Московский государственный университет
имени М. В. Ломоносова
Факультет вычислительной математики и кибернетики

Отчет по заданию №6

«Сборка многомодульных программ. Вычисление корней уравнений и определенных интегралов.»

Вариант 4 / 3 / 1

Выполнил:
студент 103 группы
Михеев Б. М.

Преподаватели:
Дудина И. А.
Кузьменкова Е. А.

Москва
2020

Содержание

Постановка задачи

Требуется вычислить с заданной точностью $\varepsilon = 10^{-3}$ площадь плоской фигуры, ограниченной тремя кривыми, заданными уравнениями:

$f_1(x) = e^x + 2$

$f_2(x) = \frac{-1}{x}$

$f_3(x) = \frac{-2(x+1)}{3}$

Вычислить абсциссы точек пересечения кривых требуется с некоторой точностью ε_1. Точки пересечения кривых $f_i(x)$ и $f_j(x), 1 \leq i, j \leq 3$ находятся путем приближенного решения уравнения $F(x) = f_i(x) - f_j(x) = 0$ методом касательных (Ньютона). Площадь искомой фигуры требуется представить в виде алгебраической суммы определенных интегралов на соответствующих отрезках и вычислить их с точностью ε_2 по квадратурной формуле прямоугольников. Отрезки, на которых будет производиться поиск точек пересечения графиков, погрешности ε_1 и ε_2 и условия применимости методов касательных и прямоугольников требуется определить вручную. Поиск точек пересечения кривых и вычисление определенного интеграла производится отдельными функциями `root` и `integral` соответственно.

Математическое обоснование

Рассмотрим графики функций $f_1(x) = e^x + 2$, $f_2(x) = \frac{-1}{x}$, $f_3(x) = \frac{-2(x+1)}{3}$ (рис.1). Они ограничивают область на плоскости, площадь которой требуется вычислить. Обозначим ее как S.

