НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ

Факультет физики

Домашнее задание

Введение в астрофизику, неделя 2

Задание выполнил студент 3 курса Захаров Сергей Дмитриевич



Москва 2020

Задача 1

Орбитальная скорость Земли 30 км/с. Считая, что Юпитер в 5.2 раз дальше, оцените его орбитальную скорость.

Решение

Орбиты планет будем считать круговыми (эксцентриситеты реальных говорят, что можно). В таком случае, чтобы оценить скорость Юпитера, необходимо найти период его обращения. Воспользуемся III законом Кеплера:

$$\frac{T_{\stackrel{\circ}{\Box}}^2}{T_{\stackrel{\circ}{\Box}}^2} = \frac{a_{\stackrel{\circ}{\Box}}^3}{a_{\stackrel{\circ}{\Box}}^3} \quad \Rightarrow \quad T_{\stackrel{\circ}{\Box}} = T_{\stackrel{\circ}{\Box}} \left(\frac{a_{\stackrel{\circ}{\Box}}}{a_{\stackrel{\circ}{\Box}}}\right)^{\frac{3}{2}} \tag{1}$$

С учетом формы орбиты, получим выражение для скорости:

$$v = \frac{2\pi a}{T} \quad \Rightarrow \quad v_{\uparrow} = v_{5} \frac{a_{\uparrow}}{a_{5}} \frac{T_{5}}{T_{\uparrow}} = \boxed{v_{\uparrow} = v_{5} \sqrt{\frac{a_{5}}{a_{\uparrow}}} \approx 13.16 \text{ km/c}}$$
(2)

Задача 2

Две системы. В первой вокруг звезды с массой Солнца вращается легкая планета. Во второй на такой же по размеру орбите вращается вторая звезда с массой Солнца. Как будут отличаться орбитальные периоды тел в двух системах?

Решение

В случае легкой планеты будем пренебрегать ее массой. С учетом того, что во втором случае «на орбите» находится вторая звезда с такой же массой, а фразу «на такой же по размеру орбите» будем все же понимать так, что расстояние между звездами во втором случае равно расстоянию от звезды до планеты в первом, реальная полуось будем равна $a_2 = 0.5a_1$, где a_1 — полуось орбиты легкой планеты в силу того, что звезды будут вращаться вокруг общего центра масс, который в силу симметрии задачи находится на середине отрезка, соединяющего их.

Согласно обобщенному закону Кеплера (в случае легкой планеты пренебрежем ее массой):

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} \cdot \frac{M}{M+M} = \frac{a_1^3}{a_2^3} = 2^3 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{2^4} = 4}$$
 (3)

Задача 3

В результате миграции планета приблизилась к звезде вдвое. Во сколько раз изменился орбитальный период?

Решение

Согласно III закону Кеплера:

$$\frac{a_1^3}{a_2^3} = \frac{T_1^2}{T_2^2} \tag{4}$$

Если планета приблизилась вдвое, то $a_1=2a_2$. В таком случае получаем, что:

$$\boxed{\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{a_2^3}{a_1^3}} \approx 0.354} \tag{5}$$