

Visualização Científica

Função de Transferência

Waldemar Celes
celes@inf.puc-rio.br

Tecgraf, DI/PUC-Rio

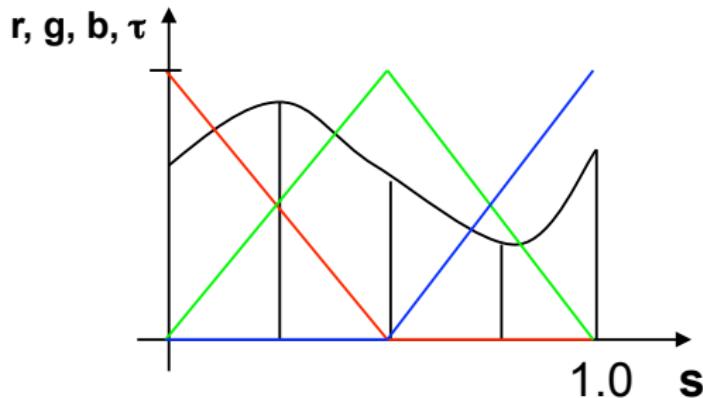
22 de Setembro de 2009



Função de transferência

Associa atributos óticos (cor e opacidade) a valores escalares

- ▶ A fim de capturar as características de interesse



- ▶ Em geral, RGB associado a paleta de cores
- ▶ Desafio: determinar variação de alpha – *função de opacidade*

Geração semi-automática de FT

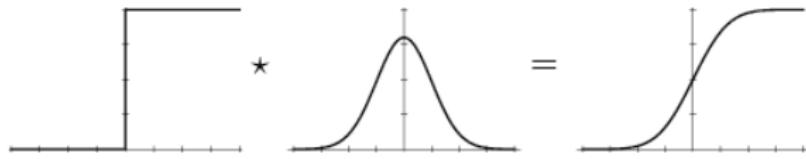
Kindlmann and Durkin (1998)

Determinação semi-automática de função de opacidade

- ▶ Busca revelar fronteiras entre materiais homogêneos

Fronteira ideal

- ▶ Assume fronteira discreta suavizada por Gaussiana



Geração semi-automática de FT

Kindlmann and Durkin (1998)

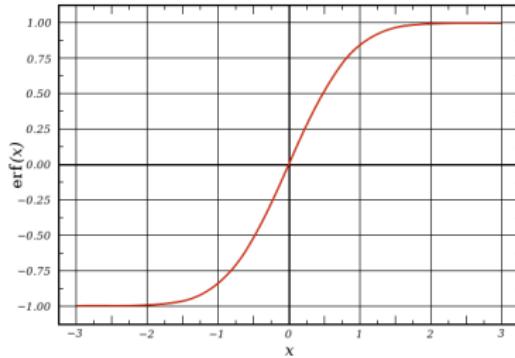
Expressão da fronteira:

$$v = f(x) = v_{min} + (v_{max} - v_{min}) \frac{1 + erf\left(\frac{x}{\sigma\sqrt{2}}\right)}{2}$$

- ▶ Assumindo que o ponto de inflexão está em $x = 0$

Gauss error function:

$$erf(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$$



Modelo matemático

Kindlmann and Durkin (1998)

Considerando o campo escalar $f(\mathbf{x})$, tem-se:

- ▶ Gradiente do campo escalar

$$\nabla f = \begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} & \frac{\partial f}{\partial y} & \frac{\partial f}{\partial z} \end{pmatrix}$$

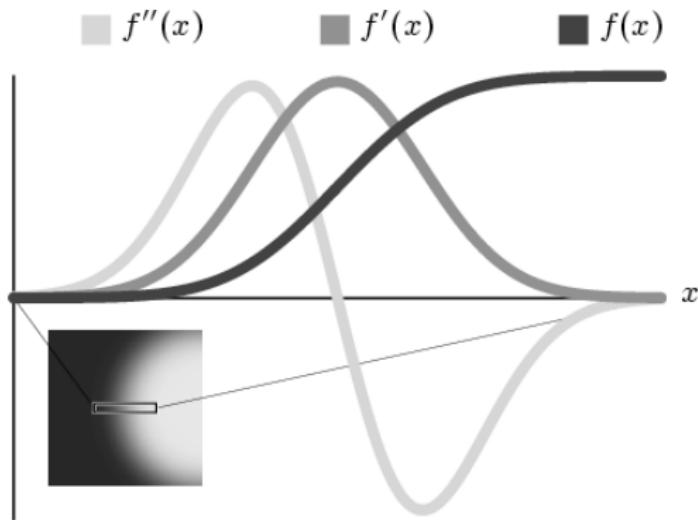
- ▶ Vetor na direção perpendicular à iso-superfície
- ▶ Assume sendo direção perpendicular à fronteira
- ▶ Derivadas direcionais do campo na direção do gradiente