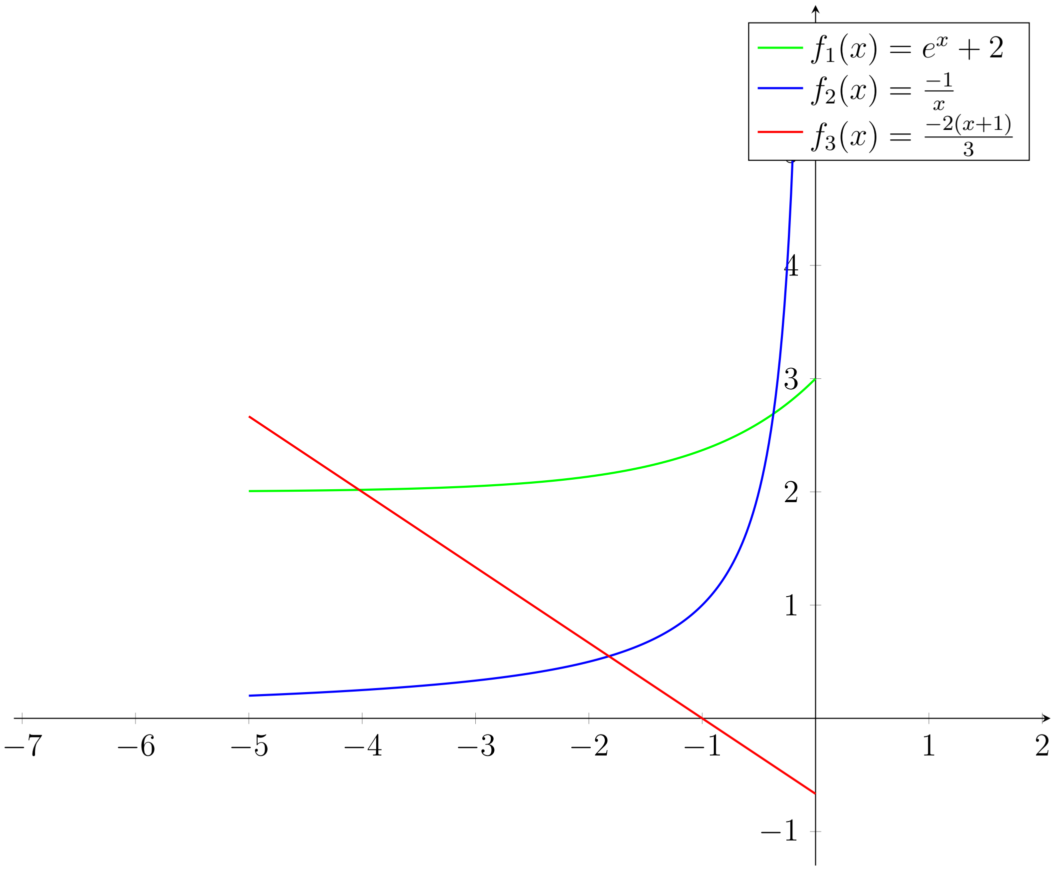

Рис. 1: Плоская фигура, ограниченная графиками заданных уравнений

Пусть x_1 – абсцисса точки пересечения $f_1(x)$ и $f_3(x)$, x_2 – абсцисса точки пересечения $f_2(x)$ и $f_3(x)$, x_3 – абсцисса точки пересечения $f_1(x)$ и $f_2(x)$. По рис.1 видно, что $x_1 \leq x_2 \leq x_3$. Тогда площадь рассматриваемой области S можно вычислить как сумму площадей двух ее частей S_1 и S_2 на отрезках $[x_1, x_2]$ и $[x_2, x_3]$ соответственно. Так как с геометрической точки зрения определенный интеграл от функции на сегменте $[a, b]$ выражает площадь криволинейной трапеции, ограниченной графиком функции, осью OX и прямыми $x = a, x = b$, то площадь S_1 можно найти как разность площади под графиком функции $f_1(x)$ на отрезке $[x_1, x_2]$ и площади под графиком $f_3(x)$ на том же отрезке, т. е. как разность соответствующих определенных интегралов. Аналогично, площадь S_2 можно найти как разность площади под графиком $f_1(x)$ и площади под графиком $f_2(x)$ на сегменте $[x_2, x_3]$ при помощи вычисления соответсвующих определенных интегралов.

Перейдем к вычислению абсцисс точек пересечения графиков функций. В искомых точках должно выполняться условие $f_i(x) = f_j(x) \Leftrightarrow f_i(x) - f_j(x) = 0$, $1 \leq i, j \leq 3$. Обозначим $F_k(x) = f_i(x) - f_j(x)$, $1 \leq k \leq 3$. Получим следующие уравнения:

$F_1(x) = f_1(x) - f_3(x) = e^x + 2 + \frac{2(x+1)}{3} = e^x + \frac{2x}{3} + \frac{8}{3} = 0$
$F_2(x) = f_2(x) - f_3(x) = \frac{-1}{x} + \frac{2(x+1)}{3} = \frac{-1}{x} + \frac{2x}{3} + \frac{2}{3} = 0$
$F_3(x) = f_1(x) - f_2(x) = e^x + 2 + \frac{1}{x} = 0$

Для нахождения корней данных уравнений применим ***метод касательных*** [1] к каждой из функций F_k. Условиями применимости данного метода для функции $F(x)$ на сегменте $[a, b]$ являются непрерывность $F(x)$ на нем, монотонность и сохранение знака первой производной $F'(x)$ на этом же сегменте, и неравенство знаков $F(x)$ на концах отрезка, т. е. условие $F(a)F(b) < 0$. Рассмотрим каждое уравнение и найдем отрезки, на которых к соответствующим функциям будет применим метод касательных.

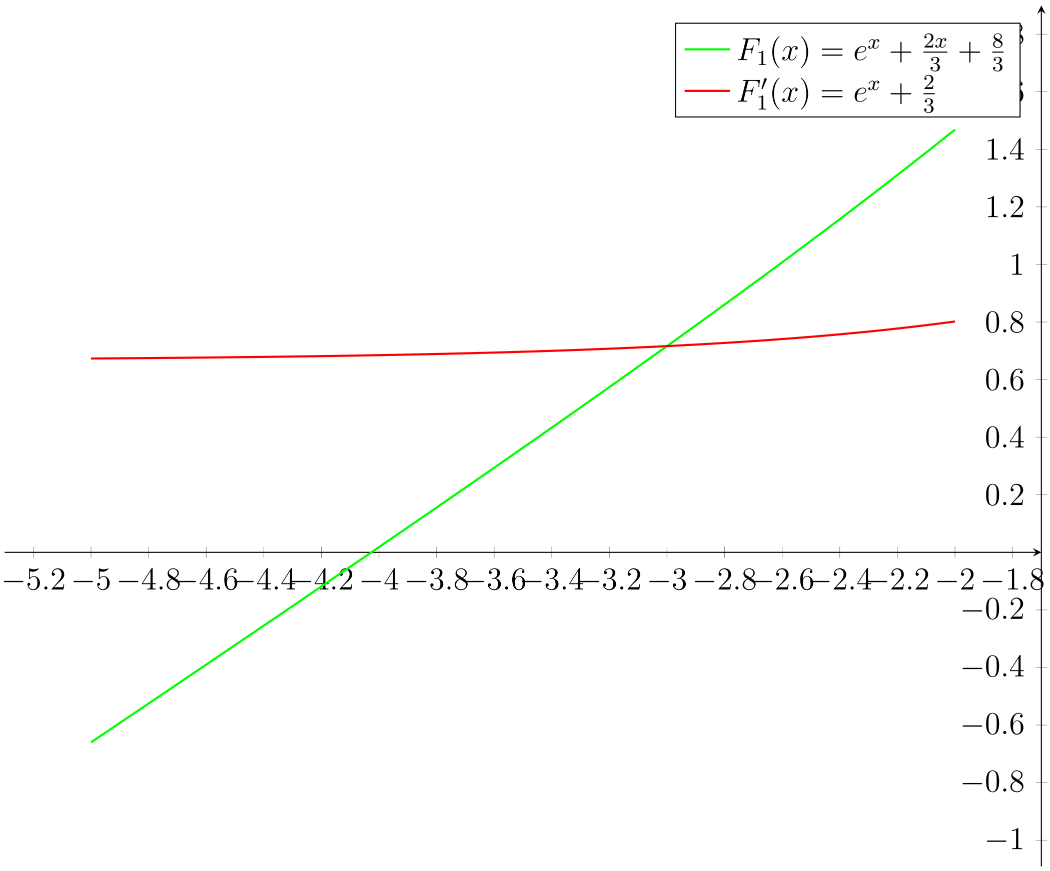

Рис. 2: Функции $F_1(x)$ и $F_1'(x)$

Рассмотрим $F_1(x)$, $F_1'(x)$ и их графики. $F_1(x) = e^x + \frac{2x}{3} + \frac{8}{3}$
$F_1(-5) = \frac{1}{e^5} - \frac{2}{3} < 0$
$F_1(-4) = \frac{1}{e^4} > 0$
$F_1'(x) = e^x + \frac{2}{3} > 0 \ \forall x$, монотонно возрастает в силу свойств функции e^x.

