

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ

Факультет физики

Домашнее задание

Квантовая механика, неделя 15

Задание выполнил студент 2 курса  
Захаров Сергей Дмитриевич



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ

Москва  
2020

---

## Задача 1

Находить значение скалярного произведения будем с помощью рассмотрения  $\hat{\mathbf{S}}^2$ :

$$\hat{\mathbf{S}}^2 = \hat{\mathbf{s}}_1^2 + \hat{\mathbf{s}}_2^2 + 2 \cdot \hat{\mathbf{s}}_1 \cdot \hat{\mathbf{s}}_2 \quad \Rightarrow \quad \hat{\mathbf{s}}_1 \cdot \hat{\mathbf{s}}_2 = \frac{1}{2} (\hat{\mathbf{S}}^2 - \hat{\mathbf{s}}_1^2 - \hat{\mathbf{s}}_2^2) \quad (1)$$

Для  $\hat{\mathbf{s}}^2$  мы можем посчитать собственное значение как  $s \cdot (s+1)$ , где  $s$  — собственное значение оператора  $\hat{\mathbf{s}}$ . Зная, что спины равны  $1/2$  мы сразу же получаем, что собственные числа  $\hat{\mathbf{s}}_1^2$  и  $\hat{\mathbf{s}}_2^2$  равны  $3/4$ .

Теперь необходимо определить собственное число оператора  $\hat{\mathbf{S}}^2$ . Для этого сперва найдем собственное число оператора  $\hat{\mathbf{S}} = \hat{\mathbf{s}}_1 + \hat{\mathbf{s}}_2$ . Спины могут быть либо сонаправлены (тогда они сложатся и собственное число будет равно 1), либо противоположно направлены (тогда собственное число будет равно 0). На основании этого делаем вывод, что собственные числа  $\hat{\mathbf{S}}^2$  по уже указанной формуле равны либо 0, либо 2.

На основании этого, с помощью формулы (1) получаем:

$$\boxed{\begin{cases} \hat{\mathbf{s}}_1 \cdot \hat{\mathbf{s}}_2 = -\frac{3}{4} \\ \hat{\mathbf{s}}_1 \cdot \hat{\mathbf{s}}_2 = \frac{1}{4} \end{cases}}$$

## Задача 2