

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ

Факультет физики

Лабораторная работа

«Длинные линии»

Работу выполнил студент 2 курса  
Захаров Сергей Дмитриевич



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ

Москва  
2019

# Содержание

<b>1. Цель работы</b>	<b>2</b>
<b>2. Описание метода выполнения работы</b>	<b>2</b>
2.1. Определение волнового сопротивления кабеля . . . . .	2
2.2. Определение скорости распространения волны в кабеле . . . . .	3
2.3. Определение входного сопротивления кабеля в различных состояниях. Определе- ние удельного сопротивления . . . . .	4
2.4. Определение погонных сопротивления, индуктивности с помощью анализатора цепей . . . . .	6
<b>3. Выполнение работы</b>	<b>6</b>
3.1. Параметры кабеля . . . . .	6
3.2. Определение волнового сопротивления кабеля . . . . .	7
3.3. Определение скорости распространения волны в кабеле . . . . .	8
3.4. Определение погонного сопротивления кабеля в различных состояниях и удель- ного сопротивления материала кабеля . . . . .	9
3.5. Работа с анализатором данных . . . . .	11

## 1. Цель работы

Перед началом работы были поставлены следующие цели:

- 1) Определить волновое сопротивление кабеля.
- 2) Определить скорость распространения волны в кабеле.
- 3) Определить удельное сопротивление материала кабеля и его погонную индуктивность.
- 4) Найти зависимость погонных индуктивности и сопротивления от частоты.

## 2. Описание метода выполнения работы

Все приведенное ниже будет получаться на основании следующего уравнения колебаний внутри провода:

$$U(x, t) = U_0 e^{i\omega t} (A \cdot e^{-\gamma x} + B \cdot e^{\gamma x})$$

Из него в целом сразу же возможно определить систему для нахождения необходимых в будущем параметров  $\mu$  и  $\varepsilon$ :

$$u = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}} \quad (1)$$

$$\Omega = 60 \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \ln \frac{b}{a} \quad (2)$$

Значение для  $\Omega$  должно подставляться в Омах.

### 2.1. Определение волнового сопротивления кабеля

Чтобы определить волновое сопротивление была собрана схема, представленная на рисунке [1](#).

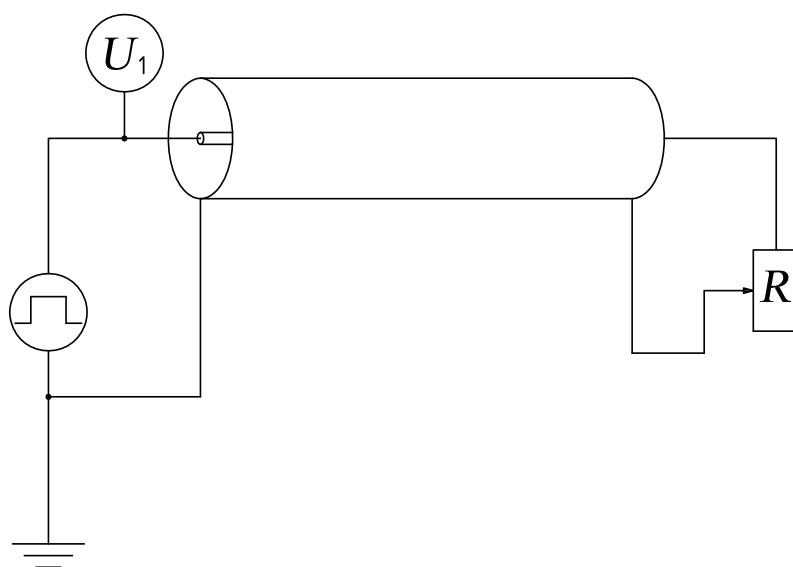


Рис. 1. Схема для определения волнового сопротивления кабеля

Если не подключать ко второму концу кабеля переменное сопротивление, а оставить его разомкнутым, то на осциллографе будет видно два сигнала: сигнал, подаваемый осциллографом, и сигнал, который отразился от кабеля и вернулся. Если теперь подключить сопротивление, то, постепенно увеличивая его вплоть до некоторого значения  $\omega$  можно увидеть, как сигналы постепенно сближаются, в результате чего один из них (отраженный) полностью исчезает. Это происходит в момент, когда переменное сопротивление, которое у нас выступает в роли сопротивления нагрузки, оказывается равным волновому сопротивлению кабеля.