Таким образом, для функции $F_1(x)$ метод применим на отрезке $[-5, -4]$, и на нем локализован искомый корень x_1.

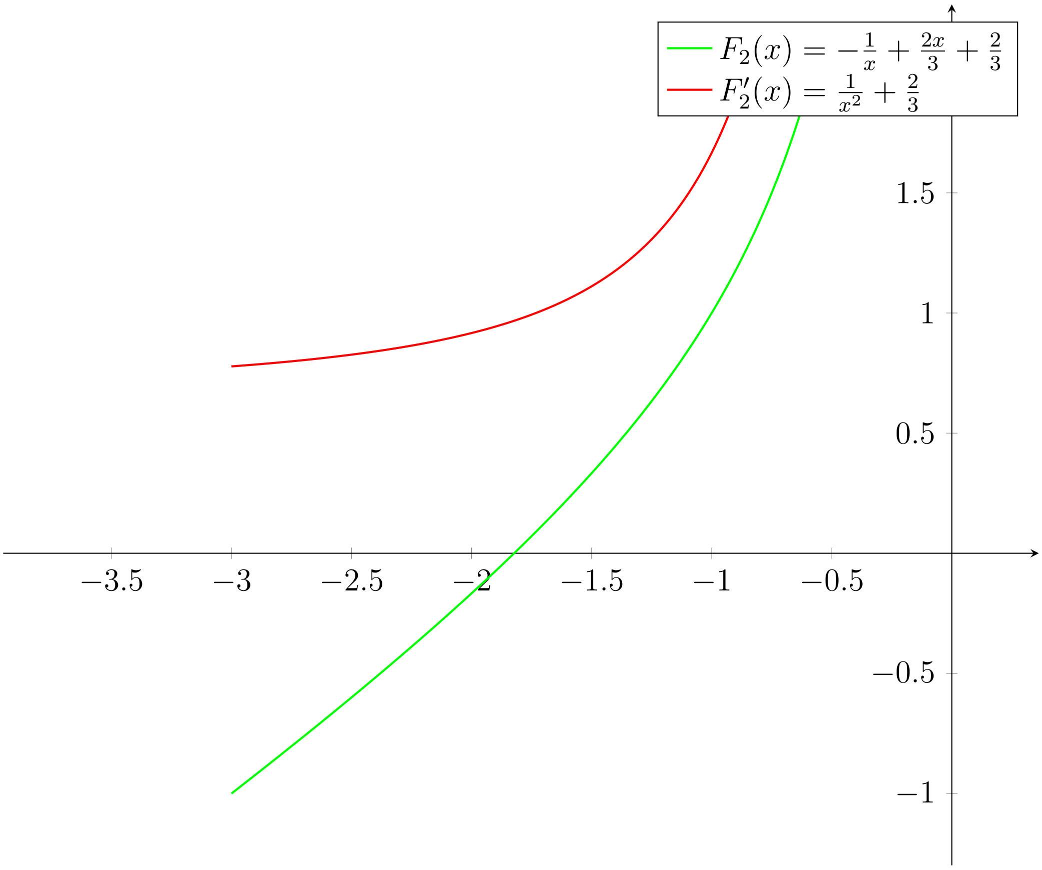

Рис. 3: Функции $F_2(x)$ и $F_2'(x)$

Рассмотрим $F_2(x)$, $F_2'(x)$ и их графики.

$F_2(x) = -\frac{1}{x} + \frac{2x}{3} + \frac{2}{3}$

$F_2(-2) = -\frac{1}{6} < 0$

$F_2(-1) = 1 > 0$

$F_2'(x) = \frac{1}{x^2} + \frac{2}{3} > 0 \ \forall x$, монотонно возрастает на $(-\infty, 0)$.

Таким образом, к функции $F_2(x)$ метод применим на отрезке $[-2, -1]$, на нем располагается искомый корень x_2.

