上两节,我们依次讲了树、二叉树、二叉查找树。二叉查找树是最常用的一种二叉树,它支持快速插入、删除、查找操作,各个操作的时间复杂度跟树的高度成正比,理想情况下,时间复杂度是O(logn)。

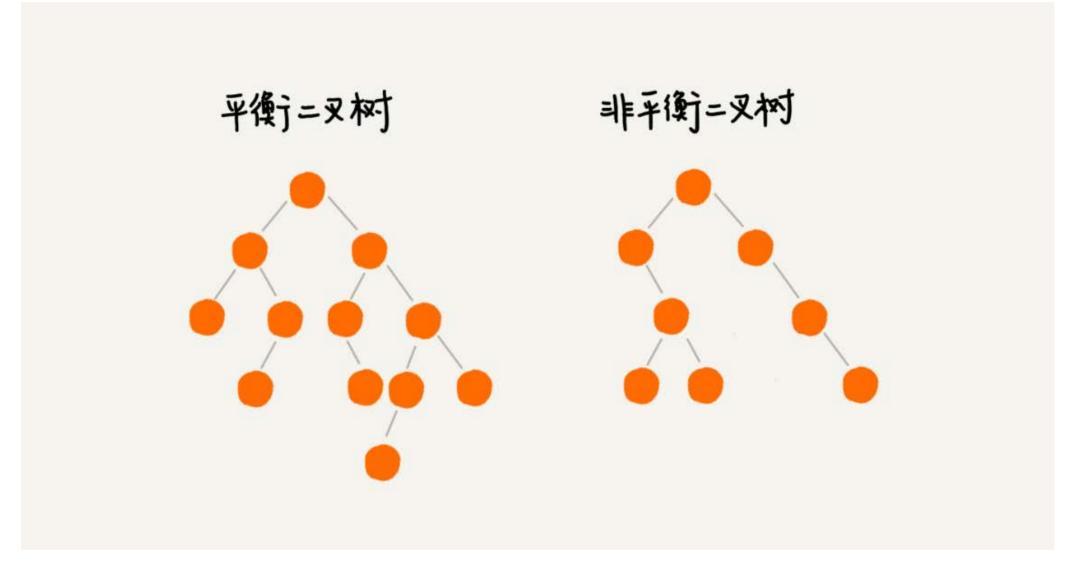
不过,二叉查找树在频繁的动态更新过程中,可能会出现树的高度远大于 \log_2 n的情况,从而导致各个操作的效率下降。极端情况下,二叉树会退化为链表,时间复杂度会退化到O(n)。我上一节说了,要解决这个复杂度退化的问题,我们需要设计一种平衡二叉查找树,也就是今天要讲的这种数据结构。

很多书籍里,但凡讲到平衡二叉查找树,就会拿红黑树作为例子。不仅如此,如果你有一定的开发经验,你会发现,在工程中,很多用到平衡二叉查找树的地方都会用红黑树。你有没有想过,为什么工程中都喜欢用红黑树,而不是其他平衡二叉查找树呢?

带着这个问题,让我们一起来学习今天的内容吧!

什么是"平衡二叉查找树"?

平衡二叉树的严格定义是这样的:二叉树中任意一个节点的左右子树的高度相差不能大于¹。从这个定义来看,上一节我们讲的完全二叉树、满二叉树其实都是平衡二叉树,但是非完全二叉树也有可能是平衡二叉树。



平衡二叉查找树不仅满足上面平衡二叉树的定义,还满足二叉查找树的特点。最先被发明的平衡二叉查找树是AVL树,它严格符合我刚讲到的平衡二叉查找树的定义,即任何节点的左右子树高度相差不超过¹,是一种高度平衡的二叉查找树。

但是很多平衡二叉查找树其实并没有严格符合上面的定义(树中任意一个节点的左右子树的高度相差不能大于 1),比如我们下面要讲的红黑树,它从根节点到各个叶子节点的最长路径,有可能会比最短路径大一倍。

我们学习数据结构和算法是为了应用到实际的开发中的,所以,我觉得没必去死抠定义。对于平衡二叉查找树这个概念,我觉得我们要从这个数据结构的由来,去理解"平衡"的意思。

发明平衡二叉查找树这类数据结构的初衷是,解决普通二叉查找树在频繁的插入、删除等动态更新的情况下,出现时间复杂度退化的问题。

所以,平衡二叉查找树中"平衡"的意思,其实就是让整棵树左右看起来比较"对称"、比较"平衡",不要出现左子树很高、右子树很矮的情况。这样就能让整棵树的高度相对来说低一些,相应的插入、删除、查找等操作的效率高一些。

所以,如果我们现在设计一个新的平衡二叉查找树,只要树的高度不比log₂n大很多(比如树的高度仍然是对数量级的),尽管它不符合我们前面讲的严格的平衡二叉查找树的定义,但我们仍然可以说,这是一个合格的平衡二叉查找树。

如何定义一棵"红黑树"?

