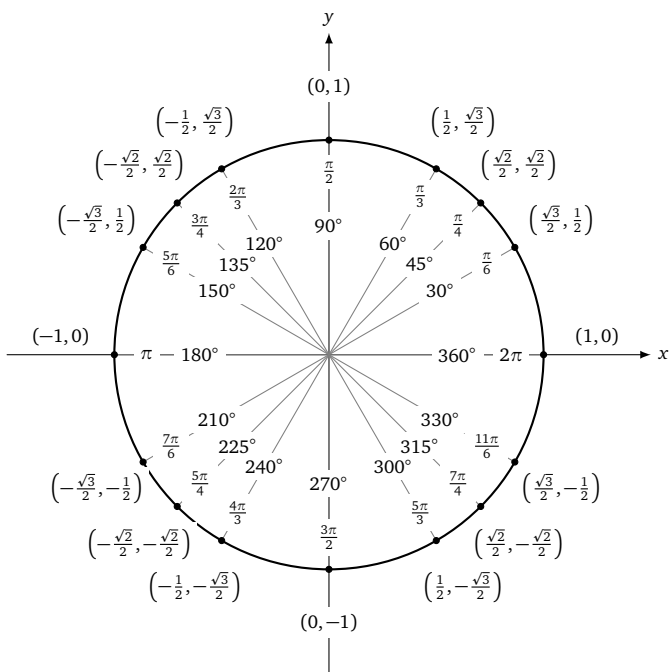
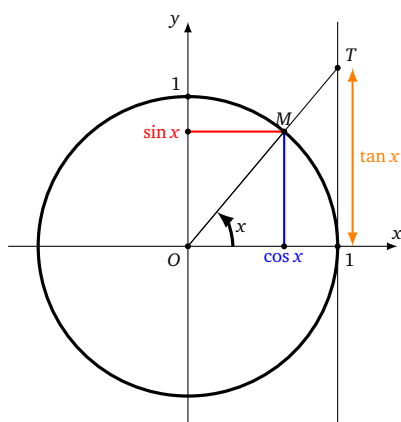


# 1 Trigonométrie au lycée



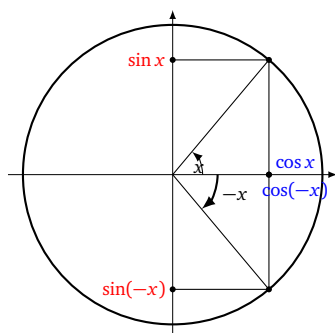
Voici le cercle trigonométrique (de rayon 1), le sens de lecture est l'inverse du sens des aiguilles d'une montre. Les angles remarquables sont marqués de 0 à  $2\pi$  (en radian) et de  $0^\circ$  à  $360^\circ$ . Les coordonnées des points correspondant à ces angles sont aussi indiquées.



Le point  $M$  a pour coordonnées  $(\cos x, \sin x)$ . La droite  $(OM)$  coupe la droite d'équation  $(x = 1)$  en  $T$ , l'ordonnée du point  $T$  est  $\tan x$ .

Les formules de base :

$$\begin{aligned}\cos^2 x + \sin^2 x &= 1 \\ \cos(x + 2\pi) &= \cos x \\ \sin(x + 2\pi) &= \sin x\end{aligned}$$

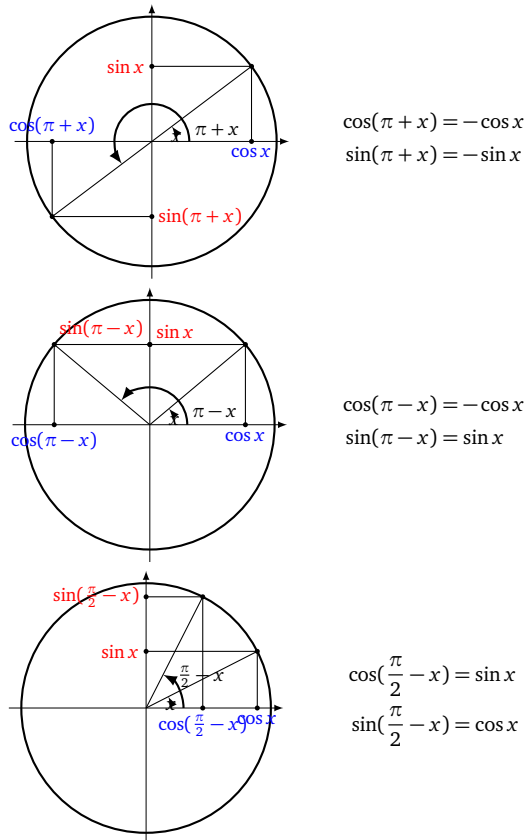


Nous avons les formules suivantes :