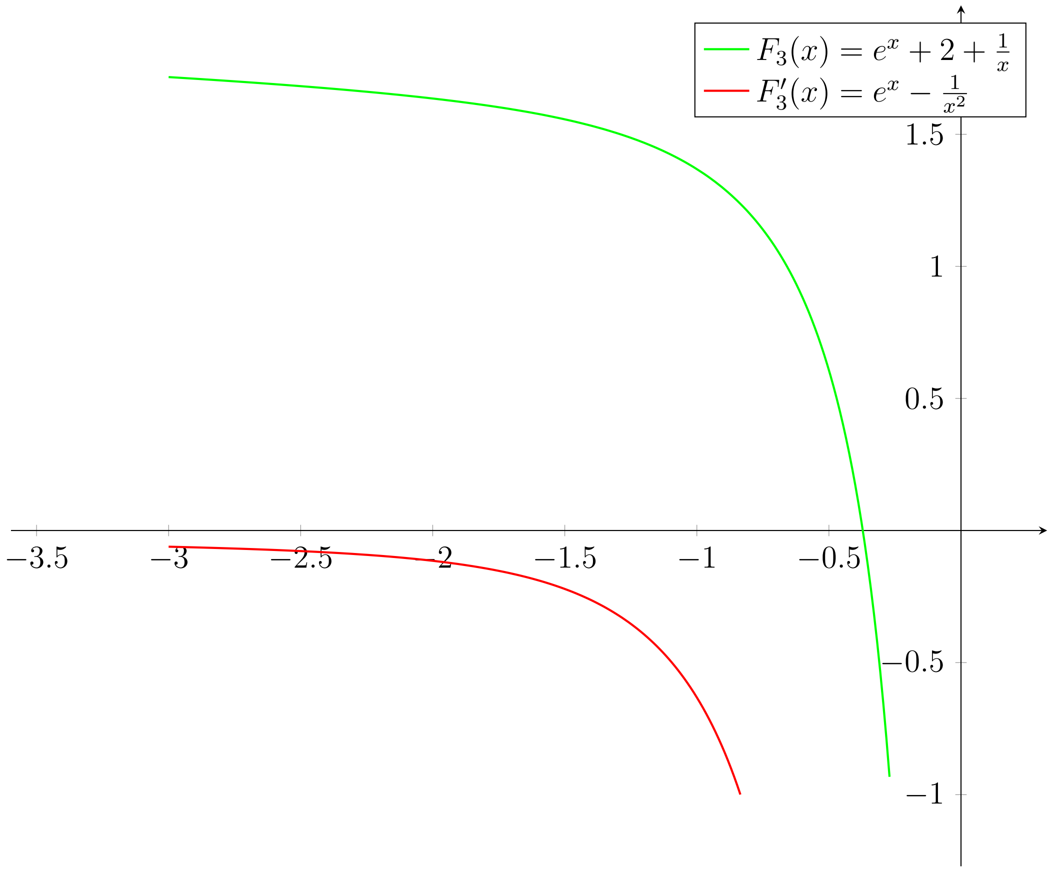

Рис. 4: Функции $F_3(x)$ и $F_3'(x)$

Рассмотрим $F_3(x)$, $F_3'(x)$ и их графики.

$F_3(x) = e^x + 2 + \frac{1}{x}$

$F_3(-1) = \frac{1}{e} + 1 > 0$

$F_3(-0.25) = \frac{1}{e^{\frac{1}{4}}} - 2 < 0$

$F_3'(x) = e^x - \frac{1}{x^2} < 0 \ \forall x \in (-\infty, 0]$, т. к. при $x \in (-1, 0)$ $e^x \in (\frac{1}{e}, 1)$, $\frac{1}{x^2} > 1 \Rightarrow e^x - \frac{1}{x^2} < 0$; при $x \in (-\infty, 1]$, $\frac{1}{e^{|x|}} < \frac{1}{x^2}$ в силу большего роста e^x при $|x| \to +\infty$ $\Rightarrow e^x - \frac{1}{x^2} < 0$. Также $F_3'(x)$ монотонно убывает на $(-\infty, 0)$.

Таким образом, к функции $F_3(x)$ метод касательных применим на отрезке $[-1, -0.25]$, где локализован корень x_3.

В методе касательных выделяются два начальных случая. В первом знаки первой и второй производной функции различны, т. е. $F'(x)F''(x) < 0$. Тогда в качестве первого приближения берется левая граница отрезка $[a, b]$, на котором ищется корень, и в точке $(a, F(a))$ проводится касательная. Во втором знаки производных совпадают, т. е. $F'(x)F''(x) > 0$. В таком случае в качестве начальной точки берется правая граница отрезка, и касательная проводится через точку $(b, F(b))$. Далее строится итерационная последовательность $x_{n+1} = x_n - \frac{F(x_n)}{F'(x_n)}$, где x_n – значение предыдущего приближения, x_{n+1} – значение нового приближения, абсцисса точки пересечения касательной, проведенной к кривой в точке $(x_n, F(x_n))$ с осью OX. Далее касательная проводится в точке $(x_{n+1}, F(x_{n+1}))$ и процедура повторяется. Процесс будет продолжаться до тех пор, пока значения функции в точках x_n и $x_n \pm \varepsilon_1$ не станут разных знаков, т. е. $F(x_{n+1})F(x_{n+1} \pm \varepsilon_1) \leq 0$. Данное условие означает, что в ходе метода мы достаточно близко подошли к искомому корню с учетом погрешности ε_1. Таким образом будет происходить приближение и корню слева или справа в зависимости от начального случая.