$$\begin{aligned} f' &= \mathbf{D}_{\hat{\nabla} f} f \\ f'' &= \mathbf{D}_{\hat{\nabla} f}^2 f \end{aligned}$$

Modelo matemático

Kindlmann and Durkin (1998)

Análise das derivadas ao longo do gradiente numa fronteira:



- ▶ $f'(x)$ assume valor máximo no ponto $x = 0$
- ▶ $f''(x)$ assume valor zero no ponto $x = 0$
- ▶ $f''(x)$ assume valor máximo no ponto $x = -\sigma$

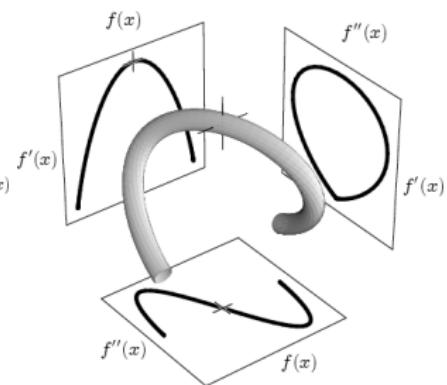
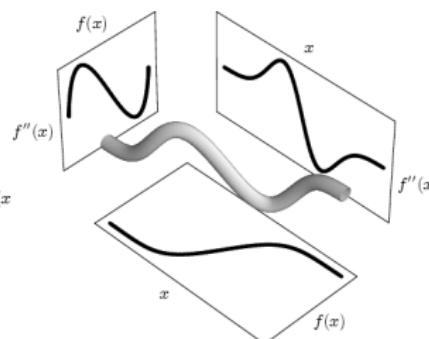
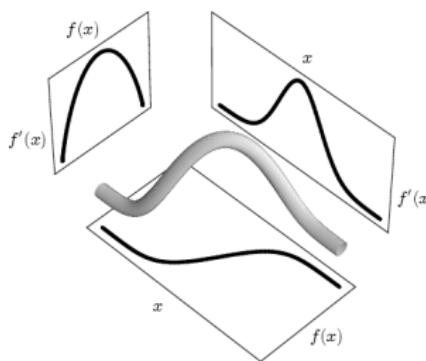
Relação entre f , f' e f''

Kindlmann and Durkin (1998)

Problema:

- ▶ Localização espacial da fronteira desconhecida (x ?)
- ▶ Necessidade de localizar fronteira em relação ao campo (f)

Relação entre x , f e f' : Relação entre x , f e f'' : Relação entre f , f' e f'' :



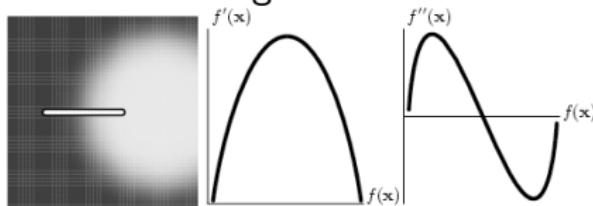
- ▶ Note que $f \times f'$ e $f \times f''$ preservam formas

Amostragem da fronteira

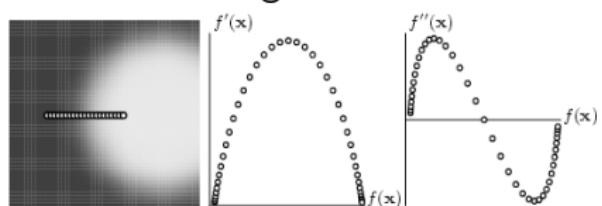
Kindlmann and Durkin (1998)

É possível capturar fronteira desconhecendo localização espacial?