## 2.2. Определение скорости распространения волны в кабеле

С помощью уже имеющейся у нас схемы с рисунка мы можем определить также скорость распространения волны по кабелю. Для этого второй конец кабеля вновь размыкается. После этого, с помощью изменения частоты сигнала источника, можно добиться появления на осциллографе ступенчатого сигнала (см. рисунок 2).

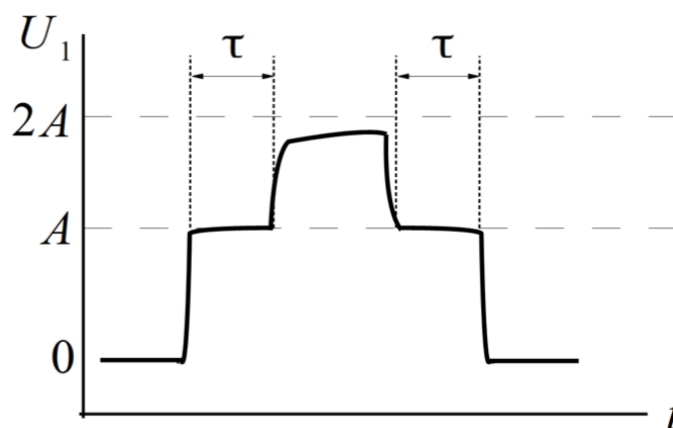


Рис. 2. Сигнал на входе осциллографа при перекрытии поданного и отраженного сигналов

Длительность ступенек (на рисунке обозначена как  $\tau$ ) не зависит от частоты входного сигнала и определяется длиной провода и интересующей нас скоростью распространения волны следующим образом:

$$\tau = 2 \cdot \frac{l}{u} \Rightarrow u = \frac{2 \cdot l}{\tau} \quad (3)$$

Здесь  $l$  — длина кабеля,  $u$  — скорость распространения волны в кабеля,  $\tau$  — ширина ступеньки по времени.

### 2.3. Определение входного сопротивления кабеля в различных состояниях. Определение удельного сопротивления

Для того, чтобы определить входное сопротивление, соберем схему, представленную на рисунке 3.

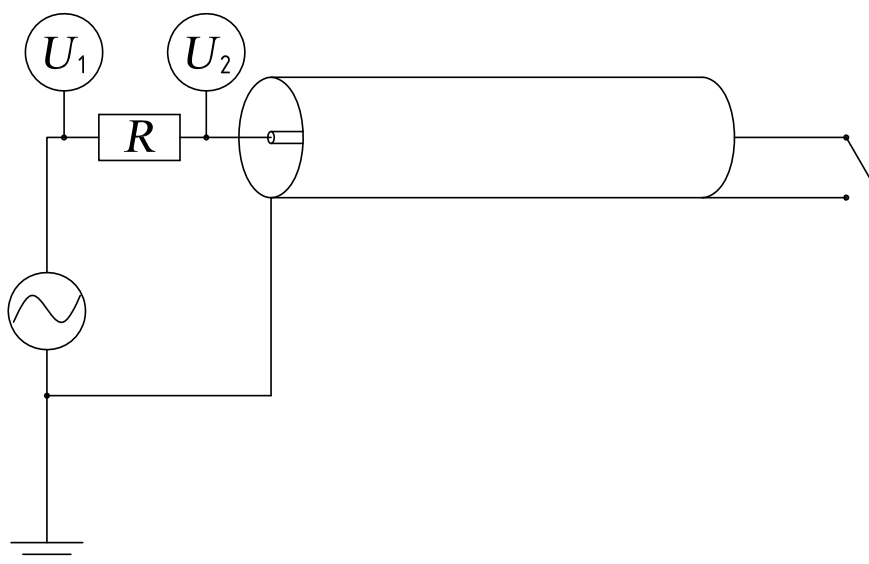


Рис. 3. Схема для определения погонного и удельного сопротивлений

После этого, воспользовавшись предложенной программой для LabView, получим зависимость модуля входного импеданса от частоты источника. Предполагается, что получится картинка, схожая с представленной на рисунке 4.