Так как метод применяется к функциям, для которых соблюдены условия применимости, т. е. они непрерывны на отрезке, имеют монотонную и сохраняющую знак производную на нем, а значит, являются также монотонными, и принимают на границах отрезка значения противоположных знаков, то для выяснения знака первой производной при определении начального случая достаточно рассмотреть значение функции в левой границе отрезка. Если оно отрицательно, то производная положительна на отрезке, если положительно – то отрицательна. Для определения знака второй производной требуется выяснить расположение графика функции $F(x)$ на рассматриваемом отрезке $[a, b]$ и хорды, соединяющей точки $(a, F(a))$ и $(b, F(b))$. Для этого достаточно сравнить значение $F(\frac{a+b}{2})$ функции в середине отрезка (т. е. ординату точки на кривой) и значение $\frac{F(a)+F(b)}{2}$ (т. е. ординату точки на хорде с той же абсциссой). Если $F(\frac{a+b}{2}) < \frac{F(a)+F(b)}{2}$, то график F целиком лежит под хордой на отрезке $[a, b]$, т. е. вторая производная $F''(x) > 0$. В противном случае график функции располагается над хордой, т. е. $F''(x) < 0$.

Из графиков функций $F_1(x)$, $F_2(x)$, $F_3(x)$ и их производных на выбранных отрезках следует, что для каждой из них имеет место случай $F'(x)F''(x) > 0$, т. е. для каждой функции приближение корня будет происходить справа.

Перейдем к вычислению определенных интегралов ***методом прямоугольников*** [1]. Метод состоит в следующем. На начальном шаге отрезок интегрирования разбивается на n равных частей длиной $\frac{b-a}{n}$, далее вычисляются и суммируются площади прямоугольников со сторонами $\frac{b-a}{n}$, $f(a + (i + \frac{1}{2})\frac{b-a}{n})$, $1 \le i \le n-1$, т. е. площадь криволинейной трапеции приближается площадями прямоугольников. Таким образом, получаем первое приближение интеграла I_n. Далее число разбиений n удваивается, и аналогичным образом вычисляется следующее приближение I_{2n}. Для сравнения текущего и предыдущего приближений и оценки погрешности вычисления интеграла используется ***правило Рунге***: $\varepsilon_2 \approx \Theta|I_{2n} - I_n|$, где $\Theta = \frac{1}{3}$ в случае метода прямоугольников. В итоге процесс вычисления приближений будет продолжаться до тех пор, пока не получим $\frac{1}{3}|I_{2n} - I_n| < \varepsilon_2$, т. е. пока не вычислим значение интеграла с погрешностью, удовлетворяющей заданной ошибке ε_2.

Оценим погрешности нахождения корней уравнений ε_1 и вычисления определенных интегралов ε_2 с учетом соблюдения общей точности $\varepsilon = 10^{-3}$.

Точки пересечения кривых, т. е. корни уравнений $F_i(x) = 0$, $1 \le i \le 3$, находятся с точностью ε_1. Пусть x_1, x_2, x_3 – истинные значения корней для $F_1(x)$, $F_2(x)$, $F_3(x)$ соответсвенно. Так как приближение к корням для каждой из функций производится справа, то приближенные решения, полученные в ходе метода касательных, будут находиться на интервалах $(x_1, x_1+\varepsilon_1)$, $(x_2, x_2+\varepsilon_1)$, $(x_3, x_3 + \varepsilon_1)$ соответственно. Оценим вклад ошибки ε_1 в вычисление площади. Искомая площадь S вычисляется как сумма площадей S_1 и S_2, каждая из них находится как разность интегралов от соответствующих функций. Каждый из интегралов вычисляется с погрешностью ε_2 на отрезке вида $[a, b]$, где a, b – найденные с погрешностью ε_1 точки пересечения графиков. Тогда вклад ε_1 в значение интеграла выразится в подсчете лишней или же избыточной площади на концах отрезка интегрирования. Для каждой из функций ее можно ограничить сверху прямоугольником со сторонами ε_1 и $max|f_i(x)|$, где $max|f_i(x)|$ – наибольшее по модулю значение функции на отрезке локализации соответствующей точки. В качестве такого отрезка можно взять отрезок, на котором расположены все точки x_1, x_2, x_3. С учетом выбранных сегментов, на которых будет применяться метод касательных для каждой из функций, можно взять отрезок $[-5, -0.25]$. Функции $f_1(x)$, $f_2(x)$ монотонно возрастают на нем, принимают максимальное по модулю значение на правом конце отрезка, $f_3(x)$ монотонно убывает на этом сегменте, принимает максимальное по модулю значение на левом конце отрезка. Получим:

$max|f_1(x)| = |f_1(-0.25)| = e^{-0.25}+2, max|f_2(x)| = |f_2(-0.25)| = 4, max|f_3(x)| = |f_3(-5)| = \frac{8}{3}$.

В итоге погрешность вычисления интеграла функции $f_i(x)$ не превысит величины $\varepsilon_2 + 2\varepsilon_1 max|f_i(x)|$, так как оба конца отрезка интегрирования вычислены с погрешностью ε_1. Тогда максимальная погрешность вычисления S_1 составит $2\varepsilon_2 + 2\varepsilon_1(e^{-0.25} + \frac{14}{3})$, погрешность вычисления S_2 не превысит $2\varepsilon_2 + 2\varepsilon_1(e^{-0.25} + 6)$. По условию суммарная ошибка при вычислениях должна составлять $\varepsilon = 10^{-3} \Rightarrow 4\varepsilon_2 + 2\varepsilon_1(2e^{-0.25} + \frac{32}{3}) \le \varepsilon = 10^{-3}$

Таким образом, можем взять: $\varepsilon_1 = 10^{-5}$, $\varepsilon_2 = 1.5 \cdot 10^{-4}$, так как $6 \cdot 10^{-4} + 2(2e^{-0.25} + \frac{32}{3}) \cdot 10^{-5} < 10^{-3}$.