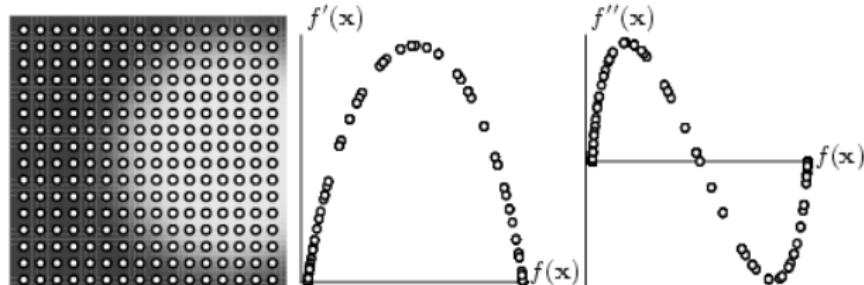
Amostragem contínua



Amostragem discreta



Amostragem discreta em todo o domínio



Cálculo das derivadas

Kindlmann and Durkin (1998)

Derivada direcional do campo escalar f na direção de \mathbf{v} :

$$\mathbf{D}_{\mathbf{v}} f = \nabla f \cdot \mathbf{v}$$

Logo, derivada direcional ao longo do gradiente:

$$\mathbf{D}_{\hat{\nabla}f} f = \nabla f \cdot \hat{\nabla}f = |\nabla f|$$

Similarmente, derivada direcional segunda:

$$\begin{aligned}\mathbf{D}_{\hat{\nabla}f}^2 f &= \mathbf{D}_{\hat{\nabla}f}(\mathbf{D}_{\hat{\nabla}f} f) = \mathbf{D}_{\hat{\nabla}f}(|\nabla f|) \\ &= \nabla(|\nabla f|) \cdot \hat{\nabla}f = \frac{1}{|\nabla f|} \nabla(|\nabla f|) \cdot \nabla f\end{aligned}$$

Ou, usa-se Laplaciano como aproximação:

$$\mathbf{D}_{\hat{\nabla}f}^2 f \approx \nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

Histograma volumétrico

Kindlmann and Durkin (1998)

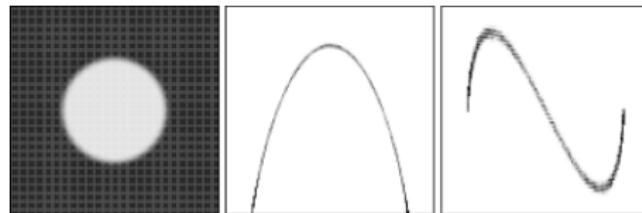
Cálculo do histograma relacionando f , f' e f'' :

- ▶ Escolhe discretização: n_f , $n_{f'}$ e $n_{f''}$
- ▶ Inicializa valores com zero
- ▶ Percorre todo o domínio calculando:
 - ▶ Máximos f' e f''
 - ▶ Mínimo f'' (assume $\min(f') = 0$)
 - ▶ E define valores dos intervalos no histograma
- ▶ Percorre novamente todo o volume
 - ▶ Incrementa localização correspondente do histograma

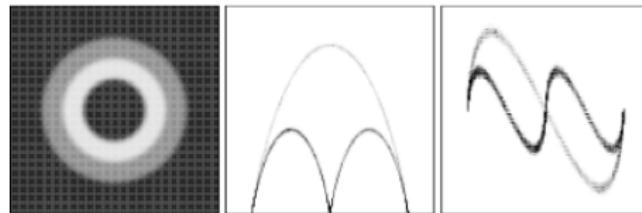
Histograma volumétrico

Kindlmann and Durkin (1998)

Exemplos de fatias do histograma: dados sintéticos



(a) Cylinder

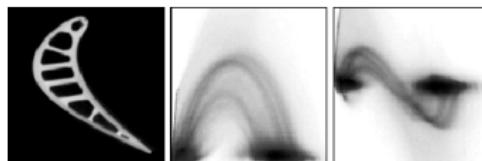


(b) Nested Cylinders

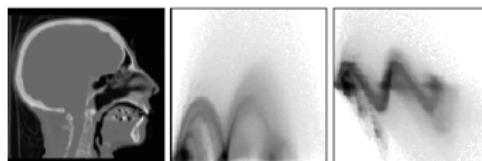
Histograma volumétrico

Kindlmann and Durkin (1998)

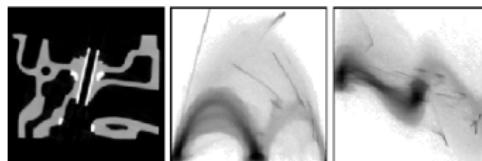
Exemplos de fatias do histograma: dados reais