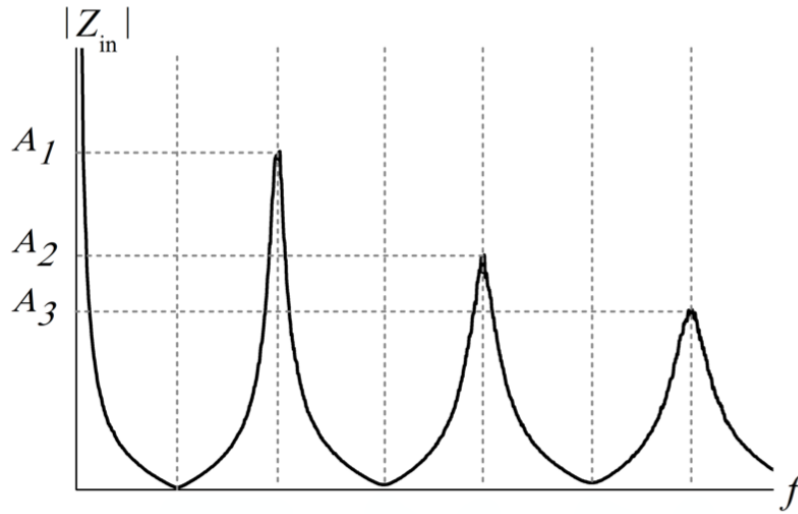


Рис. 4. Ожидаемая зависимость модуля импеданса от частоты источника

В видимых на рисунке максимумах значение модуля импеданса можно приблизительно выразить следующим образом:

$$|Z|_{\max} \approx \frac{\Omega^2}{2 \cdot R \cdot l}$$

Здесь  $\Omega$  — волновое сопротивление кабеля,  $l$  — его длина,  $R$  — погонное сопротивление кабеля.

На основании этой формулы можно получить расчетную формулу для **погонного сопротивления** кабеля:

$$R = \frac{\Omega^2}{2 \cdot |Z|_{\max} \cdot l} \quad (4)$$

Обозначения здесь такие же как и в предыдущей формуле.

Получив погонное сопротивление, для расчета **удельного сопротивления** можно воспользоваться следующей формулой:

$$R = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu_0}{\pi}} \left( \frac{k_1 \sqrt{\rho_1}}{a} + \frac{k_2 \sqrt{\rho_2}}{b} \right) \sqrt{f}$$

Здесь  $\mu_0$  — магнитная постоянная,  $\rho_1, \rho_2$  — удельные сопротивления материала жилы и оплетки соответственно,  $k_1, k_2$  — параметры, определяемые геометрией изделия,  $a$  — внешний диаметр жилы,  $b$  — внутренний диаметр оплетки,  $f$  — частота источника.

Предположим, что жила и оплетка сделаны из одного материала. Кроме того, учтем, что для кабеля с жилой, состоящей из одного провода, и сплошным экраном  $k_1 = k_2 = 1$ . Таким образом, получаем следующую формулу для расчета удельного сопротивления:

$$\rho = \frac{4 \cdot R^2}{f} \cdot \frac{\pi}{\mu_0} \cdot \frac{a^2 \cdot b^2}{(a + b)^2} \quad (5)$$

Здесь  $\mu_0$  — магнитная постоянная,  $a$  — внешний диаметр жилы,  $b$  — внутренний диаметр оплетки,  $f$  — частота источника,  $R$  — погонное сопротивление кабеля.

Сразу же мы можем посчитать погонную емкость провода с помощью приближенной формулы:

$$C \approx \frac{56\varepsilon}{\ln \frac{b}{a}} \quad (6)$$

Отметим, что полученная емкость получается в пФ/м.

## 2.4. Определение погонных сопротивления, индуктивности с помощью анализатора цепей

Для того, чтобы определить искомые зависимости, воспользуемся анализатором цепей, каждый из концов кабеля подключается к одному из входов. В случае, когда волновое сопротивление кабеля совпадает с сопротивлением входа анализатора, мы можем определить коэффициент прохождения по формуле  $S = e^{-\gamma \cdot l}$ ,  $\gamma$  здесь — комплексная постоянная распространения. На практике же обычно реализуется случай малых потерь, когда можно использовать упрощенное соотношение:

$$\alpha = \Re(\gamma) \approx \frac{R(f)}{2\Omega}$$

С другой стороны, посчитать коэффициент  $\alpha$  можно иным способом:

$$\alpha = \Re(\gamma) = -\frac{\ln(\text{Amp}(S))}{l}$$

Приравняв, получаем:

$$R(f) = -\frac{2\Omega}{l} \cdot \ln(\text{Amp}(S)) \quad (7)$$

Теперь мы можем определить зависимость погонной индуктивности от частоты:

$$L(f) = \frac{R(f)}{2\pi f} + L_b \quad (8)$$

Отдельно оговорим о  $L_b$ , это погонная индуктивность, измеренная на больших частотах, которая в целом является постоянной величиной и может быть рассчитана по следующей формуле:

$$L_b \approx 0.2 \cdot \mu \cdot \ln \frac{b}{a} \quad (9)$$

Значение  $L_b$  получается в мкГн/м.