Результаты экспериментов

В Таблице 1 приведены результаты работы функции `root`, вычисляющей абсциссы точек пересечения графиков заданных функций $f_1(x)$, $f_2(x)$ и $f_3(x)$, и число итераций, за которое данное решение было получено.

Кривые	x	y	Число итераций
$f_1(x)$ и $f_3(x)$	-4.026739	2.017832	1
$f_2(x)$ и $f_3(x)$	-1.822876	0.548584	4
$f_1(x)$ и $f_2(x)$	-0.371819	2.689479	4

Таблица 1: Координаты точек пересечения и число итераций

Вычисленная программой площадь искомой области составляет $3,564$. При уменьшении ε_1 и ε_2 не происходит изменений в 6 разрядах результата после запятой, что свидетельствует о соблюдении установленной точности $\varepsilon = 10^{-3}$.

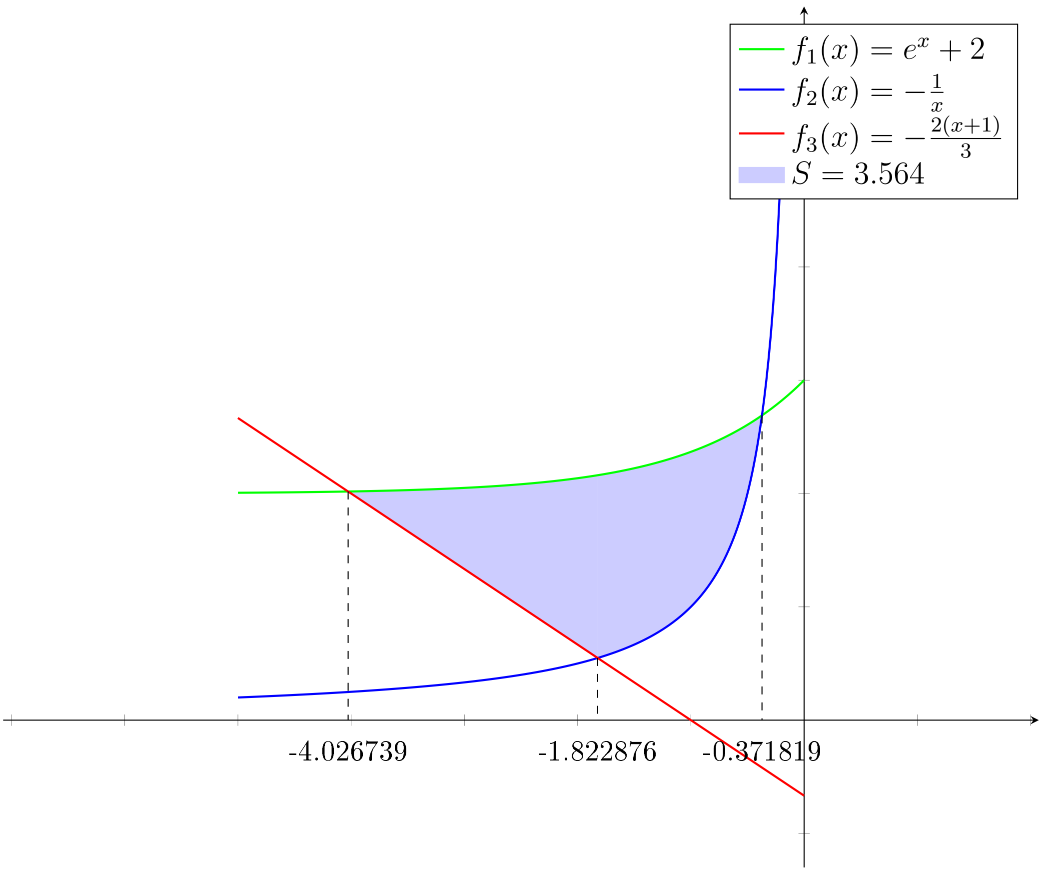

Рис. 5: Плоская фигура, ограниченная графиками заданных уравнений

Структура программы и спецификация функций

Программа состоит из следующих модулей:

- `main.c` – основной модуль программы, содержащий функции `root` и `integral` вычисления точек пересечения графиков и определенных интегралов, а также функции `help` и обработку флагов командной строки.

- `test.c` – вспомогательный модуль, содержит функцию `test` тестирования функций `root` и `integral` и обработку соответствующих аргументов командной строки.

- `funclist.c` – модуль, содержащий реализации математических функций для тестирования функций `root` и `integral` и функцию `funclist`, выводящую в консоль список доступных функций и указания по использованию функции `test`.

- `functions.asm` – модуль, содержащий реализации функций $f_1(x)$, $f_2(x)$ и $f_3(x)$ из условий задания и их производных, требующихся в методе касательных.

В программе используются следующие глобальные переменные:

- `int flags[4]` – массив, хранящий информацию о введенных флагах. Значение 0 в соответсвующей ячейке означает, что флаг не был указан, значение 1 – флаг был введен. Элементы данного массива отвечают следующим флагам:

  – `flags[0]` – соответствует флагу `-test`, запускающему функцию `test` с соответствующими параметрами.

