的是可以作往复运动的复动型油压缸。假设工作油的流量,受压面积和容积效率分别为  $Q$ ,  $A$  和  $\eta_v$ ,则活塞杆的速度可以用公式  $v = Q\eta_v/A$  求出。另外,设加权压力系数(主要由滑动部分的摩擦系数决定)和油压缸压力系数分别用  $\lambda$  和  $\eta$  表示,则推力  $F$  和输出  $P$  与活塞两侧的压力差  $\delta p$  成正比,并且可由下式求得

$$f = (p_1 - p_2) A_c \lambda = \delta p A_c \lambda \quad (2.16)$$

$$P = v \cdot f = \delta p Q \eta_v \lambda = \delta p Q \eta \quad (2.17)$$

### 2.4.2 油压马达

#### 1. 齿轮马达

齿轮马达有外啮合型和内啮合型两种,这里就外啮合型齿轮马达加以



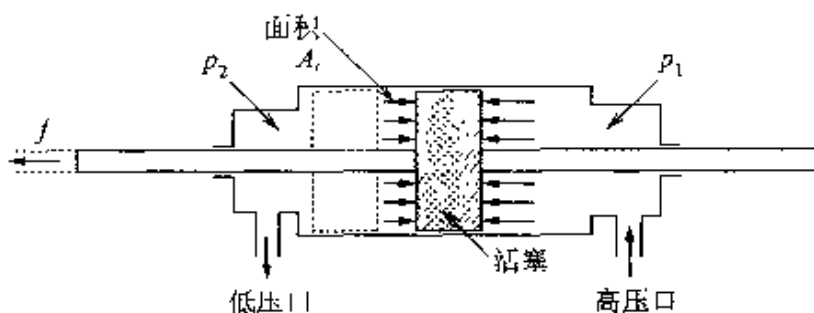


图 2.17 活塞油缸的构造

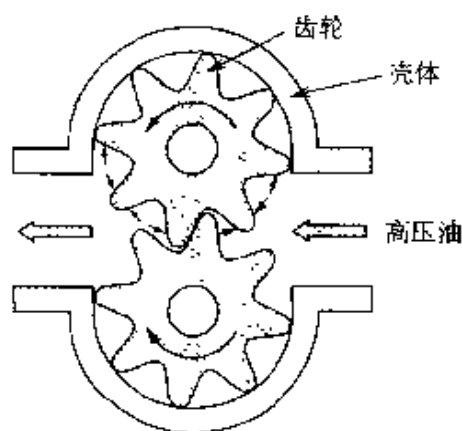


图 2.18 齿轮马达

说明。在图 2.18 所示的壳体内,两个齿轮被均等地包容在里面。如果从一方向另一方注入加压的工作油,则伴随着齿轮的旋转,油便从另一方流出。施加到齿轮上的合力不为 0,所以便产生了向反时针方向旋转的力矩。

## 2. 叶片型马达

叶片型马达如图 2.19 所示,沿着转子半径方向,切割出一些滑槽,在滑

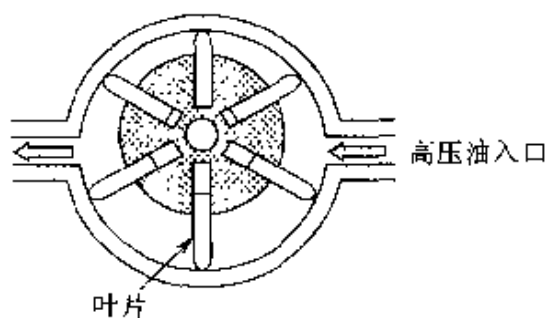


图 2.19 叶片型马达

槽中插入可以滑动的叶片,通过作用于叶片上的工作油压力,可以产生出转矩来。这种旋转马达的驱动原理,虽然看起来与油压缸的驱动原理不同,但是从通过压力室体积的膨胀产生出力这一点来看,两者的驱动原理是完全相同的。因此,这种马达的输出力的特性,也可以用与式(2.16)和式(2.17)相类似的公式来表示。

## 3. 活塞式马达

活塞式马达是一种利用斜板和凸轮机构,把油压缸的直线运动,变换成

是,因为气体的黏性低,所以空气的漏损严重,获得高效率的气压马达比较困难。另外,因为气体具有可压缩性,所以也不易制造出具有高输出功率的气压马达。另一方面,因为它能在过载时自动减速,或者停止运行,所以它是一种安全的执行器。

### 油压和气压

对于采用相同压力的油压和气压执行器,它们所具有的特性,可以对照如下:

油压执行器	气压执行器
① 适于搬运较重的物品	① 适于搬运较轻的物品
② 不适于高速移动	② 适于高速移动
③ 适于确定高精度位置	③ 不适于确定高精度位置

## 2.6 未来的执行器

### 2.6.1 压电执行器

#### 1. 电致伸缩 / 压电效应

如果把外加电场施加到电介质上,电介质中的正负电荷会被分离,发生极化现象。这时对于某种电介质,会发生与电场的一次方或者二次方成比例的畸变,分别称之为逆压电效应和电致伸缩效应。特别是对于被称为强电介质的物质,具有自发的极化效应,由于外加电场的作用,会使其自发的极化发生逆转,从而导致很显著的畸变。

作为固态的强电介质,最初发现的有罗谢尔(Rochelle)盐(即四水合酒石酸钾钠)和钛酸钡。其后又开发出了以高性能的  $\text{Pb}(\text{Zr} \cdot \text{Ti})\text{O}_3$  (PZT) 为代表的二成分系统的压电陶瓷,乃至后来的三成分系统的压电陶瓷(PLZT),这些产品被应用到了各种执行器中。

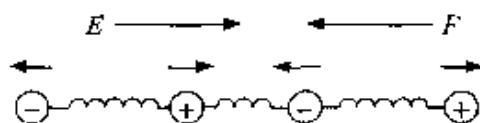


图 2.21 压电体的一维模型

如果用最简单的模型考虑压电体,则可以考虑与微小的非线性弹簧相连接的微小电容集合体。它的力是由电力线的麦

旋转运动的机构。活塞式马达可以作成两种类型,一种缸体如图 2.20 所示,与旋转轴处于平行状态的轴向活塞式马达,另一种类型则是缸体与旋转轴处于正交状态,且按照放射状配置的径向式活塞马达。

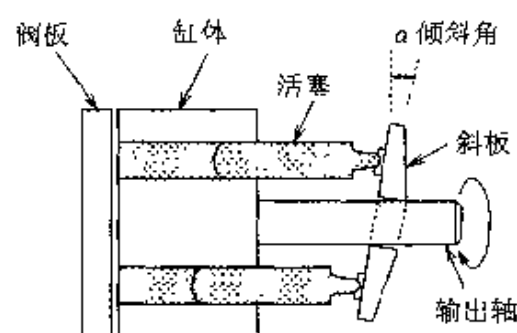


图 2.20 活塞式马达

## 2.5 气压执行器

气压执行器是利用压缩空气的能量,进行直线运动或旋转运动的执行器。它是用与油压执行器相同的驱动原理,构成执行器的。但是,与油压执行器比较,它的输出功率较小,因此适用于中、小负荷的工作状态。

在气压执行器中,由空气构成的工作流体具有压缩性,所以在负荷作用下,速度容易变动,难于确定精确的位置,但是不会发生漏油那样的环境污染,也不必担心发生火灾。另外,由于空气的黏性小,所以可以在工厂的任何地方安装管道,因此便于利用,维护管理也简单。再者,对于惯性小的压缩性流体,当迅速地使其流动停止时,不会造成压力波动,因此比较安全,不必安装过负荷防止装置。

### 2.5.1 气压缸

气压缸的驱动原理与油压缸的驱动原理是相同的,它们的构造也基本上相同。因此,当设空气压力,缸体面积和推力系数分别为  $p$ ,  $A$ ,  $\mu$  时,其推进力可以用与式(2.16) 相类似的公式来表示:

$$f = pA\mu \quad (2.18)$$

但是,因为空气是可压缩性流体,所以运行速度成为负载的函数,不像在油压缸时那样容易进行求解。

### 2.5.2 气压马达

它是一种能够旋转的气压执行器,与油压马达的原理相同。它的缺点

克斯韦应力构成的,类似于图 2.3 中表示的正负极间的作用力。因此,当把外加电压施加于压电体时,其能量变化,可以用图 2.21 中表示的一维模型来考虑。

现在,如果我们假设外加电压和外力的增量分别为  $\Delta E$  和  $\Delta F$ ,则电介质的收缩量  $\Delta x$ ,可以用下式求出:

$$\Delta x = -C_u \Delta F + K_v \Delta E \quad (2.19)$$

式中,  $C_u$  和  $K_v$  分别被称为一致性常数和压电常数,后者又被称作电场变位变换系数。当无负载即  $\Delta F = 0$  时,使外加电场增加  $\Delta E$ ,若设这时材料的介电常数为  $\varepsilon$ ,则材料储存的机械能的增量与电气能量增量的比( $k^2$ ),可以由下式表示:

$$k^2 = \frac{(K_v \Delta E)^2 / 2 C_u}{\varepsilon (\Delta E)^2 / 2} = \frac{K_v^2}{\varepsilon C_u} \quad (2.20)$$

平方根  $k$  称为机电组合系数,它是构成电能与机械能变换标准的重要常数。在增大负荷而必须进一步提高作用力的情况下,变位量将会减小,这是因为这部分机械能的增加部分,需要由这种位能变化来提供。

## 2. 变位扩大法

通常材料的变位量是非常小的,即使对于 1mm 厚的强电介质,在 1000V 的外加电压作用之下,其变位量最大也超不过  $0.1\mu\text{m}$  的程度。因此,为了能在低的外加电压下,获得大的变位量,需要采取各种各样的办法。

为了能在低电压下得到大的变位,用图 2.22 所示的许多层很薄的压电陶瓷,作成了积层型压电元件。当对间隔为  $100\mu\text{m}$  的 99 层的元件,施加 100V 的外加电压时,产生了  $8.7\mu\text{m}$  的变位,并且获得的元件的响应速度在  $10\mu\text{s}$  以下。

如图 2.23 所示,双压电晶片是一种能沿着长度方向伸缩的压电板,它由两块对立配置的陶瓷板构成,当一方伸长时,另一方收缩,作为整体会引起很大的弯曲。这时虽然可以得到比较大的变位,但是却具有响应频率低的缺点。

蠕动机构在结构上可以看作是一种变位集积型执行器,其驱动部分如图 2.24 所

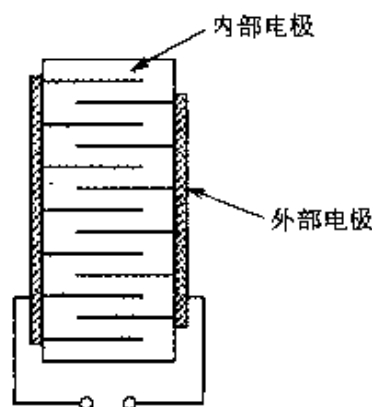


图 2.22 积层型压电元件

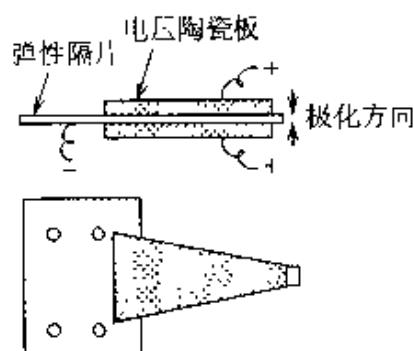


图 2.23 双压电晶片元件

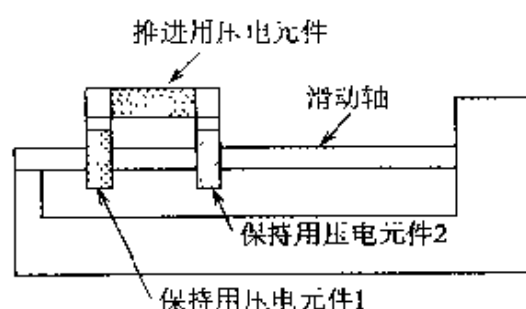


图 2.24 蠕动机构

示,由三个压电元件组成,其中两个作为保持用压电元件,可以使它们进行反向动作,当其中一个元件握紧轴时,另一个元件会松开轴。而且,当推进用的压电元件与其中一个保持用元件进行同步,并反复进行伸缩时,就会像尺蠖虫那样运行,于是就可以使驱动部分沿着任意方向移动。因为与其他执行器比较,这些执行器具有更小的移动量,所以可以安装到普通机器人的前端,进行微小位置的判决,同时作为微型机器的执行器,也备受人们关注。

## 2.6.2 超声波执行器

### 1. 什么是超声波执行器

把基于压电元件的超声波振动作为驱动源,可以看作是一种执行器,它无需线圈和磁铁,而是由激起振动的压电振动部分,和通过接触对振动部分施加压力的移动部分构成。市场上销售的超声波振动子,只能发生一个方向的振动,但是依照人们意愿,不能把东西往一个方向连续移动。为了能作为马达使用,必须使转子浮起的纵向振动,与向横向移动的横向振动进行合成,形成所谓的椭圆振动。根据这种椭圆振动的不同产生方法,设计出了各种各样的超声波马达。图 2.25 中表示的推力振动片驱动方式的马达,就是其中的一种。它由超声波振子和由振动片构成的定子,以及与定子成  $\theta$  角倾斜安装的旋转圆盘组成。在振动片处于振动状态的情况下,振动片的前端与圆盘接触的同时,会受到弯曲应力作用,于是振动片会发生弯曲变形,其前端将沿着圆盘的旋转方向运动,从而形成椭圆振动。

图 2.26 是一种采用扭转振动片驱动方式马达的振子,扭转组合体与转子在构造上是重叠在一起的。扭转振子被作成锅盖那样的形状,在其把手的

内侧,切割出了一个与把手成 $\theta$ 角的沟槽。当沟槽的两侧因纵向振动而被推向上方时,为了在把手的部分使厚度变大,扭转力便会产生出来,于是把手便会作回转振动。因此,把手的前端部分,将会因回转振动和纵向振动而导致椭圆振动,于是压在上方转子就会进行旋转。

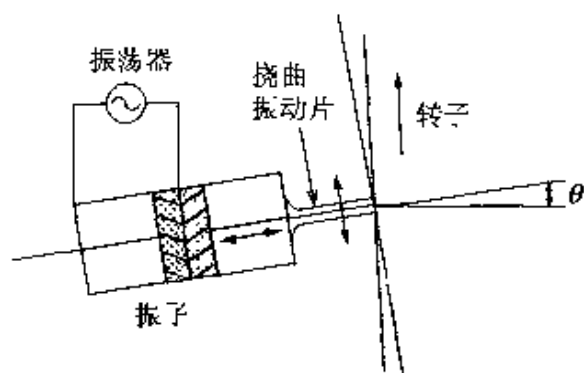


图 2.25 推力振动片驱动方式

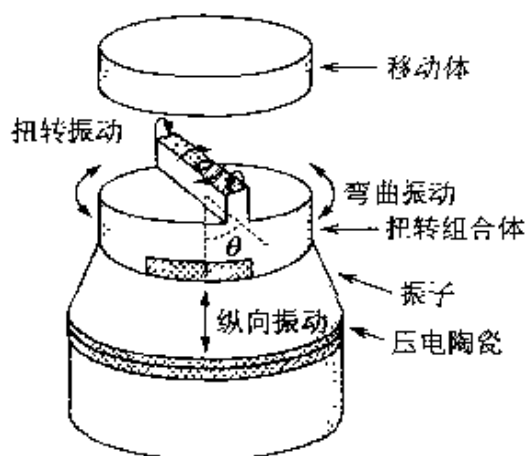


图 2.26 扭转振动片驱动方式

(引自: 见城尚志, 指田年生:  
超音波モータ入門, 総合電子  
出版社 (1991), p.17)

## 2. 行波驱动方式马达

当把压电元件贴近环状弹性体并施加交流电压时,产生的弹性波会向环的两个方向推进,因此在同一地方作反复上下运动的驻波便随之而产生。因为考虑到行波与其反射波的合成,所以如图 4.27 所示,将两层压电元件贴合在一起,然后在各层上施加具有 $90^\circ$ 相位差的驱动电压,这样在不产生反射波的情况下,由图 2.28 上的波形合成图可以清楚地看出,这时可以得到往一个方向行进的行波。

当注意到发生行波的某一点时,这点作椭圆振动的情况,也可以从观察海面水波的情况清楚地了解到。因此,如果把转子放到振动体的上面,则转子则沿着与行波相反的方向移动。这种马达的特点是体积小,但得到的力矩却比较大。此外,由于保持力矩大,所以作为机器人的执行器,受到人们重视。

### 2.6.3 形状记忆合金(SMA) 执行器

对于  $T_i-N_i$  之类的某种合金来说,人们发现,当在低温下使其进行塑性变

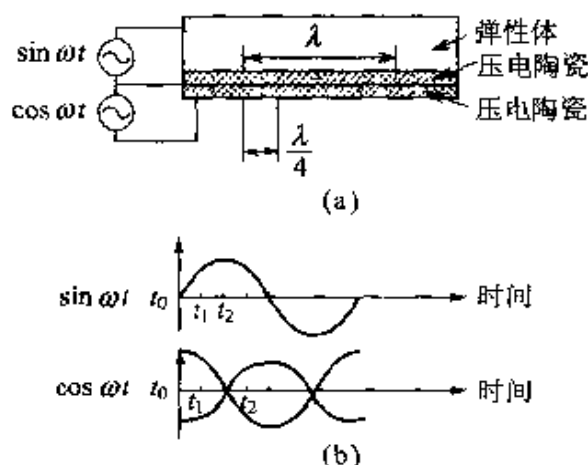


图 2.27 行波的构成方法

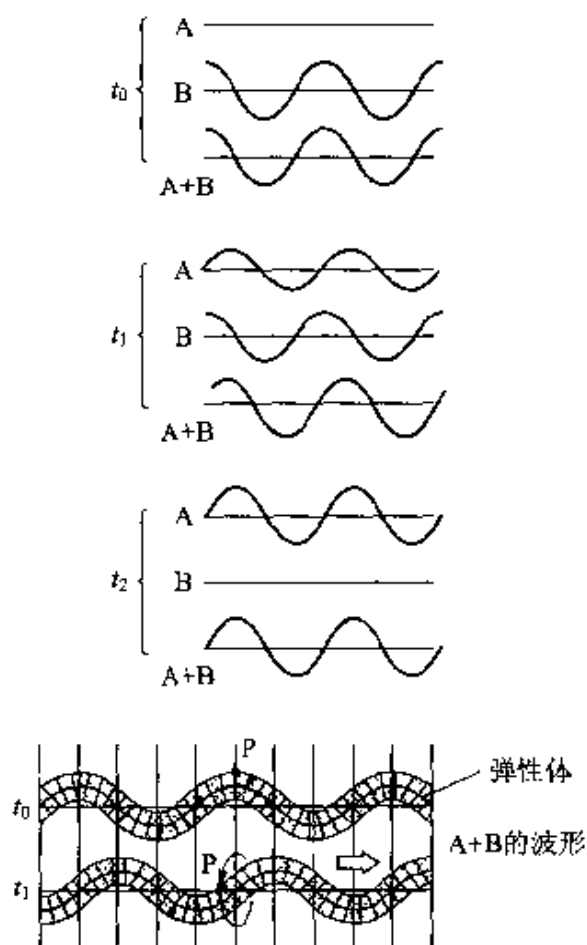


图 2.28 行波产生的机理

形,然后再进行加热时,它会恢复到原来的形状,这种现象称为形状记忆效应。

众所周知,形状记忆效应是因温度变化,由马氏体变态(不发生扩散的相变化)造成的一种现象,为了能获得大的恢复变形量( $\sim 10\%$ )和很强的恢复力(600MPa),有赖于把 SMA 加工成弹簧状,这样就可以获得体积小,重量轻,具有大弹簧常数的执行器。

但是,因为 SMA 执行器需要利用热,所以为了能进行高速操作,怎样实施快速加热和冷却,是一个很大的问题。诸如在图 2.29 表示的在机械手等方面的应用实例,现在已经有所报道。

#### 2.6.4 静电执行器

因为单位体积空间内储存的静

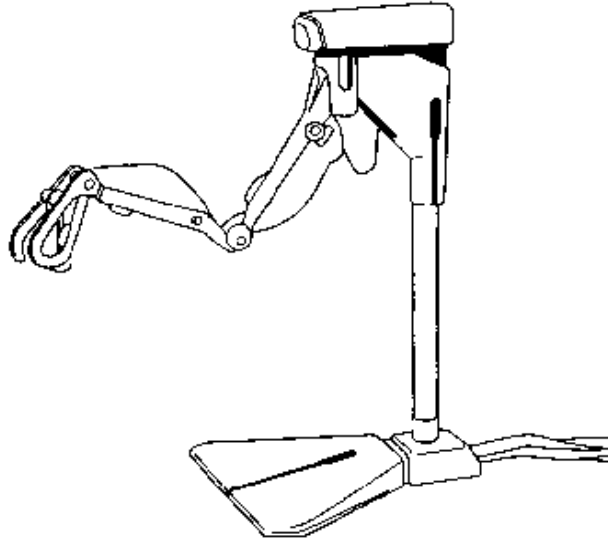


图 2.29 用 SMA 作的机械手

(引自：精密制御用ニューアクチュエータ便覧，  
フジ・テクノシステム (1995)，p.1020)

电能和磁能分别由  $\epsilon E^2/2$  和  $\mu H^2/2$  求得，所以同一体积空间内储存的静电能，通常为磁能的万分之一。因此，在制造执行器时，从产生力的原理出发，利用磁力的情况是绝对有利的。

但是，如能对电极进行精密地制造，并且采用绝缘性能良好的绝缘油，则从外部施加高电压就成为可能的了，这时在静电情况下，从发生力的观点看，静电执行器就能与磁执行器相媲美了。

在图 2.30 中，表示了带有电阻器移动子的三相静电执行器的原理图。在图 2.30(b) 中，表示了当把电压施加到定子的电极上时，在移动子中会感应出极性与其相反的电荷来。

其次，在图 2.30(c) 中，当外加电压变化时，因为移动子上的电荷不能立即变化，所以由于电极的作用，移动子会受到右上方向的合力作用，驱动其向右方移动。反复进行上述操作，移动子就会连续地向右方移动。

这种执行器具有下列特征：① 因为移动子中没有电极，所以不必要确定与定子的相对位置，定子电极的间距可以非常小。② 因为驱动时会产生浮力，所以摩擦力小，在停止时由于子存在着吸引力和摩擦力，所以可以获得比较大的保持力。③ 因为构造简单，所以可以实现以薄膜为基础的大面积化和多层化结构。基于上述各点，把这种执行器作为实现人工筋肉的一种方法，受到了人们的关注。



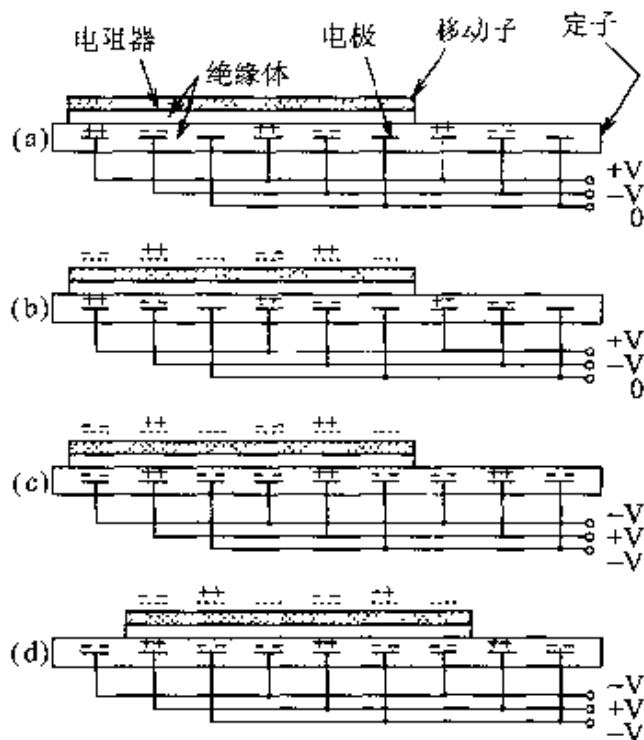


图 2.30 静电执行器驱动原理

(引自：精密制御用ニューアクチュエータ便覧，  
フジ・テクノシステム (1995)，p.182)

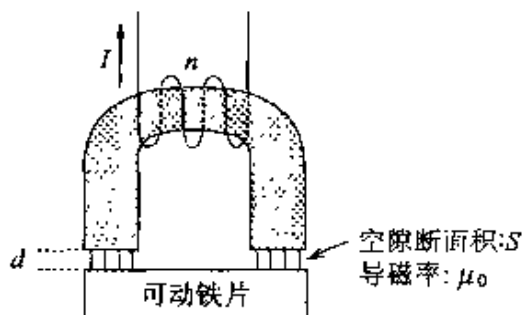


图 2.31

在图 2.31 所示的电磁铁中，当有电流  $I$  A 流过线圈时，试求电磁铁的吸引力。参照图 2.1 中表示的永久磁铁的情况，说明吸引力与间隙长度之间的关系。若设铁心的导磁率为无穷大时，其边缘效应可以忽略。

对于电极间距离为  $1\mu\text{m}$ ，电极相对面积为  $10\text{cm}^2$  的电容器构造的执行器，当对其施加  $100\text{V}$  的外部电压时，试求电极内发生的吸引力。

具有永久磁铁磁场的直流电动机电枢的电阻为  $0.5\Omega$ 。外加  $30\text{V}$  电压时，其无负载速度为  $15\text{r/s}$ 。试求在外加电压为  $60\text{V}$ ，电流为  $4\text{A}$  时的旋转速度、转矩和输出。但是，机械损失和电枢的反作用可以忽略不计。

当惯性力矩  $J = 13.5 \text{ kg} \cdot \text{cm}^2$ , 一个磁极的磁通量平均为  $0.6 \text{ mWb}$ , 电动势常数为  $1000 \text{ V}/(\text{Wb} \cdot \text{r/s})$  和电枢电阻为  $1 \Omega$  时, 试求该小型直流电动机的等效电容量。并且求在外加阶跃状电压作用下, 旋转速度达到最终值的  $69\%$  所需要的时间。但是, 这时设电动机无负载, 并且可以忽略机械损失和电枢的反作用。

在图 2.32 中, 当转子的半径, 轮齿的中心角, 转子的深度, 空隙长度, 线圈的匝数和电流分别为  $50 \text{ mm}$ ,  $22.5^\circ$ ,  $50 \text{ mm}$ ,  $0.2 \text{ mm}$ ,  $100$  和  $2 \text{ A}$  时, 试求这个电动机的平均转矩。但是, 设铁的导磁率为无穷大, 并且设定子与转子的轮齿错开时的磁通量, 与它们的轮齿对齐时的磁通量比较, 可以忽略不计。

设有一台两端子间电阻为  $9 \Omega$ , 输出为  $400 \text{ W}$  的四极、 $60 \text{ Hz}$ 、三相感应电动机。当把它按照图 2.33 的方式进行连接作无负载试验时, 固定起旋转轴并使额定电流通过进行约束试验。这时可以得到表 2.1 所列的结果。试求三相感应电动机的等效回路。

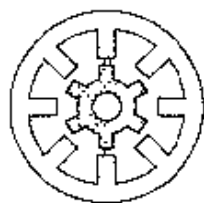


图 2.32

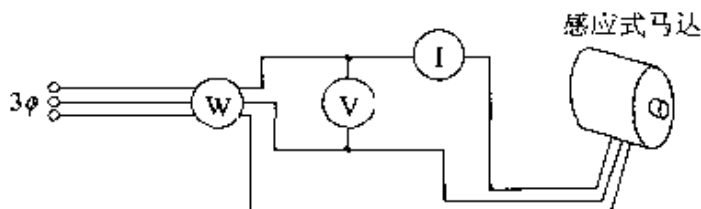


图 2.33

表 2.1 感应电动机的特性试验

$I$	$1.16 \text{ A}$
$V$	$200 \text{ V}$
$W$	$55.2 \text{ W}$

无负载试验

$I$	$2 \text{ A}$
$V$	$44.7 \text{ V}$
$W$	$100 \text{ W}$

约束试验

四极三相感应电动机在  $60 \text{ Hz}$  的固定电压源的作用下进行运转。最初, 电动机以  $1782 \text{ r/min}$  的速度运转, 但是在负载变动时, 电动机转速变成了  $1746 \text{ r/min}$ 。试问负载力矩和二次铜损, 大概是变化前的多少倍?

通过改变电源电压来调节感应电动机输出的情况, 会造成哪些不便?

当提供的空气压力为  $3 \text{ kg/cm}^2$  时, 为了能把  $80 \text{ kg}$  的物体举高  $500 \text{ mm}$ , 试求应采用的气压缸。

积层型压电元件具有的特性如图 2.34 所示, 该元件被用来作为蠕动机构的推进元件, 试求在  $100 \text{ V}$ ,  $5 \text{ kHz}$  和无负载条件下进行驱动时的移动速度。但是, 设这时的外

加电压是完全的矩形波,并且设在驱动机构中进行的是无滑动理想操作。当在这个机构上加上  $30\text{kg}$  的负载,并用同样的电源驱动使负载上升时,设此时的负载产生了  $60\%$  的滑动,求上升速度。

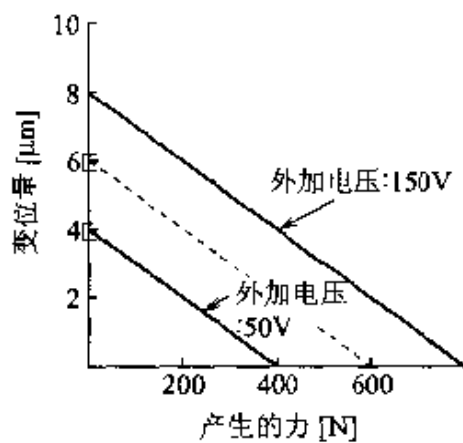


图 2.34

## 机器人采用的各种 传感器

本章将研究作为机器人五官部分的传感器的种类和使用方法,并且还要进一步研究一些新型传感器。

### 3.1 生物传感器和机器人传感器

#### 3.1.1 人在进行运动时要检测哪些信息

当考虑机器人时,特别是当考虑机械手时,作为一种相似的东西,会使我们联想起人的手臂。因此,这里首先要对手臂具有的传感器(感觉器官),进行一番调查研究,然后再进一步考虑它与控制机器人时必要的传感器之间的相关性。

在图 3.1 中,表示了支撑着人的手臂的结构图,在沿着臂长方向的中心部位,存在有骨骼,这些骨骼通过关节相互连结起来。这种构造在机器人工程学中称为多关节连杆机构。

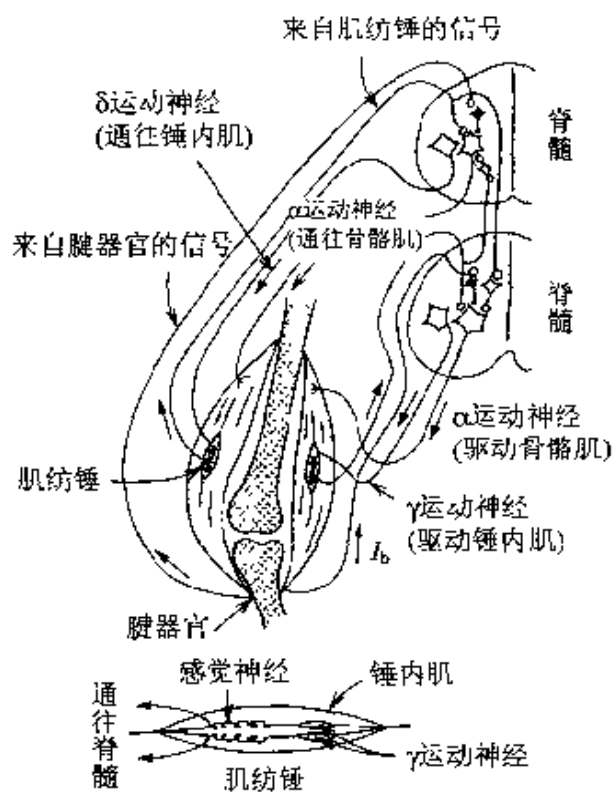


图 3.1 人的骨骼肌的神经支配和传感器

跨过关节将两块骨骼连结在一起的肌肉,称之为骨骼肌,当骨骼肌收缩时,产生的力会使关节弯曲。但是,骨骼肌伸长时并不产生力,关节的伸展,必须依靠附着于另一侧的别的骨骼肌的收缩来实现。为了将关节保持在作为目标的某个角度上,两块肌肉必须进行相互配合协调。这一点与用一个电动机驱动一个关节的机器人控制的情况,是不相同的。

在骨骼肌内部,有许多被称作肌纺锤的小感觉器官。在一个个肌纺锤内部,为了对肌肉长度和收缩速度进行检测,存在有两类感觉神经细胞,因此可以将检测出的信息,以脉冲形式传送到神经,然后经过脊髓内部神经细胞进行中转,并传送至大脑。在这些感觉神经细胞的末梢,贴附着被称为锤内肌的小型肌肉,由于这类肌肉的收缩,或拉紧感觉神经细胞,或放松感觉神经细胞,并对检测灵敏度进行调节。锤内肌的收缩,在来自大脑的神经脉冲的作用下,得到调节。

在人的肌肉内部,为了控制手臂的基本运动,起作用的感觉器官,只有肌纺锤内的这两种类型。在机器人中,也采用同样的两种传感器(关节的角速度传感器和角度传感器),来进行关节的回转速度控制和关节角度的控制,这种所谓位置控制,是机器人要实现的基本控制(参见图 3.2)。