## 3. Выполнение работы

### 3.1. Параметры кабеля

Первым делом были сняты следующие параметры кабеля:

$a$ , мм	$b$ , мм	$l$ , м
0.9	3	7.7

### 3.2. Определение волнового сопротивления кабеля

В случае открытого кабеля была получена картина, представленная на рисунке 5.

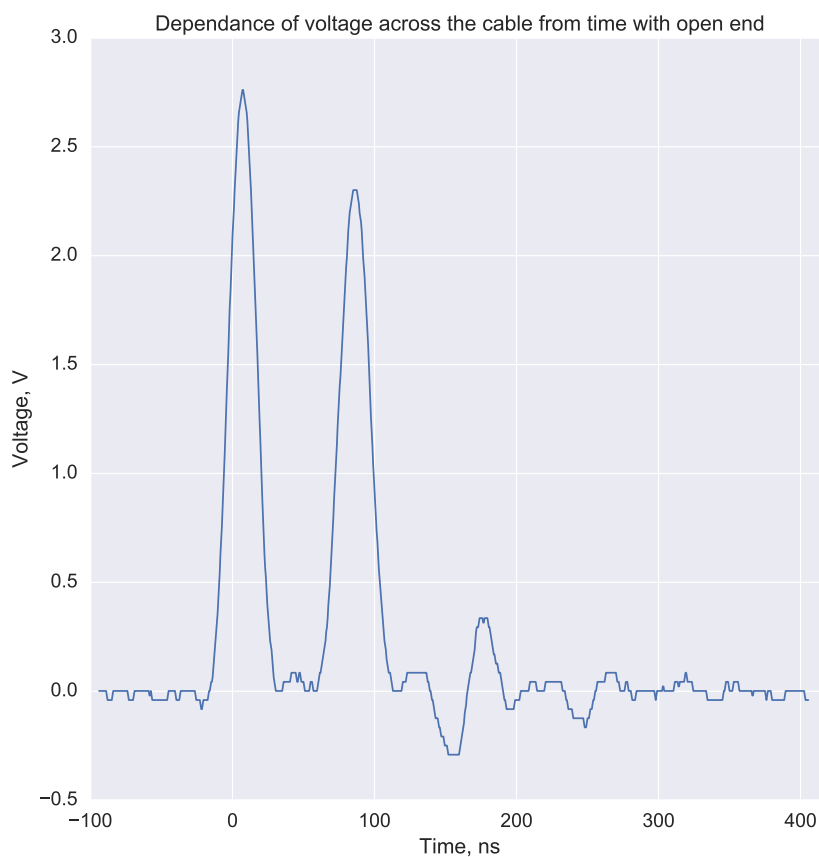


Рис. 5. Зависимость напряжения на кабеле от времени при разомкнутом конце

После этого второй конец был подключен через переменное сопротивление. Меняя его вплоть до 56.1 Ома мы добились отсутствия отраженной волны, что хорошо видно на рисунке 6. Таким образом оказывается, что волновое сопротивление кабеля примерно равно  $\Omega = 56.1 \text{ Ом}$



