Scuola di Ingegneria Industriale

Laurea in Ingegneria Energetica

Laurea in Ingegneria Meccanica

POLITECNICO DI MILANO

Dipartimento di Elettronica, Informazione e Bioingegneria

Informatica B

Sezione D

Franchi Alessio Mauro, PhD *alessiomauro.franchi@polimi.it*

Codifica dell'informazione

Ci serve un modo per **rappresentare le informazioni**, utilizzando un determinato insieme di simboli, l'**alfabeto** “A”

Esempio: la codifica decimale, che usiamo quotidianamente!

$A = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}; |A| = 10;$

Notazione posizionale: è fondamentale la posizione di ogni cifra all'interno del numero; nel caso della notazione decimale ogni cifra corrisponde ad una potenza di dieci.

Un numero è una sequenza di cifre $c_n, c_{n-1}, \ldots, c_1$, che rappresenta il numero

$c_n \times 10^{n-1} + c_{n-1} \times 10^{n-2} \times \ldots \times c_1 \times 10^0$

Esempio: $27 = 2 \times 10^1 + 7 \times 10^0 = 20+7;$

Codifica dell'informazione

Codifiche notevoli:

Esadecimale, A = {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F}
Ottale, A = {0,1,2,3,4,5,6,7}
Binaria, A = {0,1}, usata dal computer!

Attenzione, per ora parliamo dei naturali!

Numeri binari naturali: la sequenza

$b_n\ b_{n-1}\ \ldots\ b_1$ con $b_i \in \{0, 1\}$

rappresenta il numero

$b_n \times 2^{n-1} + b_{n-1} \times 2^{n-2} + \ldots + b_1 \times 2^0$

Con n bit rappresento 2^n numeri: $[0;2^{n-1}]$. Come mai?

DEC ⟶ BIN: metodo dei resti

BIN ⟶ DEC: calcolo delle potenze

Codifica dell'informazione

1) Convertire il numero binario naturale 10011011 in base dieci
2) Convertire il numero binario naturale 111010 in base dieci
3) Convertire il numero 87 in binario naturale usando il minor numero possibile di bit.
4) Convertire il numero 127 in binario naturale usando il minor numero possibile di bit.

Codifica dell'informazione

Conversioni rapide:

Ricordatevi le potenze di due: [1,2,4,8,16,32,64,128,256,512]

In più in binario abbiamo una notazione abbreviata (come per tutte le unità di misura)

$K=2^{10}=1.024 \approx 10^{3}$ (Kilo)

$M=2^{20}=1.048.576 \approx 10^{6}$ (Mega)

$G=2^{30}=1.073.741.824 \approx 10^{9}$ (Giga)

$T=2^{40}=1.099.511.627.776 \approx 10^{12}$ (Tera)

Quindi:

$2^{17} = 2^{7+10} = \underbrace{2^{7}}_{128} \times \underbrace{2^{10}}_{1024,\ 1K} = 128$ K (circa!). Si legge 128 milioni

Codifica dell'informazione

Conversioni rapide al contrario:

$$10^n = (2^{10})^{n/3} = 2^{10 \times n/3}$$

Codifica dell'informazione

5) Quanto vale 2^{24} in decimale?
6) Quanto vale 2^{31} in decimale?
7) Quanto vale 2^{18} in decimale?
8) Quanto vale 2^{45} in decimale?
9) Quanto vale 10^{9} in binario?
10) Quanto vale 10^{15} in binario?
11) Quanto vale 10^{16} in binario?
12) Quanto vale 10^{25} in binario?

Codifica dell'informazione

Come rappresentare in binario i numeri naturali?

Modulo e segno (M&S): il primo bit a sinistra rappresenta il segno,

0 +;

1 -;

Esempi su 6 bit (1+5bit):

000000 = +0;

100100 = -4;

000101 = +5;

Complemento a 2 (C_2): il primo bit (detto **bit di segno**) ha peso negativo

la sequenza

$b_n\ b_{n-1}\ \ldots\ b_1$ con $b_i \in \{0, 1\}$

rappresenta il numero

$-b_n \times 2^{n-1} + b_{n-1} \times 2^{n-2} + \ldots + b_1 \times 2^0$

Esempi:

000 = 0;

101 = -3;

011 = 3;

Codifica dell'informazione

Come si inverte (opposto) un numero in C_2?