(a) Turbine Blade



(b) Head



(c) Engine Block

Geração da função opacidade

Kindlmann and Durkin (1998)

Função usada para descrever fronteira:

$$v = f(x) = v_{min} + (v_{max} - v_{min}) \frac{1 + erf\left(\frac{x}{\sigma\sqrt{2}}\right)}{2}$$

onde: $erf(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$

Derivando:

$$f'(x) = \frac{(v_{max} - v_{min})}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$$

$$f''(x) = -\frac{x(v_{max} - v_{min})}{\sigma^3\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$$



Avaliação de σ

Kindlmann and Durkin (1998)

Usando as fórmulas das derivadas, tem-se:

$$\begin{aligned}f'(0) &= \frac{(v_{max} - v_{min})}{\sigma \sqrt{2\pi}} \\f''(-\sigma) &= \frac{(v_{max} - v_{min})}{\sigma^2 \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}} = \frac{(v_{max} - v_{min})}{\sigma^2 \sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sqrt{e}}\end{aligned}$$

Assim:

$$\begin{aligned}\frac{f'(0)}{f''(-\sigma)} &= \sigma \sqrt{e} \\\therefore \quad \sigma &= \frac{f'(0)}{\sqrt{e} f''(-\sigma)} = \frac{f'_{max}}{\sqrt{e} f''_{max}}\end{aligned}$$

Localização espacial

Kindlmann and Durkin (1998)

Sabendo que:

$$f'(x) = \frac{(v_{max} - v_{min})}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$$

$$f''(x) = -\frac{x(v_{max} - v_{min})}{\sigma^3 \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$$

E conhecendo σ , pode-se conhecer a posição através das derivadas:

$$\frac{f''(x)}{f'(x)} = -\frac{x}{\sigma^2}$$

$$\therefore x = -\sigma^2 \frac{f''(x)}{f'(x)}$$

Função de opacidade

Kindlmann and Durkin (1998)

Como o objetivo é determinar $\alpha(v)$, define-se:

- ▶ $g(v) = \overline{f'(x)} / f(x) = v$
- ▶ $h(v) = \overline{f''(x)} / f(x) = v$
 - ▶ Estes valores são dados pelas coordenadas do centróide da fatia $f(x)$ do histograma

Conhecendo $g(v)$ e $h(v)$, obtém-se g_{max} e h_{max} , e acha-se σ :

$$\sigma = \frac{f'_{max}}{\sqrt{e} f''_{max}} = \frac{g_{max}}{\sqrt{e} h_{max}}$$

Função de opacidade

Kindlmann and Durkin (1998)

Com σ , define-se um mapeamento $p(v)$ que relaciona o valor escalar com uma aproximação da posição ao longo da fronteira:

$$\begin{aligned} p(v) &= \frac{-\sigma^2 h(v)}{g(v)} \\ &\approx \frac{-\sigma^2 f''(f^{-1}(x))}{f'(f^{-1}(x))} = x \end{aligned}$$

- ▶ $p(v)$ indica a tendência da localização de v em relação à fronteira
 - ▶ Para valores próximos de v_{min} : $p(v) < 0$
 - ▶ Para valores próximos de v_{max} : $p(v) > 0$
 - ▶ $p(v) \approx 0$ indica que v tende a estar na fronteira
 - ▶ Cuja visualização torna-se de interesse



Função de opacidade

Kindlmann and Durkin (1998)

Dificilmente materiais homegêneos reais apresentam gradientes exatamente zero

- ▶ Na prática, para lidar com ruídos

$$p(v) = \frac{-\sigma^2 h(v)}{\max(g(v) - g_{threshold}, 0)}$$

- ▶ Como a região de interesse é $p(v) \approx 0$, não há problema se $p(v) \rightarrow \infty$

