

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ

Факультет физики

Домашнее задание

Введение в астрофизику, неделя 6

Задание выполнил студент 3 курса
Захаров Сергей Дмитриевич



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

Москва
2020

Задача 1

Пусть масса черной дыры в М31 составляет 30 млн масс Солнца, а в М87 — 3 миллиарда. Расстояние до М31 составляет 0.78 Мпк, а до М87 — 16.4 Мпк. Если бы обе черные дыры светили на максимальной (эддингтоновской) светимости, то какой объект был бы ярче на небе и во сколько раз (по потоку)?

Решение

Запишем формулу эддингтоновской светимости (предел Эддингтона):

$$L_{\text{edd}} = \frac{4\pi GMm_p c}{\sigma_T} \quad (1)$$

Здесь G — гравитационная постоянная, M — масса тела (в нашем случае черной дыры), m_p — масса протона, c — скорость света, σ_T — томсоновское сечение рассеяния фотона на электроны.

Отсюда явно видно, что $L \sim M$. Учтем также, что освещенность (а если мы говорим о яркости, то нас интересует именно она) обратно пропорциональна квадрату расстояния до объекта, и получим:

$$\boxed{\frac{E_1}{E_2} = \frac{M_1 r_2^2}{M_2 r_1^2} \approx 4.4} \quad (2)$$

Закключаем, что первая черная дыра была бы ярче в указанное число раз.

Задача 2

Рассчитайте минимальные орбитальные периоды для легких тел на последней устойчивой орбите вокруг невращающейся черной дыры (без учета ОТО):

- а) Масса дыры 5 масс Солнца
- б) Масса дыры 4 млн масс Солнца

Решение

Для последней устойчивой орбиты для тела, обладающего массой, имеем:

$$r = \frac{6GM}{c^2} \quad (3)$$

Здесь G — гравитационная постоянная, M — масса черной дыры, c — скорость света. По II закону Ньютона имеем:

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{4\pi^2 r}{T^2} = \frac{GM}{r^2} \Rightarrow T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}} = \frac{12\pi GM}{c^2} \sqrt{\frac{6}{c^2}} \quad (4)$$

Для $M = 5M_\odot$ получим $T_a = 2.2$ мс, для $M = 4 \cdot 10^6 M_\odot$ получим $T_b = 1825$ с.