平衡二叉查找树其实有很多,比如,Splay Tree(伸展树)、Treap(树堆)等,但是我们提到平衡二叉查找树,听到的基本都是红黑树。它的出镜率甚至要高于"平衡二叉查找树"这几个字,有时候,我们甚至默认平衡二叉查找树就是红黑树,那我们现在就来看看这个"明星树"。

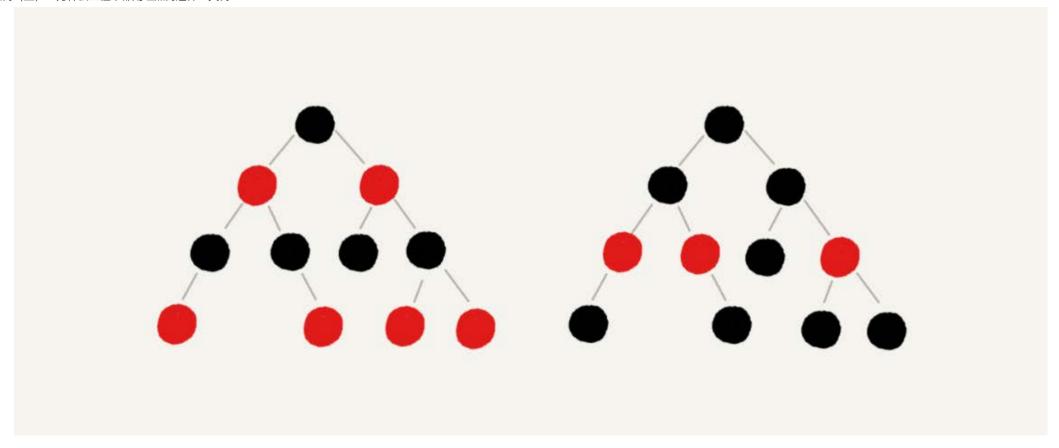
红黑树的英文是"Red-Black Tree",简称R-B Tree。它是一种不严格的平衡二叉查找树,我前面说了,它的定义是不严格符合平衡二叉查找树的定义的。那红黑树究竟是怎么定义的呢?

顾名思义,红黑树中的节点,一类被标记为黑色,一类被标记为红色。除此之外,一棵红黑树还需要满足这样几个要求:

- 根节点是黑色的;
- 每个叶子节点都是黑色的空节点 (NIL) , 也就是说, 叶子节点不存储数据;
- 任何相邻的节点都不能同时为红色,也就是说,红色节点是被黑色节点隔开的;
- 每个节点,从该节点到达其可达叶子节点的所有路径,都包含相同数目的黑色节点;

这里的第二点要求"叶子节点都是黑色的空节点",稍微有些奇怪,它主要是为了简化红黑树的代码实现而设置的,下一节我们讲红黑树的实现的时候会讲到。这 节我们暂时不考虑这一点,所以,在画图和讲解的时候,我将黑色的、空的叶子节点都省略掉了。

为了让你更好地理解上面的定义,我画了两个红黑树的图例,你可以对照着看下。



为什么说红黑树是"近似平衡"的?

