

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ

Факультет физики

Домашние работы по второй части курса

Работу выполнил студент 3 курса
Захаров Сергей Дмитриевич



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

Москва
2021

Содержание

1. Изучается рассеянный под углом 90° луч оптического диапазона. Измеряется смещение частоты $\Delta\omega$, возникающее из-за поглощения или излучения квантов упругих колебаний. Найти скорость звука $v_{\text{зв}}$ по измеренной величине $\Delta\omega/\omega$ 2
2. Найти теплоемкость для ферромагнетика с $J = 1000 \text{ К}$, при $T \sim 100 \text{ К}$, $\theta \sim 50 \text{ К}$, сравнить с решеточной теплоемкостью в нулевом магнитном поле 3

-
1. *Изучается рассеянный под углом 90° луч оптического диапазона. Измеряется смещение частоты $\Delta\omega$, возникающее из-за поглощения или излучения квантов упругих колебаний. Найти скорость звука $v_{зв}$ по измеренной величине $\Delta\omega/\omega$*

Запишем сразу разность частот:

$$\omega_{fall} - \omega_{dis} = \Delta\omega \quad (1)$$

Энергия, которая передается одному фонону с импульсом p :

$$\hbar(\omega_{dis} - \omega_{fall}) = up \quad (2)$$

Запишем закон сохранения импульса:

$$\vec{p}_1 = \vec{p}_2 + \vec{p}, \quad \vec{p} = \vec{p}_1 - \vec{p}_2 \Rightarrow p_y = -p_2, \quad p_x = p_1 \quad (3)$$

Для значений импульса p_1, p_2 можем записать:

$$p_1 = \frac{\hbar\omega_{fall}}{c}, \quad p_2 = \frac{\hbar\omega_{dis}}{c} \Rightarrow p_x = \frac{\hbar\omega}{c}, \quad p_y = -\frac{\hbar(\omega - \Delta\omega)}{c} \quad (4)$$

Теперь, подставляя в 2:

$$\begin{aligned} \hbar\Delta\omega &= u\sqrt{p_x^2 + p_y^2} = u\sqrt{\left(\frac{\hbar\omega}{c}\right)^2 + \left[\frac{\hbar}{c}(\omega - \Delta\omega)\right]^2} \Rightarrow \\ \Rightarrow \Delta\omega &= u\frac{\omega}{c}\sqrt{1 + \left(1 - \frac{\Delta\omega}{\omega}\right)^2} \Rightarrow u = \frac{c \cdot \Delta\omega/\omega}{\sqrt{1 + \left(1 - \frac{\Delta\omega}{\omega}\right)^2}} \end{aligned}$$

2. Найти теплоемкость для ферромагнетика с $J = 1000 \text{ К}$, при $T \sim 100 \text{ К}$, $\theta \sim 50 \text{ К}$, сравнить с решеточной теплоемкостью в нулевом магнитном поле

$$\begin{aligned}
 E &= V \int_0^{k_{max}} \frac{dk \, k^2 \hbar \omega}{2\pi^2 \left[\exp\left(\frac{\hbar \omega}{kT}\right) - 1 \right]} = [\omega = \alpha k^2 \Rightarrow k \sqrt{\omega/\alpha}, dk = d\omega/(2\sqrt{\alpha\omega})] = \\
 &= V \int_0^{\omega_{max}} d\omega \frac{\hbar \omega^2}{\alpha \cdot 2\sqrt{\alpha\omega} \cdot 2\pi^2 \left[\exp\left(\frac{\hbar \omega}{kT}\right) - 1 \right]} = [x = \hbar \omega/(kT)] = V \cdot \frac{\hbar}{4\pi^2 \alpha \sqrt{\alpha}} \int_0^{\theta/T} dx \left(\frac{kT}{\hbar}\right)^{5/2} \frac{x^{3/2}}{(e^x - 1)} = \\
 &= \frac{V \hbar (kT)^{5/2}}{4\pi^2 \alpha \sqrt{\alpha} \hbar^2 \sqrt{\hbar}} \int_0^{1/2} dx \frac{x^{3/2}}{e^x - 1} \approx \frac{V (kT)^{5/2}}{4\pi^2 (\alpha \hbar)^{3/2}} \int_0^{1/2} dx \sqrt{x} = \frac{3V (kT)^{5/2}}{16\sqrt{2}\pi^2 (\alpha \hbar)^{3/2}} = [\alpha = \frac{2JSa^2}{\hbar}] = \\
 &= \frac{3V (kT)^{5/2}}{64\pi^2 (JS)^{3/2} a^3}
 \end{aligned}$$

Тогда для теплоемкости можем записать:

$$c_V = \left(\frac{\partial E}{\partial T} \right)_V = \frac{15V (kT)^{3/2}}{128\pi^2 (JS)^{3/2} a^3} \quad (5)$$

Если сюда подставить все числа ($s = 1/2$, $a \approx 1 \text{ \AA}$, $V \approx 1 \text{ см}^3$ и то, что в условии дано), то получится что-то около (в единицах постоянной Больцмана):

$$c_V \approx 10^{21} k \quad (6)$$

В то же время для решеточной:

$$c \approx 3R \frac{V}{a^3 N_a} = 3 \frac{V}{a^3} k \approx 3 \cdot 10^{24} k \quad (7)$$

Итого теплоемкость от магнонов в порядка 1000 раз меньше решеточной.