  – `flags[1]` – соответствует флагу `-iter`, указывающему выводить на экран число итераций, за которое были найдены координаты точек пересечения определенных функций в ходе работы функции `root`.

  – `flags[2]` – соответствует флагу `-isect`, указывающему вывести на экран координаты точек пересечений, найденных в ходе работы функции `root`.

  – `flags[3]` – соответствует флагу `-debug`, указывающему запустить программу в режиме отладки, т. е. с выводом всех промежуточных данных (текущие значения приближений корней уравнений или значений интегралов, число итераций и разбиений, номер текущей итерации, с какой стороны идет приближение корня и т. д.), получаемых в ходе работы программы.

- `eps1` – точность приближенного вычисления абсцисс точек пересечения кривых методом касательных, вычислена аналитически.

- `eps2` – точность приближенного вычисления интегралов методом прямоугольников, вычислена аналитически.

Программа использует следующие файлы:

- `library.h` – содержит объявления функций из модуля `functions.asm`
- `help.txt` – содержит описание возможностей программы, список доступных опций запуска, их функциональность и формат их использования. Выводится в консоль функцией `help` при указании ключа `-help`.
- `funclist.txt` – содержит список функций, доступных для тестирования функций `root` и `integral` функцией `test`, и указание формата аргументов функции `test`. Выводится в консоль функцией `funclist` при указании ключа `-funclist`.

Программа содержит следующие функции:

- `int main(int argc, char **argv)` – основная функция, принимает на вход `argc` параметров командной строки `argv` и запускает соответствующие функции в зависимости от ввода, его корректности и указанных ключей, формирует значения элементов массива `flags`.
- `double root(double (*f)(double), double (*g)(double), double (*df)(double), double (*dg)(double), double a, double b, double eps)` – функция вычисления корня уравнения $f(x) - g(x) = 0$ методом касательных с заданной точностью `eps`. Принимает на вход указатели на функции `f` и `g`, их производные `df` и `dg`, границы отрезка локализации корня `a` и `b` и точность `eps`. Возвращает значение абсциссы искомой точки пересечения функций f и g.
- `double integral(double (*f)(double), double a, double b, double eps)` – функция вычисления определенного интеграла от функции f на отрезке $[a, b]$ с заданной точностью `eps` методом прямоугольников. Принимает на вход указатель на функцию `f`, границы отрезка интегрирования `a` и `b`, точность `eps`. Возвращает значение соответствующего определенного интеграла.
- `void test(int argc, char **argv)` – функция тестирования функций `root` и `integral`. Принимает на вход содержимое командной строки. При указании флага `root` запускает тестирование `root` со следующими аргументами:

  ```
  ./program -test root fno1 fno2 a b eps
  ```

  где `fno1, fno2` – номера функций из списка доступных для тестирования (из файла `funclist.c`), `a, b` – границы отрезка локализации корня, `eps` – точность вычисления.

  При указании флага `integral` запускает тестирование `integral` со следующими аргументами:

  ```
  ./program -test integral fno a b eps
  ```

  где `fno` – номер функции из `funclist.c`, `a, b` – границы отрезка интегрирования, `eps` – точность вычисления.

Также опционально может принимать флаги `-iter, -debug, -isect`.

- `void funclist(void)` – выводит в консоль содержимое файла `funclist.txt` со списком доступных к тестированию функций и форматом входных данных.
- `void help(void)` – выводит в консоль содержимое файла `help.txt` со списком доступных опций работы программы и описанием их функционала.
- `double` f_i`(double x)`, где $i \in [1, 7]$ – функции из `funclist.c` для тестирования `root` и `integral`. Принимают вещественное число `x`, возвращают значение соответсвующей функции от `x`.
- `double` df_i`(double x)`, где $i \in [1, 7]$ – производные функций из `funclist.c`. Принимают вещественное число `x`, возвращают значение соответсвующей функции от `x`.
- `F1, F2, F3` – функции из `functions.asm` из условия задания. Принимают на вход вещественное число. Возращают значение соответствующей функции от принятого аргумента.
- `DF1, DF2, DF3` – производные функций из `functions.asm` из условия задания. Принимают на вход вещественное число. Возращают значение соответствующей функции от принятого аргумента.

Сборка программы (Make-файл)

На рис. 6 изображено строение программы и зависимости между ее модулями.

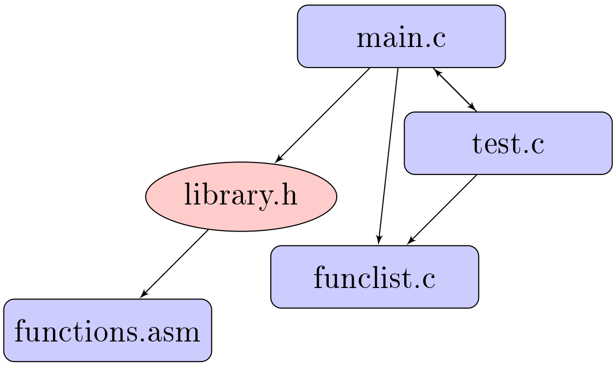

Рис. 6: Структура программы и зависимости между модулями

В модуле `main.c` присутсвуют объявления функции `test`, определенной в модуле `test.c`, и функции `funclist`, определенной в модуле `funclist.c`. Также к модулю `main.c` подключен заголовочный файл `library.h`, в котором присутствуют объявления функций `F1, F2, F3, DF1, DF2, DF3`, определенных в модуле `functions.asm`.