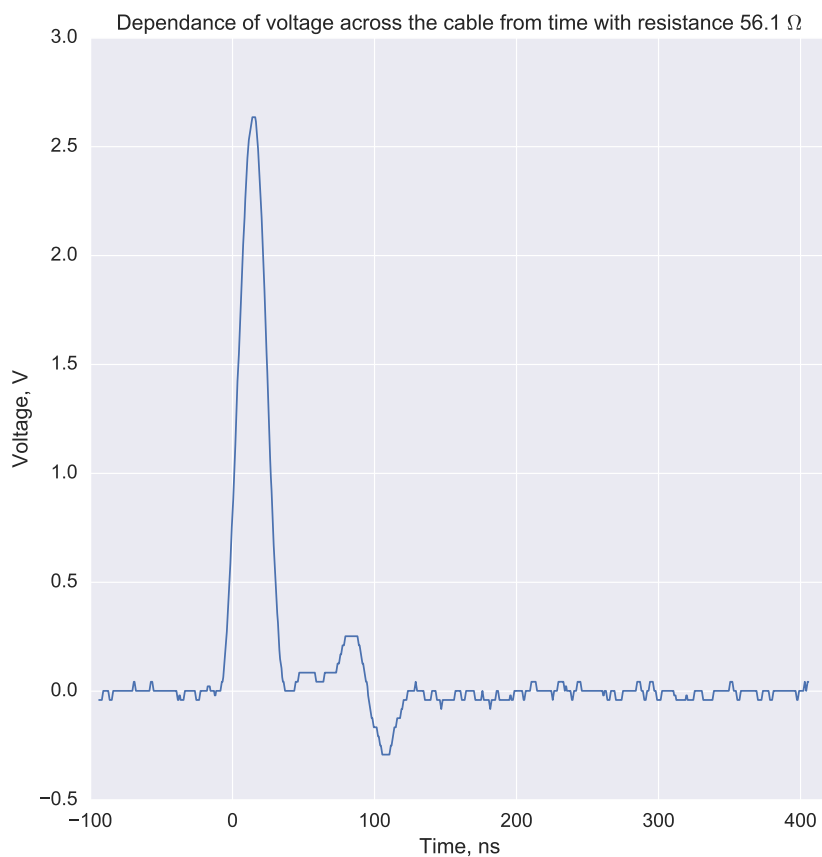
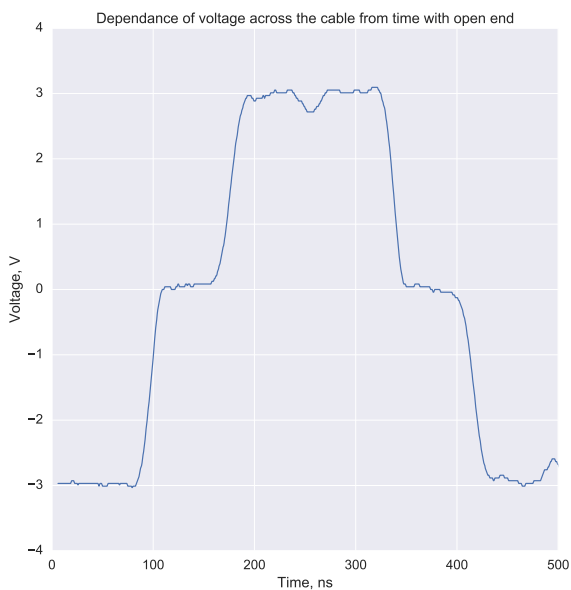


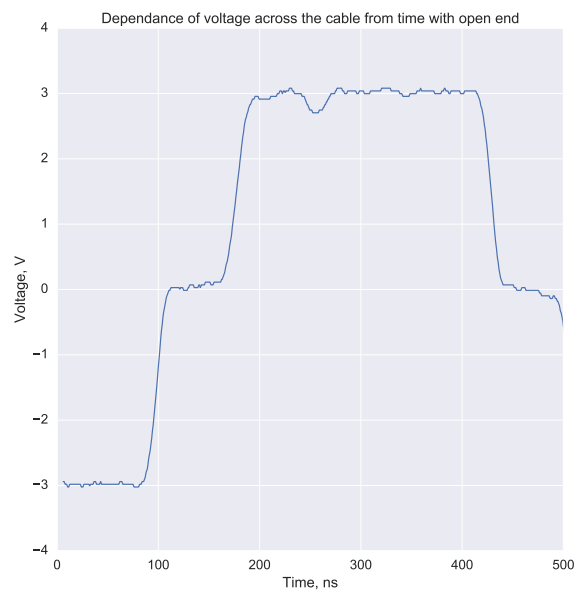
Рис. 6. Зависимость напряжения на кабеле от времени при замкнутом через сопротивление 56.1 Ом конце.

### 3.3. Определение скорости распространения волны в кабеле

После выполнения указанных действия на осциллографе была получена картина, представленная на рисунке 7. На основании этих данных по формуле (3) получим скорость распространения волны в кабеле  $u = 2.61 \cdot 10^8$  м/с. Отметим, что как и предполагалось, ширина «ступеньки» не зависит от частоты генератора.