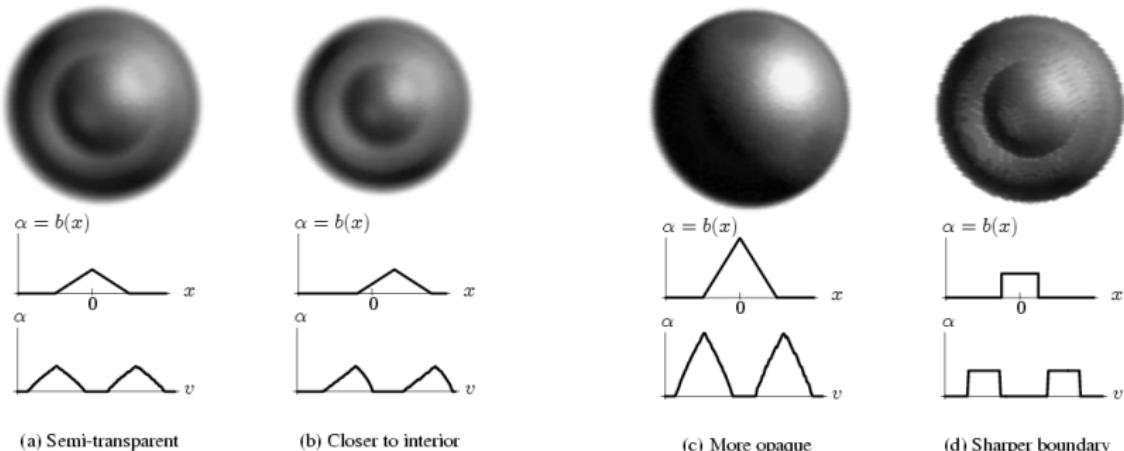
Função de ênfase da fronteira

Kindlmann and Durkin (1998)

O usuário define a função $b(x)$ que enfatiza a fronteira

- ▶ Ajusta localização, escala, largura e forma do pico

$$\alpha(v) = b(p(v))$$



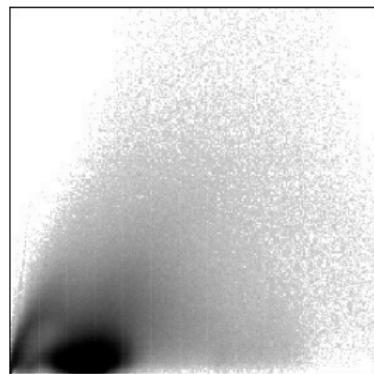
Observe que *todas* as fronteiras são detectadas

- ▶ Pode ser interessante permitir selecionar espectro de valores visíveis

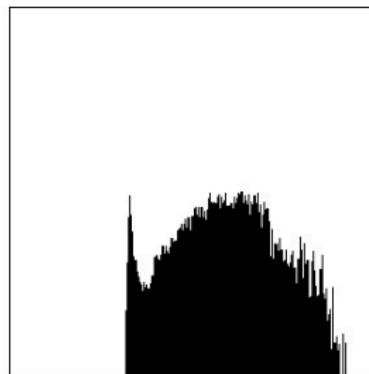
Detecção semi-automática de FT

Kindlmann and Durkin (1998)

Técnica funciona mesmo quando fronteira não é ideal



$f(x) \times f'(x)$



função de opacidade automática

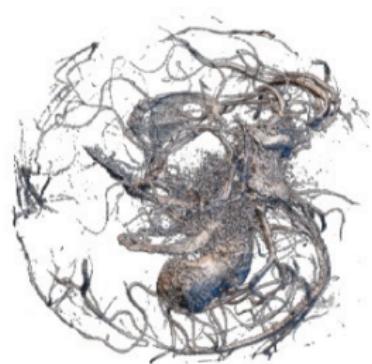


imagem renderizada

Extensão para FT 2D

Kindlmann and Durkin (1998)