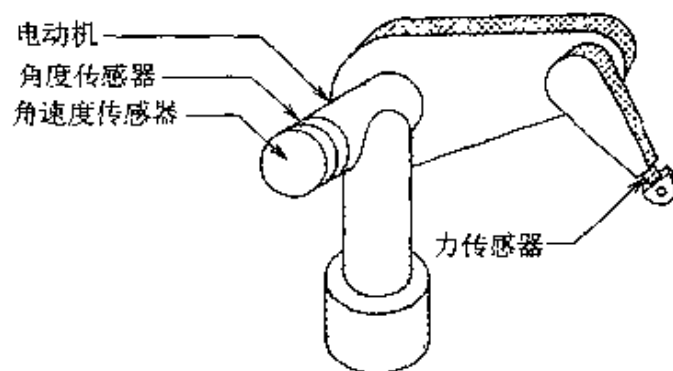


图 3.2 机器人的角度传感器、角速度传感器和力传感器

关于力又是怎样的呢?人是通过腱检测力的。人们把位于骨骼肌两端,且附着于骨骼上的部分,称为腱。腱的内部有被称为腱器官的感觉神经细胞,它可以检测出施加于腱上的拉力。检测出的信息,变成脉冲传送到神经,然后经过脊髓送到大脑,大脑把调节力用的指令,又反向传送到肌肉。即使是对于机器人,当设置了与腱器官等效的力传感器时,同样可以进行力控制。

视觉也担负着重要任务。当希望把自己的手指移动到作为目的地的位置时,如果睁开眼睛看着手指,是一件轻而易举的事情,但是当闭上眼睛时,就很难作到了。由此可见,对于人来说,为了控制手指的位置,只有肌纺锤和腱器官是不行的,还有赖于视觉,这是显而易见的。

但是,许多机器人在不具备相当于视觉的摄像机时,仍能实现正确的位置控制。这种差别是由于人是在群体中从事活动,具有与他人接触的可能性,与此相反,机器人则是在隔离的空间内活动,不具备相互接触的可能性。因此,人的手臂是在不伤害他人的情况下,对位置和力的控制进行协调,对于同一结果,是牺牲了位置精度而得到的,位置控制机器人则不必顾忌周围的情况,充分地采用必要的力,实现对位置的控制。为正确地实现指定位置而专门设计的机器人,是不必要有视觉的。

对于机器人来说,作业对象的大小,位置和约束情况是千变万化的,因此当需要安全地进行力控制时,如果不依靠视觉,是不能正确地进行作业的。

下面讨论姿态和方位的检测问题。因为大多数机器人被固定在工厂的地板上,因此可以说没必要去特意测定自身的位置,但是人是可以自由移动的,所以为了得知自身相对于地球的关系,必需有姿态传感器和方位传感器。那么对于进行移动作业的机器人会是怎样的呢?为了实现上述要求,除了前面谈到的关节的角速度和角度,以及力和视觉传感器以外,至少还必须有用来检测躯干部分姿态的姿态传感器,用来获取自身方向的方位传感器,以及获取位置的位置传感器。

最后是关于听觉的问题。对于与人一起进行作业的机器人来说,为了能听到基于声音的指令和报告危险情况的惊叫声,听觉传感器也是必不可少的。

### 3.1.2 什么是传感器

下面我们要考虑什么是传感器。在 JIS 的规范中,传感器被定义如下:“它是把有关对象状态的测定量,变换成信号的系统的最初要素”。所谓“对象的状态”,包括物理的状态和化学的状态,因为机器人的控制是力学问题,所以这里只涉及物理的状态,并且在今后的讨论中,我们认为输出“信号”也仅局限于电气信号。

### 1. 从哪里得到输出信号的能量

在传感器输出电气信号时,必须要有能量。传感器从哪里得到这种能量呢?这里有下列两种情况。第一种情况,是从测定物理对象直接汲取能量的形式,因为这时汲取的能量原封不动地变换成输出信号的能量,所以被称为**能量变换型**。第二种情况,采用了由别的能源提供能量的形式,这时,通常是通过测定对象的物理量,对取自电源的能量进行控制,以获得输出信号的能量,所以称之为**能量控制型**(参见图 3.3)。

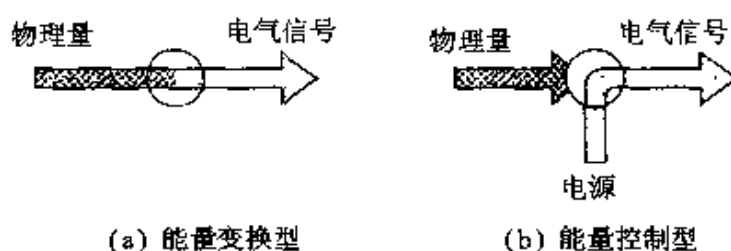


图 3.3 能量变换型与能量控制型

### 2. 基于何种物理定律

基于场的定律的构造型传感器,和基于物质定律的物性型传感器,如图 3.4 所示。

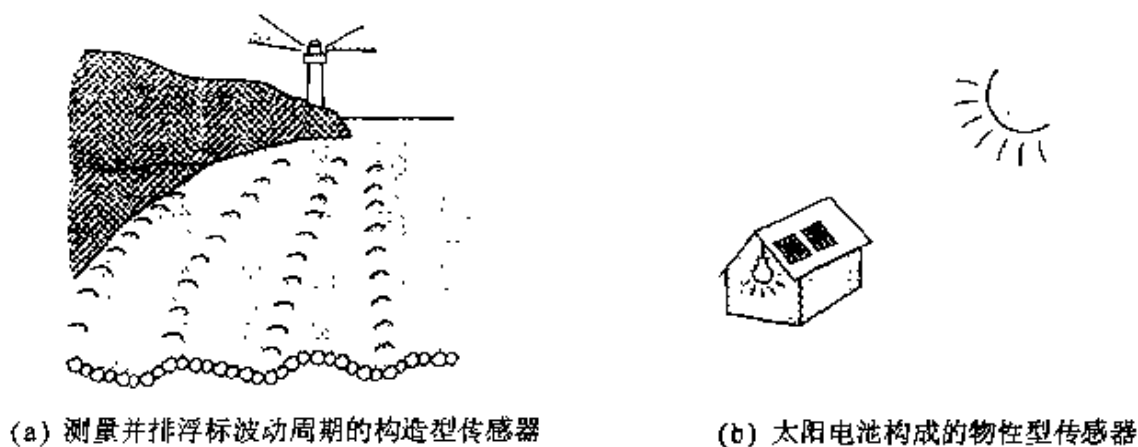


图 3.4 构造型和物性型



在物理定律中,有守恒定律、场定律、物质定律和统计定律。其中利用到传感器中的是场定律和物质定律。

场定律是一种阐明电波和声波沿空中扩散情况的定律。因此,测定它们的传感器,在构造上必须能有效地捕捉到能量的扩散,因此这类传感器被称为**构造型传感器**。天线和麦克风就是这类传感器。

另外,物质定律说明,某一物质在受到物理上的激励时,会输出怎样的电气能量。因为这取决于物质的性质,所以被称为**物性型传感器**。电视摄像机中,把光的影像转变成电信号的 CCD 就是这种传感器。

### 3. 是否是从物理现象直接提取电信号

直接变换和间接变换表示在图 3.5 上。

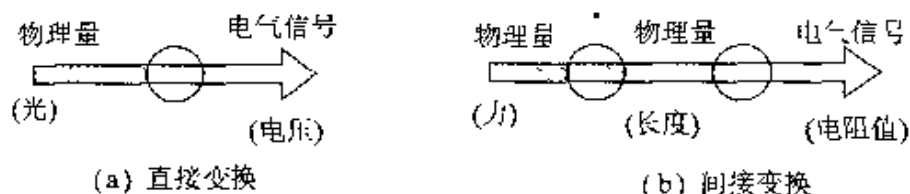


图 3.5 直接变换和间接变换

我们知道,当在橡胶和弹簧这样一些弹性物体上施加外力时,它们的长度会发生变化。弹性体是一种能把被称为力的物理量,变换成被称为长度的另一种物理量的物质。但是,弹性体只能变换长度,不能变换成电气量,所以不能称为传感器。

可是,应变仪通常被称为传感器。应变仪可以看作是电阻器,这里利用了当电阻器的长度变化时,其电阻值也发生变化的现象。当把这种应变仪贴附在弹性体上时,就会进行力-长度-电气量的变换,作为整体来看,它变成为力传感器。这种经过中间变换,然后再变换成最后的电气量的传感器,称为**间接变换型传感器**。当然,应变仪这种设备,也可以看作是从长度到电气量的**直接变换型传感器**。

### 4. 以何种形式得到输出信号

在图 3.6 中,表示了模拟输出量和数字输出量。

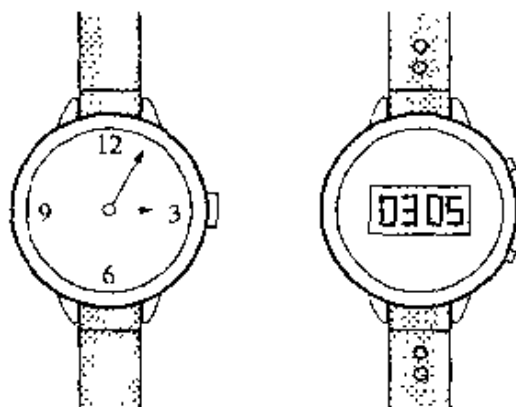


图 3.6 模拟输出和数字输出

我们来考虑输出信号。把由旋转角度,速度和温度这样一些连续现象产生的连续物理量,变换成连续的电气信号,作为输出的传感器,称为**模拟输出传感器**。物性型传感器全都是模拟输出型的。即使是构造型传感器,早期开发出来的也都是模拟输出型的,例如,检测角度用的电位计和检测旋转速度用的测速发电机,都属于这种类型。

把原来是连续的物理量,变换成不连续的数值进行输出的传感器,称为**数字输出传感器**。由连续发生的物理现象构成的输出信号,不论对时间来说,还是对大小来说,都是连续的。为了把这种信号变换成不连续的数值,必须经过两个过程。第一个过程是在某一时间间隔上,提取出信号的过程,这个过程称为**样本化(采样)**。例如,如果在1秒内进行100次样本化,则在每秒钟内可以提取出100个样本。在这个过程中,虽然在时间上信号变成了不连续的样本,但是就大小来说,信号仍然是连续的。第二是必须有一个把长度分成若干段的过程。当用具有一定刻度的尺子去测量时,将忽略4.5cm与4.6cm之间0.1cm以下的误差,读取与4.5cm相同的数值。这个过程称为**量化过程**。量化后得到的值,是以计算机中使用的二进制数表示的。这种现象称为**数字化**。

近年来数字控制系统的应用日益广泛,传感器也都变得乐于选择为数字输出。因此,在模拟传感器中,往往内置一个由模拟到数字的变换电路(模拟/数字变换器),从而可以输出数字信号。

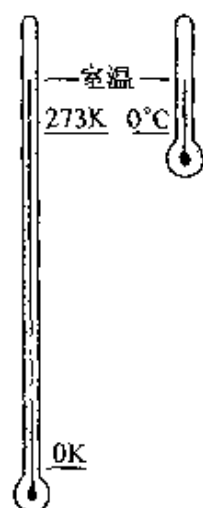
### 5. 绝对值式和相对值式

传感器还可以根据它是绝对值式还是相对值式进行分类(参见图

3.7)。作为一个现实问题,现在还没有一种传感器,能够对物理量的全程进行高精度检测。因此,采取了如下措施:

- (1) 采用一种在检测物理量的范围上作出牺牲的传感器。
- (2) 采用一种在精度上作出牺牲,但检测范围宽广的传感器。
- (3) 组合检测范围不同的复数传感器,作到覆盖物理量的全程。
- (4) 通过移动检测器的可能检测范围,达到对物理量的全程范围进行测定。
- (5) 固定传感器的可能检测范围,通过移动物理量进行测定。

(1)、(2)、(3) 被称为绝对值式测定法,(4)、(5) 被称为相对值式测定法。



即使不用绝对温度测量室温,也可以用摄氏相对温度进行测量

图 3.7 绝对值式与相对值式

### 3.1.3 决定传感器性能的六项条件

这里我们来讨论决定传感器性能好坏的六项条件。当然,能满足所有这些条件的传感器,是最好的传感器,但是普通的传感器总是既具有良好的方面,同时也具有不良的另一方面,因此,必须在某一方面作出妥协。

#### 1. 检测范围

人们把与希望进行检测的物理量的数量范围相对应的区域,称为检测

范围。当然,这个范围越宽,传感器的性能越好,但是检测范围变宽会导致分辨率变坏,因此应注意设法不要使检测范围超过必要的数值。

## 2. 分辨率

能够被识别的欲检测物理量变化的最小值,称为分辨率。这个值越小,就意味着分辨率越高。例如,普通尺子的最小刻度是 1mm,所以它的分辨率就是 1mm。如果使刻度线之间的间隔变小,则分辨率将会提高,但是由于刻度线具有一定的粗细程度,所以不可能刻划的很细。因此,当对刻度线进行不断地细化时,由于刻度线本身会变得不能被识别,而使刻度线的细化有一定限度。在以电气信号为输出的传感器中,因为在信号中包含有噪声,导致不能识别微小变化,所以分辨率受到噪声的限制。

## 3. 线性性质

通常输入量与输出量之间遵循一次函数关系的性质,称之为线性性质。换句话说,当物理量与输出信号之间的关系,可以用直线图解表示时,称为线性性质。如果图解表示时脱离了直线,则称为非线性性质。非线性性质如图 3.8 所示,它有四种类型。第一种类型是当输入量比较小时,出现了输

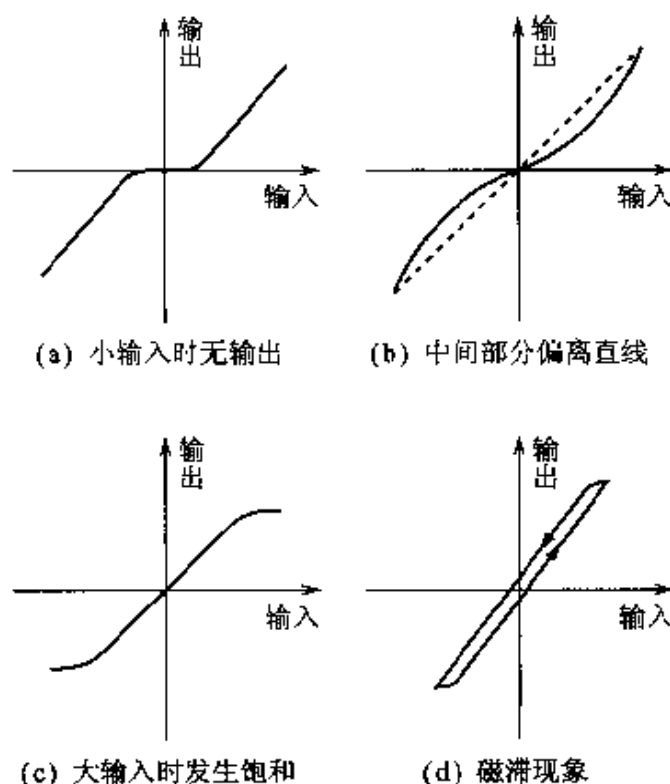


图 3.8 各种类型的非线性

出量上升变坏的现象。第二种类型是在中间区域发生了偏离。第三种类型是在大输入量时引起了饱和现象。第四种类型是在输入量增大时和减小时,造成了输出量的差值现象,称为磁滞现象。

因为非线性性质很难用数学关系式来表示,所以在测定输入与输出关系时,如果能先作一个校正表,就可以用这个表进行修正了。对于线性性质,如果是在分辨率的范围之内,就不必进行修正了。

#### 4. 稳定性

输入输出关系不受老化,传感器更换,温度变化,以及其他环境变化的影响时,这种情况,称为稳定性。

#### 5. 动态特性

输出量对物理量变化的响应特性,称为动态特性。良好的动态特性意味着传感器具有快速响应特性,并且意味着传感器能够检测出高频率反复发生的现象。

#### 6. 耐久性

保存温度和工作温度范围广,抗破坏能力强,以及可以承受反复使用这样一些情况,称为耐久性。所谓保存温度,指的是在仓库保管过程中周围环境的温度,作为传感器的特性,应指出不使其造成损坏的温度范围。当温度超出这个范围时,材料的性能会降低,构造会遭到破坏。所谓工作温度,是指连接于测定装置时,测定操作中的温度,多数情况下,传感器自身会因消耗电能而发热,因此必须严格设定源于保存温度的上限温度。

---

## 3.2 机器人中必要的基本传感器

---

### 3.2.1 旋转角度传感器

现在应用最多的旋转角度传感器是旋转编码器。旋转编码器又称转轴编码器,它把作为连续输入的轴的旋转角度同时进行离散化(样本化)和量

化处理后予以输出。

把旋转角度的现有值,用  $n\text{bit}$  的二进制码表示进行输出,这种型式称为绝对值型,还有一种型式,是每旋转一定角度。就有  $1\text{bit}$  的脉冲(1 和 0 交替取值)被输出,这种型式称为相对值型(增量型)。相对值型用计数器对脉冲进行累积计算,从而可以得知从初始角旋转的角度。根据检测方法的不同,可以区分为光学式,磁场式和感应式。关于分辨率,即使是普及型的也能达到  $2^{-12}$  这种程度,对于高精度型的则可以达到  $2^{-20}$ 。

### 1. 光学式绝对型旋转编码器

在安装在输入轴上的旋转透明圆盘上,设置  $n$  条同心圆状的环带,对环带上角度实施二进制编码,并将不透明条纹印刷到环带上。将圆盘置于光线的照射下,当透过圆盘的光由  $n$  个光传感器进行判读时,判读出的数据变成  $n\text{bit}$  的二进制码(图 3.9)。二进制码有不同的种类,但是只有葛莱码是没有判读误差的码,所以它获得了广泛应用。此外,纯二进制码和 BCD 码的产品,也已在市场上销售。分辨率由比特数(环带数)决定。例如,  $12\text{bit}$  编码器的分辨率,由于  $2^{12} = 4096$ ,所以可以以  $1/4096$  的分辨率,对 1 转  $360^\circ$  进行检测。BCD 码编码器,设定以十进制数作为基数,所以分辨率变为  $(360/4000)^\circ$ 。

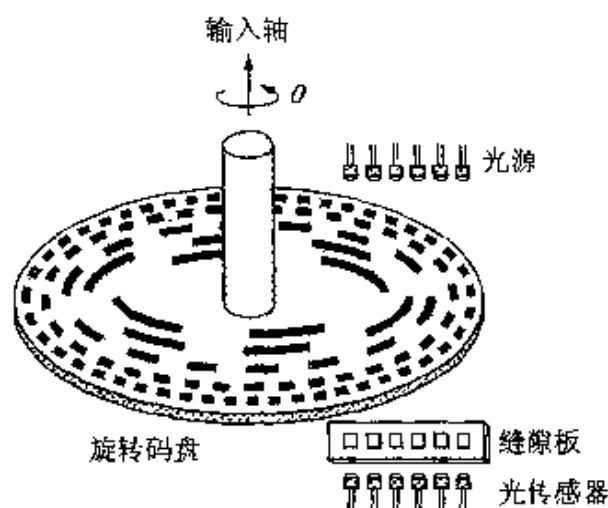


图 3.9 光学式绝对型旋转编码器

## 2. 光学式增量型旋转编码器

在旋转圆盘上设置一条环带,将环带沿圆周方向分割成  $m$  等分,并用不透明的条纹印刷到上面。把圆盘置于光线的照射下,透过去的光线用一个光传感器(A)进行判读。因为圆盘每转过一定角度,光传感器的输出电压  $A$  在  $H$  (high level) 与  $L$  (low level) 之间就会交替地进行转换,所以当把这个转换次数用计数器进行统计时,就能够知道旋转过的角度了(参见图 3.10)。

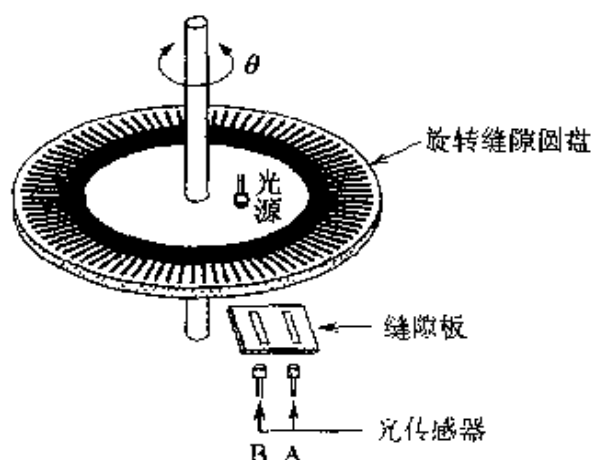


图 3.10 光学式增量型旋转编码器

但是,由于这种方法不论是在顺时针方向(CW)旋转时,还是在反时针方向(CCW)旋转时,都同样地会在  $H$  与  $L$  间交替转换,所以不能得到旋转方向。因此,从一个条纹到下一个条纹可以作为一个周期,在相对于传感器(A)移动  $1/4$  周期的位置上增加传感器(B),并提取输出量  $B$ 。于是,如图 3.11 所示,输出量  $A$  的时域波形与输出量  $B$  的时域波形,在相位上差  $1/4$  周期。通常,顺时针方向(CW)旋转时, $A$  的变化比  $B$  的变化先发生,反时针方向(CCW)旋转时,则情况相反,因此可以得知旋转方向。

在采用增量型的情况下,得到的是从角度的初始值开始检测到的角度变化,问题变成为要知道现在的角度。因此,必须利用其他方法来确定初始角度。

角度的分辨率由环带上缝隙条纹的个数决定。例如,在一转( $360^\circ$ )内能形成 600 个缝隙条纹,就称其为 600ppr[脉种/转]。此外,以 2 的幂乘作

为基准,例如,  $2^{11} = 2048\text{ppr}$  等这样一类分辨率的产品,已经在市场上销售。

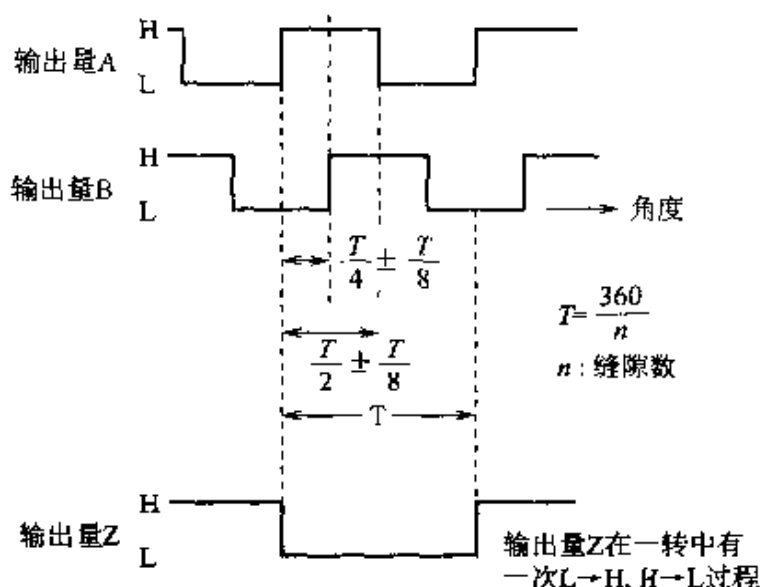


图 3.11 增量型旋转编码器输出波形

如图 3.11 所示,在市场销售的产品中,不管是在输出量的占空因数(H 在 1 个周期内所占比例)中,还是在 AB 间的相位差中,多数情况下,容许的误差小于  $1/8$  周期,这时若限定占空因数恰为 50%,并且作为进一步判读的传感器位相差,也被精确地设定在  $1/4$  周期,那么实际的分辨率就有办法扩大到四倍,这时大体都会采用计数器电路。这样,对输出量 A 的微分,从 L 转移到 H 和从 H 转移到 L 是有区别的,前者为后者的两倍,进而对输出量 B 的微分,也同样会出现两倍的关系,两者结合起来,就会构成产生四倍的方法。

进行这种四倍化也好,不进行这种四倍化也好,脉冲输出量都用可逆计数器(升/降计数器)来统计计算。沿顺时针方向(CW)旋转时,假设其为升计数器(进行加法运算),沿反时针方向(CCW)旋转时,设其为降计数器(进行减法运算)。关于计数器的位数(比特数),通常规定只需要统计输出量一转的精确数值,因为这时会产生余量,所以当旋转的角度超过了  $360^\circ$ ,但是又不倒回到每一转的初始值时,统计值就会产生误差。因此,设置了第二个环带,并且在一转内对一个条纹构制缝隙。利用第三种光传感器敏感头,对通过缝隙的光信息进行判读,从而得到输出量 Z。输出量 Z 在一转内会出现一次从 L 到 H 的变换和从 H 到 L 的反向变换。



包含着绝对值型和增量型这两种类型的**混合型编码器**,也已经存在。在使用这种编码器时,在决定机器人的初始位置时,用绝对值型来进行,在决定由初始位置开始的变动角的精确位置时,则可以用增量型来进行。

### 十进码和二进码

数值可以用下式来表示:

$$nr = a_{k-1}r^{k-1} + a_{k-2}r^{k-2} + \cdots + a_1r^1 + a_0r^0 + a_{-1}r^{-1} + a_{-2}r^{-2} + a_{-3}r^{-3} + \cdots \quad (1)$$

式中的  $r$  在十进数时为 10,在二进数时为 2。例如,十进数中的 1907.86,这时变成为

$$1907.86 = 1 \times 10^3 + 9 \times 10^2 + 0 \times 10^1 + 7 \times 10^0 + 8 \times 10^{-1} + 6 \times 10^{-2} \quad (2)$$

二进数中的 1101.01,这时变成为

$$1101.01 = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 0 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} \quad (3)$$

我们不采用(2)式那种形式书写十进数,而采用 1907.86 这种按位顺序排列的简略形式。同样,二进数也不采用(3)式那种书写形式,而是采用 1101.01 那种简略书写形式。用这种简略形式书写出来的数值,称为码。

### BCD 码

利用(1)式可以把十进数变换成二进数。但是,采用(1)式人工地变换成二进数会有些麻烦。因此,作为简便的变换方法,可以采用将十进数的每一位用二进数表示的方法。十进数的一位中,可以是 0~9 的数值。这个数要用二进数表示时,就必须有四位。能够用四位二进数表示的数是从 0000~1111,变换成十进数则是从 0~15。其中用 0~9 表示十进数的一位,这种表示方法就称为 BCD 码(binary coded decimal code: 二进化十进码)。

$n$  位的十进数,必须用  $4n$  位的二进数才能表示。

## 3. 激光干涉式编码器

采用伺服电动机驱动的位置控制机器人,其高速旋转的电动机,必须与低速转动的关节的速度相配合,为了获得转矩,应设计电动机与关节之间的减速器。因此,当角度传感器不能直接连接到关节而连接到电动机上时,检测关节角度的分辨率,乘以齿轮比后其值会变大,因而是有利的。因为大多数机器人采用了这种形式,所以在伺服电动机中组装上旋转编码器,已成为普遍现象。

但是,齿轮旋转时,如果摩擦力大,则会出现齿隙和偏斜,从而妨碍平滑地运行。因此,产生了不带齿轮,而让电动机与关节直接连接的机器人。这种形式的机器人,称为**直接驱动型机器人**。但是,如果采用这种形式,因为

不能用齿轮比去增强对关节角度的检测能力,所以必须关注具有高分辨率的传感器。

为了适应这种应用情况,分辨率高的编码器也已在市场上销售。具有代表性的产品是激光干涉式编码器。这种编码器,是一种每转能输出 225 000 个正弦波的设备。因为这种正弦波的形状非常精确,所以可以利用电气方法进行精细地分割。例如,一个正弦波被分割成 80 分时,则可以获得每转具有 1 800 万个脉冲输出的产品。

#### 4. 分相器

图 3.12 表示了分相器的构造。分相器是一种用来检测旋转角度的旋转型感应电机,输出正弦波的相位,伴随着转子旋转角度的变化作相应的变化。根据这种相位变化,可以检测出旋转角度。

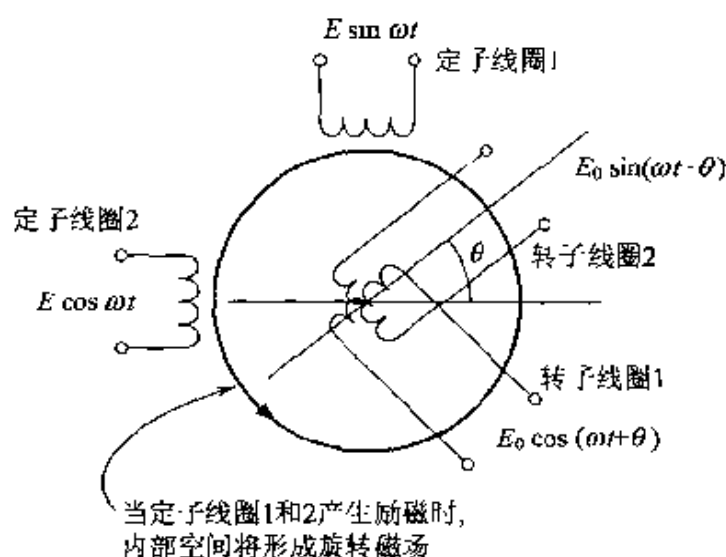


图 3.12 分相器原理

现在说明其工作原理。当在两个相互成直角配置的固定线圈上,施加相位差为  $90^\circ$  的两相正弦波电压  $E \sin \omega t$  和  $E \cos \omega t$  时,在内部空间会产生旋转磁场。于是,当在这个磁场中放置两个相互成直角的旋转线圈时,设与固定线圈之间的相对转角为  $\theta$ ,则在两个旋转线圈上产生的电压分别为

$$E_0 \sin(\omega t + \theta) \text{ 和 } E_0 \cos(\omega t + \theta)$$

若用识别电路把这个相位差识别出来,就可以实现  $2^{-17}$  的分辨率。

### 5. 电位计

电位计是一种便于应用的角度传感器。在图 3.13 中,表示了它的构造。电位计由环状电阻器,和与其一边电气接触一边旋转的电刷共同组成。当电流沿电阻器流动时,形成电压分布。如果这个电压分布制作成与角度成比例的形式,则从电刷上提取出的电压值,也与角度成比例。作为电阻器,可以采用两种类型,一种是在绝缘环上绕上电阻线作成的线圈型,另一种是用导电塑料经成形处理作成的导电塑料型。

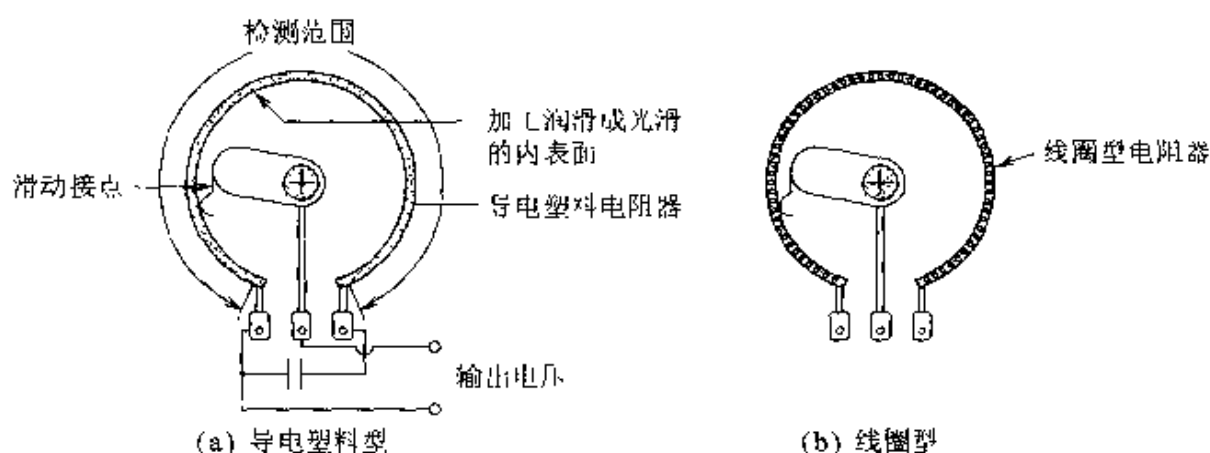


图 3.13 电位计

线圈型电位计,其电压分布成阶段状,所以它的分辨率由可能检测范围(在一周回转型中,例如可以是  $340^\circ$ )内绕制的电阻线圈数来决定,可以作到从  $(1/100^\circ) \sim (1/2000^\circ)$  这一范围。对于导电塑料型来说,因为其电压分布大体上是连续的,所以其分辨率可以取作无穷小。

在线圈型电位计的精密型中,其线性度可以达到  $0.05\%$ 。

这类传感器的缺点,是由作为接触型这一特点造成的。在电刷与电阻器表面的多次摩擦中,两者都会受到磨损,从而使平滑的接触变得不可能。因此,会因为接触不良而产生出噪声。

检测的可能范围两端,可以设置制动器,也可以不设制动器,实际中存在这两种类型。虽然不设制动器时,可以无限制地旋转,但是因为环状电阻器中存在着接头,所以检测的可能范围仅为  $320^\circ$ 。在剩余的  $40^\circ$  不能检测的范围内,虽然电刷可以旋转,但是处于电气绝缘状态,因此阻抗增大,容易

吸取感应噪声。

有制动器的电位计,不仅有一转型的,三转型和十转型等多转型的电位计也已在市场上销售。因为多转型电阻器做成了螺旋状,所以被称为螺旋状电位计,或简称为螺旋电位计。这时,电刷一边进行旋转一边沿着线路作轴向移动。