(a)



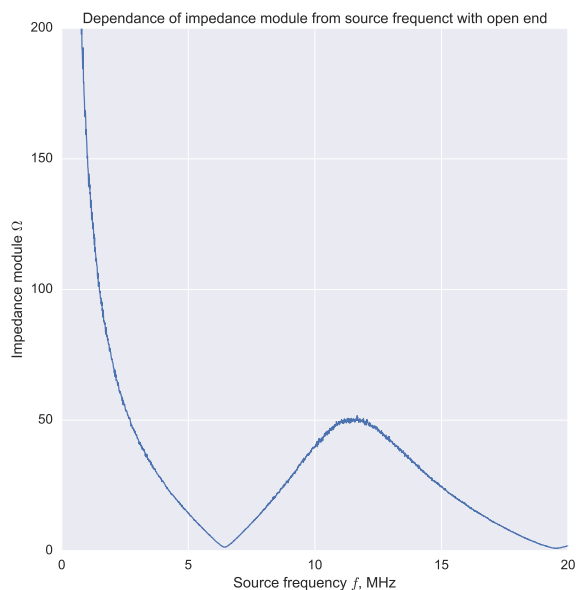
(b)

Рис. 7. Зависимость напряжения на кабеле от времени при разомкнутом втором конце при двух различных частотах генератора.

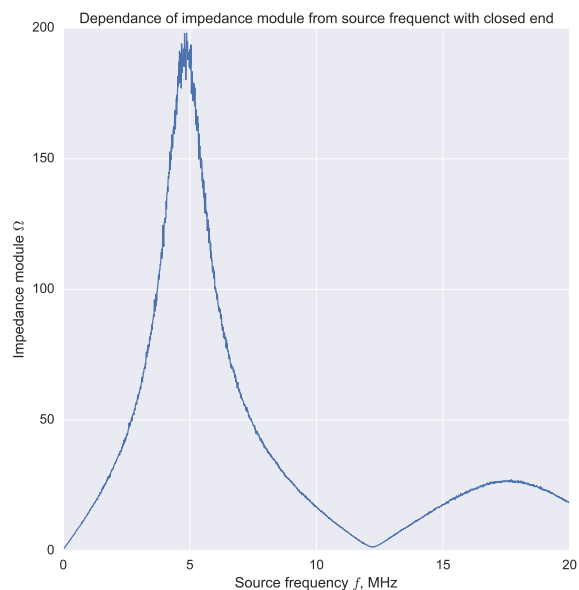
### 3.4. Определение погонного сопротивления кабеля в различных состояниях и удельного сопротивления материала кабеля

С помощью предоставленной программы и цепи были получены следующие наборы данных для каждого из состояний (разомкнутого, замкнутого накоротко и замкнутого на согласованную нагрузку). В нашем случае волновое сопротивление кабеля в целом оказалось равным 50 Ом, поэтому в качестве согласованной нагрузки мы использовали 50-Омный терминатор.

Полученные наборы данных представлены на рисунках 8 и 9.



(a)



(b)

Рис. 8. Зависимость модуля импеданса от частоты источника в случае разомкнутого (a) и замкнутого накоротко (b) конца кабеля.

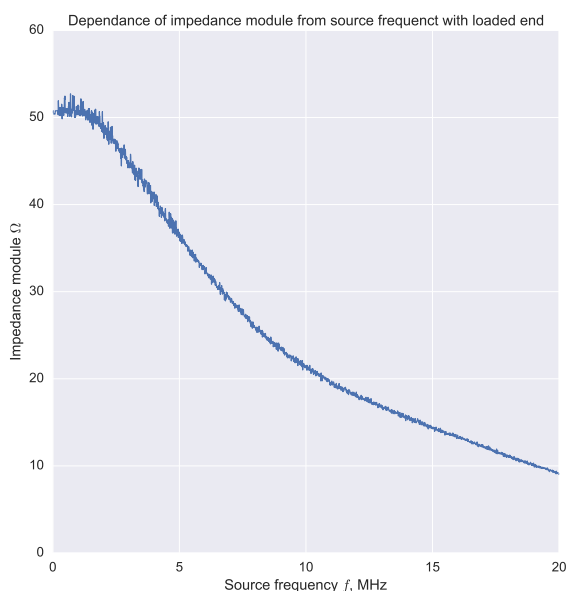


Рис. 9. Зависимость модуля импеданса от частоты источника в случае замкнутого на согласованную нагрузку конца кабеля.