В модуле `test.c` присутствуют объявления массива `flags`, переменных `eps1` и `eps2` и функций `root` и `integral`, определенных в модуле `main.c`.

Сборка программы осуществляется при помощи утилиты `make`. Содержимое `Makefile`-а, список соответсвующих целей и зависимостей представлен ниже.

```
all: program
program: main.o functions.o test.o
	gcc -m32 -o program main.o functions.o test.o -lm
main.o: main.c library.h
	gcc -m32 -c -o main.o main.c
functions.o: functions.asm
	nasm -f elf32 -o functions.o functions.asm
funclist.o: funclist.c
	gcc -m32 -c -o funclist.o funclist.c
test.o:
	gcc -m32 -c -o test.o test.c
clean:
	rm -f main.o functions.o funclist.o test.o
```

Отладка программы, тестирование функций

Тестирование функции `root` проводилось на следующих функциях из модуля `funclist.c`:

1. $f_1(x) = \sqrt{5-x}$, $f_2(x) = x+1$, отрезок: $[0,2]$, точность: 0.01.

   Поиск точки сводится к нахождению корня уравнения $F(x) = f_1(x) - f_2(x) = \sqrt{5-x} - x - 1 = 0$. На отрезке $[0,2]$:

   1. $F(0) = \sqrt{5} - 1 > 0$
   2. $F(2) = \sqrt{3} - 3 < 0$
   3. $F'(x) = -\frac{1}{2\sqrt{5-x}} - 1 < 0 \; \forall x \in [0,2]$
   4. $F''(x) = -\frac{1}{4(5-x)^{\frac{3}{2}}} < 0 \; \forall x \in [0,2]$

   Таким образом, к функции $F(x)$ будет применим метод касательных на указанном отрезке, приближение корня будет производиться справа, т. к. $F'(x)F''(x) > 0 \; \forall x \in [0,2]$.

   Найденный функцией корень: 1.004132.

2. $f_1(x) = -x^2 + 4$, $f_2(x) = e^x$, отрезок: $[-2,-1]$, точность: 0.001.

   Поиск точки сводится к решению уравнения $F(x) = f_1(x) - f_2(x) = -x^2 + 4 - e^x = 0$. На отрезке $[-2,-1]$:

   1. $F(-2) = -4 + 4 - e^{-2} < 0$
   2. $F(-1) = -1 + 4 - \frac{1}{e} > 0$
   3. $F'(x) = -2x - e^x > 0 \; \forall x \in [-2,-1]$
   4. $F''(x) = -e^x - 2 < 0 \; \forall x \in [-2,-1]$

   Таким образом, к функции $F(x)$ будет применим метод касательных на указанном отрезке, приближение корня будет производиться слева, т. к. $F'(x)F''(x) < 0 \; \forall x \in [-2,-1]$.

   Найденный функцией корень: -1.964981

3. $f_1(x) = x^3$, $f_2(x) = \frac{x^2}{2} + 3x$, отрезок: $[1.5,3]$, точность: 0.0001.

   Поиск точки сводится к решению уравнения $F(x) = f_1(x) - f_2(x) = x^3 - \frac{x^2}{2} - 3x = 0$. На отрезке $[1.5,3]$:

   1. $F(1.5) = \frac{27}{8} - \frac{9}{8} - \frac{9}{2} < 0$
   2. $F(3) = 27 - \frac{9}{2} - 9 > 0$
   3. $F'(x) = 3x^2 - x - 3 > 0 \; \forall x \in [1.5,3]$.
   4. $F''(x) = 6x - 1 > 0 \; \forall x \in [1.5,3]$.

   Таким образом, к функции $F(x)$ будет применим метод касательных на указанном отрезке, приближение корня будет производиться справа, т. к. $F'(x)F''(x) > 0 \; \forall x \in [1.5,3]$.

   Найденный функцией корень: 2.000010

Тестирование функций `integral` проводилось на следующих функциях из модуля `funclist.c`:

1. $f(x) = \sqrt{x+3}$, отрезок: $[-2.75, 11]$, точность: 0.0001.

   Вычисленное функцией значение интеграла: 34.838869.

2. $f(x) = e^x$, отрезок: $[-2, 2]$, точность: 0.001.

   Вычисленное функцией значение интеграла: 7.252965.

3. $f(x) = x^3$, отрезок: $[3, 21]$, точность: 0.01.

   Вычисленное функцией значение интеграла: 48599.997330.

Стоит отметить, что при вычислении абсцисс точек пересечения и при вычислении интегралов была соблюдена задаваемая точность.

Программа на Си и на Ассемблере

Файлы с исходным кодом программы находятся в одном архиве вместе с данным отчетом. Модули `main.c`, `funclist.c`, `test.c` написаны на языке Си, модуль `functions.asm` – на языке ассемблера `NASM`.

Анализ допущенных ошибок

В ходе написания программы были допущены описки в коде, приведшие к некорректным результатам для определенных входных данных. Также первоначально присутсвовали недочеты при аналитическом вычислении погрешностей ε_1 и ε_2.

Список литературы

[1] Ильин В. А., Садовничий В. А., Сендов Бл. Х. Математический анализ. Т. 1 — Москва: Наука, 1985.