FT 1D não é suficiente para separar fronteiras que se sobrepõem no espaço de v

- ▶ Exemplo dos cilindros concêntricos e do motor

Estendendo ideia para FT 2D

- ▶ $h(v, g) = \overline{f''(x)} / f(x) = v$ e $|\nabla f| = g$

$$p(v, g) = \frac{-\sigma^2 h(v, g)}{\max(g - g_{threshold}, 0)}$$

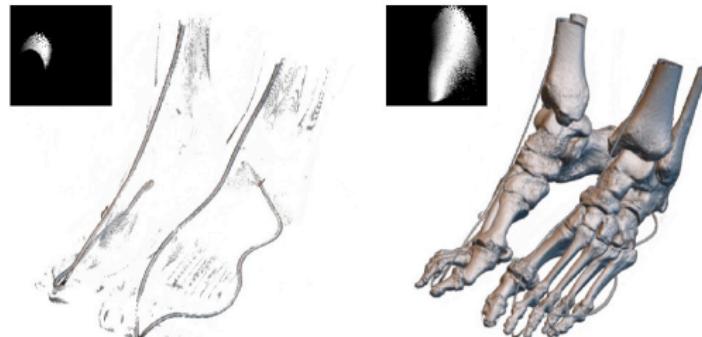
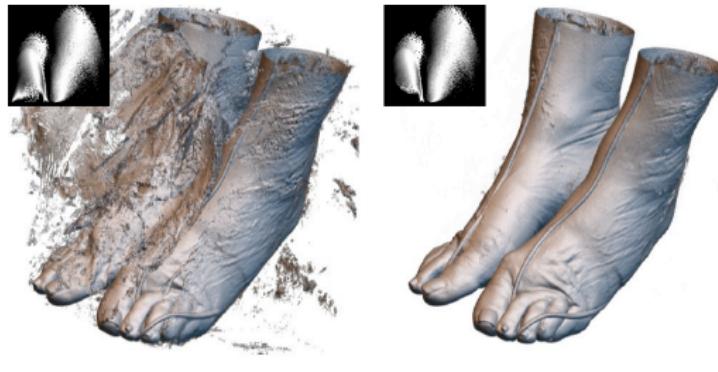
$$\alpha(v, g) = b(p(v, g))$$



Extensão para FT 2D

Kindlmann and Durkin (1998)

Usuário seleciona região de interesse (*lasso tool*)

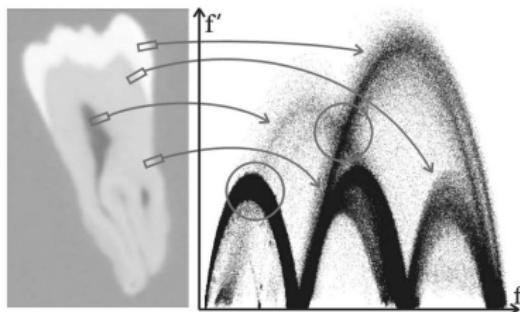


Histograma LH

Sereda et al. (2006)

Motivação

- Dificuldade de separação das informações identificadas por arcos



Histograma LH

- Identifica os dois valores escalares nas fronteiras
 - Valor inferior: F_L
 - Valor superior: F_H
- Constrói histograma cruzando F_L com F_H

Determinação de F_L e F_H

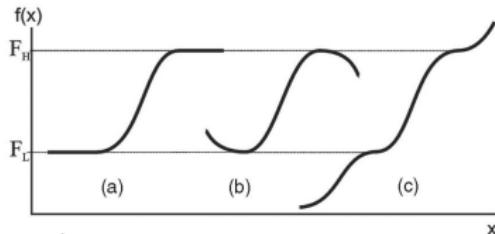
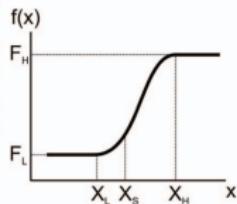
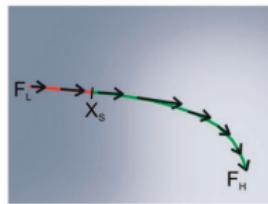
Sereda et al. (2006)

Para cada voxel, calcula $|\nabla f|$

- ▶ Se $|\nabla f| \leq \epsilon$ então não está na fronteira
 - ▶ $F_L = F_H = f(x)$
- ▶ Caso contrário, está na fronteira
 - ▶ Determina-se F_L e F_H

Determinação de F_L e F_H

- ▶ Traça caminho de partícula nas duas direções do gradiente
 - ▶ Até alcançar uma indicação de fim de fronteira



Área constante extensa

Pontos de min/max local

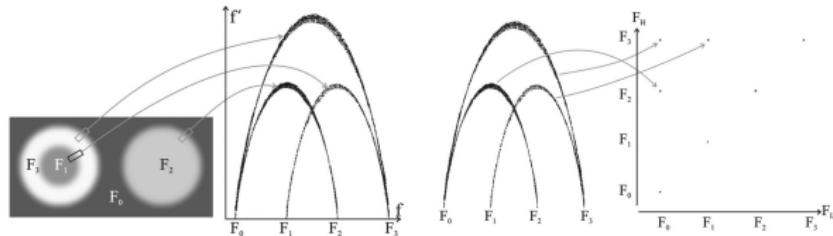
Pontos de inflexão

Histograma LH

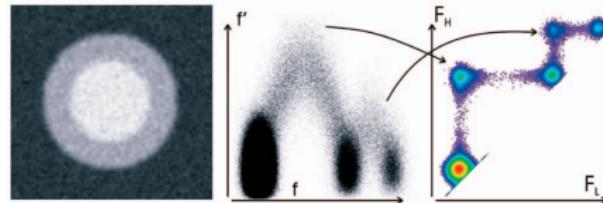
Sereda et al. (2006)