На основании полученных данных с помощью формулы (4) и (5) было получено удельное сопротивление материала жилы, оказавшееся равным  $\rho = 4.17 \cdot 10^{-7} \text{ Ом}\cdot\text{м}$ .

После решения системы уравнений (2) получаем, что  $\varepsilon = 2.3$ ,  $\mu = 0.7$ .

Здесь же также определим емкость кабеля при больших частотах с помощью формулы (6), в нашем случае равное  $C = 44.59 \text{ пФ/м}$ .

### 3.5. Работа с анализатором данных

При подключении кабеля к анализатору мы получили зависимость амплитуды коэффициента прохождения от частоты, представленную на рисунке 10.

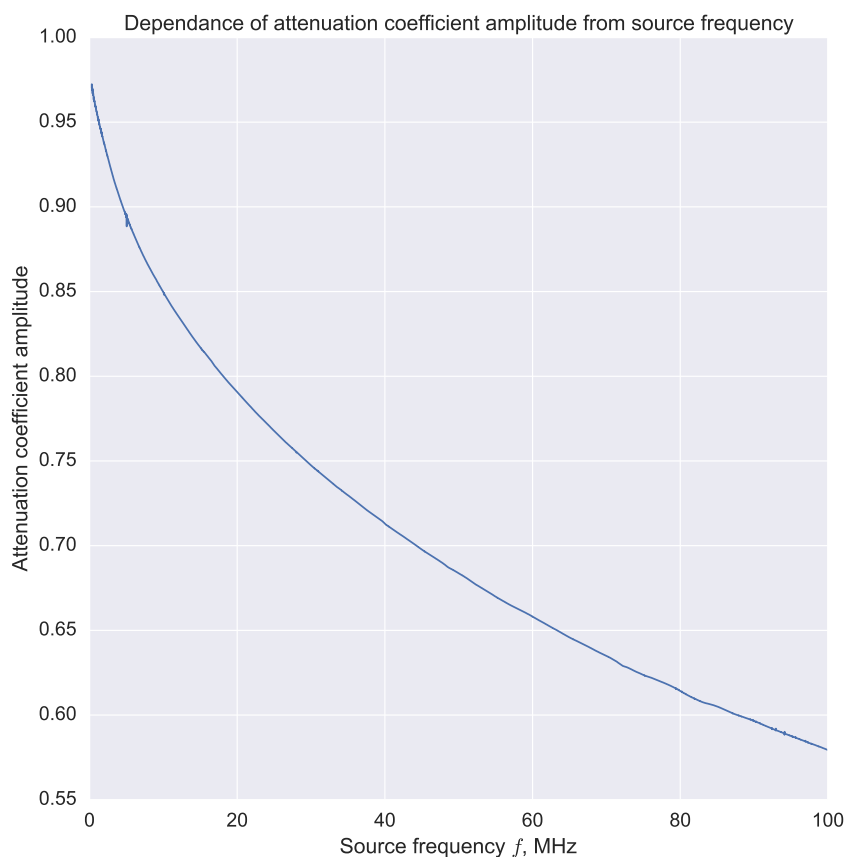


Рис. 10. Зависимость амплитуды коэффициента прохождения от частоты

Воспользовавшись формулой (7) мы можем получить зависимость погонного сопротивления от частоты, которая продемонстрирована на рисунке 11