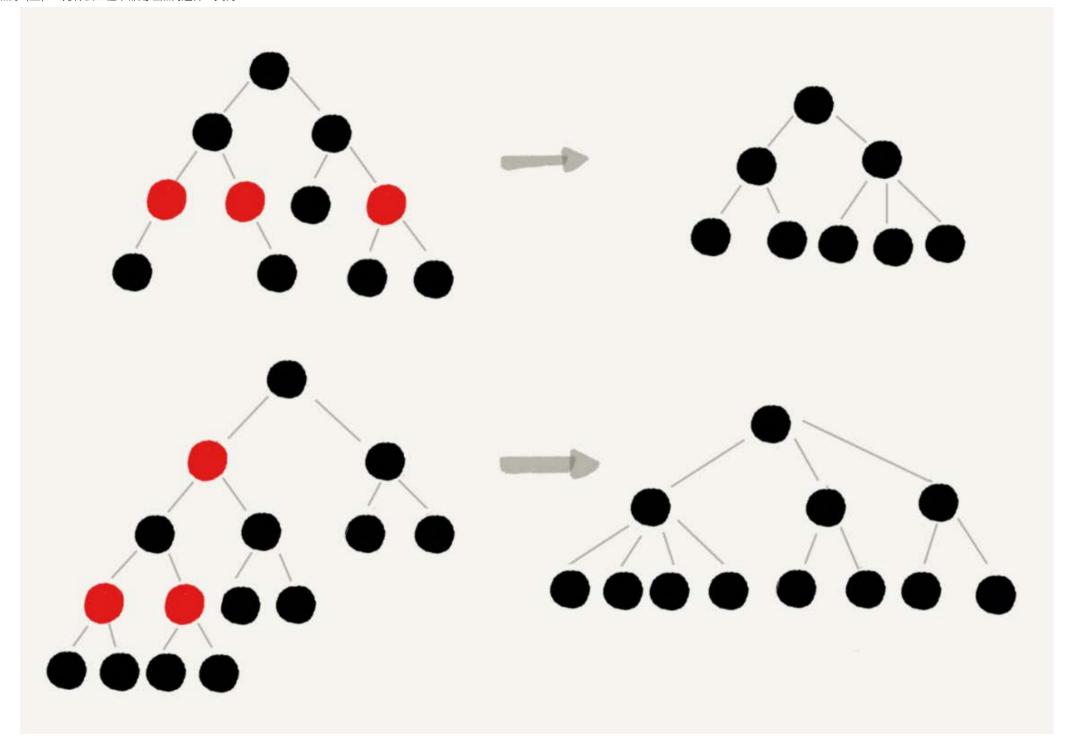
我们前面也讲到,平衡二叉查找树的初衷,是为了解决二叉查找树因为动态更新导致的性能退化问题。所以,"平衡"的意思可以等价为性能不退化。"近似平衡"就等价为性能不会退化的太严重。

我们在上一节讲过,二叉查找树很多操作的性能都跟树的高度成正比。一棵极其平衡的二叉树(满二叉树或完全二叉树)的高度大约是 $\log_2 n$,所以如果要证明红黑树是近似平衡的,我们只需要分析,<u>红黑树的高度是否比较稳定地趋近 $\log_2 n$ 就好了。</u>

红黑树的高度不是很好分析,我带你一步一步来推导。

首先,我们来看,如果我们将红色节点从红黑树中去掉,那单纯包含黑色节点的红黑树的高度是多少呢?

红色节点删除之后,有些节点就没有父节点了,它们会直接拿这些节点的祖父节点(父节点的父节点)作为父节点。所以,之前的二叉树就变成了四叉树。



前面红黑树的定义里有这么一条:从任意节点到可达的叶子节点的每个路径包含相同数目的黑色节点。我们从四叉树中取出某些节点,放到叶节点位置,四叉树就变成了完全二叉树。所以,仅包含黑色节点的四叉树的高度,比包含相同节点个数的完全二叉树的高度还要小。

上一节我们说,完全二叉树的高度近似 log_2n ,这里的四叉"黑树"的高度要低于完全二叉树,所以去掉红色节点的"黑树"的高度也不会超过 log_2n 。

我们现在知道只包含黑色节点的"黑树"的高度,那我们现在把红色节点加回去,高度会变成多少呢?

从上面我画的红黑树的例子和定义看,在红黑树中,红色节点不能相邻,也就是说,有一个红色节点就要至少有一个黑色节点,将它跟其他红色节点隔开。红黑树中包含最多黑色节点的路径不会超过 $\log_2 n$,所以加入红色节点之后,最长路径不会超过 $\log_2 n$,也就是说,红黑树的高度近似 $2\log_2 n$ 。

所以,红黑树的高度只比高度平衡的AVL树的高度(log_2n)仅仅大了一倍,在性能上,下降得并不多。这样推导出来的结果不够精确,实际上红黑树的性能更好。

解答开篇

我们刚刚提到了很多平衡二叉查找树,现在我们就来看下,为什么在工程中大家都喜欢用红黑树这种平衡二叉查找树?