### 3.2.2 角速度传感器

前面谈到的旋转编码器和测速发电机,是两种广泛采用的角速度传感器

#### 1. 旋转编码器

当使用旋转编码器时,可以用一个传感器检测角度和角速度,所以比较方便。

##### (1) 绝对型旋转编码器的应用场合

因为这种编码器的输出,表示的是旋转角度的现时值,所以若对单位时间前的值进行记忆,并取它与现时值之间的差值,就可以求得角速度。

##### (2) 增量型旋转编码器的应用场合

这种编码器单位时间内输出脉冲的数目,与角速度成比例。

#### 2. 测速发电机

图 3.14 为测速发电机的构造。测速发电机与普通发电机的原理相同,除了具有直流输出型和交流输出型以外,还有感应型。

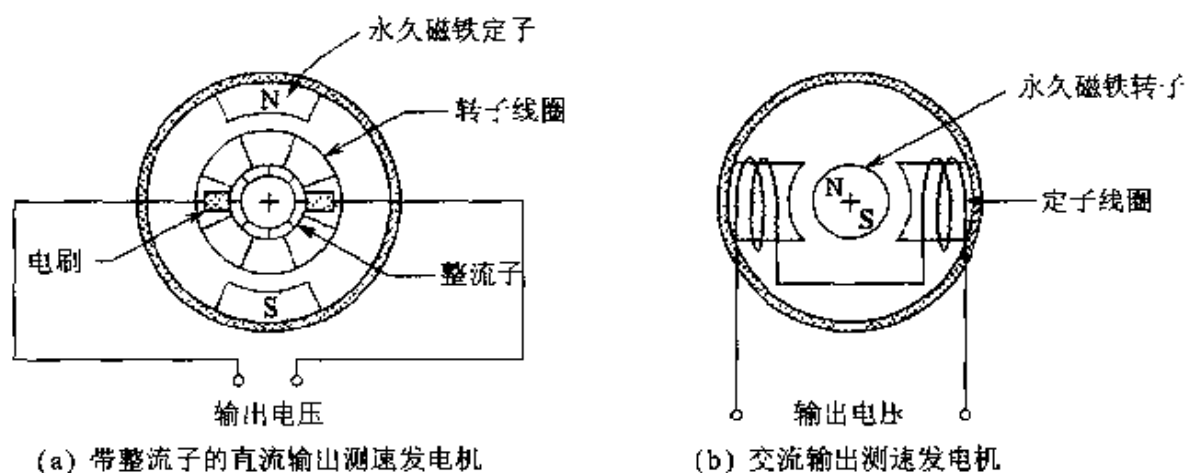


图 3.14 测速发电机

对于直流输出型,在其定子的永久磁铁产生的静止磁场中,安装着绕有线圈的转子。当转动转子时,就会产生交流电流,因此,经过二极管整流后,就会变换成直流进行输出。输出电压与转子的角速度  $\omega$  成比例,因此得到

$$v = A\omega$$

式中  $A$  为常数。通常,1000r/min 时,输出的电压可以达到 7V。

对于交流输出型,在固定线圈的内部,安装着用永久磁铁作的转子。当转动转子时,定子线圈中会产生交流电流,并且原封不动地作为测速发电机输出。这时,从低速旋转到高速旋转,均可获得稳定的输出。

### 3.3 增强机器人功能的传感器

#### 3.3.1 力传感器

作为由力变为电气信号的物理法则,我们知道有压电效应和应变电阻效应。在这些效应中,力本身不能直接变换成电气量,而是由力造成物质的形状变化,而后再由这个结果使电气量发生变化。

施加到物体上的力与变形之间的关系,可以用下式表示:

$$Kx = f$$

式中,  $K$  为物体的劲度系数,  $x$  为变形的大小,  $f$  为施加于物体上的力。

为了检测物体的变形,可以采用各种各样的方法,但是最简便的方法是采用应变仪。应变仪是一种利用了物体的电阻与其长度成正比,与其横断面积成反比的原理的传感器。现在我们就应变仪予以说明。

设电阻器的电阻为  $R$ , 长度为  $l$ , 断面积为  $a$ , 电阻率为  $\rho$ , 体积为  $V$ , 这些量在外力  $f$  的作用下设分别变化了  $\Delta R$ ,  $\Delta l$ ,  $\Delta a$ ,  $\Delta \rho$ ,  $\Delta V$ 。于是,得到各变化率的关系式如下:

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta l}{l} - \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta \rho}{\rho}$$

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta a}{a}$$

这里,假设电阻率的变化率与体积的变化率相等,即

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = \frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta a}{a}$$

于是得到

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta l}{l} - \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta a}{a} = \frac{\Delta 2l}{l} = 2\varepsilon$$

式中,  $\Delta l/l = \varepsilon$  为常数, 且称为应变率。上式中, 在假定  $\Delta \rho/\rho = \Delta V/V$  的条件下, 得到了电阻的变化率是应变率的 2 倍这一结论, 实际上与这个值略有不同, 若设这个值为  $K$ , 则有

$$\frac{\Delta R}{R} = K\varepsilon$$

$K$  被称为灵敏系数, 它是表示应变仪灵敏度的一种数值。

在图 3.15 中, 表示了做成各种形状的应变仪。

图 3.15(a) 称为箔片应变仪, 这里采用铜镍合金的箔片作为电阻器, 贴在绝缘体做的基底上, 并通过蚀刻成形构成电阻器。箔片的反复铺设加长了它的实际长度, 从而使实际灵敏系数达到了 2。因为这种箔片很薄且经久耐用, 所以获得广泛应用。

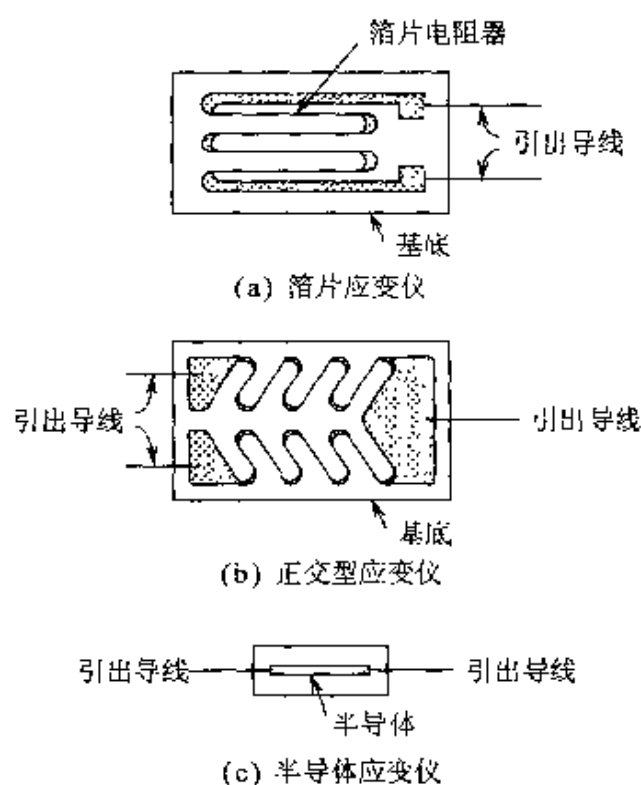


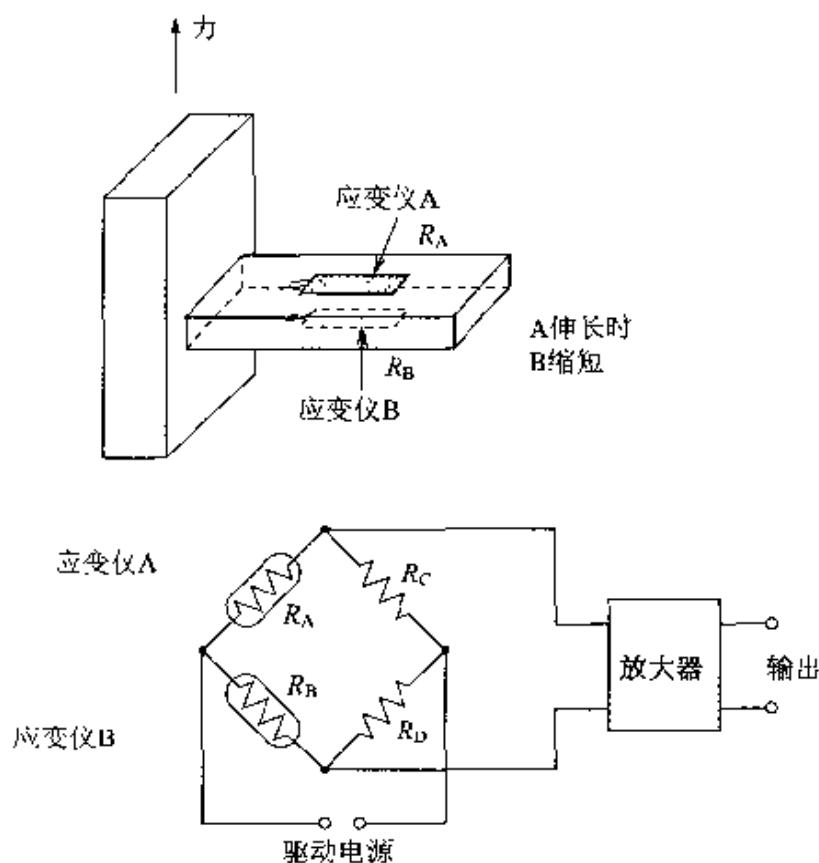
图 3.15 各种应变仪

图 3.15(b)是由图 3.15(a)中的两个箔片应变仪相互正交配置构成的。应变仪在方向上具有选择性,沿着长度方向灵敏度高,沿着横向灵敏度低,因此,利用这个性质,可以把  $x$  方向与  $y$  方向的力分离开来进行检测。

图 3.15(c)是半导体应变仪。它的灵敏系数可以达到 100 以上,远高于箔片应变仪,即使不作成反复铺设的型式,采用万用表粗略测量,电阻值的变化也会变得很大。

采用快干胶或者两种液体构成的混合黏着剂,可以把应变仪黏附在接着物体的表面。利用桥式电路,可以检测出电阻值的变化。电阻值不仅随尺寸变化,而且还随温度变化。因此,在作桥式电路时,应设法防止温度造成的电阻变化对输出的影响。这一过程称为温度补偿。特别是半导体应变仪,很容易受到温度的影响,所以必须进行补偿。

图 3.16 是一种桥式电路的构成举例,它用来检测悬臂梁的挠曲。在梁



根据平衡条件  $\frac{R_A}{R_B} = \frac{R_C}{R_D}$ ,因挠曲  $R_A$  与  $R_B$  会发生反向变化,从而造成比较大的输出,但是因温度变化导致  $R_A$  与  $R_B$  同时变化,故由此造成的输出为 0。

图 3.16 检测悬臂梁的挠曲用的桥式电路

的两面,应变片的变动方向是相反的,所以粘贴在两面上的应变仪的电阻值,也会向相反方向变化。另一方面,考虑到温度在梁的两面上的变化是相同的,于是因温度变化引起的电阻值的变化也是相同的。所以,当用应变仪组合成桥的相邻两边时,应变片的检测灵敏度会变成原来的两倍,而温度引起的变化则会被抵消。

对于力控制机器人,当对来自外界的力进行检测时,根据力的作用部位和作用力的情况,传感器的安装位置和构造会有所不同。例如当希望检测来自所有方向的接触时,需要用传感器覆盖全部表面。这时要使用分布型传感器。把许多微小的传感器进行排列,用来检测在广阔的面积内发生的物理量,这样组成的传感器,称为分布型传感器。虽然目前还没有对全部表面进行完全覆盖的分布型传感器,但是能为手指和手掌等重要部位设置的小规模分布型传感器,已经开发出来。因为分布型传感器是许多传感器的集合体,所以在输出信号的采集和数据处理中,需要采用特别的技术。

目前,在手腕上配置力传感器的技术,获得了广泛应用。这里如果用所谓的六轴传感器作传感器使用,就能够在三维空间内,检测所有的作用力和作用转矩。转矩是作用在旋转物体上的力,也称为旋转力。在表示三维空间时,采用三个轴互成直角相交的坐标系。在这个三维空间中,力能使物体作直线运动,转矩能使物体作旋转运动。力可以分解为沿三个轴方向的分量,转矩也可以分解为围绕三个轴的分量。六轴传感器就是一种能对这些力和力矩的全部进行检测的传感器。

因为传感器的安装位置只有在靠近操作对象时才比较合适,所以不设置在肩部和肘部,而设置在手腕上。其理由是,当在传感器与操作对象之间加进多余的机构时,这个机构的惯性和黏性,以及弹性等,会出现在控制环路以外,因此在不能进行反馈控制的机器人动态特性中,会造成残存的偏差。所以在手腕的前端只安装了惯性较小的手。

### 3.3.2 其他的传感器

#### 1. 姿态传感器

虽然把机器人限制在工厂的地面上时,没有必要安装检测机器人与地球相对关系的传感器,但是当让机器人脱离这种限制,并且能够进行自由地移动时,安装上述传感器就成为必要的了。上述这种传感器,称为姿态传



感器。

典型的姿态传感器是陀螺仪。陀螺是一种传感器,它利用高速旋转物体(转子)经常保持其一定姿态的性质。转子通过一个支撑它的,被称为万向接头的自由支持机构,安装在机器人上。图 3.17 上表示的机构,称为速率陀螺,当机器人围绕着输入轴以角速度  $\omega$  转动时,与输入轴正交的输出轴仅转过角度  $\theta$ 。在速率陀螺仪中,加装了弹簧。卸掉这个弹簧后的陀螺仪,称为速率积分陀螺仪,此时输出轴以角速度  $\psi$  旋转,且此角速度与围绕输入轴的旋转角速度  $\omega$  成正比。

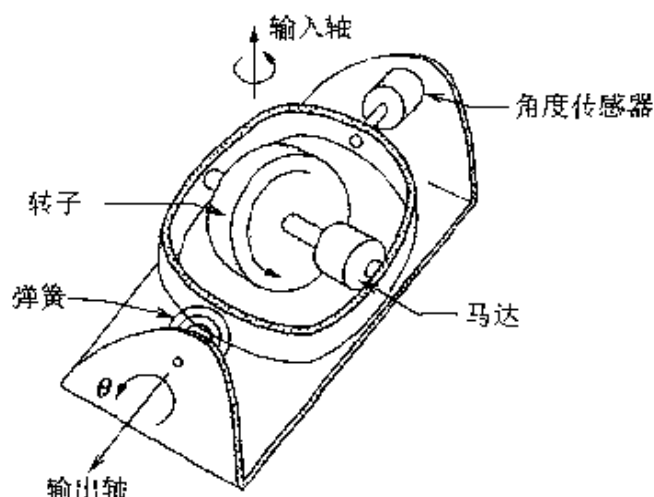


图 3.17 速率陀螺仪原理图

姿态传感器设置在机器人的躯干部分,它用来检测移动中的姿态和方位变化,保持机器人的正确姿态,并且实现指令要求的方位。

除此以外,还有气体速率陀螺仪和光陀螺仪,前者利用了姿态变化时,气流也发生变化这一现象,后者则利用了当环路状光径相对于惯性空间旋转时,沿这种光径传播的光,会因向右旋转和向左旋转而呈现速度变化的现象。

在汽车导航系统中采用的 GPS,也可以有效地确定绝对坐标位置。

## 2. 视觉传感器

为了使机器人具备自主行动的机能,应使机器人具有对外界的认识能

力。自主设置的状态和作业对象,都必须进行认识。从外界得到的信息中,最大的信息是视觉信息,视觉传感器是一种不与对象接触就能进行检测的遥控传感器。虽然对外界进行的是二维图像处理,但是如果进行适当的信息处理,也可以识别出三维信息。

### 速率陀螺仪

在速率陀螺仪中,设输出轴的转动惯量为  $J$ ,黏性摩擦因数为  $B$ ,弹簧常数为  $K$ ,转子的角运动量为  $H$ ,则得到

$$Jd^2\theta/dt^2 + B d\theta/dt + K\theta = H\omega$$

当输出轴停止在某一角度  $\theta$  时,有

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{d\theta}{dt} = 0$$

于是得到

$$\theta = (H/K)\omega$$

在速率积分陀螺仪中,没有弹簧时  $K=0$ ,因此

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} + B \frac{d\theta}{dt} = H\omega$$

输出轴以一定速度旋转时,  $d^2\theta/dt^2 = 0$ ,于是得到

$$\phi = d\theta/dt = (H/B)\omega$$

最常用的视觉传感器,是安装在电视摄像机内的 **CCD 传感器**,它体积小且分辨率的稳定性高。图像信息的处理是由计算来进行的。

### 3. 听觉传感器

为了保证机器人能够安全的工作,作为外界传感器,安装有听觉传感器。上述视觉传感器,不可能在  $360^\circ$  的全部范围内进行监视,但是听觉传感器则可以进行全范围的监视。这意味着,分离的人与共用作业空间的机器人是不会有问题的。

人用语言指挥机器人,比用键盘指挥机器人更方便。机器人对人发出的各种声音进行检测,执行向其发出的命令,如果是在危险时发出的声音,机器人还必须对此产生回避的行动。

音响传感器说到底就是麦克风。过去使用的是基于各种各样原理的麦克风,现在则已经变成了小型、廉价、且具有高性能的驻极体电容传声器。



- 设有一台内部安装着增量型旋转编码器的伺服电动机。这台电动机用来驱动机械手,并且希望用它控制关节的旋转角度和旋转速度。试问怎样才能够由旋转编码器的输出,计量出角度和速度。
- 在内部安装着旋转编码器的伺服电动机上,连接了一组  $1/10$  的减速齿轮,并且安装在机械手的关节上。关节上连接一个长度为  $50\text{cm}$  的臂。在臂前端的圆周方向上,如果希望确定的位置精度达到  $(1/5000^\circ)$ ,旋转编码器的分辨率应选多大为宜?
- 增量型旋转编码器,只能检测角度的变化部分。机械手在使用这种编码器检测关节角度时,应采取什么措施才能确定绝对角度?
- 旋转编码器的耐久性实用上是无穷大的。但是,电位计大约旋转一千万次就会损坏。试分析造成这种差别的原因。
- 如果想计量施加到金属棒上的使其弯曲的力,试考虑有什么方法?
- 如果想检测施加到金属棒上的力矩,同时希望降低弯曲时的灵敏度,并且要加上温度补偿,试设计一个方案,利用最少个数的应变仪,实现一个桥式电路。

## 电动机的控制

执行机构是机器人的运动之源。作为执行器,虽然有油压式执行器,气压式执行器和电动式执行器等,但是考虑到控制的难易程度,控制的精度,辅助的附带设备的简单程度,占用面积,或者与位于上层的计算机之间接口的难易程度等,电动式执行器即电动机,得到了广泛应用。本章将针对机器人控制中应用的电动机的种类和特性,以及其控制方法,从实际的立场出发,以便于理解和应用的方式进行说明。

4.1 怎样实现对电动机的控制

4.1.1 机器人中电动机的控制特征

电动机的种类各种各样,根据各自的特点,工业界早就在家电,玩具,办公仪器设备,测量器,直至电气铁路这样一些广泛的领域内,制定了各种不同的使用方法。在这些应用中,机器人中的电动机,在使用方法上有什么特征呢?

表 4.1 列出了作为电动机典型用途的机床和机器人,及其在用途特征上的对比情况。位于生产线上的机器人,主要承担着零件供应,装配和搬运等工作,其控制目的是位置控制。正如在后面四节中要详细说明的那样,为了进行位置控制,速度和力矩的控制也成为必要的了。因为机器人的动作基本上是腕部的运动,所以对电动机来说,就成了惯性负载。对于代表使手腕延长部分向下悬垂的情况,还存在有重力负载。当考虑电动机的变速范围时,可以认为,进行教学时,电动机的速度最慢,而无负载运动时,电动机的速度最快,它们的比值大体上是1:10,极端情况下可以达到1:100。此外,从电动机的输出来考虑,从数十瓦[W]到数千瓦[kW]的电动机居多,虽然有时也会使用数十千瓦的电动机,但是这里涉及的是所谓小型电动机的分类。

表 4.1 机器人控制电动机的特征

项目	机器人			NC 机床	
	正交型 (直线运动)	水平多关节 (旋转运动)	垂直多关节 (旋转运动)	光杠 (直线运动)	主轴(旋转运动)
用途	装配,零件的搬运,零件的供应			金属的机械加工	
控制对象	位置(速度)	位置(速度)	位置(速度)	位置	位置和速度
变速范围	1:50	1:100	1:100	1:1 000 00	1:100
负载类型	惯性负载 重力支持	惯性负载	惯性负载 重力支持	加工负载 惯性负载	
电动机容量 [kW]	0.05 ~ 15	0.05 ~ 1.0	0.2 ~ 7.5	0.1 ~ 7.5	0.4 ~ 50

在一般的机械中,多数都要求提供低速度,大转矩的机械功率,与此相应,机器人则是一种以电动机的高速度和低转矩形式提供机械功率的设备,因此,为了使两者相匹配,在电动机与机械系统之间,采用了作为减速器的齿轮机构。但是,由于间隙和扭曲变形,减速器在机械系统的运动过程中会产生振动,由于存在这样一些问题,所以近年来开发出了一种直接驱动电动机,它可以直接连接到机械系统,并且可以产生低速度和大转矩。如果采用这种电动机,从前那种因为齿轮而造成的问题,就能迎刃而解,因此受到了人们的关注。

#### 4.1.2 采用什么样的电动机

正如在电机学中学到的那样,电动机有各种不同的种类,根据它们输出量的形式分类,可以分为旋转型和直线型,如果进一步再根据它们采用的电源分类,则变成了表 4.2 列出的结果。在这些电动机中,当考虑到在机器人中的应用时,下面谈到的一些基本性能就显得很重要了。

(1) 启动,停止和反向转动,均能连续有效的进行,而且具有良好的响应特性。

(2) 正转与反转时的特性相同,且运行特性稳定。

(3) 维修容易,而且不用保养。

(4) 具有良好的抗环境干扰能力,对于输出来说,体积小,重量轻。

在机器人中,采用的比较多的是直流电动机和无刷直流电动机,因为它们可以满足上述要求,其次,也可以推荐采用感应电动机和步进电动机。本书由于篇幅限制,只对这些电动机中的直流电动机和感应电动机进行说明。

#### 4.1.3 电动机中需要什么样的变换器

当今,使电动机直接连接到直流电源和商用交流电源进行运转的情况,几乎不存在,多数的情况是通过由半导体元件组成的电力变换器进行控制。对于直流电动机,电力变换器将首先将其电压和电流控制到希望的数值,对于交流电动机,电力变换器将首先将其电压,电流和频率控制到希望的数值,然后对电动机的速度,进而对电动机的位置进行控制。

表 4.2 电动机的种类

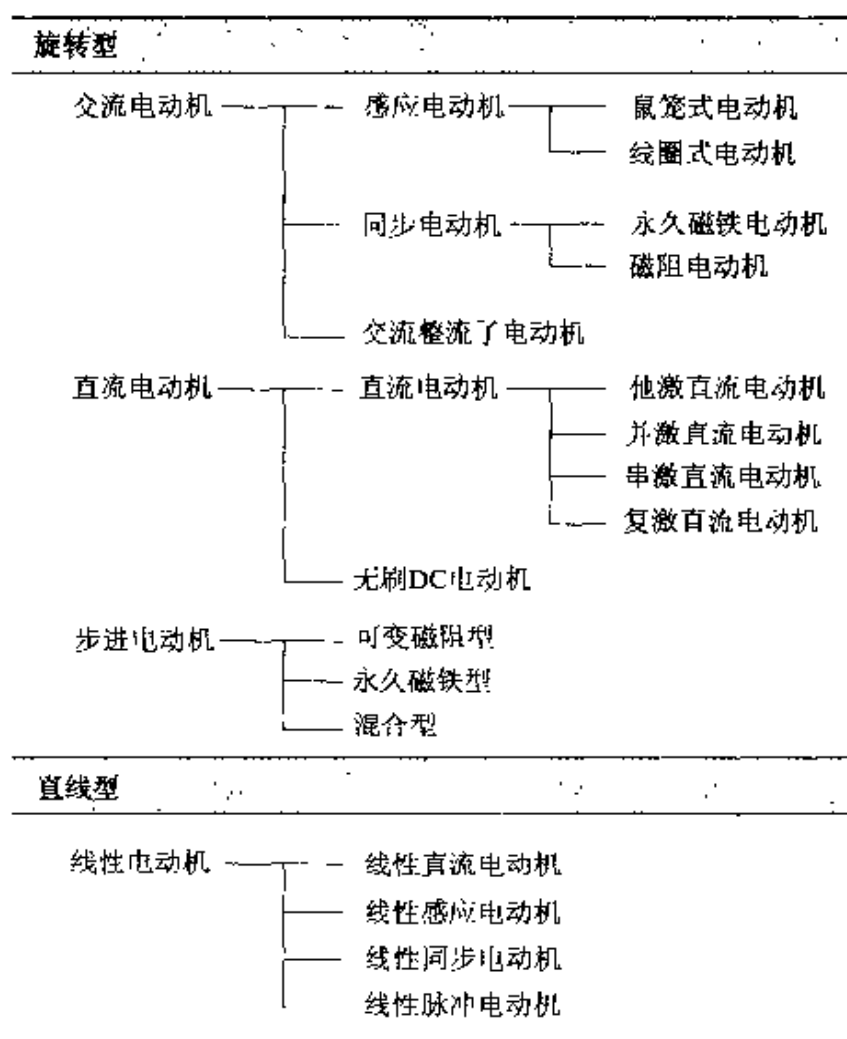


表 4.3 概括了在电动机控制中采用的电力变换器的分类和主要用途, 这里把对上述电力变换器进行处理的技术领域, 统称为功率电子学。除了电车和蓄电池式叉动起重车等一些特殊应用情况外, 一般来说, 不用电池和蓄电池作为直流电源, 而是采用对商用的交流电进行整流后得到的直流电。把交流电变换成直流电的过程, 称为顺变换, 这里采用的电力变换器, 称为整流电路, 或称为变换电路。一般来说, 由于交流方面的正弦波形畸变, 会引起电压的变动和感应干扰, 所以应采取措施, 设法保持输入电流波形的正弦波形状, 所以它不同于通常的整流电路, 并称之为 **PWM 变换器**。

因为整流电路一般不具备电压控制功能, 所以为了能用恒定的直流电压控制电动机, 采用了**断续器**, 以便获得可变的直流电压。一般的断续器不能只单方向地进行电压控制, 直流电动机的可逆控制(顺时针方向和反时针方向旋转), 需要对直流电压进行双向控制, 因此, 这里采用的是四象限

的断续器。

表 4.3 用于电动机控制的电力变换

变换功能	代表性例子	主要用途
交流→直流 (顺变换)	整流电路 PWM 变换器	直流电动机控制, 直流电源 (高频抑制) 直流电源
直流→直流 (电压控制)	断续器 (四象限断续器)	直流电动机控制 直流电动机的可逆控制
直流→交流 (逆变换)	变频器	交流电源 交流电动机控制
交流→交流 (直接变换)	交流电力调整 循环换流器	感应电动机控制, 热与光的 控制, 大容量交流电动机控制

为了控制交流电动机的速度, 需要可变频率电源, 变频器就是满足这种需要的设备。以直流作为电源的变频器, 正如能将直流变换成任意频率的交流那种顺变换那样, 它还具有上述变换的逆变换功能, 因此, 这种变换被称为逆变换。

当用商用交流电作为电源时, 可以在保持频率不变的条件下, 控制电压或者在任意的频率下, 实现对电压的变换。前者应用于交流电压控制, 后者称为循环换流器, 它应用在容量比较大的交流电动机的控制中。

#### 4.1.4 怎样构成电动机控制系统

在图 4.1 中, 表示了用前面讲过的电动机和电力变换器组合成的电动机控制系统一般构成。正如前面讲过的那样, 通过电力变换器, 将商用电源的电压, 电流和频率进行变换, 然后对电动机进行电气控制。电动机的输出量  $P[\text{W}]$  虽然用电气量表示, 但是它是通过作为机械动力的减速器和传动装置(连接器, 齿轮, 传送带等), 传送至机械系统的。这里可以用速度  $\omega_L[\text{rad/s}]$  和力矩  $T_L[\text{N} \cdot \text{m}]$  表示机械的动力, 并且用下式表示它与电动机输出量  $P[\text{W}]$  的关系:

$$P[\text{W}] = \omega_L[\text{rad/s}] \cdot T_L[\text{N} \cdot \text{m}] \quad (4.1)$$

上式为电气功率与机械功率的重要关系式, 并且是以 SI 表示的。但是, 通常在大多数情况下, 转速用  $[\text{r/min}]$ , 力矩用  $[\text{kg} \cdot \text{m}]$ , 当采用这种单位时, 式(4.1)变成



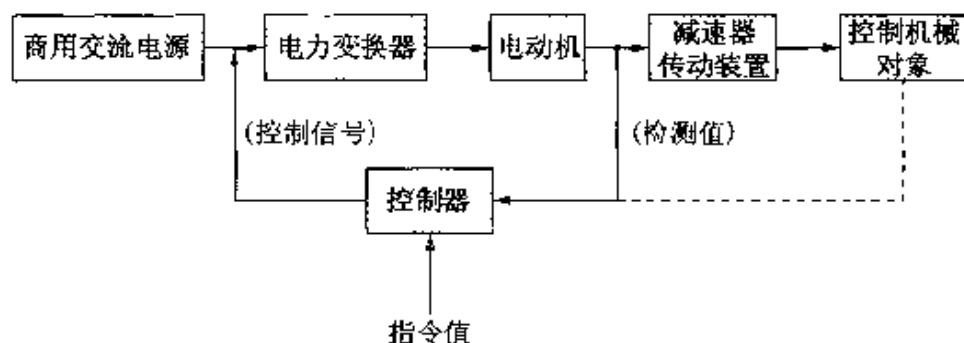


图 4.1 电动机控制系统的构成

$$P[\text{W}] = 1.026\omega_L[\text{r/min}] \cdot T_L[\text{kg} \cdot \text{m}] \quad (4.2)$$

为了实现机械系统的期望速度和位置,需要利用传感器对它们进行检测,并且变成为控制装置的输入量,然后分别与其指令值进行比较后,通过控制运算,作为电力变换器的控制信号进行反馈,最终实现对送往电动机的电压,电流和频率等的调整。在这种情况下,图中用虚线表示对检测出来的机械的最终速度和位置进行反馈,用实线表示对检测出的电动机轴的速度和轴的位置进行反馈,前者称为全闭环系统,后者称为半闭环系统。在实际应用方面,后者的应用范围要广泛得多。

## 4.2 怎样改变电动机的速度

### 4.2.1 直流电动机的速度与转矩的关系

直流电动机依据表 4.2 中表示的磁场与电枢连接方式的不同,有他激,并激,串激和复激等类型,因为在机器人中,它激电动机,特别是在磁场中采用永久磁铁,一般被称为 **PM(permanent magnet)** 电动机的一种电动机,专门被机器人采用,所以这里我们限定只对它激电动机进行说明。

现在我们根据电机学原理,当设电动机的速度为  $\omega_m[\text{rad/s}]$ ,电动机电枢的电压,电流,电阻分别为  $V[\text{V}]$ 、 $I[\text{A}]$ 、 $R[\Omega]$ ,电动势系数为  $K_E$  时,它们之间满足下列关系:

$$\omega_m = \frac{V - IR - V_b}{K_b} \quad (4.3)$$

式中,  $V_b$  称为电刷电压降, 通常为  $2 \sim 3V$ , 多数情况下可以忽略不计, 在外加电压比较小的电动机中, 必须予以考虑。另一方面, 对于转矩, 若设转矩系数为  $K_T [N \cdot m/A]$  时, 可求得转矩为

$$T_m = K_T (I - I_0) \quad (4.4)$$

式中  $I_0$  为轴等零件上承受的摩擦转矩的换算值, 多数情况下可以忽略不计, 但是当电动机的输出比较小时, 未必可以忽略不计。这里在实用上的重要性, 是上述的 SI 单位制中, 电动势系数与转矩系数变成相同的数值。于是从上述两式中消去电枢电流后, 电动机的速度与转矩之间的关系可以用下式表示:

$$\omega_m = \frac{V - (R/K_T) T_m - (I_0 R + V_b)}{K_b} \quad (4.5)$$

由式(4.5)可以看出, 电动机的速度相对于转矩成直线关系减小, 其减小的比例, 显然由电枢的电阻, 电动势系数和转矩系数决定。另外, 无负载速度(转矩为 0 时的速度), 由电枢电压和电刷电压决定。这时, 在表 4.4 中表示了三种直流电动机的产品目录, 它们是一些具有代表性的产品例子。这里若取电动机 B 的诸元为例, 首先注意到式(4.3)中的单位, 并且将额定值代入式(4.3), 于是可以确定电刷上的电压降

$$66.5 = 7.4 \times 1.03 + 0.0187 \times 3\,000 + V_b, \quad V_b = 2.73 [V]$$

此外, 同样地将额定值代入式(4.4)时, 即可求出作为轴上承受的摩擦转矩的电流换算值。将这些值代入式(4.5), 即可求出这个电动机的转矩与速度的关系, 其形式为

$$\omega_m = \frac{V - 5.78 T_m - 2.97}{0.178} \quad (4.6)$$

因此, 当用这个电动机驱动机器人手臂, 并且希望产生的转矩为  $0.85 N \cdot m$ , 电动机旋转速度为  $2200 r/min$  时, 对这个电动机应该施加的电压和电流, 可以依据下列方法予以确定。首先, 将转矩和转速代入式(4.6), 并且注意式中的单位, 于是可以确定外加电压为

$$V = 0.178 \times 2\,200 \times 2\pi/60 + 5.78 \times 0.85 + 2.73 = 48.7 [V]$$

电流可以根据式(4.4)计算得到。其值为

表 4.4 直流电动机的产品目录举例

电动机		A	B	C
项目				
特 性	额定输出[W]	185	401	771
	额定转矩	[N·m]	0.588	1.275
		[kgf·cm]	6.0	13
	额定转速[r/min]	3 000	3 000	3 000
	额定电压[V]	38.6	66.5	69.5
	额定电流[A]	6.2	7.4	13.1
	功率变化率[kW/s]	6.1	11.5	21.2
	瞬时最大转矩	[N·m]	5.884	12.749
		[kgf·cm]	60	130
	瞬时最大电流[A]	62	74	131
	转动惯量( $GD^2/4$ )[kg·cm <sup>2</sup> ]	0.567	1.41	2.83
	电枢电阻值[Ω]	0.84	1.03	0.47
	感应电压常数[mV(r/min)]	10.6	18.7	20.2
	转矩常数	[N·m/A]	0.101	0.178
		[kgf·cm/A]	1.03	1.82
	机械时间常数[ms]	4.7	4.6	3.6
	电气时间常数[ms]	1.1	1.5	1.3

$$I = \frac{0.85}{0.178} + 0.237 = 5.0 [\text{A}]$$

一般来说,对于机器人,由于动作和姿态的不同,对电动机的速度和转矩的要求通常也会时刻发生变化,因此,电动机的外加电压和电流,也必须时时刻刻作相应的变化。

另外,直流电动机存在着电刷与整流子的维护问题,和发生火花的问题,为了能保持这个电动机原来的控制特性,消除因电刷和整流子引起的问题,无刷直流电动机已经开发出来,并且正在进入实用化阶段。

#### 4.2.2 怎样改变直流电动机的速度

前面我们用式(4.6)给出了表 4.4 中电动机 B 的速度与转矩的关系,

图 4.2 表示的是改变端电压  $V$  时,得到的关系曲线。在图 4.2 中,速度和转矩都是用相对于额定值的百分率表示的。由这个图可以明显地看出,由于一方面要产生期望的转矩,另一方面还要实现期望的速度,所以必须对端电压进行调整。