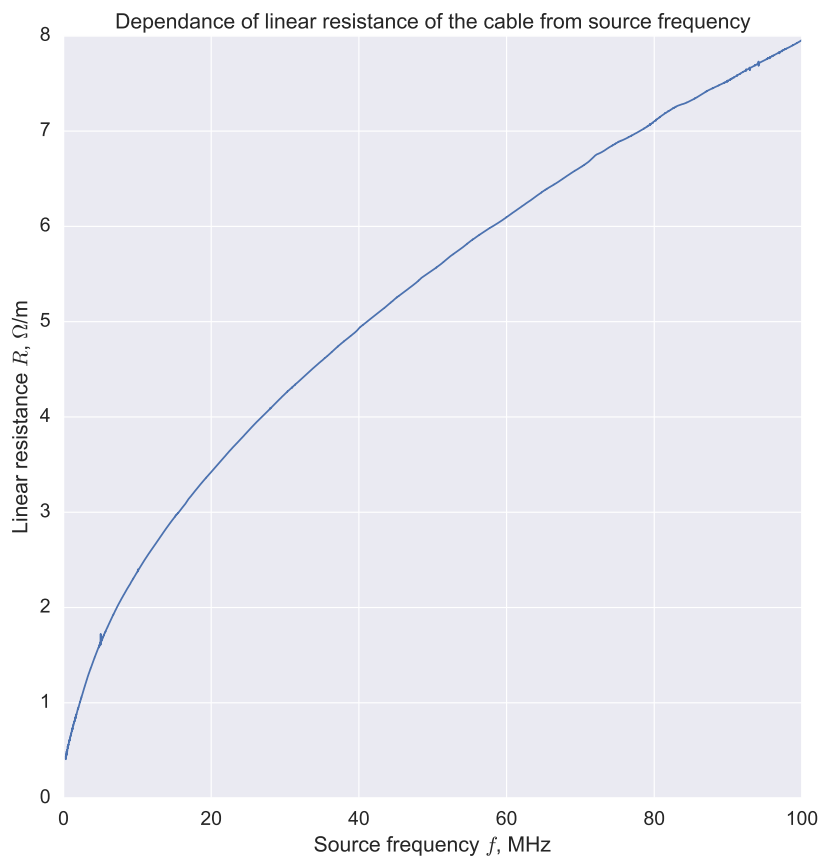


Рис. 11. Зависимость погонного сопротивления кабеля от частоты

С помощью формулы (9) рассчитаем погонную индуктивность на больших частотах, которая оказывается равной  $L_b = 0.4 \text{ мкГн/м}$ .

Наконец, с помощью формулы (8) получаем зависимость погонной индуктивности от частоты. Она в свою очередь продемонстрирована на рисунке 12.

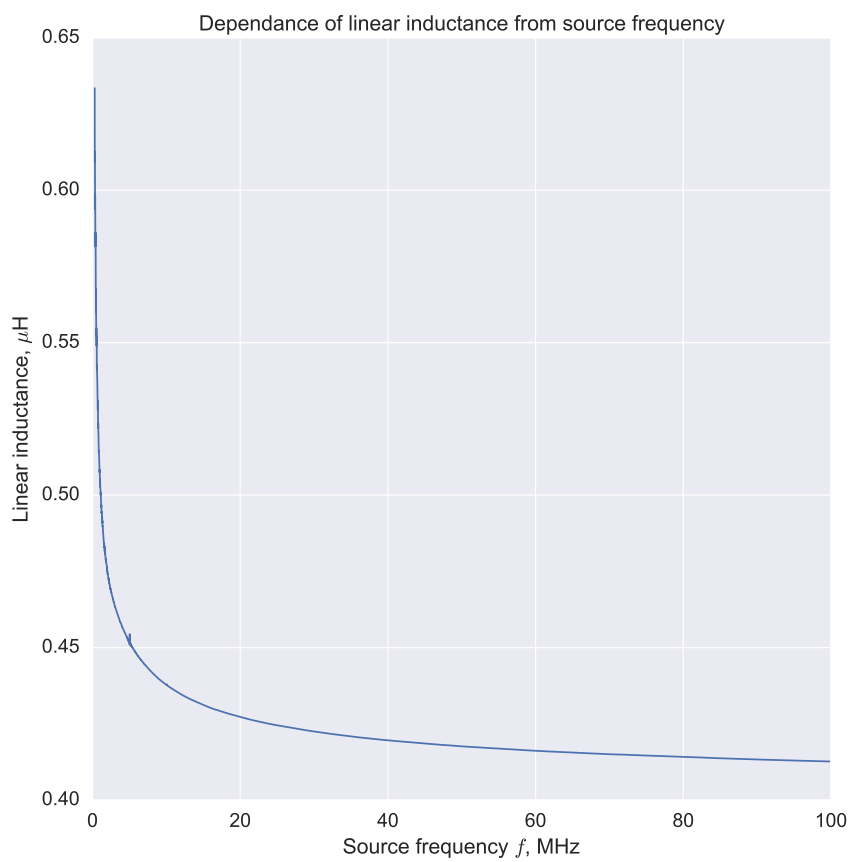


Рис. 12. Зависимость погонной индуктивности кабеля от частоты