$$\begin{aligned}\cos(-x) &= \cos x \\ \sin(-x) &= -\sin x\end{aligned}$$

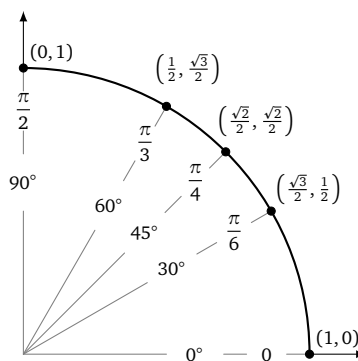
On retrouve graphiquement ces formules à l'aide du dessin des angles  $x$  et  $-x$ .

Il en est de même pour les formules suivantes :



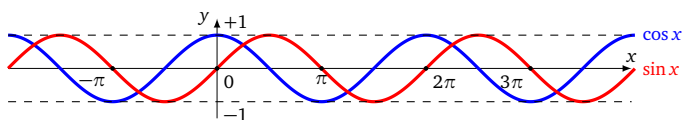
$x$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\tan x$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	

Valeurs que l'on retrouve bien sur le cercle trigonométrique.

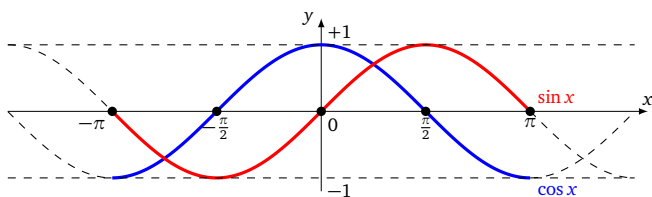


## 1.1 Les fonctions sinus, cosinus, tangente

La fonction cosinus est périodique de période  $2\pi$  et elle est paire (donc symétrique par rapport à l'axe des ordonnées). La fonction sinus est aussi périodique de période de  $2\pi$  mais elle est impaire (donc symétrique par rapport à l'origine).



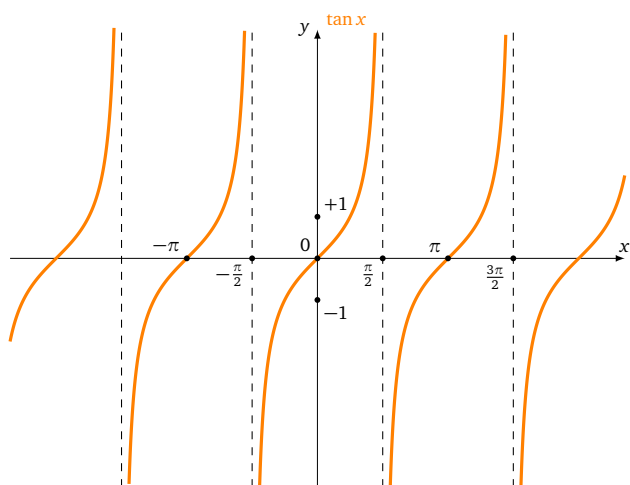
Voici un zoom sur l'intervalle  $[-\pi, \pi]$ .



Pour tout  $x$  n'appartenant pas à  $\{\dots, -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \dots\}$  la tangente est définie par

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

La fonction  $x \mapsto \tan x$  est périodique de période  $\pi$ ; c'est une fonction impaire.



Voici les dérivées :

$$\cos' x = -\sin x$$

$$\sin' x = \cos x$$

$$\tan' x = 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

## 1.2 Les formules d'addition

$$\cos(a+b) = \cos a \cdot \cos b - \sin a \cdot \sin b$$

$$\sin(a+b) = \sin a \cdot \cos b + \sin b \cdot \cos a$$

$$\tan(a+b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b}$$

On en déduit immédiatement :

$$\cos(a-b) = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b$$

$$\sin(a-b) = \sin a \cdot \cos b - \sin b \cdot \cos a$$

$$\tan(a-b) = \frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \cdot \tan b}$$

Il est bon de connaître par cœur les formules suivantes (faire  $a = b$  dans les formules d'addition) :

$$\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$$

$$= 1 - 2 \sin^2 a$$

$$= \cos^2 a - \sin^2 a$$

$$\sin 2a = 2 \sin a \cdot \cos a$$

$$\tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a}$$