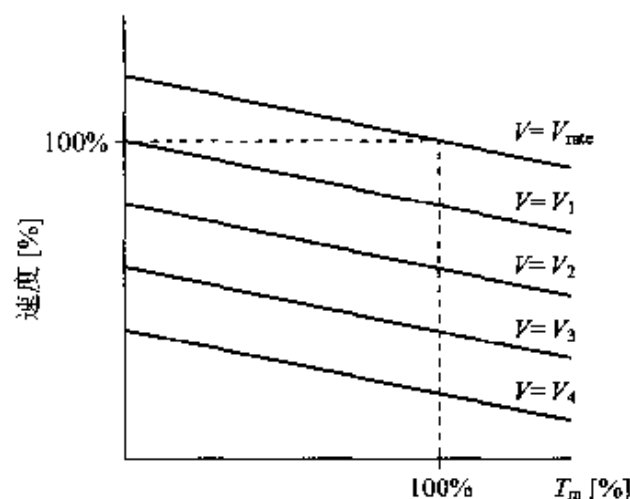


图 4.2 直流电动机的速度与转矩特性

图 4.3 是一个可用于可逆运转的四象限断路器原理图。在图中的四个开关中,当  $S_1$  与  $S_4$  接通时,  $P, Q$  点的电位分别变成  $V_s, 0$ , 因此端子上的电压为  $V_s$ 。当  $S_1$  与  $S_3$  处于接通状态时,  $P, Q$  点上的电位相同,端子上的电压为 0。同样地,当设  $S_2$  处于接通状态,并接通  $S_3$  时,则  $P, Q$  点的电位分别变成 0,  $V_s$ , 因此端子上的电压为  $-V_s$ ,  $S_2$  和  $S_4$  接通时,端子上的电压为 0。因此,当按照同图(b)中那样,实施对开关的接通与断开时,端子上的电压将会变成如图中表示的那样,这是容易理解的。这里定义斜线位置上的两个开关一同接通的时间  $T_1$ , 与周期  $T$  的比为流通率  $d$ , 即

$$d = \frac{T_1}{T} \quad (4.7)$$

图 4.3 还表明,  $S_1$  和  $S_2$  决定端子上电压的极性,  $S_3$  和  $S_4$  决定流通率。电动机平均端子电压的大小由下式决定:

$$V = dV_s \quad (4.8)$$

利用这个断续器,可以使电源与电动机上电力的流动是双向的。另外,作为一种电压控制方法,可以先接通  $S_1$  和  $S_4$ , 随后接通  $S_2$  和  $S_3$ , 根据适当的流

通率,重复地进行上述接通操作,也可以加快电流的响应,但其缺点是会使脉动变大。

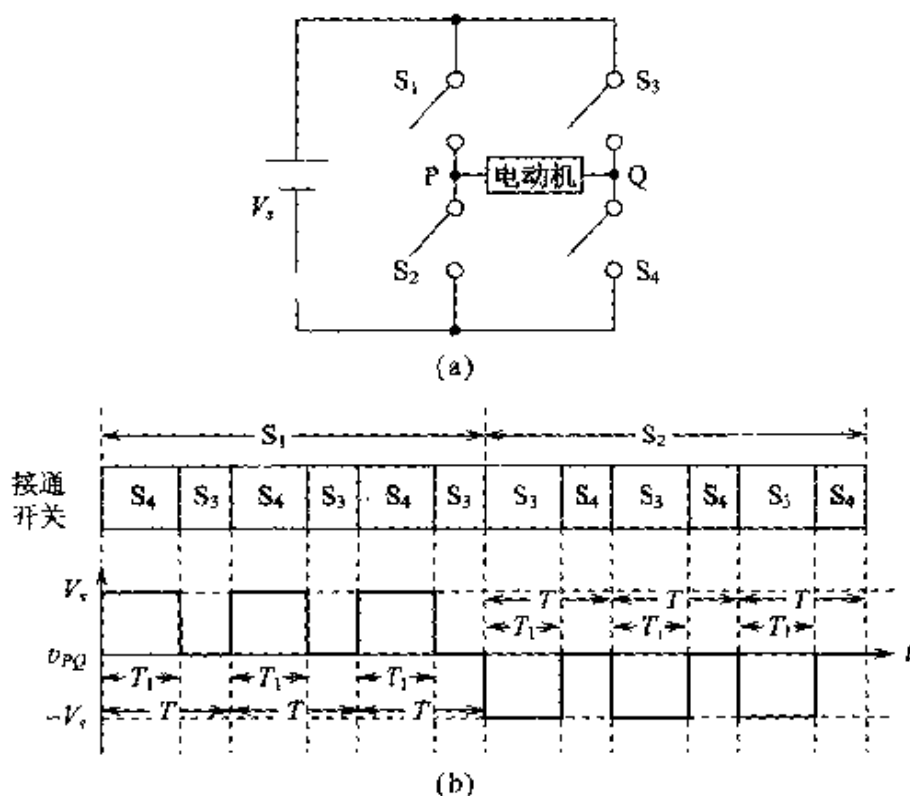


图 4.3 四象限断路器电路及其操作波形

### 4.2.3 感应电动机的速度与转矩的关系

感应电动机的速度与转矩的关系,不像直流电动机那样简单。频率为  $f$  [Hz] 的三相交流电,在极数为  $2p$  (极对数为  $p$ ) 的三相感应电动机中,产生的旋转磁场的速度,被称为同步速度,它可以由下式求出:

$$\omega_0 = 2\pi \left( \frac{f}{p} \right) \quad (4.9)$$

电动机的转速  $\omega_m$  [rad/s] 比同步速度低,利用转差率  $s$ ,可以写成

$$\omega_m = (1-s)\omega_0 = (1-s)2\pi \frac{f}{p} \text{ [rad/s]} \quad (4.10)$$

图 4.4 是大家熟悉的感应电动机单相部分的等效电路,在采用转差率  $s$  的情况下,转子的输入  $P_2$ 、转子的铜耗  $W_2$  和输出  $P_{out}$  的关系为

$$P_2 : W_2 : P_{out} = 1 : s : (1-s) \quad (4.11)$$

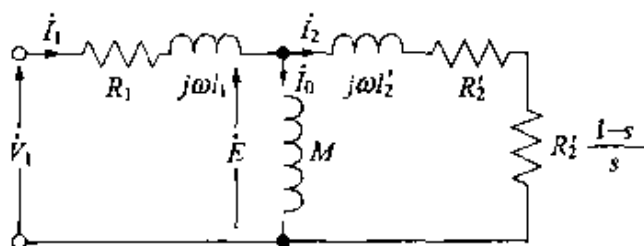


图 4.4 三相感应电动机单相部分的等效电路

这里,若采用的电源角频率为  $\omega = 2\pi f$ ,转子的电流和力矩则分别为

$$I'_2 = \frac{V_1}{\sqrt{(R_1 + R'_2/s)^2 + (x_1 + x'_2)^2}} \quad (4.12)$$

$$T_m = \frac{3V_1^2}{\omega_0} \frac{R'_2/s}{(R_1 + R'_2/s)^2 + (x_1 + x'_2)^2} \quad (4.13)$$

式中,  $R_1$  和  $x_1 = \omega l_1$  为定子的电阻和漏电抗,  $R'_2$  和  $x'_2 = \omega l'_2$  为换算到定子上的转子的电阻和漏电抗,  $V_1$  为相电压(=线间电压/ $\sqrt{3}$ )。一般感应电动机的特性如图 4.5 所示,多数情况下都针对转差率进行讨论,图中表明,电流和力矩不具备直流电动机那样的线性特性。

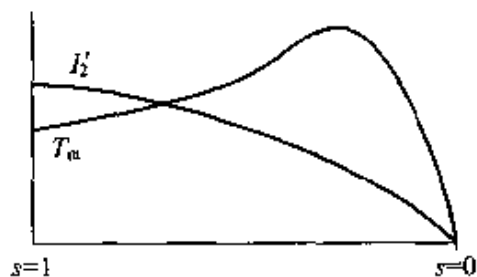


图 4.5 感应电动机的转矩,电流特性

#### 4.2.4 如何改变感应电动机的速度

由前面的式(4.10)可以得知,在改变感应电动机的速度时,可以采用三种方法,一种方法是通过电压控制改变转矩,进而达到改变转差率的目的(电压控制法);第二种方法是改变极数(极数变换法);第三种方法是改变频率(频率控制法),近年来由于变换器的普及,专门的频率控制得到了广泛应用。

在图 4.4 中,当采用励磁电压  $E$  时,定子电流  $I_1$  和转矩  $T_m$  可利用下式求解:

$$I_1 = \frac{E}{\omega} \frac{1}{M} \sqrt{\frac{(R'_2/\omega_1)^2 + L_2^2}{(R'_2/\omega_1)^2 + (l'_2)^2}} \quad (4.14)$$

$$T_m = 3 \left( \frac{E}{\omega} \right)^2 \frac{R'_2 / \omega_s}{(R'_2 / \omega_s)^2 + (l'_2)^2} \quad (4.15)$$

式中,  $\omega_s = p(\omega_0 - \omega_m) = s\omega$  (转差率角频率),  $L_2 = M + l'_2$ , 根据这两个等式, 保持  $E/f$  一定并改变频率时, 如图 4.6 所示, 定子电流将发生变化, 并且还可以清楚地看出, 转矩曲线的形状与频率无关, 而具有相同的形状。

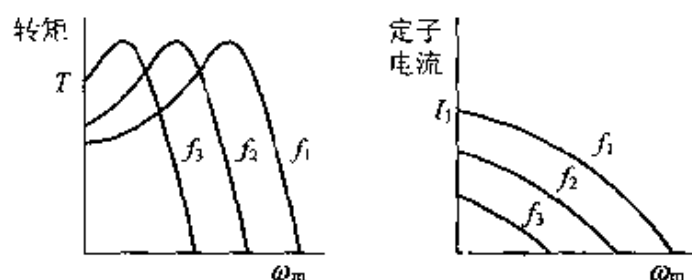


图 4.6 保持  $E/f$  一定进行控制时的电流与转矩特性

现在如果忽略图 4.5 的定子阻抗上的电压降, 则可以认为励磁电压与端子电压是同一电压, 因此, 如果在变换器中用  $V/f$  取代  $E/f$  并且保持一定, 然后任意控制频率, 就可以利用与负载转矩的关系, 得到期望的速度。这种可变速控制, 称为  $V/f$  一定的控制。

如前所述, 在感应电动机中, 定子电流与转矩之间, 不存在直流电动机那样的线性关系。但是, 正如在 4.4 节中将要阐明的那样, 为了进行正确的位置控制, 两者之间的线性关系是必要的, 为了适应这种需要, 作为控制方法, 开发出了向量控制法, 并且进入了实用化阶段。但是, 关于这种控制法的说明, 超出了本书的范畴, 所以只好忍痛割爱了。

## 4.3 电动机和机械的动态特性分析

### 4.3.1 怎样表示机械和电动机的动态特性

如果电动机产生的转矩  $T_m$  大于负载的反作用转矩  $T_L$ , 会产生加速运动, 如果情况相反, 则会产生减速运动。如果两者处于平衡状态, 则系统会以一定速度进行稳定的转动。现在如果设换算到电动机轴上的全部转动惯

量为  $J$ , 黏性摩擦系数为  $D$  和负载力矩为  $T_{Lm}$ , 则这个机械系统的运动方程式可以由下式给出:

$$J \frac{d\omega_m}{dt} + D\omega_m = T_m - T_{Lm} \quad (4.16)$$

多数驱动系统都采用了图 4.7 中表示的减速器。若设图中电动机和负载的速度为  $\omega_m$  和  $\omega_L$ , 并且设减速器的效率为 100% 时, 则齿数比定义如下:

$$\frac{\omega_L}{\omega_m} = \frac{\text{齿轮 M 的齿数}}{\text{齿轮 L 的齿数}} = \frac{1}{a}, \quad \omega_m T_m = \omega_L T_L \quad (4.17)$$

这时, 负载一侧的运动方程式变成为式 (4.16) 的形式, 并且可以写成

$$J_L \frac{d\omega_L}{dt} + D_L \omega_L = a T_m - T_L \quad (4.18)$$

根据式 (4.17), 并且利用负载速度和电动机速度, 上式可以改写成

$$\left(\frac{1}{a}\right)^2 J_L \frac{d\omega_m}{dt} + \left(\frac{1}{a}\right)^2 D_L \omega_m = T_m - \left(\frac{1}{a}\right) T_L \quad (4.19)$$

从电动机轴观察到的力矩为负载力矩的  $(1/a)$  倍, 而负载一侧的机械常数则变为原来的  $(1/a)^2$ , 这是显而易见的。因此, 这时电动机的转动惯量和黏性摩擦系数, 应分别进行相加, 并且必须对式 (4.16) 中的  $J, D$  进行设置。此外, 在实际计算中, 多数情况下可以忽略黏性摩擦系数。

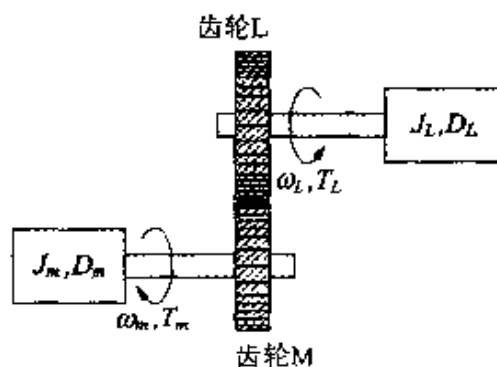


图 4.7 减速器

### 4.3.2 直流电动机的启动和停止

图 4.8 表示了电动机的加减速状态, 直流电动机的电枢电流, 在加速过程中, 应控制在一定的数值  $I_{con}$ 。这时, 运动方程式可以根据式 (4.4) 和式 (4.16) 得到, 并且可以表示成

$$J_m \frac{d\omega_m}{dt} = K_T (I_{con} - I_0) - T_L \quad (4.20)$$

将上式从时间  $t_1$  到时间  $t_2$  进行积分, 得到关系式



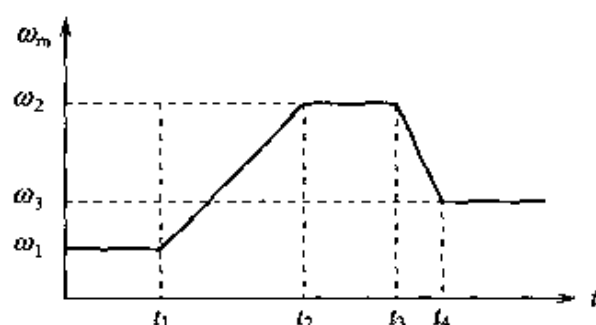


图 4.8 电动机的加减速

$$\omega_2 - \omega_1 = \frac{K_T(I_{con} - I_0) - T_L}{J}(t_2 - t_1) \quad (4.21)$$

这里考虑从 0 速度到额定速度  $\omega_r$  的启动时间  $T_s$ , 于是在式 (4.21) 中, 当设  $\omega_1 = 0$ , 可以得到

$$T_s = \frac{J\omega_r}{K_T(I_{con} - I_0) - T_L} \quad (4.22)$$

当希望机器人进行快速操作而选定电动机时, 选择转动惯量小, 而且转矩系数大的电动机比较好。基于这种原因, 所以机器人用的电动机大都选用细长型构造, 而且选用稀土类磁铁。此外, 在确定电动机时, 显然应该根据式 (4.22), 在大范围内设定加减速时的电流, 其结果是增大了电力变换器的容量。

### 4.3.3 感应电动机的启动和停止

式 (4.15) 是根据励磁电压计算出的转矩, 如果在图 4.4 中忽略因  $R_1$  和  $l_1$  造成的电压降, 则端子上的电压与励磁电压将会相等, 于是转矩可以近似地表示为

$$T_m = \frac{3(V/\omega)^2}{R'_2/\omega_s + \omega_s(l'_2)^2/R'_2} \quad (4.23)$$

根据式 (4.23), 可得到最大转矩  $T_{max}$  及与其对应的转差率角频率  $\omega_{sT}$  如下:

$$\omega_{sT} = 2\pi f \cdot s_T = R'_2/l'_2, \quad T_{max} = 3(V/\omega)^2/2l'_2 \quad (2.24)$$

把式 (4.24) 的结果代进式 (4.23), 并且经过整理, 即可得到  $T_m$  的近似表达式如下:

$$T_m = 2T_{max}/(s/s_T + s_T/s) \quad (4.25)$$

这里, 为了便于进行讨论, 我们来考虑感应电动机的无负载加减速问题, 由式 (4.16) 和式 (4.24), 可以得到下列运动方程式。例如:

$$J_m \frac{d\omega_m}{dt} = \frac{2T_{max}}{s/s_T + s_T/s} \quad (4.26)$$

在图 4.8 中, 如果从时间  $t_1$  的速度  $\omega_1$  (转差率  $s_1$ ), 到时间  $t_2$  的速度  $\omega_2$  (转差率  $s_2$ ) 这一区间进行积分, 则可以得到关系式

$$t_2 - t_1 = \frac{J_m \omega_0}{2 T_{\max}} \left( s_1 l_n \frac{s_1}{s_2} + \frac{s_1^2 - s_2^2}{2 s_1} \right) \quad (4.27)$$

从 0 速度到额定速度  $\omega_r$  (额定转差率  $s_r$ ) 时的启动时间  $T_s$ , 可以由下式求得:

$$T_s = \frac{J_m \omega_0}{2 T_{\max}} \left( s_r l_n \frac{1}{s_r} + \frac{1 - s_r^2}{2 s_r} \right) \quad (4.28)$$

由这个关系式可知, 即使是在感应电动机中, 在有关缩短加速时间的问题中, 采用与直流电动机时相同的讨论方法是有效的, 这个结论是可以理解的。

## 4.4 怎样正确控制动态特性

### 4.4.1 怎样进行力控制

为了能对力即转矩进行控制, 如果在机械轴上安装转矩检测器, 并且构成一个能使上述检测值与指令转矩趋于一致的反馈系统, 就可以达到此目的。在这种控制方式中, 必须设置连结于机械系统的检测器, 另外, 它还存在其他一些问题, 诸如要得到廉价, 小型且频率特性优良的转矩检测器是比较困难的。

另一方面, 在直流他激电动机, 无电刷 DC 电动机, 和向量控制感应电动机中, 正如前面谈到的那样, 产生的转矩与电流之间, 存在着比例关系, 而作为以霍尔 CT 为代表的电流传感器, 又具备廉价、小型和频率特性优良这样一些特性, 所以基于电流检测的反馈控制的力控制方案, 在实践中获得广泛应用。

图 4.9 是采用断路器的直流他激电动机的力控制系统构成原理图。设用电动机的转矩系数  $K_t$  除转矩指令  $T^*$ , 得到的结果为电流指令  $i^*$ , 如果使实际的电动机电流  $i$  与  $i^*$  趋于一致, 那么电动机就能够产生与转矩指令  $T^*$  相同的转矩。因此, 如图 4.9 所示, 可以把由电流传感器检测得到的实际电动机电流  $i$  与电流指令值  $i^*$  比较, 得到电流误差

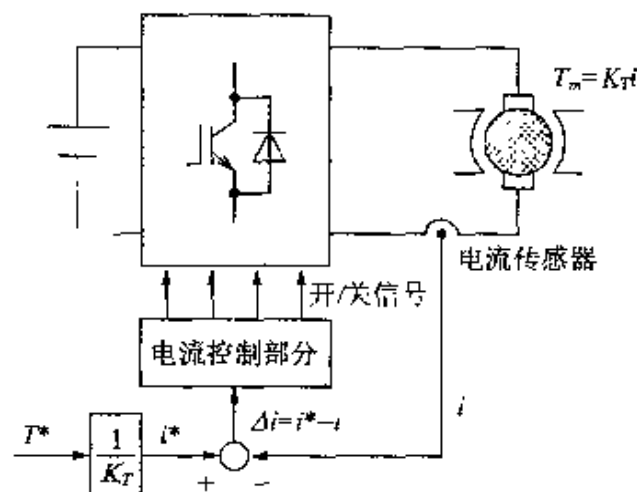


图 4.9 力控制系统的构成原理

$$\Delta i = i^* - i \quad (4.29)$$

为了使这个值趋于 0, 在电流控制部分广泛地采用了产生断路器开/关信号的方式。这里在利用  $\Delta i$  产生断路器的开/关信号时, 虽然许多方法都得到了实际应用, 但是这里只对具有代表性的三角波比较法进行说明。

在这种方法中, 根据图 4.10(a) 中表示的三角波信号  $S_w$  和  $\Delta i$  的大小关系, 生成断路器的开/关信号。三角波比较法的原理在图 4.10(b) 中清楚地表示了出来, 断路器的开信号依据下列规律发生:

$\Delta i > S_w$ : 开信号发生

$\Delta i < S_w$ : 开信号不发生

$$(4.30)$$

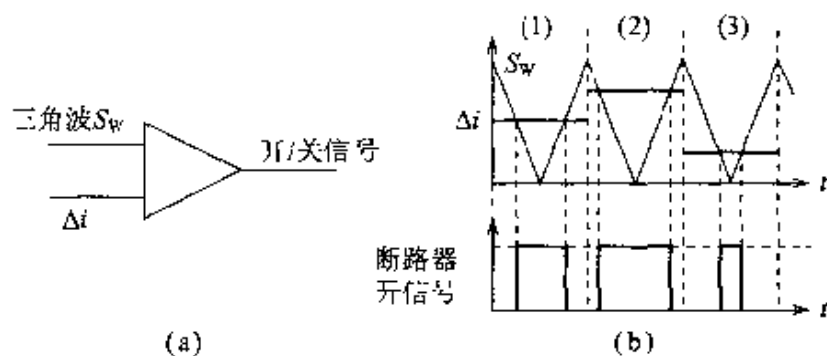


图 4.10 三角波比较法的原理

因此, 在(1)的期间, 如果  $i$  小于  $i^*$ , 则  $\Delta i$  增加, 其结果是在(2)的期间, 断路器信号的流通率增大, 电动机外加电压上升,  $i$  增大。当  $i$  过分增大时,  $\Delta i$

减小,于是像(3)期间那样,流通率减小,电流  $i$  被减小。为了提高  $i$  对  $\Delta i$  的跟踪特性,增大三角波的频率是有效的,根据断路器开关元件的不同,通常其频率限制在数千赫到十几千赫范围内。

#### 4.4.2 怎样进行速度控制

在前面的式(4.16)中,研究了机械系统的运动方程式,这里当我们忽略黏性摩擦因数,且相对于负载转矩,电动机产生的转矩增加时,加速度变为正值,电动机的旋转速度上升。反之当转矩减小时,加速度变为负值,电动机的旋转速度下降,这种结果是很容易理解的。电动机的速度控制系统,基本上是基于这种考虑方法的,系统构成结果如图 4.11 所示,由转矩控制来实现,速度控制环路配置在转矩控制环路的外侧。

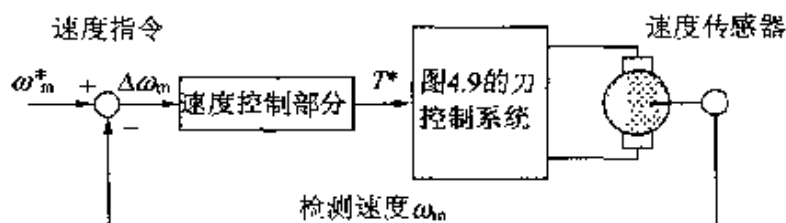


图 4.11 速度控制系统

采用以测速发电机和编码器为代表的速度传感器,可以检测出电动机的旋转速度。这个速度被用来与速度指令  $\omega_m^*$  进行比较。这里将产生的速度误差  $\Delta\omega_m$  返回到速度控制部分,并且由于转矩指令  $T^*$  的增减,力图使速度指令与实际速度达到一致。速度控制部分的多用途控制,即被称为所谓的 PI 控制,是一种比例积分控制,

$$T^* = K_p \cdot \Delta\omega_m + K_i \int \Delta\omega_m \cdot dt \quad (4.31)$$

在式(4.31)中,用速度误差  $\Delta\omega_m$  乘以增益  $K_p$  的结果,与速度误差的积分值乘以增益  $K_i$  的结果进行相加,给出了产生转矩指令的一种方法。式(4.31)右边第一项,一般来说可以加快响应速度,第二项中包含定常的  $\omega_m^*$  与  $\omega_m$  的差,它具有消除定常偏差的功能,通过对  $K_p$  与  $K_i$  的选定,可以实现所希望的速度控制响应。

#### 4.4.3 怎样进行位置控制

电动机轴的旋转,通过同步传送皮带和球状螺旋,传送至机器人的机构部

分,变换成位置的变化。在这种情况下,如果把机械系统的运行全部换算到电动机轴上,则可以理解,最终会以下列电动机转速的积分形式,求出位置  $\theta$ :

$$\theta = \int_0^t \omega_m dt \quad (4.32)$$

因此,为了使实际位置  $\theta$  跟踪目标位置  $\theta^*$ ,应当根据由  $\theta^*$  和  $\theta$  决定的位置误差  $\Delta\theta$ ,对电动机的速度  $\omega$  进行调整,于是如图 4.12 所示,将位置控制器配置到了速度控制环路的外侧。

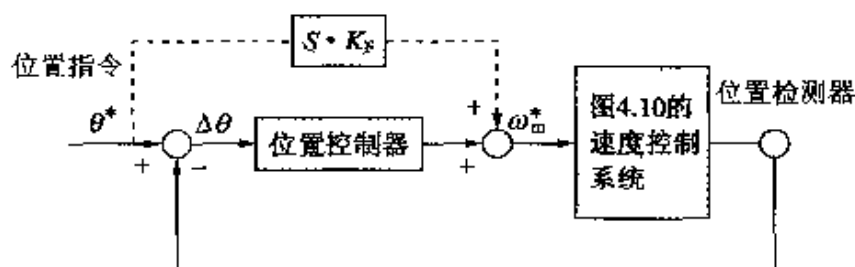


图 4.12 位置控制系统

在图 4.12 中,将分相器和绝对编码器检测出的电动机轴位置与位置指令进行比较,再经过与 4.1.4 节相应的作为半闭环系统的位置控制器,产生出速度指令,构成为图 4.11 所示速度控制系统的输入。这里在位置控制器中,一般都采用比例控制作为速度指令,多数情况下其形式为

$$\omega_m^* = K_{pos} \cdot \Delta\theta \quad (4.33)$$

但是在机器人的情况下,位置指令常常会由系统前面的函数形式给出,如图 4.12 中虚线表示的那样,将位置指令的微分形式,叠加到速度指令上,同时采用了前馈控制,这种复合控制形式也是经常采用的。

至此,我们说明了怎样进行力、速度和位置控制的问题,但是在一般情况下,作为响应速度,首先要求相当于内环路的力控制环路具有最快的响应速度,然后,依次按照速度,位置的顺序,进行粗略设计。另外,考虑到机械系统的刚性,位置指令过于急剧地变化是不能令人满意的,因此,如图 4.13 所示,位置指令以 S 形的曲线,或者近于 S 形的平滑曲线给出。为了满足这种需要,由式(4.32)导出的速度指令,和由式(4.16)导出的转矩指令,将分别如图中所示,这是容易理解的。

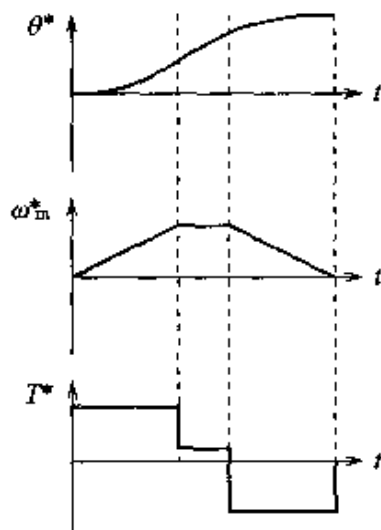


图 4.13 位置,速度与转矩指令的关系



1. 在机器人控制中,试分析半闭环系统比全闭环系统应用更为广泛的理由。
2. 对于表 4.4 中的电动机 A 和电动机 B,试求与本章中式(4.6)相当的速度与转矩的关系式。另外,为了在转矩输出为额定值的 45% 时,电动机能以额定速度的 87% 的速度运转,试分别求必要的电压和电流。
3. 试证明当采用图 4.5 中的励磁电压  $E$ ,表示定子电流  $I_1$  和转矩  $T_m$  时,其表达式分别变成为式(4.14)和式(4.15)。
4. 考虑采用一个能产生的转矩为负载转矩两倍的电动机,使具有一定转矩的负载,从转速为 0 开始,加速到转速为  $\omega_0$  的情况。设负载的转动惯量为电动机的 5 倍,无减速器直接驱动时的加速时间为  $T_s$ s,当采用减速器时,为了把加速时间缩短为  $T_s/2$ ,试问应选择多大的减速比为宜?



## 机械系统的控制

在第四章中,我们研究了作为机器人执行器的电动机及其控制方法。本章将考虑由电动机构成的机械机构的控制问题。而且在第6、7两章还要涉及数个连杆和关节的机器人问题。

那么给出电动机和可以控制的机构时,我们怎样进行控制才是理想的呢?关于这个问题的解答形式,将在本章内展开讨论。



## 5.1 机器人手指位置的确定

图 5.1 表示的是机器人的位置决定机构。电动机轴的驱动力,通过减速器(齿轮)传递到滚珠丝杠,然后由滚珠丝杠的旋转运动,变换成滚珠螺母的直线运动。关于控制方法,在第四章中我们研究了开环方式,半闭环方式和闭环方式。这里我们对电动机轴的位置和速度进行检测,以取代对机器人手指的位置和速度进行测定,然后采用半闭环方式对执行器进行控制。因此,检测出电动机的电流,电动机的速度和位置,并传送到控制器。在控制器中形成施加于电动机的指令电压,再由驱动器进行功率放大后,施加于电动机上。

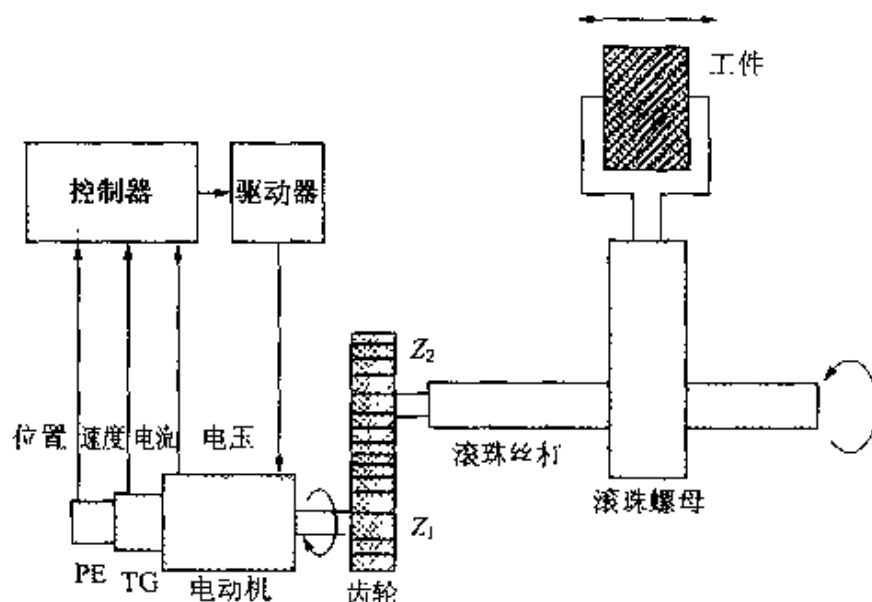


图 5.1 由机器人决定的位置控制

## 5.2 设计方法

确定位置问题的设计方法,可以按照下列步骤进行。

(1) 设可移动范围为 300mm, 滚珠丝杠的节距(每一转的进给量)为 5mm。

(2) 设工件(被搬运物体)的最大质量为 9kg。

(3) 设确定位置的精度为 0.01mm。

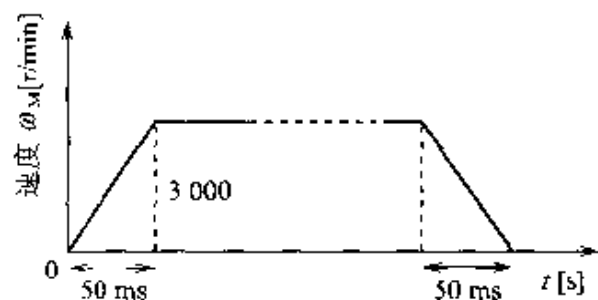


图 5.2 速度模式

(4) 加速和减速按照图 5.2 表示的形式进行。

(5) 采用直流电动机。

### 何谓半闭合(环路)方式

它是一种用电动机轴的位置和速度信息,代替机器人的前端部分的位置和速度信息,对执行器进行控制的方式。优点:

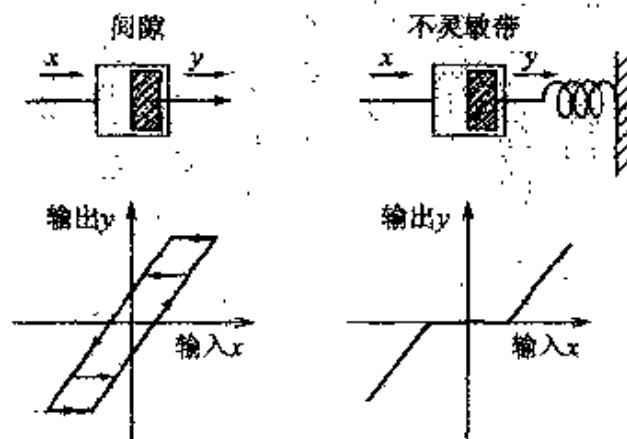
(1) 因为不必把传感器安装到机械的前端部分(终端作动体),所以价格便宜。

(2) 因为在设计控制系统时,可以不考虑驱动力传动部分的机械刚度(柔度),机械共振,间隙和摩擦等,所以容易进行设计。

缺点:

(1) 进给丝杠的节距误差,间隙等的机械误差,会对精度造成影响。

### 间隙和不灵敏带



### 5.3 电动机

为了满足上述设计方法,我们来求取必要的负载转矩  $T_L$ ,并且对现有的电动机是否能满足上述条件,进行研究。

#### 5.3.1 从电动机轴的方向观察到的负载转动惯量 $J_L$

设横向移动的质量  $M$  为  $10\text{kg}$ ,其中工件的最大质量为  $9\text{kg}$ ,其他附加的质量为  $1\text{kg}$ 。电动机一侧齿轮的转动惯量为  $J_1$  为  $1 \times 10^{-2}\text{kg} \cdot \text{cm}^2$ ,滚珠丝杠及滚珠丝杠一侧齿轮的组合转动惯量  $J_2$  为  $1 \times 10^{-1}\text{kg} \cdot \text{cm}^2$ ,减速比为  $Z_1/Z_2 = 1/10$ ,滚珠丝杠的节距  $P$  为  $5\text{mm}$ ,于是  $J_L$  可以表示为

$$\begin{aligned} J_L &= M \times \left( \frac{Z_1}{Z_2} \right)^2 \times \left( \frac{P}{2\pi} \right)^2 + \left( \frac{Z_1}{Z_2} \right)^2 \times 1 \times 10^{-1} + 1 \times 10^{-2} \\ &\approx 1.2 \times 10^{-2} [\text{kg} \cdot \text{cm}^2] \end{aligned} \quad (5.1)$$

#### 5.3.2 负载转矩 $T_L$

求施加到电动机上的负载力矩  $T_L$ 。设动摩擦力矩  $T_f$  为  $2\text{N} \cdot \text{cm}$ ,静摩擦力矩  $T_0$  为  $4\text{N} \cdot \text{cm}$ 。又设电动机的转动惯量为  $0.3\text{kg} \cdot \text{cm}^2$ 。因为是在  $50\text{ms}$  内,加速到  $3000\text{rpm}$ ,所以必须的加速度  $\alpha$  由下式计算得到:

$$\alpha = \frac{3\,000 \times (2\pi/60)}{0.05} = 6\,283 [\text{rad/s}^2] \quad (5.2)$$

#### 把作直线运动的质量 $M$ 变换成转动惯量 $J$

设等效转动惯量为  $J$ ,根据旋转体的动能应与作直线运动的质量  $M$  的动能相等这一事实,可以得到下式:

$$\frac{1}{2} J \left( \frac{J d\theta}{dt} \right)^2 = \frac{1}{2} M \left( \frac{J dx}{dt} \right)^2 \quad (1)$$

当  $d\theta = 2\pi$  时,则有  $dx = P$  (节距),于是得到下式:

$$J = M \left( \frac{P}{2\pi} \right)^2 \quad (2)$$

加速所需要的转矩  $T_1$ , 可以由下式求得:

$$\begin{aligned} T_1 &= (J_M + J_L) \times \alpha = (0.3 + 0.012) \times 10^{-4} \times 6\,283 \\ &[\text{N} \cdot \text{m}] [\text{kg} \cdot \text{m}^2] [\text{rad/s}^2] \\ &= 0.196 [\text{N} \cdot \text{m}] \\ &= 19.6 [\text{N} \cdot \text{cm}] \end{aligned} \quad (5.3)$$

开始运动时的负载力矩  $T_2$ , 可以由  $T_1 + T_0$  求得, 于是有下式:

$$T_2 = T_1 + T_0 = 19.6 + 4 = 23.6 [\text{N} \cdot \text{cm}] \quad (5.4)$$

加速时的负载力矩  $T_3$ , 可以由  $T_1 + T_f$  求得, 于是有下式:

$$T_3 = T_1 + T_f = 19.6 + 2 = 21.6 [\text{N} \cdot \text{cm}] \quad (5.5)$$

恒速运动时的负载力矩  $T_4$ , 由  $T_f$  构成, 于是有下式:

$$T_4 = T_f = 2 [\text{N} \cdot \text{cm}] \quad (5.6)$$

减速时的负载力矩  $T_5$ , 由  $-T_1 + T_f$  求得, 于是有下式:

$$T_5 = -T_1 + T_f = -19.6 + 2 = -17.6 [\text{N} \cdot \text{cm}] \quad (5.7)$$

利用上述计算结果, 可以得到图 5.3 表示的负载力矩  $T_L$  的时间变化曲线。

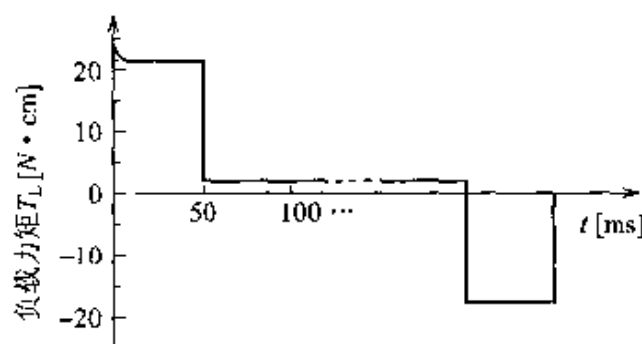


图 5.3 负载力矩  $T_L$  的变化

### 5.3.3 电动机的选定

当电动机的速度-转矩特性由图 5.4 给出时, 有必要检验这个电动机是否满足前面的设计方法。开始运行时的转矩, 由图 5.3 得知, 必须是  $23.6 \text{ N} \cdot \text{cm}$ , 如果设电动机的最大转矩为  $95 \text{ N} \cdot \text{cm}$ , 则可以得到充分满足。

加速运行时的转矩, 由图 5.3 得知, 必须是  $21.6 \text{ N} \cdot \text{cm}$ , 由图 5.4 可以看出, 电动机在  $3000 \text{ rpm}$  范围内加速或减速时, 转矩的最大值为  $37 \text{ N} \cdot \text{cm}$ ,

所以可以充分地满足要求。

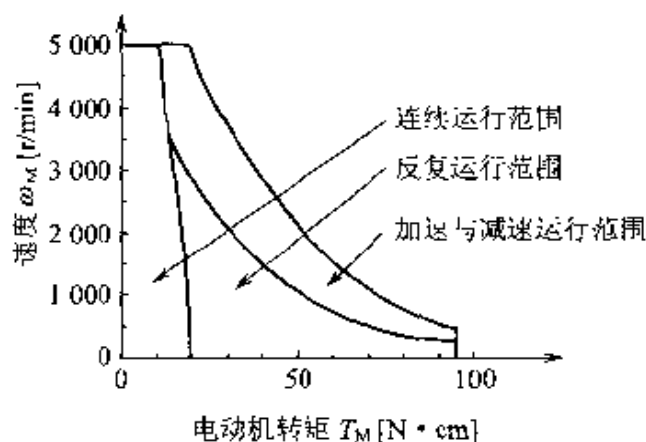


图 5.4 电动机的速度-转矩曲线

由上述分析结果可以清楚地看出,这个电动机可以满足前面设计方法的需要。

## 5.4 驱动器

驱动器是对信号进行电力放大的电力放大器(功率放大器)。因此,对于驱动器的选择,应能最充分地发挥电动机的性能。通常,驱动器的选择由电动机的制造厂指定。

## 5.5 检测位置用的脉冲编码器(PE)和检测速度用的测速发电机(TG)

首先,考虑脉冲编码器每一转内的脉冲数目。设位置的确定精度为  $0.01\text{ mm}$ 。滚珠丝杠每转一转,滚珠螺母移动  $5\text{ mm}$ 。减速比为  $Z_1/Z_2 = 1/10$ 。设每一转对应的脉冲数为  $x$  时,则下式成立:

$$\frac{0.01}{5} = \frac{Z_1}{Z_2} \times \frac{1}{x} = \frac{1}{10} \times \frac{1}{x} \rightarrow x = 50 \text{ 个脉冲/转} \quad (5.8)$$

因此,若采用 50 个脉冲/转的编码器,显然是合适的。

其次,因为最大移动距离为 300mm,所以滚珠丝杠的转数为  $300/5 = 60$  转。因为减速比为 1/10,所以电动机的转数为 600 转,脉冲编码器的脉冲数为  $600 \times 50 = 30\,000$  脉冲。这个数目必须在控制器能够处理的最大脉冲数以内。

另外,因为最大速度为  $3\,000\text{r/min}$ ,所以每秒钟脉冲编码器的脉冲数为  $(3\,000/60) \times 50 = 2\,500$  个脉冲。这个脉冲率也必须小于控制器能够处理的最大脉冲率。当增加脉冲编码器的脉冲数目时,精度会升高,但是处理速度变慢。

测速发电机(TG)是一种直流发电机,相应于从低速到高速的运转,它能够输出平滑的直流电压。对应于  $1\,000\text{r/min}$ ,它的输出电压为  $2 \sim 3\text{V}$ 。在中、高速的情况下,通过在一定时间内,统计脉冲编码器产生的脉冲数目,进行速度检测。在低速情况下,则是通过在脉冲编码器的脉冲间隔内,用统计细小脉冲数目的方法,进行速度检测。

## 5.6 直流电动机的传递函数表示法

到现在为止,我们考虑了图 5.1 所示系统的硬件。以后我们将考虑有关控制器的软件问题。因为在 4.4 节中已经讨论过电动机的控制方法,所以这里的讨论,可以看作是第四章的进一步发展,这里是用传递函数,对控制问题作进一步的定量分析和研究的。

### 5.6.1 直流电动机的等效电路和方框图

正如在第二章和第四章中讨论过的那样,直流电动机的等效电路可以表示成图 5.5。图中  $L$  为线圈的电感, $Li$  为磁通,磁通对时间的微分为电压。 $R$  为线圈的电阻。电压  $K_e \omega_M$  为速度电动势,它是用常数  $K_e$  乘速度  $\omega_M$  得到的。分析结果可以构成电路方程式:

$$L \frac{di}{dt} + Ri = v - K_e \omega_M \quad (5.9)$$

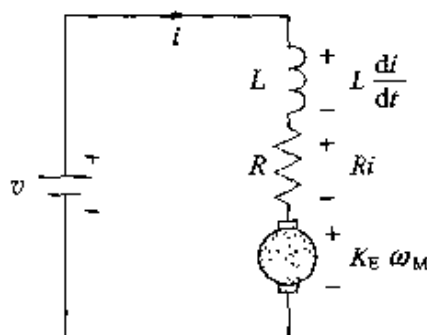
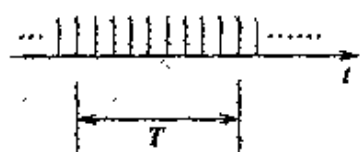


图 5.5 直流电动机的等效电路

### 利用脉冲编码器检测速度

- 当周期  $T$  长时,精度升高,但是响应变慢。
- 当周期  $T$  短时,精度下降,但是响应变快。
- 根据采用的速度范围,确定周期  $T$ 。



由于存在着  $L$ , 所以电流的变化比电压的变化滞后。当考虑不产生滞后问题的平稳响应时, 应设  $L=0$ 。电动机产生的转矩  $\tau_M$ , 用常数  $K_T$  乘电流  $i$  可以求得。当负载是由转动惯量  $J_L$ , 具有摩擦系数  $D$  的摩擦, 和外力  $\tau_L$  构成时, 其运动方程式可以表示成下式:

$$(J_L + J_M) \frac{d\omega_M}{dt} + D\omega_M = \tau_M - \tau_L = K_T i - \tau_L \quad (5.10)$$

通常, 摩擦比较小, 因此多数情况下可以忽略不计。

设初始条件为 0, 对式 (5.9) 和式 (5.10) 进行拉普拉斯变换, 可以得到

$$\begin{aligned} sLI(s) + RI(s) &= (sL + R)I(s) \\ &= V(s) - K_E \Omega(s) \end{aligned} \quad (5.11)$$

$$\begin{aligned} sJ\Omega(s) + D\Omega(s) &= (sJ + D)\Omega(s) = T_M(s) - T_L(s) \\ &= K_T I(s) - T_L(s) \end{aligned} \quad (5.12)$$

式中, 设  $I(s) = \mathcal{L}[i(t)]$ ,  $V(s) = \mathcal{L}[v(t)]$ ,  $\Omega(s) = \mathcal{L}[\omega(t)]$ ,  $T_M(s) = \mathcal{L}[\tau_M(t)]$ ,  $T_L(s) = \mathcal{L}[\tau_L(t)]$ ,  $J = J_L + J_M$ 。由式 (5.11) 和式 (5.12), 可以得到图 5.6。

## 拉普拉斯变换和拉普拉斯反变换

拉普拉斯变换的定义由下式表示:

$$X(s) = \mathcal{L}[x(t)] = \int_0^{\infty} x(t) e^{-st} dt$$

由  $x(t)$  求  $X(s)$ , 称为拉普拉斯变换, 由  $X(s)$  求  $x(t)$ , 称为拉普拉斯反变换。 $s$  称为拉普拉斯变量。

(1) 如果将  $s = j\omega = j2\pi f$  ( $\omega$  为角频率,  $f$  为频率) 代入  $X(s)$  中, 则可求出频率特性。

(2) 在实际应用时, 不对上式进行计算, 而是直接应用下列变换表。

(3) 求传递函数时, 设初始条件为 0。

拉普拉斯变换表

$x(t)$	$X(s)$
单位冲激: $u_0(t)$	1
单位阶跃: $u(t) \begin{cases} t < 0 \text{ 时为 } 0 \\ t \geq 0 \text{ 时为 } 1 \end{cases}$	$\frac{1}{s}$
$e^{-at}$ (以下省略 $\times u(t)$ )	$\frac{1}{s+a}$
$\sin bt$	$\frac{b}{s^2 + b^2}$
$\cos bt$	$\frac{s}{s^2 + b^2}$
$e^{-at} \sin bt$	$\frac{b}{(s+a)^2 + b^2}$
$\frac{dx(t)}{dt}$	$sX(s) - x(0)$
$\frac{d^2x(t)}{dt^2}$	$s^2X(s) - sx(0) - \left[ \frac{dx(t)}{dt} \right]_{t=0}$
$\int x(t) dt$	$\frac{X(s)}{s} + \frac{x^{(-1)}(0)}{s} \left( x^{(-1)}(0) = \left[ \int x dt \right]_{t=0} \right)$
$\lim_{t \rightarrow 0} x(t)$	$\lim_{s \rightarrow \infty} sX(s)$
$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t)$	$\lim_{s \rightarrow 0} sX(s)$



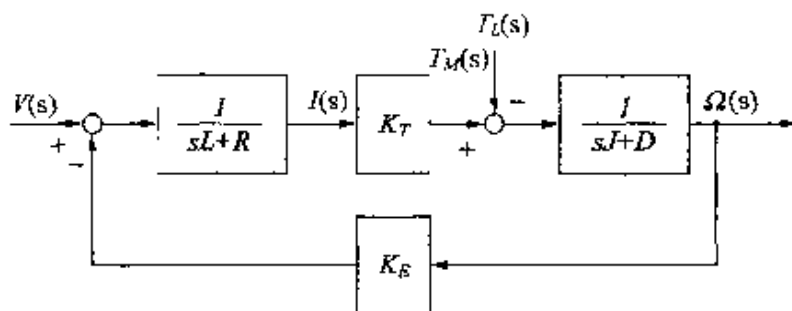


图 5.6 直流电动机的方框图

### 5.6.2 直流电动机对输入电压的速度响应

在图 5.6 中,为使问题简化,设电感  $L$ ,摩擦系数  $D$  和干扰  $T_L(s)$  均为 0。求这时从输入  $V(s)$  到输出  $\Omega(s)$  的传递函数。由图 5.6 可以求得

$$I(s) = \frac{1}{R} [V(s) - K_E \Omega(s)] \quad (5.13)$$

$$\Omega(s) = \frac{1}{sJ} K_T I(s) \quad (5.14)$$

由式 (5.13) 和式 (5.14), 可以求出传递函数式

$$\Omega(s) = \frac{1}{K_E} \times \frac{1}{1 + sT_m} V(s), \quad T_m = \frac{RJ}{K_E K_T} \quad (5.15)$$

当电压  $V(s)$  为  $1/s$  时 [此时  $v(t)$  为单位阶跃函数,它在时刻  $t < 0$  时为 0,在时刻  $t \geq 0$  时为 1,参考 83 页“拉普拉斯变换和拉普拉斯反变换”中的拉普拉斯变换表],速度  $\Omega(s)$  变为式 (5.16)。利用拉普拉斯变换表进行拉普拉斯反变换,可以得到式 (5.17):

$$\Omega(s) = \frac{1}{K_E} \frac{1/T_m}{s + 1/T_m} \frac{1}{s} = \frac{1}{K_E} \left( \frac{1}{s} - \frac{1}{s + 1/T_m} \right) \quad (5.16)$$

$$\omega_M(t) = \frac{1}{K_E} (1 - e^{-\frac{t}{T_m}}) \quad (5.17)$$

图 5.7 表示了速度响应。 $T_m$  为时间常数, $T_m$  越小,响应越快。因此, $R, J_m$  越小, $K_T, K_E$  越大,则响应就越快。

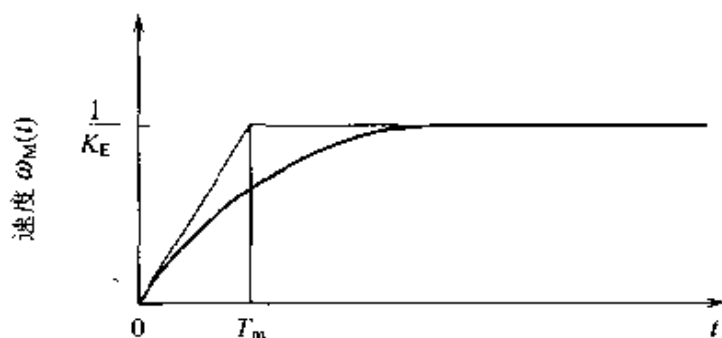


图 5.7 对电压的速度响应

## 5.7 位置控制和速度控制

因为已经求出了直流电动机的传递函数表达式,所以下面我们来考虑位置控制问题。正如图 5.2 中表示的那样,这里对加速和减速的模式作出了规定。因此,按照下列步骤对位置进行控制。步骤:

(1) 当新给出一个向某点移动的指令位置时,在软件上实现一个图 5.2 那样的速度模式,然后作为指令速度加到控制器上。如果对速度模式进行积累(积分),即可得到指令要求的距离。

(2) 用指令速度减去检测速度,如果存在误差,则对其进行积累(积分),于是可以求出位置的差值。当用脉冲检测速度时,用脉冲构成指令速度,然后用计数器累积计算其差值,于是可以求得位置的差值。

(3) 使位置的差值通过补偿元件和驱动器,变换成电压后加到电动机上。

图 5.8 中的方框图,表示了这种速度控制系统。图 5.9 表示了速度和位置的波形示例。在焊接机器人等中,有必要确定焊接棒在焊接点上的位置。这时,要用到这个确定的位置。从一开始,就要求进行速度控制,当速度模式给定时,就没有必要在软件上进行工作了。

在图 5.8 中,设  $K_1 K_2 / K_E = K$ , 并且采用偏差  $E(s) = \Omega^*(s) - \Omega(s)$  时,可以得到下式:

$$\Omega(s) = \frac{1}{1 + sT_m} \times K \times \frac{1}{s} E(s) \quad (5.18)$$

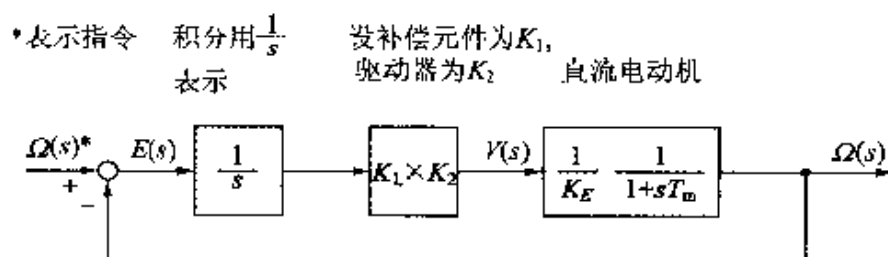


图 5.8 速度控制系统的方框图

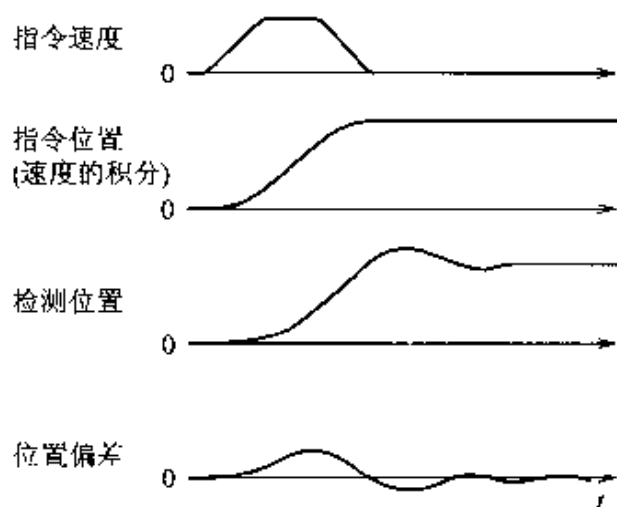


图 5.9 速度和位置的波形

当用  $E(s) = \Omega^*(s) - \Omega(s)$  取代  $E(s)$  时, 从输入量  $\Omega^*(s)$  到输出量  $\Omega(s)$  之间的传递函数, 就变成了

$$\begin{aligned}
 \Omega(s) &= \frac{\frac{K}{s(1+sT_m)}}{1 + \frac{K}{s(1+sT_m)}} \Omega^*(s) = \frac{K}{s^2 T_m + s + K} \Omega^*(s) \\
 &= \frac{\frac{K}{T_m}}{s^2 + \frac{1}{T_m}s + \frac{K}{T_m}} \Omega^*(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \Omega^*(s) \quad (5.19)
 \end{aligned}$$

式中, 设

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{T_m}}, \zeta = \frac{1}{2\sqrt{KT_m}}, 2\zeta\omega_n = \frac{1}{T_m}$$

其中,  $\omega_n$  为固有角频率,  $\zeta$  为衰减常数。当增大  $K$  时,  $\omega_n$  随之变大, 快速响

应特性变好,但当 $\zeta$ 变小时,衰减特性会变坏,系统会变成振动的。

## 5.8 通过实验识别传递函数

通过实验,识别式(5.19)中的常数 $T_m$ , $K$ 和 $\zeta$ 。

(1) 单独在电动机上施加阶跃电压,测定速度的上升状态,从而可以求出时间常数 $T_m$ 。

(2) 开环增益 $K$ 是在不加反馈的条件下,以图5.8中积分器后的量作为输入,以测速发电机的输出电压作为输出求出的。

(3) 根据闭环时的阶跃响应,求出(检测速度的最大值 - 指令速度)/指令速度,然后由图5.10查找 $\zeta$ 的数值。

通过上述步骤,即可求得式(5.19)。

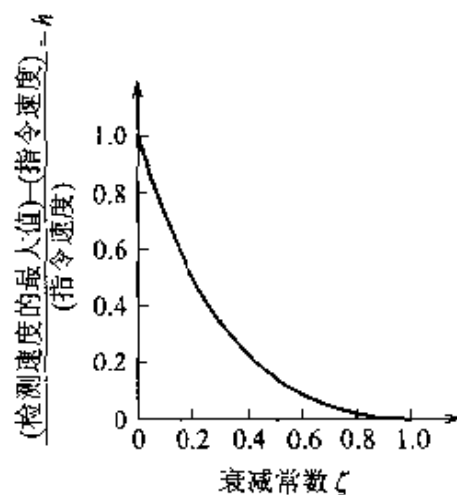


图 5.10 衰减常数 $\zeta$ 的求法

$$\left( \ln h = -\frac{\zeta \pi}{\sqrt{1-\zeta^2}} \right)$$

## 5.9 通过比例积分微分(PID)补偿改善系统特征

再次将图5.8表示在图5.11上。图5.11上方框图的开环传递函数 $G(s)$ 变成下式:

$$G(s) = \frac{1}{s} \frac{K_3}{s + 1/T_m} \quad (5.20)$$

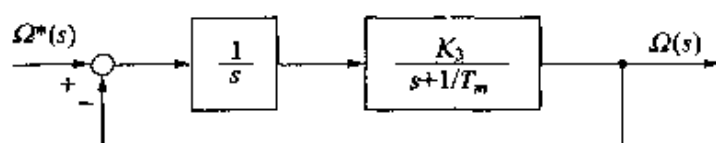


图 5.11 速度控制系统的方框图

$$K_3 = K_1 K_2 / (K_f K_m) = K / T_m$$

设  $s = j\omega$  并求绝对值时, 可以求得增益的频率特性, 它由下式表示:

$$|G(j\omega)| = \left| \frac{1}{j\omega} \right| \left| \frac{K_3}{j\omega + 1/T_m} \right| = \frac{1}{\omega} \frac{K_3}{\sqrt{\omega^2 + (1/T_m)^2}} \quad (5.21)$$

若设  $K_3 = 45$ ,  $T_m = 0.2$  时, 可以得到如图 5.12 表示的补偿前的曲线。

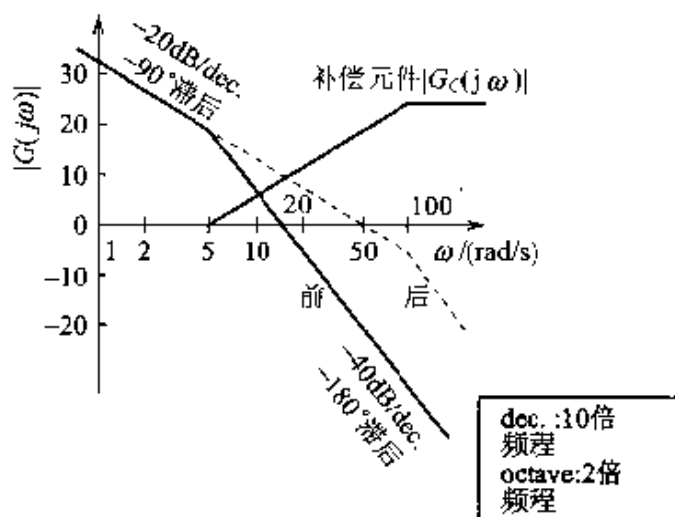


图 5.12 PID 补偿

由图 5.12 可以看出, 在  $\omega = 10 \sim 20 \text{ rad/s}$  时, 会产生稳定性问题, 这时增益的斜率为  $-40 \text{ dB}/10$  倍频程, 相位趋近于  $-180^\circ$ 。因此, 在增加了 PID 补偿环节后, 其斜率在  $5 \sim 100 \text{ rad/s}$  之间变成为  $-20 \text{ dB}/10$  倍频程, 于是相位裕量增大到趋近于  $-90^\circ$ 。为此, 我们需要考虑下式表示的补偿环节  $G_c(s)$ :

$$G_c(s) = \frac{1 + sT_2}{1 + sT_1} \xrightarrow{s = j\omega} |G_c(j\omega)| = \left| \frac{1 + j\omega T_2}{1 + j\omega T_1} \right| = \frac{\sqrt{1 + (\omega T_2)^2}}{\sqrt{1 + (\omega T_1)^2}} \quad (5.22)$$

当  $T_1 > T_2$  时, 它变成滞后环节, 当  $T_1 < T_2$  时, 它变成超前环节。它们的伯德图表示在图 5.13 上。因为这里需要相位超前, 所以作为超前环节, 设  $1/T_2 = 5$ ,  $1/T_1 = 100$ 。在图 5.12 中, 表示了补偿环节和补偿后的伯德图。在图 5.14 中, 表示了补偿后的方框图和各部分的信号波形图。在图中, PID 补偿器  $G_c(s)$  的输出, 对于分子的微分项来说, 显然会变成一个上升很大的波形。当  $T_2$  的值增大时, 波形上升的会更高。当作为电动机的输入考虑时, 应当注意, 因为实际上它是会达到饱和的。

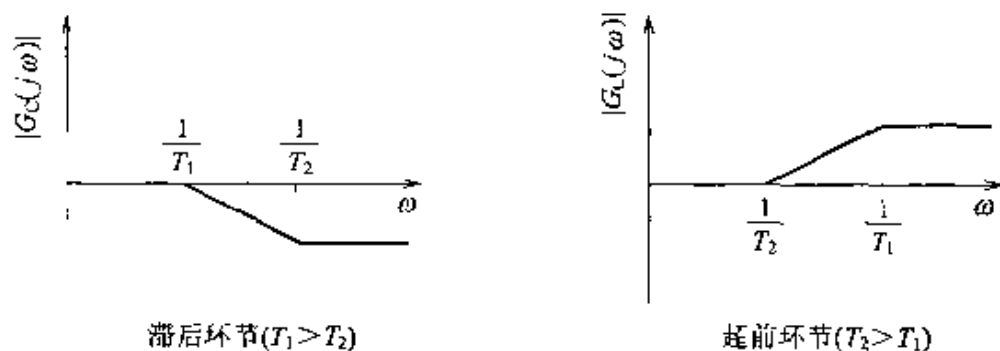


图 5.13 PID 补偿环节的伯德图

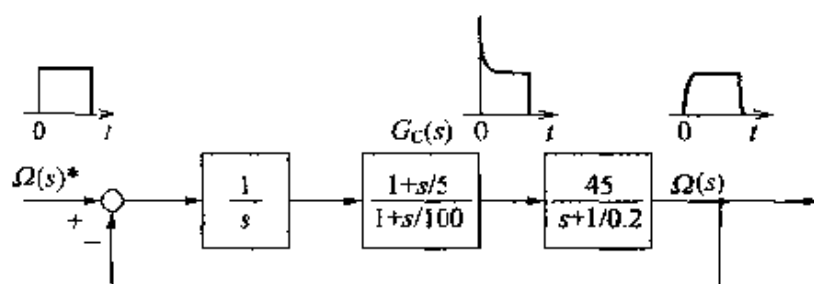
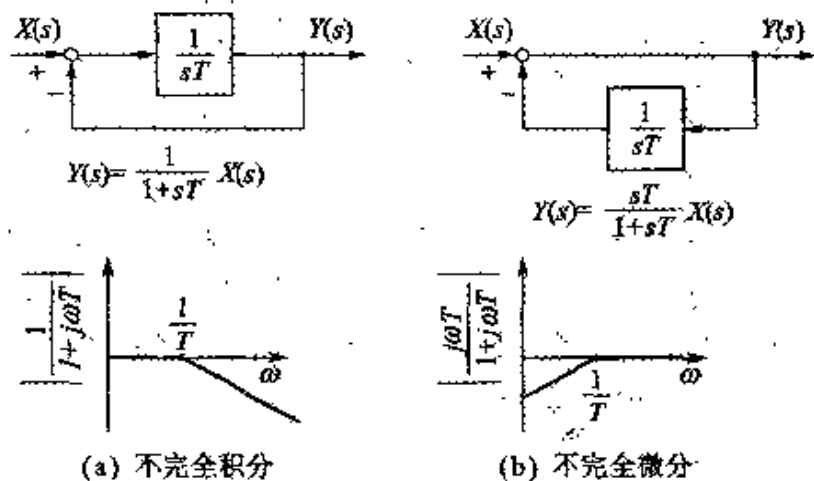


图 5.14 PID 补偿后速度控制系统的方框图

### 不完全积分和不完全微分

因为完全的微分和积分是不可能实现的,所以在实践中,采用不完全的微分和积分



## 5.10 通过 IPD 补偿改善系统特性

在图 5.8 的方框图中,采用 IPD 补偿后,得到图 5.15 表示的系统。检测出的速度  $\Omega(s)$ ,通过比例(P)和微分(D)的环节,进行反馈。因此,为了提高开环增益,加进了积分环节的增益  $K_I$ 。若设积分环节后面的信号为  $\Omega'(s)$ ,则当  $K_K \gg T_D$  时,从  $\Omega'(s)$  到输出  $\Omega(s)$  的传递函数变成为下式:

$$\Omega(s) = \frac{K}{s^2 T_m + (1 + K K_D) s + K K_P} \Omega'(s) \quad (5.23)$$

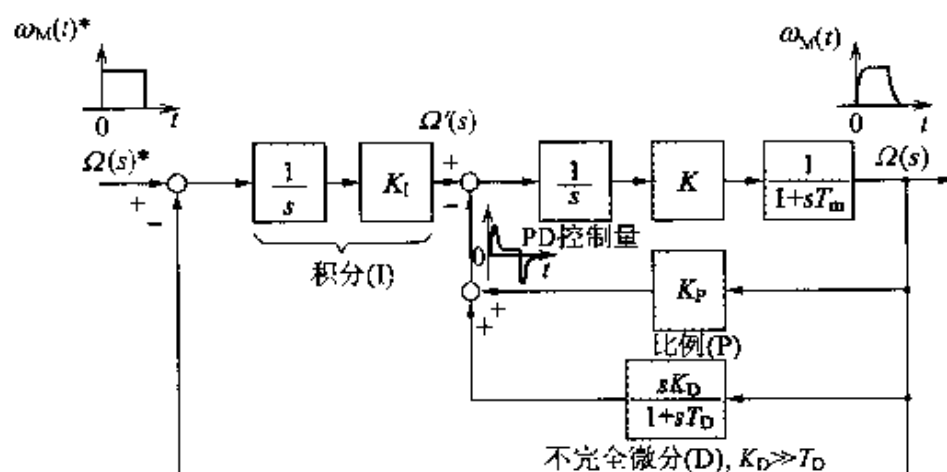


图 5.15 IPD 补偿后的速度控制系统方框图

根据  $K_D$  可以确定衰减常数,根据  $K_P$  则可以确定固有频率。上述两项可以独立地进行确定,分子中不存在微分项是 IPD 控制的优点。由式 (5.23) 可以清楚地看出,当  $K_P$  变大时,开环增益会随之下降。因此,增大积分器的增益  $K_I$  时,开环增益会上升。

## 5.11 电流控制

在图 5.6 的直流电动机的方框图中,将电流  $I(s)$  进行反馈,并且将其

与指令电流  $I^*(s)$  进行比较,从而可以构成电流控制。现在我们来考虑这种控制。变量  $\Omega(s)$  仍采用原来的量,从指令电流  $I^*(s)$  到检测电流  $I(s)$  的传递函数,可以求出为

$$I(s) = \frac{1}{sL + R} \{ K_c (I^*(s) - I(s)) - K_E \Omega(s) \}$$

$$I(s) = \frac{K_c I^*(s) - K_E \Omega(s)}{sL + R + K_c} \quad (5.24)$$

在式(5.24)中,当增益  $K_c$  十分大时,  $I(s) \approx I^*(s)$ 。于是图 5.16 可以简化成图 5.17。这是因为由线圈的电感  $L$  造成的电流相对于电压的滞后,以及速度电动势  $K_E \Omega(s)$  均可以忽略而导致的,这时电动机的转矩  $\tau_M$  的响应特性得到改善,同时,防止电动机的过电流也变得比较容易。在大多数伺服电动机的控制回路中,都采用了电流控制方式。