Fronteiras são mais fáceis de serem identificadas

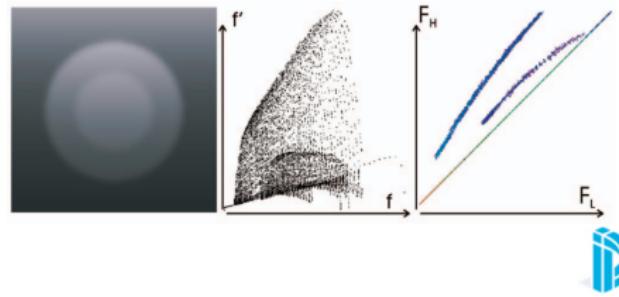
- Dado sintético



- Dado sintético com *noise*



- Dado sintético com *bias*

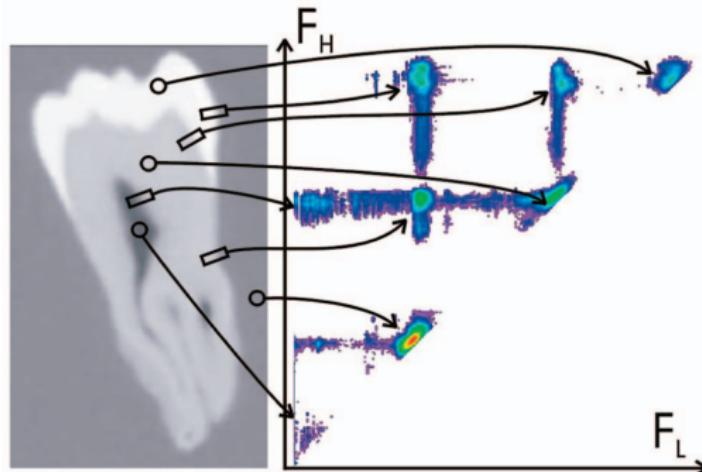


Histograma LH

Sereda et al. (2006)

Fronteiras finas

- ▶ Aglomerações verticais ou horizontais no histograma
 - ▶ Fronteira delimitada por min/max locais
 - ▶ Incremento em F_L ou decrecimento em F_H

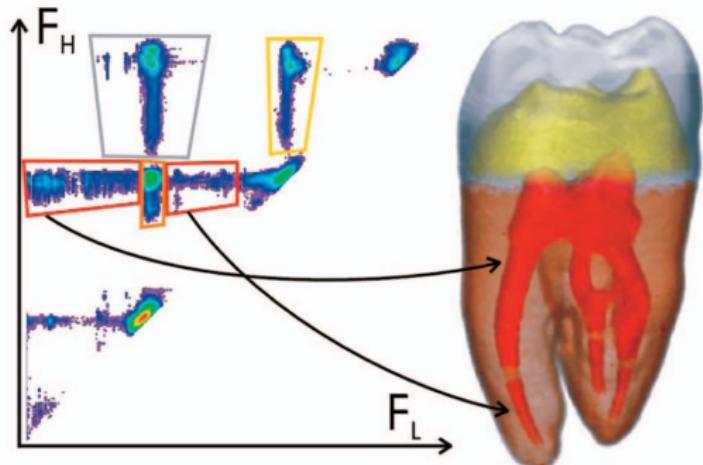


Histograma LH

Sereda et al. (2006)

Função de transferência 2D

- ▶ Seleciona regiões do histograma atribuindo cores
- ▶ Pode-se usar o gradiente como terceiro eixo de uma FT 3D
 - ▶ Permite selecionar apenas regiões nas arestas das fronteiras



Referência

- Kindlmann, G. and Durkin, J. W. (1998). Semi-automatic generation of transfer functions for direct volume rendering. In *In IEEE Symposium on Volume Visualization*, pages 79–86.
- Sereda, P., Vilanova Bartroli, A., Serlie, I. W. O., and Gerritsen, F. A. (2006). Visualization of boundaries in volumetric data sets using lh histograms. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 12(2):208–218.