

2.1.1

$$a) \left(\frac{d}{dt} + \gamma \right) G = \delta \quad \text{Ламас} \leadsto (s + \gamma) \tilde{G} = 1 \Rightarrow L = s + \gamma$$

$$G(t) = \sum_i \operatorname{res}_i \frac{e^{st}}{s + \gamma} = \operatorname{res}_{s = -\gamma} \frac{e^{st}}{s + \gamma} \quad \text{Вывод} \Rightarrow \lim_{s \rightarrow -\gamma} (s + \gamma) \cdot \frac{e^{st}}{s + \gamma} = e^{-\gamma t} \Rightarrow G(t) = \Theta(t) e^{-\gamma t} \quad \text{и.т.д.}$$

$$b) \left(\frac{d^2}{dt^2} + \gamma^2 \right) G = \delta \quad \text{Ламас} \leadsto (s^2 + \gamma^2) \tilde{G} = 1 \Rightarrow L = s^2 + \gamma^2$$

$$\begin{aligned} \text{Тут будет два вычета:} \quad \lim_{s \rightarrow -i\gamma} (s + i\gamma) \frac{e^{st}}{(s + i\gamma)(s - i\gamma)} = \lim_{s \rightarrow -i\gamma} \frac{e^{st}}{s - i\gamma} = \frac{e^{-i\gamma t}}{-2i\gamma} \\ \lim_{s \rightarrow i\gamma} (s - i\gamma) \frac{e^{st}}{(s + i\gamma)(s - i\gamma)} = \frac{e^{i\gamma t}}{2i\gamma} \end{aligned} \quad \left| \rightarrow G(t) = \Theta(t) \cdot \frac{1}{\gamma} \cdot \left(\frac{e^{i\gamma t}}{2i} - \frac{e^{-i\gamma t}}{2i} \right) = \Theta(t) \frac{\sin \gamma t}{\gamma} \right.$$

и.т.д.

2.1.8

$$\hat{\Gamma} = \begin{pmatrix} \lambda & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda \end{pmatrix} = \lambda I + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \hat{M}^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\hat{M}^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \hat{M}^4 = 0$$

$$\hat{G} = \Theta \cdot e^{-\hat{\Gamma}t} = \Theta \cdot e^{-\lambda t} \left(I - t \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \frac{t^2}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} - \frac{t^3}{6} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right) = \Theta(t) \cdot \begin{pmatrix} e^{-\lambda t} & -te^{-\lambda t} & \frac{t^2}{2}e^{-\lambda t} & -\frac{t^3}{6}e^{-\lambda t} \\ 0 & e^{-\lambda t} & -te^{-\lambda t} & \frac{t^2}{2}e^{-\lambda t} \\ 0 & 0 & e^{-\lambda t} & -te^{-\lambda t} \\ 0 & 0 & 0 & e^{-\lambda t} \end{pmatrix}$$

2.1.6

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} \Phi \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{y} = \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \dot{x} \\ x \end{pmatrix}$$

Искренне не знаю, какие тут промежуточные действия, надо просто

$$\text{собрать ур-ие} \quad \frac{d\vec{y}}{dt} = \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \dot{x} \\ x \end{pmatrix}$$

$$\frac{d\vec{y}}{dt} + \hat{\Gamma} \vec{y} = \vec{x}$$

$$\begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \dot{x} \\ x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 4D^2 & 0 & 3D^4 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \dot{x} \\ x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Phi \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{Упр.:} \quad \frac{d^4 x}{dt^4} + 4D^2 \frac{d^2 x}{dt^2} + 3D^4 x = \Phi$$

$$\hat{\Gamma} = \begin{pmatrix} 0 & 4D^2 & 0 & 3D^4 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} \Phi \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{y} = \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \dot{x} \\ x \end{pmatrix}$$