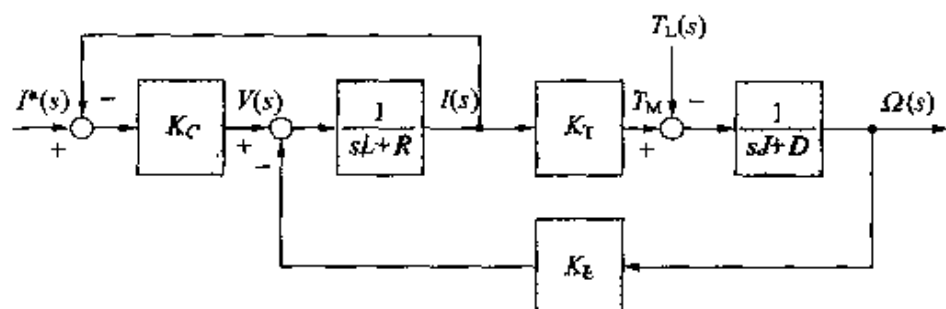


图 5.16 增加了电流控制的直流电动机方框图

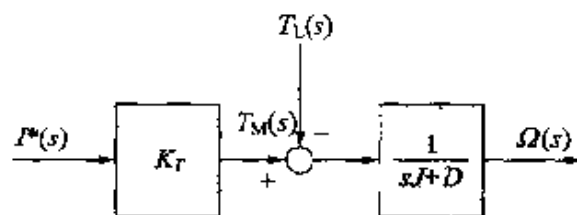


图 5.17 因电流控制而简化的直流电动机方框图

(这个模型采用了电流控制,它是以电流作为输入,速度作为输出时的一种模型。图 5.6 中的模型是以电压作为输入,速度作为输出时的一种模型。注意两个模型的区别。)

用图 5.17 中得到的结果,取代图 5.8 中的直流电动机,可以得到图 5.18。在图 5.18 中,从输入  $\Omega^*(s)$  到输出  $\Omega(s)$  的传递函数,这时变成下式:



$$\Omega(s) = \frac{K_v K_T}{s^2 J + sD + K_v K_T} \Omega^*(s) \quad (2.25)$$

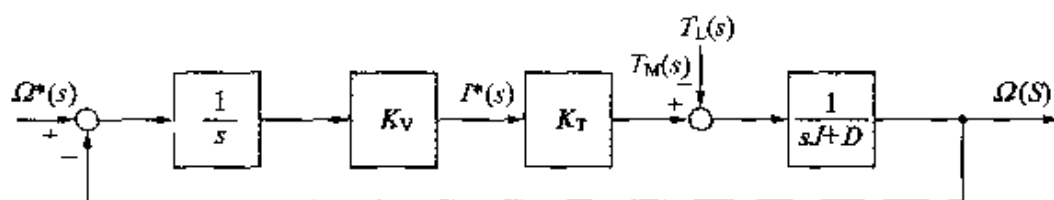


图 5.18 加电流控制后的速度控制系统方框图

(系数  $K_v$  是系数  $K_1 \times K_2$ , 与由电压  $V(s)$  到指令电流  $I^*(s)$  的变换系数的乘积。)

因为摩擦系数  $D$  较小, 所以速度  $\omega_n(t)$  变成振动的, 这从拉普拉斯变换表中可以清楚地看出。因此, 如果设微分环节  $1/s$  为  $1/s + K_p$  时, 则传递函数变成下式:

$$\Omega(s) = \frac{(1 + K_p s) K_v K_T}{s^2 J + (D + K_p K_v K_T) s + K_v K_T} \Omega^*(s) \quad (5.26)$$

当在积分环节  $1/s$  上增加比例增益  $K_p$  时, 由于设置了  $1/s + K_p$ , 所以衰减常数  $\zeta$  增大, 稳定性随之而增加, 这种性能的改善是必不可少的。如果摩擦系数  $D$  非常小而可以忽略时, 则可以得到下式:

$$\Omega(s) = \frac{2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \Omega^*(s) \quad (5.27)$$

式中

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K_v K_T}{J}}, \quad \zeta = 1/2 K_p \sqrt{\frac{K_v K_T}{J}}$$

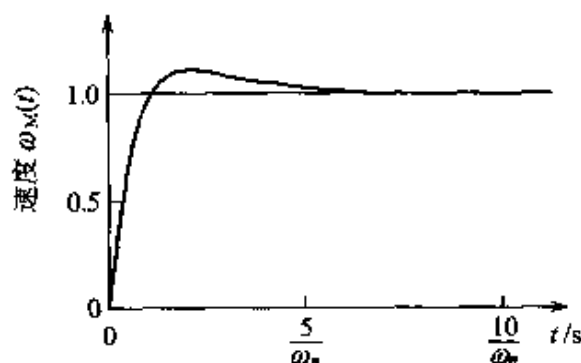


图 5.19 加了电流控制后速度控制系统的阶跃响应 ( $\zeta = 1$  时)

图 5.19 表示了当  $\zeta = 1$  时的阶跃响应。但是, 这里设外力  $T_L(s)$  为 0。即使是  $\zeta = 1$ , 这里仍然发生了过调现象, 这是由式(5.27)中的零点造成的。

## 5.12 不产生速度模式的位置控制

到现在为止, 都是由位置的偏差来计算速度模式, 利用针对指令速度的速度控制系统, 实施位置控制。这里, 我们通过补偿环节, 根据位置偏差构造指令速度, 以揭示构成速度控制的方法。但是, 应附加进电流控制。

在式(5.27)中, 如果设速度回路的响应, 比位置回路的响应快得多, 以致于  $|s| = |j\omega| \ll \omega_n$  成立, 则式(5.27)可以简化为  $\Omega(s) \approx \Omega^*(s)$ 。补偿环节采用比例环节  $K_{PB}$ 。由此得到的位置控制系统如图 5.20 所示, 它可以近似地用一阶系统表示。

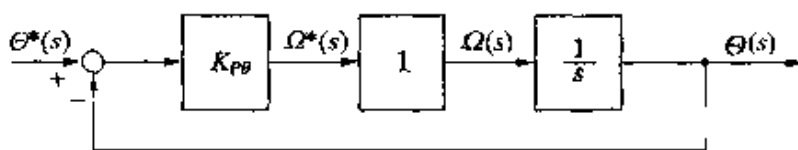


图 5.20 用一阶系统近似表示的位置控制系统

## 5.13 力控制





因为用常数  $K_t$  乘电流  $i$  可以求出转矩, 所以对电动机转矩的控制, 可以通过对电流的控制来实现。正如在 5.11 节中讨论过的那样, 如果进行电流反馈, 就可以实现电流控制。另外, 由运动方程式(5.28)可以清楚地看出, 对转矩的控制, 可以转变为对加速度的控制。

$$J \frac{d^2 \theta}{dt^2} = \tau = K_t i \quad (5.28)$$

为了进行机器人的组装作业, 和能够在打毛刺和研磨过程中应用机器

人,手指尖的力控制是必须的。为此,在手指尖上安装着力传感器,以便对来自机器人外部的力进行检测,然后与力指令进行比较,如果存在差值,则产生消除这个差值的指令电流,从而对电流控制方法进行检验和研究。在这些方法中,诸如所谓的阻抗控制和混合控制等方法,将在第七章内进行详细讨论。



-  在 5.2 节的设计方法中,若现有电动机的转动惯量  $J_1$  变为  $0.6 \text{ kg} \cdot \text{cm}^2$ ,试讨论该电动机是否能满足上述设计方法。
-  在 5.9 节的 PID 补偿中,试将只采用原来的直流电动机的传递函数  $45/(s+5)$  时的结果,与该传递函数与补偿环节  $G_c(s)$  相乘以后的结果,进行比较讨论。
-  试导出 5.10 节中的式(5.23)。
-  在 5.11 节的电流控制中,当指令速度  $\omega_m^*(t)$  为单位阶跃输入时( $\Omega^*(s) = 1/s$ ),试对式(5.27)进行拉普拉斯反变换,并求出当  $\zeta = 1$  时的图 5.19。

## 机器人运动学

作为表示机器人运动的方法,有基于指尖的位置和方向的表示方法,和基于指尖的平移速度和转动速度的表示方法。此外,我们还将进一步讨论将其区分为从关节变量变换到指尖变量的变换问题,以及它们之间的逆变换问题。本章将对这些基本的研究方法进行讨论。

## 6.1 机器人的正向运动学

所谓正向运动学,就是当机器人各关节的变位量给定时,求解这些变位量在以机器人的指尖位置和方向为基础的基准坐标系中,如何进行表示的问题。因为要求解这个问题就必须进行坐标变换,所以我们首先要讨论坐标变换的基本方法。

### 6.1.1 旋转运动时的坐标变换

现在考虑坐标系  $Ox_2y_2z_2$ ,它是将三维坐标系  $Ox_1y_1z_1$  围绕  $z$  轴沿正方向(面向  $z$  轴正方向往右旋转)旋转  $\theta$  角后构成的坐标系(参见图 6.1)。

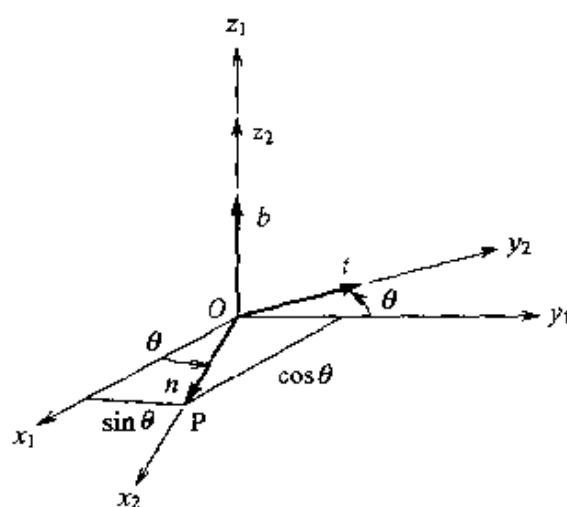


图 6.1 从  $Ox_2y_2z_2$  向  $Ox_1y_1z_1$  进行的坐标变换  
(围绕  $z$  轴旋转)

这时,在  $Ox_2y_2z_2$  中,考虑  $x_2$  轴的方向上距原点仅为 1 的一点  $P$ ,因为  $x_2 = 1, y_2 = 0$  和  $z_2 = 0$  成立,所以当用向量  $p_2$  表示它时,可以写成

$$p_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (6.1)$$

另外,当这同一点在  $Ox_1y_1z_1$  上表示时,有  $x_1 = \cos\theta, y_1 = \sin\theta, z_1 = 0$ ,若用向量  $p_1$  表示,则变成为

$$p_1 = \begin{pmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \\ 0 \end{pmatrix} \quad (6.2)$$

因此,在坐标系  $Ox_1y_1z_1$  上表示的坐标  $p_1$ ,与在将坐标系  $Ox_1y_1z_1$  绕  $z$  轴沿正方向旋转  $\theta$  角得到的坐标系  $O-x_2y_2z_2$  上表示的坐标  $p_2$  之间,存在着下列关系式:

$$p_1 = R_z(\theta)p_2 = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} p_2 \quad (6.3)$$

这样,把某一坐标系上表示的坐标,表示到另一个坐标系中,就称为坐标变换。确切地说,应称为从  $O-x_2y_2z_2$  向  $O-x_1y_1z_1$  的坐标变换。此外,矩阵  $R_z(\theta)$  称为坐标变换矩阵。前面的例子中,考虑的是围绕  $z$  轴的旋转,当围绕着  $x$  轴旋转时(设旋转量为  $\theta$ ),得到的关系式是

$$p_1 = R_x(\theta)p_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} p_2 \quad (6.4)$$

另外,当围绕着  $y$  轴旋转时(设旋转量为  $\theta$ ),则可以表示为下列关系:

$$p_1 = R_y(\theta)p_2 = \begin{pmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix} p_2 \quad (6.5)$$

这里,为了考虑  $R_*(\theta)$  的几何意义,将其改写为下列形式:

$$R_*(\theta) = (n \ t \ b) \quad (6.6)$$

这时  $n, t, b$  分别表示从坐标系  $Ox_1y_1z_1$  上观察到的,固定于坐标系  $O-x_2y_2z_2$  的各坐标轴上的单位向量(图 6.1)。因此下式成立:

$$n^T t = 0, \ t^T b = 0, \ b^T n = 0 \quad (6.7)$$

$$|n| = 1, \ |t| = 1, \ |b| = 1 \quad (6.8)$$

式中,  $T$  表示矩阵的转置。这个结果对于  $R_x(\theta), R_y(\theta)$ , 也同样是成立的。根据这些结果,表示因旋转而引起的坐标变换的矩阵,显然满足  $R_*(\theta)^T R_*(\theta) = I_3$  这一性质。式中  $I_3$  是 3 行 3 列的单位矩阵,  $*$  表示  $x, y, z$  中的任何一个。

此外,对于只围绕一个轴旋转不能表示的情况,可以通过围绕几个轴同时旋转的组合方式进行表示。再者,如果没有特殊需要,下面将把  $R_z(\theta)$  等简单地表示为  $R$ 。

### 6.1.2 平移运动时的坐标变换

前面讨论了只进行旋转运动时的坐标变换,一般来说,处理平移运动时的坐标变换也是很必要的。现在我们来考虑两个坐标系  $O_1-x_1y_1z_1$  和  $O_2-x_2y_2z_2$  (图 6.2)。在图 6.2 中,坐标系  $O_2-x_2y_2z_2$  是将坐标系  $O_1-x_1y_1z_1$  单独地平行移动  $p_0$  (从  $O_1-x_1y_1z_1$  上进行观察) 后,再进行适当地旋转得到的坐标系。这时,某一点  $P$  在  $O_2-x_2y_2z_2$  上的坐标  $p_2$ ,与其在  $O_1-x_1y_1z_1$  上的坐标  $p_1$  之间,存在着下列关系:

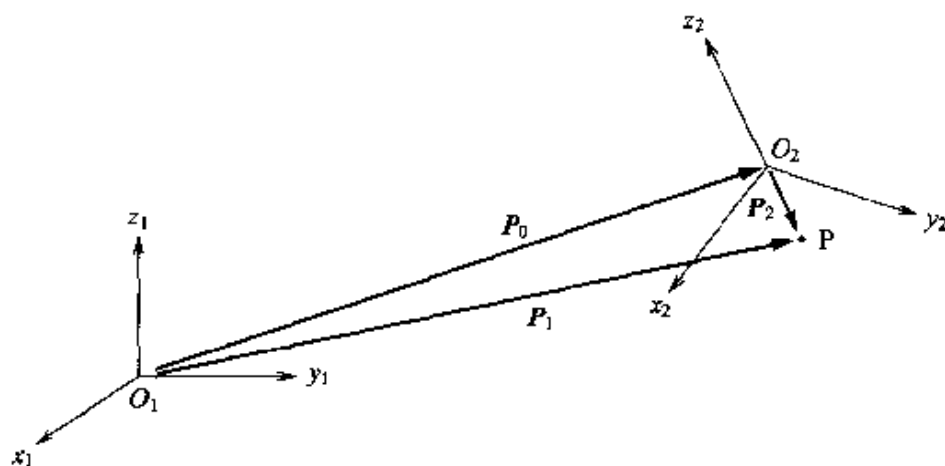


图 6.2 从  $O_2-x_2y_2z_2$  向  $O_1-x_1y_1z_1$  进行坐标变换  
(伴随着平移的情况)

$p_2$  乘以  $R$ , 由于旋转而进行坐标变换后,再加上表示平移的向量  $p_0$ ,即可得到与  $p_1$  的关系。因此,得到下列表达式:

$$p_1 = R p_2 + p_0 \quad (6.9)$$

式中  $p_1, p_2$  可以扩充成如下形式:

$$u_1 = \begin{pmatrix} p_1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad u_2 = \begin{pmatrix} p_2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (6.10)$$

这时式(6.9)变成下式:

$$\begin{pmatrix} p_1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R & o \\ o & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_2 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} o & p_0 \\ o & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (6.11)$$

于是得到下列表达式:

$$u_1 = \begin{pmatrix} R & p_0 \\ o & 1 \end{pmatrix} u_2 = A u_2 \quad (6.12)$$

这样,因旋转而进行的坐标变换,与因平移而进行的坐标变换,就可以同时用一个坐标变换矩阵来表示了,因此,称这个矩阵  $A$  为齐次坐标变换矩阵。以后仅称为坐标变换矩阵。另外,为了标明坐标变换是从  $O_2-x_2y_2z_2$ , 向着  $O_1-x_1y_1z_1$  方向进行的,今后我们将把  $A$  写成  $A_2^1$  这种形式。

### 6.1.3 多关节机器人的坐标变换

前面介绍了求任意两个坐标系间坐标变换矩阵的方法。对于多关节机器人的坐标变换矩阵,可以通过将各关节的坐标变换矩阵相乘后,结合在一起进行求解。设机器人的  $n$  个关节的坐标系,已经分别给出。若设坐标系  $O_n-x_ny_nz_n$  为固定在指尖上的坐标系时,则从坐标系  $O_n-x_ny_nz_n$  到基准坐标系  $O_0-x_0y_0z_0$  的坐标变换矩阵  $T$ ,由下式给出。

#### A 矩阵中的各元素

关于  $A$  矩阵中各元素的意义,可以归纳如下。

坐标变换矩阵第一列上的三个分量(最终为  $R$  的第一列的分量),构成了在坐标系  $O_2-x_2y_2z_2$  与坐标系  $O_1-x_1y_1z_1$  的原点重合时,固定于坐标系  $O_2-x_2y_2z_2$  的  $x_2$  轴上的单位向量,在坐标系  $O_1-x_1y_1z_1$  上表示时的向量。

- 坐标变换矩阵的第二列上的三个分量(最终为  $R$  的第二列的分量),构成了在坐标系  $O_2-x_2y_2z_2$  与坐标系  $O_1-x_1y_1z_1$  的原点重合时,固定于坐标系  $O_2-x_2y_2z_2$  的  $y_2$  轴上的单位向量,在坐标系  $O_1-x_1y_1z_1$  上表示时的向量。

- 坐标变换矩阵的第三列上的三个分量(最终为  $R$  的第三列的分量),构成了在坐标系  $O_2-x_2y_2z_2$  与坐标系  $O_1-x_1y_1z_1$  的原点重合时,固定于坐标系  $O_2-x_2y_2z_2$  的  $z_2$  轴上的单位向量,在坐标系  $O_1-x_1y_1z_1$  上表示时的向量。

- 坐标变换矩阵的第四列上的三个分量(最终为  $P_0$ ),表示坐标系  $O_2-x_2y_2z_2$  的原点位置,在坐标系  $O_1-x_1y_1z_1$  上表示的向量。



$$T = A_1^0(q_1)A_2^1(q_2)\cdots A_n^{n-1}(q_n) \quad (6.13)$$

式中,  $q_i$  为各关节的变量, 对于旋转关节的情况,  $q_i = \theta_i$ , 对于平移关节的情况,  $q_i = d_i$ 。正如在 6.1.2 中已经讨论过的那样,  $T$  不仅是从坐标系  $O_n-x_ny_nz_n$  到坐标系  $O_0-x_0y_0z_0$  的坐标变换矩阵, 而且同时还可以解释为在基准坐标系  $O_0-x_0y_0z_0$  上看到的, 表示指尖的位置和方向的矩阵。

**例题 1** 考虑在图 6.3 中表示的六自由度机器人。在这个机器人中, 第 3 个关节为平移关节, 其他关节均为旋转关节。对于这个机器人, 根据图中表示的坐标系  $O_0-x_0y_0z_0$ , 设定  $O_6-x_6y_6z_6$ 。试求由  $O_6-x_6y_6z_6$  到  $O_0-x_0y_0z_0$  的坐标变换矩阵  $T$ 。

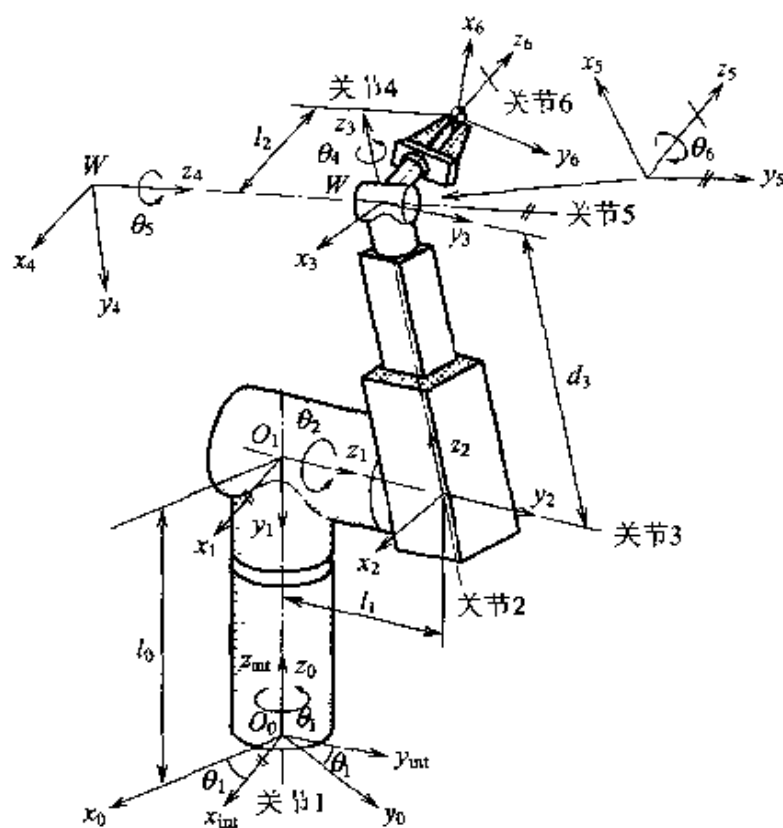


图 6.3 六自由度机器人

**[解答]** 从  $O_1-x_1y_1z_1$  到  $O_0-x_0y_0z_0$  的坐标变换矩阵  $A_1^0(\theta_1)$ , 可以依据下列方法求解。首先, 使  $x_0$  轴与  $x_1$  轴朝向同一方向, 考虑将  $O_0-x_0y_0z_0$  仅旋转  $\theta_1$  角度后得到的坐标系  $O_0-x_{int}y_{int}z_{int}$ 。这时, 由  $O_0-x_{int}y_{int}z_{int}$  到  $O_0-x_0y_0z_0$  的坐标变换矩阵由下式给出:

$$A_{int}^0(\theta_1) = \begin{pmatrix} c_1 & -s_1 & 0 & 0 \\ s_1 & c_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (6.14)$$

式中,  $c_1$  表示  $\cos\theta_1$ ,  $s_1$  表示  $\sin\theta_1$ 。另外,若使  $O_0-x_{int}y_{int}z_{int}$  沿着  $z_0$  方向平行移动  $l_0$ , 并且围绕  $x_{int}$  轴( $x_1$  轴)旋转  $-90^\circ$ , 即可得到  $O_1-x_1y_1z_1$ , 因此得到矩阵

$$A_1^{int} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & l_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (6.15)$$

于是从  $O_1-x_1y_1z_1$  到  $O_0-x_0y_0z_0$  的坐标变换矩阵, 可以由下式给出:

$$A_1^0(\theta_1) = A_{int}^0(\theta_1) = A_1^{int} = \begin{pmatrix} c_1 & 0 & -s_1 & 0 \\ s_1 & 0 & c_1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & l_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (6.16)$$

应用同样的方法, 通过在各坐标系之间设定适当的中间坐标系, 所有的坐标系之间的坐标变换矩阵就都可以求出来了。下面给出了求出的结果:

$$\begin{aligned} A_1^0(\theta_1) &= \begin{pmatrix} c_1 & 0 & -s_1 & 0 \\ s_1 & 0 & c_1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & l_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, & A_2^1(\theta_2) &= \begin{pmatrix} c_2 & 0 & s_2 & 0 \\ s_2 & 0 & -c_2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ A_3^2(d_3) &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, & A_4^3(\theta_4) &= \begin{pmatrix} c_4 & 0 & -s_4 & 0 \\ s_4 & 0 & c_4 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (6.17)$$

$$A_5^4(\theta_5) = \begin{pmatrix} c_5 & 0 & s_5 & 0 \\ s_5 & 0 & -c_5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad A_6^5(\theta_6) = \begin{pmatrix} c_6 & -s_6 & 0 & 0 \\ s_6 & c_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

根据上式和式(6.13),从  $O_6-x_6y_6z_6$  到基准坐标系  $O_0-x_0y_0z_0$  的坐标变换矩阵,也就是表示机器人指尖的位置和方向的矩阵,可以由下式给出:

$$T = A_1^0(\theta_1)A_2^1(\theta_2)A_3^2(d_3)A_4^3(\theta_4)A_5^4(\theta_5)A_6^5(\theta_6) \quad (6.18)$$

## 6.2 机器人的逆向运动学

在前一节中,我们介绍了给定各关节的变位量时求坐标变换矩阵的方法。该坐标变换矩阵,表示了从基准坐标系观察到的指尖的位置和方向。本节则考虑上述问题的逆命题,即当指尖的位置和方向,在基准坐标系中给定时,怎样求与上述实现相对应的各关节的变位量。

一般当指尖的位置和方向给定,求解满足给定条件的各关节的变位量问题时,其解不一定是唯一的。例如当机器人的关节数不足6个时,不论怎样确定各关节的变位量,都会存在有不能实现的位置和方向。反之,当关节数为7个以上时,实现给定的位置和方向的各关节的变位量不能唯一确定。另外,即使关节数为6,当对各关节的变位量进行解析求解时,也存在着求不出数值解的情况。

在关节数为6个的情况下,为了解析地求解实现给定的指尖位置和方向的各关节变位量,人们知道<sup>[3]</sup>,其充分条件是“连续三个旋转关节的旋转轴交会于一点”。多数产业用的多关节机器人,其手腕的三个关节,都设计成满足这个条件。

**例题2** 对于图6.4中表示的二自由度机器人,试利用  $x$  和  $y$  表示  $\theta_2$ 。

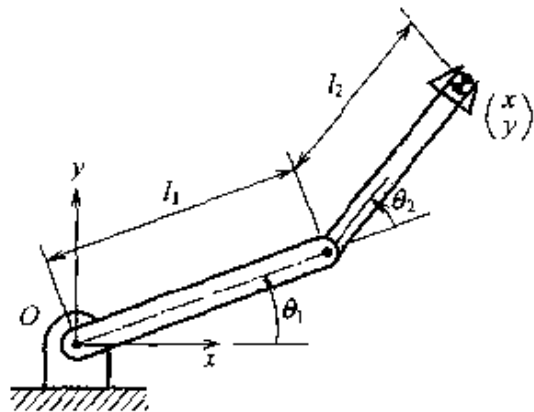


图 6.4 二自由度机器人

**[解答]** 首先我们用  $(\theta_1, \theta_2)$  来表示  $(x, y)$ 。根据几何学关系得到

$$x = l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \quad (6.19)$$

$$y = l_1 \sin \theta_1 + l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \quad (6.20)$$

用式(6.19)的平方加式(6.20)的

平方,可以得到下式:

$$x^2 + y^2 = l_1^2 + l_2^2 + 2l_1l_2\cos\theta_2 \quad (6.21)$$

因此可以得到

$$\theta_2 = \cos^{-1} \left( \frac{x^2 + y^2 - l_1^2 - l_2^2}{2l_1l_2} \right) \quad (6.22)$$

此外,对于  $\theta_1$ ,根据式(6.19),可以用  $x$ 、 $y$  和  $\theta_2$  来表示。

### 机器人的逆向运动学问题

对于图 6.3 中表示的机器人逆向运动学问题,我们作了简单地讨论。这个机器人的正向运动学的解析公式,由式(6.17)和式(6.18)给出。这里若给出在基准坐标系上表示指尖的位置和方向的矩阵  $T$  时,试求与之相应的各关节的变位置。

因为这个机器人的第 4, 5, 6 关节的转动轴相交于一点,所以满足求解析解的充分条件。首先设第 4, 5, 6 关节的转动轴的交点为  $W$ , 将式(6.18)变换成下列形式:

$$(A_1^0)^{-1}T(A_4^4)^{-1} = A_1^1A_2^2A_3^3A_4^4 = A_4^1 \quad (1)$$

式中  $(q_i)$  被省略。

(1) 式的最右边,表示从  $O_3-x_3y_3z_3$  到  $O_1-x_1y_1z_1$  的坐标变换。因此,矩阵  $A_4^1$  的第 4 列的上 3 行元素,表示在  $O_1-x_1y_1z_1$  上观察到的  $W$  的位置向量。若设这个向量为  $x_W^1$ ,则可以证实,通过简单地计算,这个向量可以用下式表示:

$$x_W^1 = \begin{pmatrix} d_3s_2 \\ -d_3c_2 \\ l_1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

另外,通过几何学方法,也可以容易地推导出上式来。再者,设  $T$  以下列形式给出:

$$T = \begin{pmatrix} n_x & t_x & b_x & p_x \\ n_y & t_y & b_y & p_y \\ n_z & t_z & b_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

这时,当对式(1)最左边的矩阵之积进行计算时,其第 4 列的上 3 行元素构成为  $x_W^1$  的其他表现形式,这是可以进行解释的,这种表现形式由下式给出:

$$x_W^1 = \begin{pmatrix} \bar{p}_xc_1 + \bar{p}_ys_1 \\ -\bar{p}_z + l_0 \\ \bar{p}_xs_1 + \bar{p}_yc_1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

式中

$$\bar{p}_x = p_x - l_2b_x, \bar{p}_y = p_y - l_2b_y, \bar{p}_z = p_z - l_2b_z \quad (5)$$

对式(2)和式(4)进行比较,可以求出  $\theta_1$ 、 $\theta_2$ 、 $d_3$ 。

$$\theta_1 = 2 \tan^{-1} \left( \frac{-\bar{p}_x \pm \sqrt{\bar{p}_x^2 + \bar{p}_y^2 - l_1^2}}{l_1 + \bar{p}_y} \right), \theta_2 = \tan^{-1} \left( \frac{\bar{p}_x c_1 + \bar{p}_y s_1}{\bar{p}_x - l_0} \right) \quad (6)$$

$$d_3 = \pm \sqrt{(\bar{p}_x c_1 + \bar{p}_y s_1)^2 + (\bar{p}_x - l_0)^2} \quad (7)$$

其次,可以求出  $\theta_4, \theta_5, \theta_6$ 。另外,式(6.18)可以改变成如下形式:

$$(A_1^0 A_2^1 A_3^2)^{-1} T = A_4^3 A_5^4 A_6^5 \quad (8)$$

式(8)的右边是从  $O-x_6 y_6 z_6$  到  $O-x_3 y_3 z_3$  的坐标变换,最终,它表示了  $O-x_3 y_3 z_3$  上观察到的,表示指尖的位置和方向的矩阵。现在因为  $\theta_1, \theta_2, d_3$  是已知的,所以可以对式(8)的左边进行计算。设它为  $T'$ ,于是可以以下式来表示:

$$T' = (A_1^0 A_2^1 A_3^2)^{-1} T = \begin{pmatrix} n_{x'} & t_{x'} & b_{x'} & p_{x'} \\ n_{y'} & t_{y'} & b_{y'} & p_{y'} \\ n_{z'} & t_{z'} & b_{z'} & p_{z'} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (9)$$

用  $(A_4^3)^{-1}$  左乘(8)式的两边,并且对  $(A_4^3)^{-1} T'$  与  $A_5^4 A_6^5$  的各元素进行比较,即可分别求出  $\theta_4, \theta_5, \theta_6$  如下:

$$\begin{aligned} \theta_4 &= \arctan \left( \frac{b_{y'}}{b_{x'}} \right), \quad \theta_5 = \arctan \left( \frac{b_{x'} c_4 + b_{y'} s_4}{b_{y'}} \right), \\ \theta_6 &= \arctan \left( \frac{-n_{x'} s_4 + n_{y'} c_4}{-t_{x'} s_4 + t_{y'} c_4} \right) \end{aligned} \quad (10)$$

### 6.3 机器人的雅可比矩阵

在6.1节和6.2节中,讨论了机器人的指尖位置和方向与各关节的变位量之间的关系。本节将进一步讨论指节的速度与各关节的速度(转动或平移)之间的关系。

#### 6.3.1 与指尖平移速度相关的雅可比矩阵

相对于基准坐标系的指尖平移速度,是通过相对于把坐标原点固定在指尖上的基准坐标系的平移速度,进行描述的。

现在设基准坐标系为  $O_0-x_0 y_0 z_0$ , 固定于指尖上的坐标系为  $O_c-x_c y_c z_c$ , 在  $O_0-x_0 y_0 z_0$  上表示的  $O_c$  的坐标为  $p_c$ , 则  $p_c$  可以表示如下:

$$p_c = T \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = f(q) \quad (6.23)$$

由此可以得到指尖的平移速度如下:

$$\dot{v} = \frac{dp_c}{dt} = \frac{df}{dq} \frac{dq}{dt} = J_L \frac{dq}{dt} = J_L \dot{q} \quad (6.24)$$

式中,  $q = (q_1, \dots, q_n)^T$ , 而  $n$  是关节的数目。这时的  $J_L$  称为与平移速度相关的雅可比矩阵。

**例题 3** 在图 6.4 中表示的二自由度机器人中, 试求与平移速度相关的雅可比矩阵。

**[解答]** 这个机器人的指尖位置, 在  $O-xy$  上以下列形式给出:

$$\begin{aligned} x &= l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ y &= l_1 \sin \theta_1 + l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \end{aligned} \quad (6.25)$$

因此, 与这个机器人的平移速度相关的雅可比矩阵, 以下列形式给出:

$$\begin{aligned} J_L &= \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial \theta_1} & \frac{\partial x}{\partial \theta_2} \\ \frac{\partial y}{\partial \theta_1} & \frac{\partial y}{\partial \theta_2} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -l_1 \sin \theta_1 - l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) & -l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) & l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (6.26)$$

