

ДЗ н18 (26 мая).

Задача ДЗ-н18-1 (6 баллов).

Точная динамика во вращающемся магнитном поле. Магнитное поле B , наклонённое под углом θ к оси z , равномерно вращается вокруг этой оси с частотой ω . В начальный момент времени спин $s = 1/2$ (обладающий магнитным моментом μ) направлен по полю.

а) (3 балла) Найти спинор по истечении одного периода вращения магнитного поля (задачу решить точно).

б) (1 балл) Найти результат в главном порядке в случае быстрого вращения, $\omega \gg \omega_B = \mu B/\hbar$.

в) (2 балла) Найти результат в главном порядке в случае медленного ($\omega \ll \omega_B$) вращения. Ответ будет иметь вид начального спинора, домноженного на фазовый множитель. Фаза будет иметь два вклада. Первый — «динамическая» фаза, возникающая из множителя $\exp(-\frac{i}{\hbar}E_{\uparrow}t)$, где E_{\uparrow} — собственное значение мгновенного гамильтониана, отвечающее состоянию со спином, направленным по полю. Оставшийся второй вклад — это «геометрическая» фаза (связанная с геометрией задачи). Найдите геометрическую фазу.

Задача ДЗ-н18-2 (2 балла).

На заряженный осциллятор, находящийся при $t \rightarrow -\infty$ в основном состоянии, накладывается однородное электрическое поле вида

$$\mathcal{E}(t) = \mathcal{E}_0 e^{-|t|/\tau}.$$

Найти вероятности возбуждения различных состояний осциллятора при $t \rightarrow +\infty$ в первом порядке адиабатической теории возмущений. Указать условия применимости полученных результатов.

Задача ДЗ-н18-3* (3 балла).

На плоский ротатор, имеющий дипольный момент d и находящийся в основном состоянии, при $t > 0$ накладывается однородное электрическое поле вида $\mathcal{E}(t) = \mathcal{E}(t)\mathbf{n}_0$, где $\mathcal{E}(t) = \mathcal{E}_0(1 - e^{-t/\tau})$. Найти функцию распределения по проекциям момента ротатора при $t \rightarrow +\infty$ в случае $d\mathcal{E}_0I \gg \hbar^2$, но $d\mathcal{E}_0I^2 \ll \tau\hbar^3$ (сильное медленно включаемое поле).