- Si nega (inverte) ogni bit del numero
- Si somma 1 alla posizione meno significativa

Intervalli di rappresentazione

Modulo e segno a $n \geq 2$ bit: $(-2^{n-1}, 2^{n-1})$

C_2 a $n \geq 2$ bit: $[-2^{n-1}, 2^{n-1})$

Come converitire da decimale a C_2?

- Trascurando il segno del numero decimale, convertirlo con il metodo dei resti;
- Aggiungere un bit 0 in testa alla sequenza ottenuta;
- Se il numero decimale era negativo, calcolarne l'oppsto.

Codifica dell'informazione

13) Convertire il numero 10011011 in base dieci, supponendo sia codificato in complemento a due.

14) Convertire il numero 10011011 in base dieci, supponendo sia codificato in module e segno

13) Convertire il numero 01001011 in base dieci, supponendo sia codificato in complemento a due.

14) Convertire il numero 01001011 in base dieci, supponendo sia codificato in module e segno

15) Convertire il numero -87 in complemento a 2 usando il minor numero possibile di bit.

16) Convertire il numero -87 in module e segno usando il minor numero possibile di bit.

17) Convertire il numero 24 in complemento a 2 usando il minor numero possibile di bit.

18) Convertire il numero 24 in module e segno usando il minor numero possibile di bit.

Codifica dell'informazione

Addizione naturale: funziona come in base 10;

Overflow: il risultato corretto dell'addizione eccede il potere di rappresentazione dei bit a disposizione!

Addizione algebrica: algoritmo identico al precedente;

Overflow come prima, ma si può avere overflow senza riporto perduto, e si può avere riporto perduto senza overflow

Come capire se ci sarà overflow?

Addendi discordi: non si verifica mai!

Addendi concordi: si verifica sse il risultato è discorde

Codifica dell'informazione

19) Sommare 37 e 12 dopo averli convertiti in base 2

20) Sommare -32 e -31 dopo averli convertiti in base 2, utilizzando il complemento a due con 6 bit. Si determini se si verifica overflow oppure no.

21) Sommare i valori 010111 e 111010, espressi in complemento a due in 6 bit. Si determini se si verifica overflow oppure no.

Codifica dell'informazione

Numeri frazionari:

Virgola fissa: parte intera+parte frazionari ciascuna di un numero fisso di cifre;

Virgola mobile;

Virgola fissa, da bin a dec

La codifica di una parte frazionaria 0,x con n bit

$$0, b_n\ b_{n-1}\ ...\ b_1$$

Equivale a

$$b_n \times 2^{-1} + b_{n-1} \times 2^{-2} + \ldots + b_1 \times 2^{-n}$$

Virgola fissa, da dec a bin

Si usa il duale del metodo dei resti!

Attenzione: non sempre termina, a volte non si può rappresentare il numero decimale in binario in modo esatto

Codifica dell'informazione

Virgola mobile: è usata spesso in base 10 (si chiama notazione scientifica)

$0,234 \times 10^6$

$R = M \times B^E$ (M = mantissa,un numero frazionario E= esponente, intero) e si usano m≥1 bit per la M e n≥1bit per E

Codifica dell'informazione

19)Considerare il numero 7.45, e rispondere ai seguenti quesiti:

1) Utilizzando la rappresentazione in virgola fissa con 4 bit per la parte intera e 8 bit per la parte frazionaria:

   a. Calcolare la rappresentazione del numero.

   b. Riconvertire il valore in decimale, giustificando il risultato ottenuto.

2) Utilizzando la rappresentazione in virgola mobile secondo lo standard IEEE 754-1985 in precisione singola (1 bit per il segno, 8 bit per l'esponente e 23 bit per la mantissa):

   a. Calcolare la rappresentazione del numero.

   b. Riconvertire il valore in decimale, giustificando il risultato ottenuto.

20) Convertire -134.3125 usando la precisione singola dello standard IEEE 754-1985. La rappresentazione trovata ha introdotto approssimazioni?

21) Considerare il numero -0.625.

1) Rappresentarlo in virgola fissa, con 4 bit per la parte intera e 4 bit per la parte frazionaria.

2) Rappresentarlo in virgola mobile, secondo lo standard IEEE 754-1985