这里我们来考虑  $J_L$  的各列向量的几何学意义, 即在  $J_L = (J_{L1}, J_{L2})$  时, 考虑  $J_{L1}, J_{L2}$  的几何学意义。根据式 (6.26),  $J_{L1}$  是在  $\dot{\theta}_2 = 0$  时, 也就是第 2 关节固定时, 仅在第 1 关节转动的情况下, 指尖平移速度在基准坐标系上表示出的向量。

同样,  $J_{L2}$  是在第 1 关节固定时, 仅在第 2 关节转动的情况下, 指尖平移速度在基准坐标系上表示出的向量。因此, 当用图表示  $J_{L1} \dot{\theta}_1$  和  $J_{L2} \dot{\theta}_2$  时, 就变成了图 6.5 所示的情况。此外, 在 6.3.3 中将介绍有关  $J_L$  的计算问题。

### 6.3.2 与指尖的旋转速度相关的雅可比矩阵

为了讨论与指尖旋转速度相关的雅可比矩阵, 首先必须明确地确定指

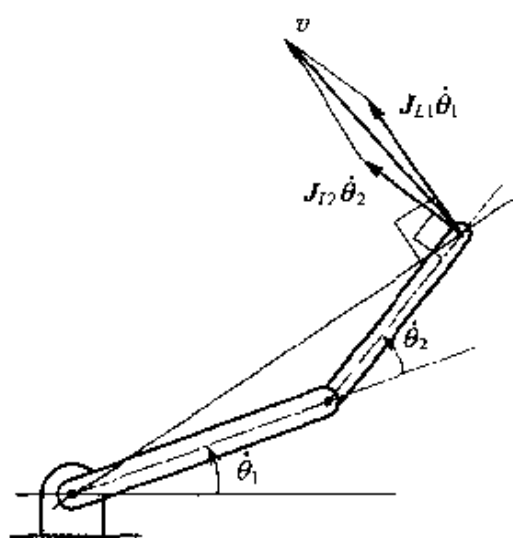


图 6.5  $J_{L1} \dot{\theta}_1$  与  $J_{L2} \dot{\theta}_2$  的几何学说明

尖旋转速度的表示方法。一般来说,指尖的旋转速度表示方法,有以下两种类型:

(1) 考虑由表示指尖方向的三个变量组合(例如为欧拉角)构成向量  $\phi$ ,然后由它对时间的微分  $\dot{\phi}$  进行表示的一种方法。

(2) 以基准坐标系的各坐标轴作为旋转轴,以分别围绕各旋转轴的角速度作为分量构成向量  $\omega$ ,然后用  $\omega$  进行表示的方法。

第二种方法,可以把  $\omega$  解释为在基准坐标系上,围绕  $x$  轴,  $y$  轴和  $z$  轴的旋转速度的合成,因为物理意义明确,所以本书决定采用第二种表示方法。但是在这种情况下,必须注意  $\omega$  的积分值没有明确意义( $\phi$  的积分值是具有明确的物理意义的)。这时,公式

$$\omega = J_A \dot{q} \quad (6.27)$$

中的矩阵  $J_A$ ,称为与旋转速度相关的雅可比矩阵。此外,关于基于  $\dot{\phi}$  的雅可比矩阵的计算方法,读者可以参考文献[4]等著作。

### 6.3.3 雅可比矩阵的计算方法

考虑六维向量  $\dot{p}$ ,它以指尖的平移速度和旋转速度作为其向量的分量。

$$\dot{p} = \begin{pmatrix} v \\ \omega \end{pmatrix} \quad (6.28)$$

这时,若采用  $J_L$  和  $J_A$  表示机器人的雅可比矩阵,则表示为

$$\dot{p} = J \dot{q} = \begin{pmatrix} J_L \\ J_A \end{pmatrix} \dot{q} \quad (6.29)$$

这里为了考虑雅可比矩阵中各分量的计算方法,对  $J$  进一步作下列分割

$$J = \begin{pmatrix} J_{L1} & J_{L2} & \cdots & J_{Ln} \\ J_{A1} & J_{A2} & \cdots & J_{An} \end{pmatrix} \quad (6.30)$$

式中,  $n$  为机器人的关节数,另外,  $J_{Li}$  和  $J_{Ai}$  分别表示  $J_L$  和  $J_A$  的第  $i$  个列向量。最后,  $J_{Li} \dot{q}_i$  和  $J_{Ai} \dot{q}_i$  则分别表示只有第  $i$  个关节以速度  $\dot{q}_i$  运行,其他的

关节都固定时的指尖平移速度向量和旋转速度向量。这时,  $J_L$  和  $J_A$  可以求解如下:

第  $i$  个关节为平移关节时:

$$\begin{pmatrix} J_{Li} \\ J_{Ai} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{i-1} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (6.31)$$

第  $i$  个关节为旋转关节时:

$$\begin{pmatrix} J_{Li} \\ J_{Ai} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{i-1} \times r_{i-1,e} \\ b_{i-1} \end{pmatrix} \quad (6.32)$$

式中,  $b_{i-1}$  是第  $i$  个关节的运行轴方向, 在基准坐标系上表示的单位向量。另外,  $r_{i-1,e}$  是从固定在第  $i$  个关节上的坐标系  $O_{i-1}-x_{i-1}y_{i-1}z_{i-1}$  的原点, 到指尖的位置向量, 在基准坐标系上表示的向量(图 6.6)。此外, 如果  $\times$  表示向量的外积, 则可以进行下列计算:

$$(a_1 \ a_2 \ a_3)^T \times (b_1 \ b_2 \ b_3)^T = (a_2 b_3 - a_3 b_2 \ a_3 b_1 - a_1 b_3 \ a_1 b_2 - a_2 b_1)^T \quad (6.33)$$

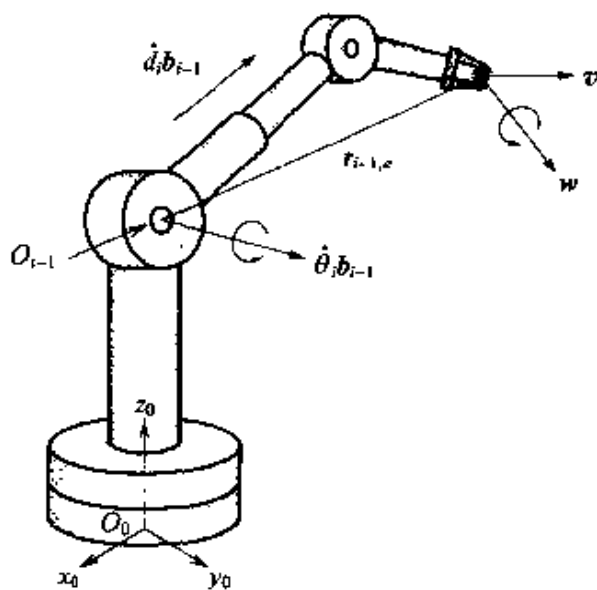


图 6.6  $b_{i-1}$  与  $r_{i-1,e}$

如果能想到  $J_L$  和  $J_A$  在只有第  $i$  个关节运行时, 它可以分别给出指尖平移和旋转速度的方向, 那么对于式(6.31)和式(6.32)就能容易地理解了。另外, 读者应当注意, 不论是  $b_{i-1}$ , 或是  $r_{i-1,e}$ , 都会变成各关节变量的函数。



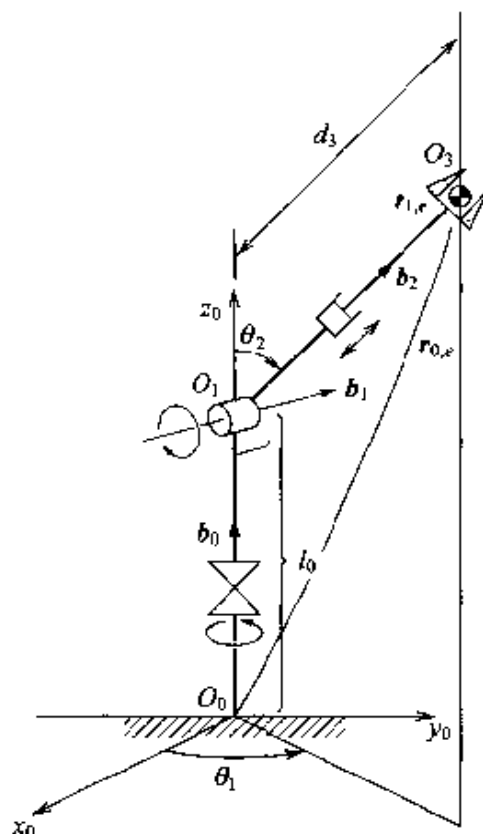


图 6.7 三自由度机器人

**例题 4** 对于图 6.7 中表示的三自由度机器人,试求关于平移速度和旋转速度的雅可比矩阵。

**[解答]** 由图可以得到

$$\begin{aligned} \mathbf{b}_0 &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b}_1 = \begin{pmatrix} -s_1 \\ c_1 \\ 0 \end{pmatrix} \\ \mathbf{b}_2 &= \begin{pmatrix} c_1 s_2 \\ s_1 s_2 \\ c_2 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (6.34)$$

同样,由图还可以得到

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{0,e} &= l_0 \mathbf{b}_0 + d_3 \mathbf{b}_2, \\ \mathbf{r}_{1,e} &= d_3 \mathbf{b}_2 \end{aligned} \quad (6.35)$$

将这些结果代进式(6.30),(6.31)和(6.32),可以得到下式:

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} -d_3 s_1 s_2 & d_3 c_1 c_2 & c_1 s_2 \\ d_3 c_1 s_2 & d_3 s_1 c_2 & s_1 s_2 \\ 0 & -d_3 s_2 & c_2 \\ 0 & -s_1 & 0 \\ 0 & c_1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (6.36)$$

#### 6.3.4 奇异姿态

在前一节中,定义了确立各关节速度与指尖速度之间关系的雅可比矩阵。与此相反,当给定了基准坐标系上的指尖速度时,求与此实现相应的关节速度,就属于这类问题。例如在机器人的关节数为6的情况下,用方程

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}^{-1} \dot{\mathbf{p}} \quad (6.37)$$

通常可以求出各关节的速度。但是,在上式的右边,也可能出现逆矩阵不存在的情况。换句话说,这将意味着  $\mathbf{J}$  为奇异矩阵,构成这种  $\mathbf{J}$  的机器人姿态,称为奇异姿态。

以图6.8中的二自由度机器人为例,考虑奇异姿态的物理意义。图6.8

中的二自由度机器人,在  $\theta_2 = 180^\circ$  时,会变成成为奇异姿态,若将  $\theta_2 = 180^\circ$  代进式(6.26),则可以得到

$$J_L = \begin{pmatrix} (l_2 - l_1) \sin \theta_1 & l_2 \sin \theta_1 \\ -(l_2 - l_1) \cos \theta_1 & -l_2 \cos \theta_1 \end{pmatrix} = (J_{L1} \ J_{L2}) \quad (6.38)$$

由此可见,  $J_L$  与  $\theta_2$  的值无关,显然雅可比矩阵的两个列向量  $J_{L1}$  和  $J_{L2}$  为相关向量(两向量具有相同的方向),因此,雅可比矩阵变成奇异矩阵。在这种情况下,不论给出怎样的  $\dot{\theta}_1$  和  $\dot{\theta}_2$ ,在与  $J_{L1}$  和  $J_{L2}$  垂直的方向上,都不会发生运动。

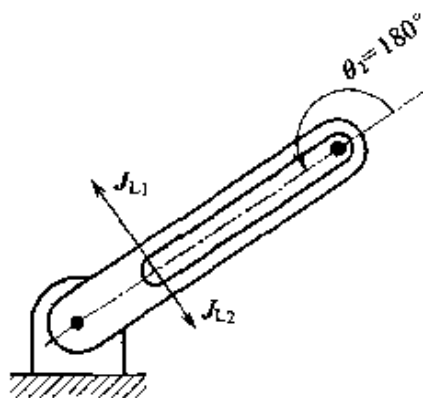


图 6.8 奇异姿态

另外,在雅可比矩阵不能变成正方阵时,雅可比矩阵的逆矩阵同样也是不存在的,在这种情况下,人们知道,可以采用伪逆矩阵求取关节速度。

## 6.4 机器人的静力学和雅可比矩阵

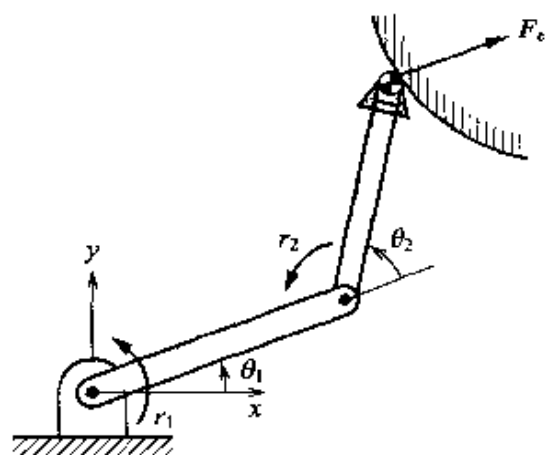


图 6.9 指尖上发生的力和各关节的驱动力

如图 6.9 所示,我们将在这里讨论机器人指尖产生的力和力矩,与关节的驱动力(转动关节的情况为转矩,平移关节的情况为平移力)之间的关系。

首先,将机器人指尖作用于外界的力和力矩,在基准坐标系中表示成下列向量:

$$F_e = \begin{pmatrix} f_e \\ n_e \end{pmatrix} \quad (6.39)$$

式中,  $f_e$  是在基准坐标系上表示的,在指尖上发生的三维力向量;而  $n_e$  则是在基准坐标系上表示的,在指尖上发生的三维力矩向量。

可是,关节的速度向量  $\dot{q}$ ,与指尖的速度向量  $\dot{p}$  之间,存在着由式(6.29)表示的关系。因为这种关系对于微小变位也是成立的,所以得到下列关系式:

$$\delta p = J \delta q \quad (6.40)$$

式中,  $\delta q$  和  $\delta p$  分别表示关节的微小变位向量,和指尖的微小变位向量。另外,  $\delta p$  可以用式

$$\delta p = \begin{pmatrix} \delta x \\ \delta \psi \end{pmatrix} \quad (6.41)$$

表示。式中,  $\delta x$  是在基准坐标系上观察到的,表示指尖微小变位的三维向量,  $\delta \psi$  是表示围绕基准坐标系各轴的指尖旋转变位的三维向量。

这时,当设关节的驱动力向量为  $\tau$  时,根据虚功原理,式

$$(\delta q)^T \tau = (\delta p)^T F, \quad (6.42)$$

成立。由式(6.40)和式(6.42),可以得到关系式

$$\tau = J^T F, \quad (6.43)$$

上式表明,当机器人的各关节产生了左边表示的关节驱动力时,机器人的指尖会产生右边表示的作用于外部的力和力矩。

## 练 习 题

**1** 对于图 6.10 表示的机器人,求从指尖坐标系到基准坐标系的坐标变换矩阵。

**2** 考虑图 6.11 中表示的三自由度水平多关节型机器人。试解答下列问题:

- (1) 试用  $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ , 表示  $x, y$ ;
- (2) 试导出雅可比矩阵;
- (3) 为了使第三个连杆与  $x$  轴平行,试求  $\theta_1, \theta_2, \theta_3$  应该满足的条件。

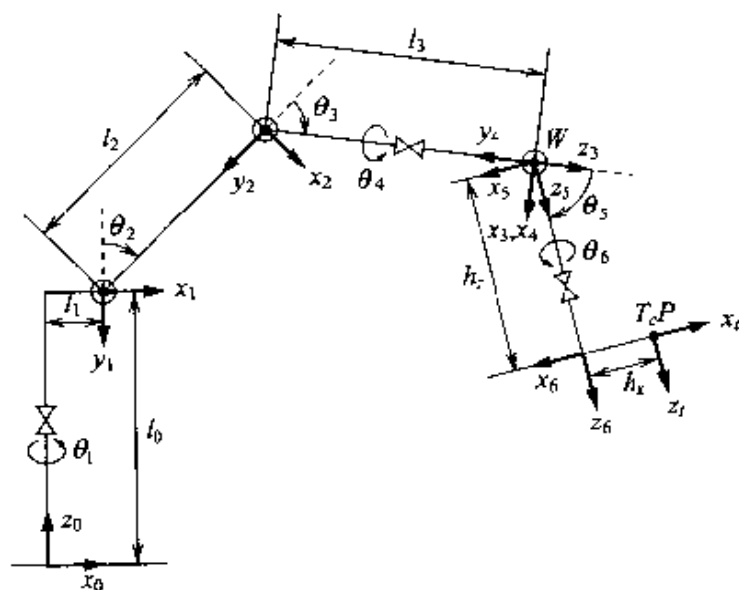


图 6.10 六自由度机器人

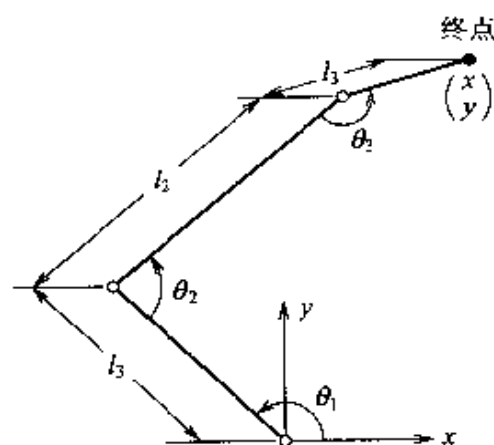


图 6.11 三自由度机器人



## 机器人控制

机器人中要求的控制,从大的方面分类,可以区分为轨迹控制和力控制两类。力控制进一步可以区分为阻抗控制和混合控制。本章将讨论这些控制的基本考虑方法。

## 7.1 机器人动力学

### 7.1.1 机器人的动能与位能

为了研究机器人控制,首先要了解机器人动力学,也就是要了解决定机器人运动特性的运动方程式。本节将导出多关节机器人的运动方程式,作为知识准备,首先介绍机器人的动能和位能。

考虑图 7.1 表示的第  $i$  个连杆的运动能量。刚体的运动能量,是由该刚体的平移构成的运动能量,与该刚体的旋转而构成的运动能量之和表示的。因此,图 7.1 中表示的连杆的运动能量,可以用下式表示:

$$T_i = \frac{1}{2} m_i \mathbf{v}_{c_i}^T \mathbf{v}_{c_i} + \frac{1}{2} \boldsymbol{\omega}_i^T \mathbf{I}_i \boldsymbol{\omega}_i \quad (7.1)$$

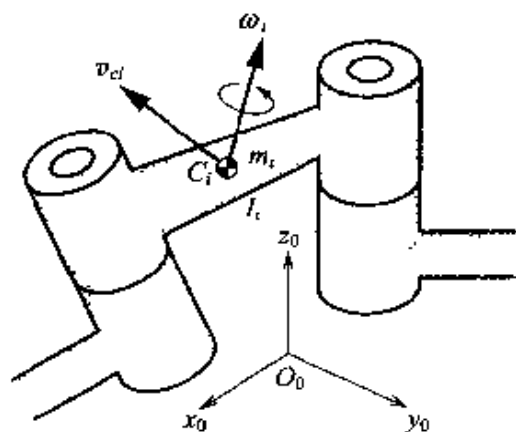


图 7.1 第  $i$  个连杆的旋转速度和重心的平移速度

式中,  $T_i$  为连杆  $i$  的运动能量,  $m_i$  为质量,  $\mathbf{v}_{c_i}$  为在基准坐标系上表示的重心的平移速度向量,  $\mathbf{I}_i$  为在基准坐标系上表示的连杆  $i$  的转动惯量,  $\boldsymbol{\omega}_i$  为在基准坐标系上表示的转动速度向量。因为机器人的全部运动能量  $T$ , 由各连杆的运动能量的总和表示, 所以得到

$$T = \sum_{i=1}^n T_i \quad (7.2)$$

式中,  $n$  为机器人的关节总数。其次, 我们来考虑把  $T$  作为机器人各关节速度的函数, 进行表示的情况。 $v_{ci}$  与  $\omega_i$  分别表示如下:

$$v_{ci} = J_L^{(i)} \dot{q} \quad (7.3)$$

$$\omega_i = J_A^{(i)} \dot{q} \quad (7.4)$$

式中,  $J_L^{(i)}$  和  $J_A^{(i)}$  分别是与第  $i$  个连杆重心位置的平移速度相关的雅可比矩阵, 和与第  $i$  个连杆转动速度相关的雅可比矩阵。为了区别于与指尖速度相关的雅可比矩阵, 在上面标明了注角  $(i)$ 。

矩阵  $J_L^{(i)}$  和  $J_A^{(i)}$  可以分别表示成下列结构:

$$J_L^{(i)} = (J_{L1}^{(i)} \cdots J_{Li}^{(i)} \mathbf{o} \cdots \mathbf{o}) \quad (7.5)$$

$$J_A^{(i)} = (J_{A1}^{(i)} \cdots J_{Ai}^{(i)} \mathbf{o} \cdots \mathbf{o}) \quad (7.6)$$

在式(7.5)和式(7.6)中, 包含着  $\mathbf{o}$  分量, 这是因为第  $i$  个连杆的运动, 与其以后的关节的运动是无关的。至于各连杆的重心位置这样的量, 可以看作是机器人的指尖, 同样用式(6.41)和式(6.42)进行求解。现在将式(7.3)和式(7.4)代进式(7.1)和式(7.2), 机器人的运动能量公式可以改写成

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (m_i \dot{q}^T J_L^{(i)T} J_L^{(i)} \dot{q} + \dot{q}^T J_A^{(i)T} I_i J_A^{(i)} \dot{q}) \quad (7.7)$$

$$= \frac{1}{2} \dot{q}^T H \dot{q} \quad (7.8)$$

式中,  $H$  由公式

$$H = \sum_{i=1}^n (m_i J_L^{(i)T} J_L^{(i)} + J_A^{(i)T} I_i J_A^{(i)}) \quad (7.9)$$

求出。这样表示的  $H$ , 称为机器人的惯性矩阵。另外, 提请读者注意,  $H$  变成了正定对称矩阵。

其次, 我们来求机器人的位置能量。机器人的位置能量和运动能量一样, 也是由各连杆的位置能量的总和给出的, 因此可用下式表示:

$$U = \sum_{i=1}^n m_i g^T r_{0,ci} \quad (7.10)$$

式中,  $g$  表示重力加速度, 它是一个在基准坐标系上表示的三维向量。另外,  $r_{0,ci}$  表示从基准坐标系原点, 到第  $i$  个连杆的重心位置的位置向量。



### 转动惯量矩阵

式(7.9)中各连杆的转动惯量矩阵  $I_i$ , 是在基准坐标系上表示的, 这时  $I_i$  将会因机器人的姿态而发生变化。为了避免发生这种情况, 只要在固定于各连杆上的坐标系上, 表示转动惯量矩阵就可以了, 若设这时的转动惯量为  $\bar{I}_i$ , 则  $I_i$  可以用  $\bar{I}_i$  表示如下:

$$I_i = R_i^0 \bar{I}_i (R_i^0)^T$$

式中,  $R_i^0$  表示从  $O_i-x_i y_i z_i$  坐标系到基准坐标系, 只作旋转变换的坐标变换矩阵。实际上, 大多数情况都采用  $\bar{I}_i$  建立运动方程式。

### 7.1.2 由拉格朗日方程式导出机器人运动方程式

在这一节中, 我们将利用拉格朗日方程式来导出机器人的运动方程式。

当设运动能量为  $T$ , 位置能量为  $U$  时, 拉格朗日方程式如下:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial (T - U)}{\partial q_i} = \tau_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (7.11)$$

这里,  $(q_1, \dots, q_n)^T, (\tau_1, \dots, \tau_n)^T$  分别是被称为广义坐标和广义力的向量, 这里的广义坐标, 可以看作是由机器人的关节变量构成的向量, 而广义力则看作是由机器人的关节驱动力构成的向量。根据前节中的结果, 式(7.11)左边的各项, 可以分别计算如下:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) = \sum_{j=1}^n H_{ij} \ddot{q}_j + \sum_{j=1}^n \frac{dH_{ij}}{dt} \dot{q}_j \quad (7.12)$$

$$= \sum_{j=1}^n H_{ij} \ddot{q}_j + \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \frac{\partial H_{ij}}{\partial \dot{q}_k} \dot{q}_k \dot{q}_j \quad (7.13)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \frac{\partial H_{jk}}{\partial \dot{q}_i} \dot{q}_j \dot{q}_k \quad (7.14)$$

$$\frac{\partial U}{\partial q_i} = \sum_{j=1}^n m_j g^T J_{1i}^{(j)} \quad (7.15)$$

将上述结果代进式(7.11)的左边, 可以得到下式:

$$\sum_{j=1}^n H_{ij} \ddot{q}_j + \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n h_{ijk} \dot{q}_k \dot{q}_j + G_i = \tau_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (7.16)$$

式中

$$h_{ijt} = \frac{\partial H_{ij}}{\partial \dot{q}_k} - \frac{1}{2} \frac{\partial H_{jk}}{\partial \dot{q}_i} \quad (7.17)$$

$$G_i = \sum_{j=1}^n m_j g^T J_{1i}^{(j)} \quad (7.18)$$

式(7.16)中的第一项,表示作用在机器人上的惯性力,第二项表示离心力(哥氏力),第三项表示重力。

**例题 1** 试求图 7.2 中表示的二自由度机器人的运动方程式。

**[解答]** 在  $O-xy$  上表示的各连杆重心的平移速度向量,可以用下式表示:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_{c1} &= \begin{pmatrix} -l_{c1} \sin \theta_1 & 0 \\ l_{c1} \cos \theta_1 & 0 \end{pmatrix} \dot{\mathbf{q}} = (\mathbf{J}_{L1}^{(1)} \mathbf{J}_{L2}^{(1)}) \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}_L^{(1)} \dot{\mathbf{q}} \\ \mathbf{v}_{c2} &= \begin{pmatrix} -l_1 \sin \theta_1 - l_{c2} \sin(\theta_1 + \theta_2) & -l_{c2} \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ l_1 \cos \theta_1 + l_{c2} \cos(\theta_1 + \theta_2) & l_{c2} \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{pmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ &= (\mathbf{J}_{L1}^{(2)} \mathbf{J}_{L2}^{(2)}) \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}_L^{(2)} \dot{\mathbf{q}} \end{aligned} \quad (7.19)$$

此外,各连杆的旋转速度,可以用下式表示:

$$\omega_1 = \dot{\theta}_1 = (1 \ 0) \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}_A^{(1)} \dot{\mathbf{q}}, \omega_2 = \dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2 = (1 \ 1) \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}_A^{(2)} \dot{\mathbf{q}} \quad (7.20)$$

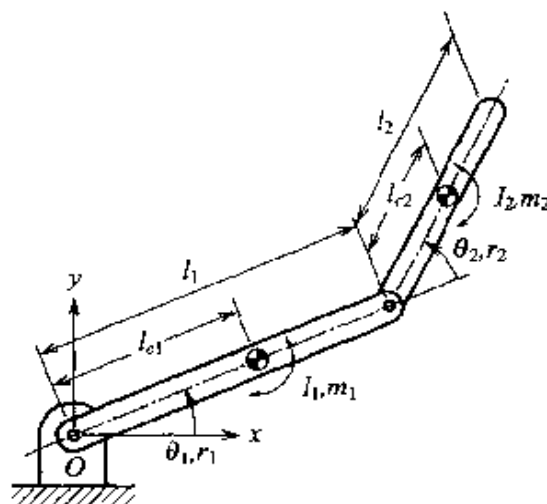


图 7.2 二自由度机器人

根据上述结果,把  $\mathbf{J}_L^{(1)}$ 、 $\mathbf{J}_L^{(2)}$ 、 $\mathbf{J}_A^{(1)}$ 、 $\mathbf{J}_A^{(2)}$  代入式(7.9),于是可以依据下式求出:惯性矩阵。

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} m_1 l_{c1}^2 + I_1 + m_2 (l_1^2 + l_{c2}^2 + 2l_1 l_{c2} \cos \theta_2) + I_2 & m_2 l_1 l_{c2} \cos \theta_2 + m_2 l_{c2}^2 + I_2 \\ m_2 l_1 l_{c2} \cos \theta_2 + m_2 l_{c2}^2 + I_2 & m_2 l_{c2}^2 + I_2 \end{pmatrix} \quad (7.21)$$

因此,式(7.16)中的第二项的系数,可以计算如下:

$$\begin{aligned} h_{111} &= 0, h_{122} = -m_2 l_1 l_{c2} \sin \theta_2, h_{112} + h_{121} = -2m_2 l_1 l_{c2} \sin \theta_2 \\ h_{211} &= m_2 l_1 l_{c2} \sin \theta_2, h_{222} = 0, h_{212} + h_{221} = 0 \end{aligned} \quad (7.22)$$

另外,根据  $\mathbf{g} = [0 \ g]^T$  (式中  $g$  表示重力加速度),重力项将由下式给出:

$$G_1 = m_1 g l_{c1} \cos \theta_1 + m_2 g (l_1 \cos \theta_1 + l_{c2} \cos(\theta_1 + \theta_2)) \quad (7.23)$$

$$G_2 = m_2 g l_{c2} \cos(\theta_1 + \theta_2) \quad (7.24)$$

### 7.1.3 执行器转动惯量的运动方程式

产生关节驱动力的执行器与机器人的连杆,在大多数情况下,是通过图 7.3 中表示的减速器,连结在一起的(图 7.3 是旋转关节的情况)。现在我们来导出考虑执行器转动惯量时的运动方程式。另外,在这里设关节是由旋转关节构成的。

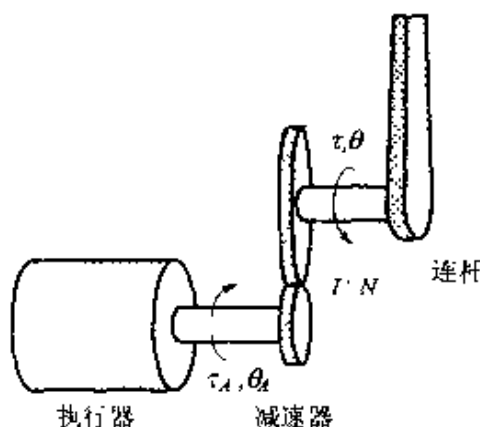


图 7.3 执行器和减速器

现在我们设执行器输出的转矩为  $\tau_A$ , 执行器一侧的轴的转动量为  $\theta_A$ , 执行器的转动惯量为  $I_A$ , 减速比为  $N$  ( $N \geq 1$ ), 连杆的驱动力矩为  $\tau$  (式(7.16)的右边给出), 连杆的转动量为  $\theta$ , 则各关节的运动方程式变成

$$\frac{\tau}{N} + I_A \ddot{\theta}_A = \tau_A \quad (7.25)$$

这里, 因为  $\theta_A = N\theta$ , 所以得到

$$\tau + I_A N^2 \ddot{\theta} = \tau_A N \quad (7.26)$$

由式(7.26)可以看出, 当  $N$  (即减速比) 非常大时, 各关节的动特性显然可以用执行器的转动惯量来近似。

## 7.2 机器人的轨迹控制

在这一节中, 将讨论机器人对某一轨迹进行跟踪时, 控制系统的构成方法。这时, 存在着以关节变量为基础构成控制系统的情况; 和在基准坐标系上, 以被表示的指尖位置和姿态为基础构成控制系统的情况。本节只对在实际中获得广泛应用的前一种方法进行讨论, 关于后一种方法, 将在机器人

的力控制一节进行简单的讨论。

首先,将式(7.16)中表示的运动方程式直接写成下列向量表达形式:

$$H(q)\ddot{q} + h(q, \dot{q}) + G(q) = \tau \quad (7.27)$$

现在设以机器人的各连杆的物理参数为基础,可以计算出  $H(q)$ ,  $h(q, \dot{q})$ ,  $G(q)$  的估计值,并设它们分别为  $\hat{H}(q)$ ,  $\hat{h}(q, \dot{q})$ ,  $\hat{G}(q)$ 。而且以  $u$  作为新的输入量来考虑下列非线性反馈控制律:

$$\tau = \hat{H}(q)u + \hat{h}(q, \dot{q}) + \hat{G}(q) \quad (7.28)$$

这时,如果估计值全为正值,则可以得到下列运动方程式:

$$u = \ddot{q} \quad (7.29)$$

在这种情况下,假设无外部干扰等施加于系统,则利用目标轨迹  $G_d$  的加速度  $\ddot{q}_d$ , 并取  $u = \ddot{q}_d$  时,可以得到  $q = q_d$ , 于是可以完全实现目标轨迹的跟踪任务。这种考虑方法称为转矩计算法。但是,通常机器人的物理参数的估计值不可能完全正确,另外,也很难不考虑外加干扰,所以考虑到这些因素对(7.29)式的影响,应通过设计伺服补偿器来降低这种不利影响。例如,可以考虑采用下列所谓的 PD 反馈控制律(参见图 7.4):

$$u = \ddot{q}_d + K_v(\dot{q}_d - \dot{q}) + K_p(q_d - q) \quad (7.30)$$

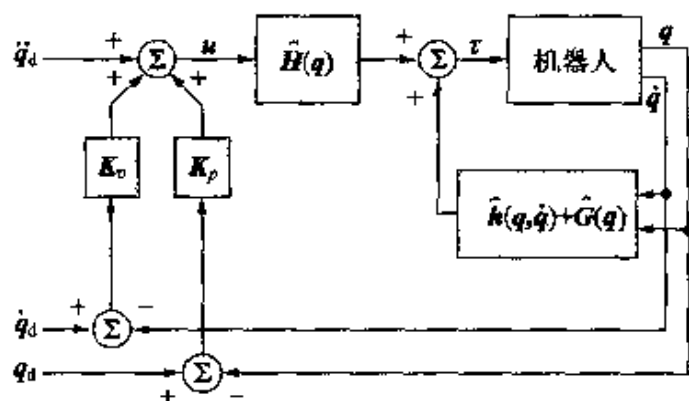


图 7.4 转矩计算法与 PD 反馈控制

这时,如果考虑用下式表示轨迹误差:

$$e = q_d - q \quad (7.31)$$

则由式(7.29)和式(7.30),可以得到下式:

$$\ddot{e} + K_v \dot{e} + K_p e = 0 \quad (7.32)$$

对于该式,通过适当地设定  $K_v$  和  $K_p$  就有可能使轨迹误差收敛到 0。关于

$K_v$  和  $K_p$  的设计方法,读者可以参考文献[6]等。另外,虽然在这里采用了PD反馈控制律,但是当把式(7.29)作为控制对象,采用其他线性控制律时,也没有任何关系。再有,对于具有比较大的减速比的产业机器人,进行式(7.28)那样的补偿未必是必要的,即使是仅进行重力补偿,多数情况下也能获得良好的结果。

### 7.3 机器人的力控制

在机器人进行的作业中,诸如去毛刺,研磨和组装作业之类,只靠指尖的轨迹是不行的,在大多数情况下,还要求对指尖施加在对象物体上的力进行控制。实现这种目的的方法有阻抗控制法和混合控制法。本节将对这些方法进行介绍。

#### 7.3.1 阻抗控制

当外力作用于机器人时,外力和这些外力引起的变位置之间的关系,变成了用某一质量-弹簧-黏性系统表示的关系式,这时对作用于机器人的驱动输入量的控制,就是所谓的阻抗控制。首先,为了简单,考虑由下式给出的仅由质量构成的单自由度机器人(参见图7.5):

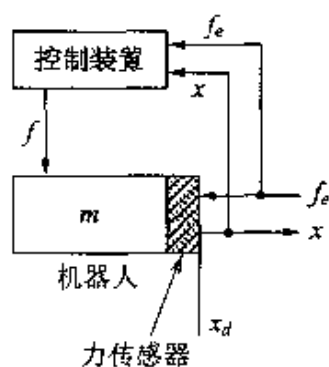


图 7.5 单自由度机器人

式,这时对作用于机器人的驱动输入量的控制,就是所谓的阻抗控制。首先,为了简单,考虑由下式给出的仅由质量构成的单自由度机器人(参见图7.5):

$$m \ddot{x} = f - f_e \quad (7.33)$$

式中,  $f$  为进行控制的驱动力,  $f_e$  为作用于机器人上的外力,  $m$  为机器人的质量。

对于这个机器人,对应于外力期望的阻抗,设由下式给出:

$$m_d \ddot{x} + d_d \dot{x} + k_d (x - x_d) = f_e \quad (7.34)$$

式中,  $m_d$ 、 $d_d$  和  $k_d$  分别表示期望的质量,黏性和弹簧元件。另外,  $x_d$  表示基准位置。

现在在机器人上安装了各种传感器,并假定能够测量位置  $x$ , 速度  $\dot{x}$  和

外力  $f_e$ 。这里设  $m$  的估计值为  $\hat{m}$ , 并且考虑采用由下式表示的反馈控制律:

$$f = (1 + \hat{m}m_d^{-1})f_e - \hat{m}m_d^{-1}d_d\dot{x} - \hat{m}m_d^{-1}k_d(x - x_d) \quad (7.35)$$

这时, 如果  $m = \hat{m}$ , 则显然可以达到式(7.34)的阻抗。

其次, 我们将这种考虑方法扩展到多自由度机器人。为此目的, 有必要在基准坐标系上求出机器人的运动方程式。首先, 机器人作为非奇异姿态, 关系式(6.43)以式(7.16)为基础, 这时在外力  $F_e$  作用之下, 用关节变量表示机器人的运动方程式变成

$$H\ddot{q} + h + G = \tau - J^T F_e \quad (7.36)$$

式中, 这时省略了  $(q)$ 。其次, 当考虑式(6.29)及其对时间的微分时, 有

$$\dot{p} = J\dot{q} \quad (7.37)$$

$$\ddot{p} = J\ddot{q} + \dot{J}\dot{q} \quad (7.38)$$

根据上述结果, 可以导出外力作用下, 基准坐标系上的机器人运动方程式如下:

$$H_p\ddot{p} + h_p + G_p = F - F_e \quad (7.39)$$

式中

$$H_p = (J^T)^{-1} H J^{-1} \quad (7.40)$$

$$h_p = (J^T)^{-1} (h - H J^{-1} \dot{J} \dot{q}) \quad (7.41)$$

$$G_p = (J^T)^{-1} G \quad (7.42)$$

$$F = (J^T)^{-1} \tau \quad (7.43)$$

式(7.39)的左边各项, 均可以解释为在基准坐标系上重新观察到的量。下面, 我们以式(7.39)为基础, 针对多自由度机器人, 考虑阻抗控制律。

现在假设对应于外力, 期望的阻抗由下式给出:

$$M_d \ddot{p} + D_d \dot{p} + K_d(p - p_d) = F_e \quad (7.44)$$

这时, 如果采用下列控制律, 则可以容易地证实, 上式的阻抗可以实现

$$F = (I + \hat{H}_p M_d^{-1}) F_e - \hat{H}_p M_d^{-1} D_d \dot{p} - \hat{H}_p M_d^{-1} K_d(p - p_d) + \hat{h}_p + \hat{G}_p \quad (7.45)$$

式中,  $\hat{\cdot}$  分别表示各量的估计值。因此, 在没有估计误差的情况下, 如果产生出下列的关节转矩, 则期望的阻抗控制可以得到实现:

$$\tau = J^T F \quad (7.46)$$

但是, 这里表示的阻抗控制律, 需要有参数的精确值, 而且它是一种需要知道位置、速度和力的信息的控制律。相对于这种控制律, 先构成前面已

经存在的位置控制系统,然后以检测出的力的信号 $f_c$ 和目标阻抗为基础,生成作用于系统的位置指令值 $x_r$ ,这也是一种所谓的阻抗控制方法(参见图7.6)。

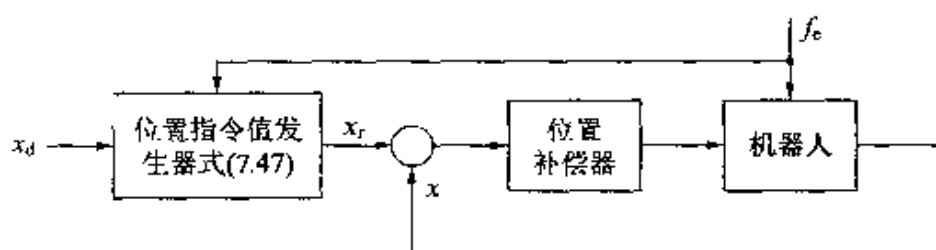


图 7.6 以位置控制系统作基础的阻抗控制

现在设目标阻抗的基准位置 $x_d$ 的拉普拉斯变换为 $X_d$ ,作用于位置控制系统上的位置指令值 $x_r$ 的拉普拉斯变换为 $X_r$ ,检测出的力 $f_c$ 和实际的位置 $x$ 的拉普拉斯变换分别为 $F_c$ 和 $X$ 。于是,可以考虑 $X_r$ 由下列公式产生:

$$X_r = \frac{F_c + k_d X_d}{m_d s^2 + d_d s + k_d} \quad (7.47)$$

这时,位置控制系统的截止频率很高,在实施阻抗控制时,有必要在频带内假设 $X_r = X$ 成立,这样由式(7.34)给出的目标阻抗就可以实现。对于这样的阻抗控制法,从位置指令 $x_r$ 到实际位置 $x$ 之间的传递函数趋近于1这种条件,就成了构成这种系统的前提,与前面讨论过的阻抗控制律比较,因为它不要求参数的精确值,而且也不要求知道速度信息,所以可以说它是一种实用性比较高的方法。

### 7.3.2 混合控制

在需要进行力控制的作业中,应该控制的位置方向,与应该控制的力方向混杂在一起的情况是很多的。以同时进行这种位置控制和力控制为目的的控制法,称为混合控制法。例如,在图7.7上表示的例子中,就是在 $x_c$ 轴方向进行位置控制,而在 $y_c$ 轴方向上进行力控制的混合控制(这时的 $O_c-x_c y_c$ 称为约束坐标系)。

为了进行这种混合控制,有必要根据传感器检测到的位置误差,求出它的位置控制方向成分,而根据传感器检测到的力误差,求出它的力控制方向成分。所谓误差选择矩阵,就是一种能实现上述运算的矩阵。设给出提取

位置控制方向成分的矩阵  $S$ , 和提取力控制方向成分的矩阵  $I - S$ 。例如, 在图 7.7 上的约束坐标系进行考虑, 则有

$$S = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (7.48)$$

$$I - S = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (7.49)$$

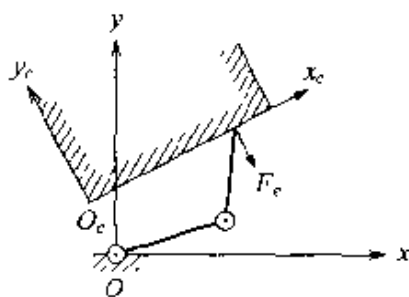


图 7.7 约束坐标系

若在约束坐标系上, 以转矩计算法作为基础进行考虑, 就容易理解混合控制法了。

现在我们在约束坐标系上进行观察, 设外力  $F_c$  进行作用, 并且设  $p_c$  为约束坐标系上的变量时, 机器人的运动方程式将会变成下列形式:

$$H_c \ddot{p}_c + h_c + G_c = F - F_c \quad (7.50)$$

式中

$$H_c = (J_c^T)^{-1} H J_c^{-1} \quad (7.51)$$

$$h_c = (J_c^T)^{-1} (h - H J_c^{-1} \dot{J}_c \dot{q}) \quad (7.52)$$

$$G_c = (J_c^T)^{-1} G \quad (7.53)$$

$$F = (J_c^T)^{-1} \tau \quad (7.54)$$

$J_c$  表示从关节速度变量, 到约束坐标系上表示的速度变量进行变换时的雅可比矩阵。因此,  $H_c$ ,  $h_c$ ,  $G_c$  可以分别地考虑为在约束坐标系上表示的惯性项、离心力(哥氏力)项和重力项。这里, 我们来考虑下列非线性反馈控制律:

$$F = u + \hat{h}_c + \hat{G}_c \quad (7.55)$$

式中,  $\hat{\phantom{x}}$  分别表示各量的估计值。这时, 当设无估计误差时, 可以得到下式:

$$u = H_c \ddot{p}_c + F_c \quad (7.56)$$

因为  $H_c$  与机器人的姿态有关, 所以式(7.56)不会变成完全的线性系统, 但是在进行力控制的情况下, 因为机器人的姿态不会有太大变化, 所以即使把  $H_c$  看作为常数矩阵, 也大体上不会有什么问题。

对于进行混合控制来说, 针对这种经过了单纯化的控制对象, 分别对位置方向和力控制方向独立地构成补偿器是有效的。采用这种方法得到的混合控制系统, 表示在图 7.8 上。另外, 通常作为位置补偿器的 PD 补偿器, 和作为力补偿器的 PI 补偿器, 也得到了广泛应用<sup>[9]</sup>。



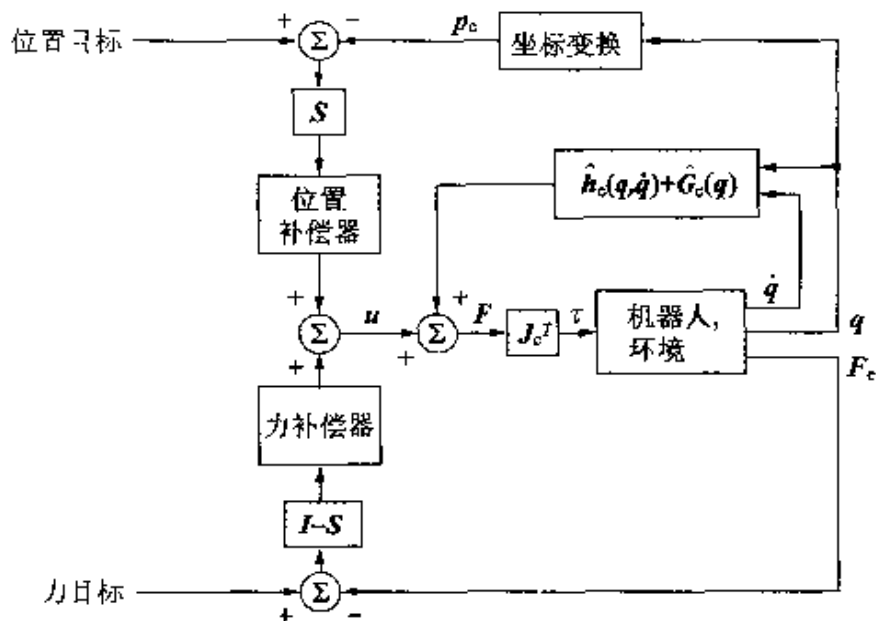


图 7.8 位置和力的混合控制系统



试求图 7.9 中所示机器人(注意  $\theta_2$  的取法)的惯性矩阵,并且证实它与例题 1 的结果是不同的。

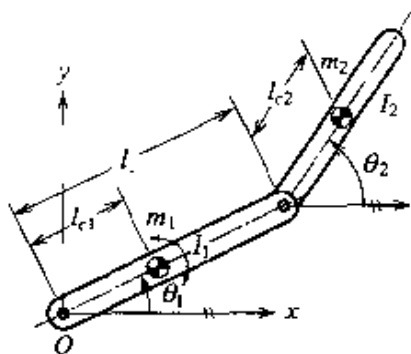


图 7.9 二自由度机器人

对于通常的产业用机器人,不采用非线性补偿,只采用线性控制律进行驱动的情况是很多的。试说明其理由。

对于阻抗控制,设外力不能进行测定,但是可以测定加速度。试说明,在这种情况下应如何代换阻抗控制律。

## 练习题解答

1

解答略

2

空隙部分的磁阻为  $R_c = 2d/\mu_0 S$ , 铁心部分的磁阻为 0, 因此可以忽略, 所以空隙部分的磁通变成  $\phi = NI\mu_0 S/2d$ 。因为电磁能量  $W_m$  只存积在空隙部分, 所以  $W_m = 2(\mu_0 I^2/2) dS = R_c \phi^2/2 = \mu_0 S (nI)^2/4d$ 。因此, 吸引力变成  $f = \partial W_m/\partial d = -\mu_0 S (nI)^2/4d^2$ , 当空隙变小时, 吸引力  $f$  会急剧增大。在电磁铁中, 当空隙变小时, 磁场的强度将成反比例地增大。但是, 在永久磁铁中, 当由空隙中产生的反电动势导致的减磁效应可以忽视时, 由于一定的磁荷会出现在磁极面内, 所以因间隙长度的变化, 在磁场强度不变的情况下, 也会产生一定的力。

因为电极间的电场强度变成  $E = 100/10^{-6} = 10^8 \text{ V/m}$ , 所以由麦克斯韦应力导致的力为  $f = S\epsilon_0 E^2/2 = 8.85 \times 10^{-12} \times 5 \times 10^{-4} \times 10^{16} \approx 44 \text{ N} \approx 4.5 \text{ kg}$ 。如果间隙变成约  $1/3$  时, 力会变成  $40 \text{ kg}$  以上, 这时用  $3 \text{ cm}$  见方那样一点面积构成的执行器, 可以把一个幼儿很容易地举起。

如果无负载时, 因电枢电阻造成的电压降可以忽略, 因为  $V = k\phi n$ , 所以  $k\phi = 2 \text{ V/(r/s)}$ , 因为在负载条件下的电压降为  $2 \text{ V}$ , 所以根据  $60 - 2 = k\phi n$ , 得到  $n = 29 \text{ (r/s)}$ , 根据  $T = k\phi I$ , 得到转矩为  $T = 8 \text{ W/(r/s)} = 8/2\pi \text{ N} \cdot \text{m}$ , 根据输出  $P = Tn$ , 得到  $P = 8 \times 29 = 232 \text{ W}$ 。

$T = k\phi I/2\pi \text{ N} \cdot \text{m}$ , 因为不考虑摩擦损失, 所以得到  $T = Jd\omega/dt = J2\pi dn/dt$ 。另一方面, 由于

$$V = k\phi n + r_a I \quad (1)$$

所以得到  $dn/dt = k\phi(V - k\phi n)/4\pi^2 J r_a$ , 在  $t = 0, n = 0$  的初始条件下, 求解该微分方程式, 得到

$$n = \frac{V\{1 - \exp(-k^2 \phi^2 t/4\pi^2 J r_a)\}}{k\phi} \quad (2)$$

根据(1)式, 可以求得  $I = V \exp(-k^2 \phi^2 t/4\pi^2 J r_a)/r_a$ , 这个公式与表示电路中  $RC$  串联电路电流  $I$  的公式,  $I = V \exp(-t/CR)/R$ , 在形式上是相同的。因此, 直流电动机与由电枢电阻和  $C_m = 4\pi^2 J/k^2 \phi^2$  的静电容量串联构成的电路, 显然是等价的。将上述公式中的值代入时, 得到

$$C_M = \frac{4\pi^2 13.5 \times 10^{-4}}{0.6^2} = 0.148 \text{ F}$$

根据式(2),因为在达到 69% 的速度时,经历了时间常数( $\tau = CR$ )的时间,所以  $C_M r_a = 0.148 \text{ s}$ 。由上述分析可以清楚地看出, $J$  越小  $\phi$  越大,则  $C_M$  会变得越小,因此电动机的响应特性也会变得越好。

转子和定子的轮齿完全重合时,其空隙部分的磁阻变成  $R_g = 0.2 \times 10^{-3} / 9.8 \times 10^{-4} \mu_0 = 1.62 \times 10^5 \text{ A/Wb}$ 。因为全磁通变成  $\phi = 200 / 1.62 \times 10^5 \text{ Wb}$ ,所以在空隙内存储的磁能变成  $W_a = \phi^2 R_g / 2 = 0.123 \text{ J}$ 。

考虑当旋转  $\Delta\theta (22.5^\circ)$  时,磁通会被完全遮挡,所以磁能变为 0,  $\Delta W_a = 0.123 \text{ J}$ 。因此,每一个轮齿的平均输出转矩变成  $\tau = 0.123 / 0.393 = 0.31 \text{ N} \cdot \text{m}$ 。因为通常采用四极励磁,所以总输出转矩为  $T = 4\tau = 1.25 \text{ N} \cdot \text{m}$ 。

假定将图 2.6 中表示的三相线圈进行星形连接,图 2.13 中表示的每一相的初级电阻  $r_1$  变为  $4.5 \Omega$ 。因为特性试验是针对三相的值进行的,所以当换算到每一相上时,变成  $P_g = W_g / 3 = 18.4 \text{ W}$ ,  $V_g = 200 / \sqrt{3} = 115.5 \text{ V}$ 。

如果为了简单而采用简化的等效电路,则由于无负载时励磁回路中只有电流流过,所以  $g = 18.4 / 115.5^2 = 0.00138 \text{ S}$ 。另外,根据  $1.16^2 = 200^2 (g^2 + b^2)$ ,所以  $b = \sqrt{(1.16/200)^2 - g^2} = 0.0056 \text{ S}$ 。此外,在进行约束试验时,由于外加电压比较低,所以假设励磁电路的电流可以忽略,同样  $P_g = 110 / 3 = 36.7 \text{ W}$ ,  $V_g = 44.7 / \sqrt{3} = 25.8 \text{ V}$ ,而且

$$r = r_1 + r_2 = \frac{25.8^2}{36.7} = 18 \Omega \quad \text{所以 } r_2 = 13.5 \Omega$$

另外,根据  $2^2 = 44.7^2 / (r^2 + x^2)$ ,得到  $x = x_1 + x_2 = \sqrt{(44.7/2)^2 - r^2} = 13.2 \Omega$ ,因为初级和次级的电抗不能分开,所以为了方便,设  $x_1 = x_2 = x/2 = 6.6 \Omega$ 。

转差率从 1% 增加到 3% 时,次级电流大约增加三倍。因此,转矩将增加三倍,次级的铜耗将增加九倍。

当降低电源电压时,空隙中的磁通会随电压成比例地减小。在输出量随着电压的减小程度,大体上成比例的下降时,因为所需要的转矩不会过分减小,所以磁通减少后,滑差率增加,因此有必要增大次级电流。当电压下降,且以比较大的转差率运转时,次级的铜耗会变成额定值的若干倍,因此转子发热异乎寻常,从而有可能导致轴的烧损等重大事故(注:在  $V/F$  一定情况下的控制中,因为频率随着电压成比例地减小,所以空隙中的磁通大体上会变成一定的。因此,由于增大转差率不必增大次级电流,所以也就不会造成上述那种不良现象)。

根据  $p\pi D^2/4 = (1 + L/100)f$ ,假设力的损失  $L$  为 15%,则求得  $D = 6.2 \text{ cm}$ 。因此,作为最接近的标准产品,可以采用内径为 63mm,行程为 550mm 的气缸。

- 因为变位量与电压值成比例,所以在外加电压为 100V,且无负载时,每一赫[兹](Hz)产生的变位为  $6\mu\text{m}$ 。因此,对于 5kHz 的驱动频率,将会以  $6 \times 10^{-4} \times 5 \times 10^3 = 3\text{cm/s}$  的速度进行移动。另外,因为同样的外加电压下,30kg 负载时的变位为  $3\mu\text{m}$ ,所以移动速度变为  $3 \times 10^{-4} \times 5 \times 10^3 \times 0.4 = 0.6\text{cm/s}$ 。

### 3

- 如果用计数器,对旋转编码器的输出方波数进行累积计算,可以得到与旋转角度成比例的数值。这时,如果利用 A 相和 B 相输出方波之间的  $90^\circ$  相位差,则可以知道旋转方向。如果顺时针旋转时进行往上加的计算,逆时针旋转时进行往下减的计算,则计算得到的现时值,就变成了与从初始角开始的旋转角度成比例的值。初始角度的确定,需要采用其他方法。角速度可以通过对角度进行数字微分得到。

有  $90^\circ$  相位差时,精度可以提高。当在方波的占空因子为精确的 50% 的条件下,获得编码时,对 A 相和 B 相方波进行微分,提取上升和下降时的脉冲,于是比利用原来的 A 相和 B 相方波的情况,其角度分辨率可以提高到四倍。

- 希望读者能发现与臂的长度无关。因为在伺服电动机与关节之间采用了 - 一个传动比为 1/10 的减速齿轮装置,所以当电动机旋转十转时,关节旋转一转。因此,如果电动机在  $10^\circ$  内输出 5 000 个方波是可行的,则对于一转  $360^\circ$ ,有

$$5\,000 \times 36 = 180\,000$$

如果根据习题 1 中的方法,可以使分辨率提高到四倍,于是由上面的数值可以得到

$$\frac{180\,000}{4} = 45\,000$$

所以必须采用每一转可以输出 45 000 个方波的旋转编码器。

- 在臂的运行范围的界限附近,设置极限开关,然后将这个位置设为初始值,或采用其他一些方法。

- 旋转编码器是利用光和磁,通过非接触的方法进行检测的,与此不同,电位器则是用电刷接触电位器提取电位器上的电位。因为在接触方式中会产生磨损,所以有寿命限制。

- 将应变片贴附于金属棒上,然后测量应变片的电阻变化,或采用其他方法。

- 解答略

### 4

- 解答略

❏ (a) 对于电动机 A, 将额定值代入式(4.3)和式(4.4)。

$$\omega_m = \frac{V - 8.32T_m - 1.91}{0.101}$$

(b) 对于电动机 B, 可以参考上述解法。

(c) 利用式(4.4)和式(4.6), 对于电动机 A, 有

$$I = \frac{0.588 \times 0.45}{0.101} + 0.378 = 3.00[\text{A}]$$

(d) 利用式(4.4)和式(4.6), 对于电动机 B, 有

$$I = \frac{1.275 \times 0.45}{0.178} + 0.237 = 3.46[\text{A}]$$

❏ 
$$I_0 = \frac{\dot{E}}{j\omega M}, \dot{I}_2 = \frac{\dot{E}/\omega}{R'_2/(\omega s) + j\dot{l}'_2}$$

$$I_1 = \dot{I}_0 + \dot{I}_2 = \frac{\dot{E}}{j\omega M} \frac{R'_2/(\omega s) + j(\dot{l}'_2 + M)}{R'_2/(\omega s) + j\dot{l}'_2}$$

$$|\dot{I}_1| = \frac{E}{\omega M} \sqrt{\frac{(R'_2/\omega_s)^2 + L_2^2}{(R'_2/\omega_s)^2 + \dot{l}'_2^2}}$$

$$P_{\text{out}} = 3(I'_2)^2 R'_2 \frac{1-s}{s} = \frac{3(E/\omega)^2 R'_2 (1-s)/s}{(R'_2/\omega_s)^2 + \dot{l}'_2^2}$$

$$T = \frac{P_{\text{out}}}{\omega_m} = 3 \left( \frac{E}{\omega} \right)^2 \frac{R'_2/\omega_s}{(R'_2/\omega_s)^2 + \dot{l}'_2^2}$$

❏ 直接驱动时,

$$(J_m + 5J_m) \frac{d\omega_m}{dt} = 2T_{LM} - T_{LM}$$

上式两边对  $t$  微分,

$$\omega_2 - \omega_1 = \frac{T_{LM}}{6J_m} (t_2 - t_1)$$

式中, 将  $\omega_1 = 0$ ,  $\omega_2 = \omega_L$ ,  $t_1 = 0$ ,  $t_2 = T_s$  代入, 得到

$$\omega_L = \frac{T_{LM}}{6J_m} T_s$$

采用减速器时,

$$(J_m + 5J_m/a^2) \frac{d\omega_m}{dt} = 2T_{LM} - T_{LM}/a$$

对上式两边进行微分, 并且将  $\omega_1 = 0$ ,  $\omega_2 = \omega_L$ ,  $t_1 = 0$ ,  $t_2 = T_s/2$  代入, 利用上式的结果, 可以对  $a$  进行求解, 于是得到

$$5a^2 - 3a - 5 = 0, \quad a = \frac{3 + \sqrt{109}}{10}$$

# 5

加速时需要的转矩为

$$\begin{aligned} T_1 &= (0.6 + 0.012) \times 10^{-4} \times 6283 = 0.385 \text{ N} \cdot \text{m} \\ &= 38.5 \text{ N} \cdot \text{cm} \end{aligned}$$

加速时的  $T_3$ , 可以由  $T_1 + T_f$  求得如下:

$$T_3 = 38.5 + 4 = 42.5 \text{ N} \cdot \text{cm}$$

因为这个值超出了加速和衰减时的最大值  $37 \text{ N} \cdot \text{cm}$ , 所以这个电动机不能满足设计方法。

补偿前的开环传递函数为

$$\frac{1}{s} \times \frac{45}{s+5}$$

补偿后变为

$$\frac{1}{s} \times \frac{100}{5} \times \frac{s+5}{s+100} \times \frac{45}{s+5} = \frac{1}{s} \times 20 \times 45 \times \frac{1}{s+100}$$

这样, 在  $\omega = 5 \text{ rad/s}$  上从  $-20 \text{ dB/十倍频程}$  变化到  $-40 \text{ dB/十倍频程}$  的增益斜线, 就变成了在  $\omega = 100 \text{ rad/s}$  上开始发生斜率的变化。其结果是使增益为  $0 \text{ dB}$  时的相位, 从  $-180^\circ$  变成接近  $-90^\circ$ , 从而增加了相位裕量。

设误差为  $E(s)$ , 则  $E(s)$  变成为下式:

$$E(s) = \Omega'(s) - \left( K_p + \frac{sK_D}{1+sT_D} \right) \Omega(s)$$

用  $E(s)$  表示  $\Omega(s)$ , 则变成下式:

$$\Omega(s) = \frac{1}{1+sT_m} \cdot K \cdot \frac{1}{s} E(s)$$

根据上述两个式子, 利用  $K_D \gg T_D$  的条件, 求出  $\Omega(s)$  的下列表达式:

$$\Omega(s) = \frac{K}{(1+sT_m)s + K(K_p + sK_D)} \Omega'(s)$$

$\zeta < 1$  时,

$$\omega_M(t) = 1 - e^{-\zeta\omega_n t} \left\{ \cos(\sqrt{1-\zeta^2}\omega_n t) - \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin(\sqrt{1-\zeta^2}\omega_n t) \right\}$$

$\zeta = 1$  时,

$$\omega_M(t) = 1 + (\omega_n t - 1)e^{-\omega_n t}$$

$\zeta > 1$  时,

$$\begin{aligned} \omega_M(t) = 1 - \frac{1}{2\sqrt{\zeta^2-1}} & \left\{ (\sqrt{\zeta^2-1}-\zeta)e^{-(\zeta-\sqrt{\zeta^2-1})\omega_n t} + \right. \\ & \left. (\sqrt{\zeta^2-1}+\zeta)e^{-(\zeta+\sqrt{\zeta^2-1})\omega_n t} \right\} \end{aligned}$$

如果把  $t$  的值代入  $\xi = 1$  时的式中, 可以得到图 5.19。

## 6

各关节之间的坐标变换矩阵变成下列表达形式:

$$A_1^0(\theta_1) = \begin{pmatrix} c_1 & 0 & -s_1 & l_1 c_1 \\ s_1 & 0 & c_1 & l_1 s_1 \\ 0 & -1 & 0 & l_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad A_2^1(\theta_2) = \begin{pmatrix} c_2 & -s_2 & 0 & l_2 s_2 \\ s_2 & c_2 & 0 & -l_2 c_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A_3^2(\theta_3) = \begin{pmatrix} c_3 & 0 & s_3 & l_3 s_3 \\ s_3 & 0 & -c_3 & -l_3 c_3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad A_4^3(\theta_4) = \begin{pmatrix} c_4 & 0 & -s_4 & 0 \\ s_4 & 0 & c_4 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A_5^4(\theta_5) = \begin{pmatrix} c_5 & 0 & s_5 & 0 \\ s_5 & 0 & -c_5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad A_6^5(\theta_6) = \begin{pmatrix} c_6 & -s_6 & 0 & 0 \\ s_6 & c_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & h_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A_7^6 = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & -h_x \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

式中  $s_i, c_i$  等表示  $\sin\theta_i, \cos\theta_i$  等。由此可以求出从指尖坐标系到基准坐标系的坐标变换矩阵  $T$  如下:

$$T = A_1^0(\theta_1) A_2^1(\theta_2) A_3^2(\theta_3) A_4^3(\theta_4) A_5^4(\theta_5) A_6^5(\theta_6) A_7^6$$

$$(1) \quad x = l_1 \cos\theta_1 - l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) + l_3 \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)$$

$$y = l_1 \sin\theta_1 - l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) + l_3 \sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)$$

$$(2) \quad J = \begin{pmatrix} -l_1 s_1 + l_2 s_{12} - l_3 s_{123} & l_2 s_{12} - l_3 s_{123} & -l_3 s_{123} \\ l_1 c_1 - l_2 c_{12} + l_3 c_{123} & -l_2 c_{12} + l_3 c_{123} & l_3 c_{123} \end{pmatrix}$$

式中  $s_{12}, c_{12}$  等, 表示  $\sin(\theta_1 + \theta_2), \cos(\theta_1 + \theta_2)$  等。

$$(3) \quad \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 = 2\pi$$

## 7

根据

$$\mathbf{J}_1^{(1)} = \begin{pmatrix} -l_{c1} \sin \theta_1 & 0 \\ l_{c1} \cos \theta_1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{J}_1^{(2)} = \begin{pmatrix} -l_1 \sin \theta_1 & -l_{c2} \sin \theta_2 \\ l_1 \cos \theta_1 & l_{c2} \cos \theta_2 \end{pmatrix}$$

得到

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} m_1 l_{c1}^2 + m_2 l_1^2 + I_1 + I_2 & m_2 l_1 l_{c2} \cos(\theta_2 - \theta_1) + I_2 \\ m_2 l_1 l_{c2} \cos(\theta_2 - \theta_1) + I_2 & m_2 l_{c2}^2 + I_2 \end{pmatrix}$$

2 对于通常的产业用机器人来说,为了组成减速比较大的减速器,同时,也是为了把惯性矩阵近似地视为不因姿态而发生变化的常数矩阵。

3 若设

$$f = (\hat{m} + m_d) \ddot{x} + d_d \dot{x} + k_d (x - x_d)$$

则假设  $m = \hat{m}$  时,就能实现期望的阻抗。







## ■2

---

- 1) 見城尚志, 指田年生: 超音波モータ入門, 総合電子出版社 (1991)
- 2) 精密制御用ニューアクチュエータ便覧, フジ・テクノシステム (1995)

## ■3

---

- 1) 高瀬 清・往々木昭夫共編: アドバンスドセンサハンドブック, 培風館 (1994)
- 2) 日本ロボット学会編: ロボット工学ハンドブック, コロナ社 (1990)
- 3) メカトロニクス編集部編: 最先端のFA用センサ, 技術調査会 (1990)

## ■4

---

- 1) 難波江章他: 基礎電気機器学, 電気学会 (1984)
- 2) 松井信行: 電気機器, 森北出版 (1989)
- 3) Fitzgerald, Kingsley: Electric Machinery (2nd.ed.), McGraw-Hill (1961)
- 4) 松井信行: アクチュエータ入門, オーム社 (1983)

## ■5

---

- 1) 本田 昭: 新しいサーボ制御の基礎と実用化技術, トリケップス (1993)
- 2) 加来靖彦: サーボ技術の現状, 機械設計, 第35巻8号 (1991)
- 3) 大熊 繁: ロボット制御入門, オーム社 (1984)

## ■6・7

---

- 1) J. Denavit and R. S. Hartenberg: A Kinematic Notation for Lower-Pair Mechanisms Based on Matrices, ASME Journal of Applied Mechanics, 77 (1955), pp. 215-221
- 2) R. P. Paul: Robot Manipulators, MIT Press (1981)
- 3) D. L. Pieper: The Kinematics of Manipulators Under Computer Control, Doctoral Dissertation, Stanford University (1968)
- 4) 吉川恒夫: ロボット制御基礎論, コロナ社 (1988)
- 5) H. Asada and J. J. E. Slotine: ROBOT ANALYSIS AND CONTROL, John Wiley & Sons (1986)
- 6) M. W. Spong and M. Vidyasagar: ROBOT DYNAMICS AND CONTROL, John Wiley & Sons (1989)

- 
- 7) D. E. Whitney : Historical Perspective and State of the Art in Robot Force Control ,  
Proc. of 1985 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation (1985) , pp. 262 - 268
  - 8) H. Hogan : Impedance Control ; An Approach to Manipulation, Parts I-III , ASME  
Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, 107, 1 (1985) , pp. 1 - 24 .
  - 9) M. K. Raibert and J. J. Craig : Hybrid Position/Force Control of Manipulators ,  
ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, 103, 2 (1981) ,  
pp. 126 - 133.
  - 10) M. T. Mason : Compliance and Force Control for Computer Controlled Manipulators ,  
IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics, SMC-11, 6 (1981) , pp. 418 - 432