我们前面提到Treap、Splay Tree,绝大部分情况下,它们操作的效率都很高,但是也无法避免极端情况下时间复杂度的退化。尽管这种情况出现的概率不大,但是对于单次操作时间非常敏感的场景来说,它们并不适用。

AVL树是一种高度平衡的二叉树,所以查找的效率非常高,但是,有利就有弊,AVL树为了维持这种高度的平衡,就要付出更多的代价。每次插入、删除都要做调整,就比较复杂、耗时。所以,对于有频繁的插入、删除操作的数据集合,使用AVL树的代价就有点高了。

所以,红黑树的插入、删除、查找各种操作性能都比较稳定。对于工程应用来说,要面对各种异常情况,为了支撑这种工业级的应用,我们更倾向于这种性能稳定的平衡二叉查找树。

内容小结

很多同学都觉得红黑树很难,的确,它算是最难掌握的一种数据结构。其实红黑树最难的地方是它的实现,我们今天还没有涉及,下一节我会专门来讲。

不过呢,我认为,我们其实不应该把学习的侧重点,放到它的实现上。那你可能要问了,关于红黑树,我们究竟需要掌握哪些东西呢?

还记得我多次说过的观点吗?我们学习数据结构和算法,要学习它的由来、特性、适用的场景以及它能解决的问题。对于红黑树,也不例外。你如果能搞懂这几个问题,其实就已经足够了。

红黑树是一种平衡二叉查找树。它是为了解决普通二叉查找树在数据更新的过程中,复杂度退化的问题而产生的。红黑树的高度近似log₂n,所以它是近似平衡,插入、删除、查找操作的时间复杂度都是O(logn)。

因为红黑树是一种性能非常稳定的二叉查找树,所以,在工程中,但凡是用到动态插入、删除、查找数据的场景,都可以用到它。不过,它实现起来比较复杂,如果自己写代码实现,难度会有些高,这个时候,我们其实更倾向用跳表来替代它。

课后思考

动态数据结构支持动态地数据插入、删除、查找操作,除了红黑树,我们前面还学习过哪些呢?能对比一下各自的优势、劣势,以及应用场景吗? 欢迎留言和我分享,我会第一时间给你反馈。



精选留言:

您的好友William 2018-11-16 03:14:58

老师做图的软件用的是什么啊?我看了不少的极客时间的blog,感觉老师这个是最好看的哈哈。[53赞]

• Smallfly 2018-11-16 02:34:08

动态数据结构的动态是什么意思?

动态是指在运行时该数据结构所占的内存会扩大或缩小。

数组是一种静态的数据结构,在创建时内存大小已经确定,不管有没有插入数据。而链表是动态的数据结构,插入数据 alloc 内存,删除数据 release 内存。

栈、队列、散列表、跳表、树都是抽象的数据结构,它们在内存中存在的形式都要依赖于数组或者链表。

如果用链表实现,很明显它们是动态的数据结构;如果用数组实现,那么在扩容的时候会创建更大内存的数组,原数组被废弃,从抽象角度看,它们仍旧是动态的。

[33赞]

作者回复2018-11-16 06:07:41

我看smallfly大牛好像对动态数据结构有些误解,可能其他同学也会有。所以,我解释一下: 动态数据结构是支持动态的更新操作,里面存储的数据是时刻在变化的,通俗一点讲,它不仅仅支持查询,还支持删除、插入数据。而且,这些操作都非常高效。如果不高效,也就算不上是有效的动态数据结构了。所以,这里的红黑树算一个,支持动态的插入、删除、查找,而且效率都很高。链表、队列、栈实际上算不上,因为操作非常有限,查询效率不高。那现在你再想一下还有哪些支持动态插入、删除、查找数据并且效率都很高的的数据结构呢??

• fy 2018-11-18 06:06:39

老师,可以教我们刷下leetcode上的算法,毕竟讲了这么多,还是练习的。这样的提升才有巨大的帮助 [15赞]

• allan 2018-12-02 08:31:17

看了这篇文章还是有很多疑惑,主要是不理解红黑树满足的几个性质,为什么要那样要求? [10赞]

• 失火的夏天 2018-11-15 23:16:40

动态数据结构有链表,栈,队列,哈希表等等。链表适合遍历的场景,插入和删除操作方便,栈和队列可以算一种特殊的链表,分别适用先进后出和先进先出的场景。哈希表适合插入和删除比较少(尽量少的扩容和缩容),查找比较多的时候。红黑树对数据要求有序,对数据增删查都有一定要求的时候。(个人看法,欢迎老师指正)[8赞]

作者回复2018-11-16 02:07:11

刚看错了。写的不错

• kakasi 2018-12-02 06:35:10

散列表:插入删除查找都是O(1),是最常用的,但其缺点是不能顺序遍历以及扩容缩容的性能损耗。适用于那些不需要顺序遍历,数据更新不那么频繁的。

跳表:插入删除查找都是O(logn),并且能顺序遍历。缺点是空间复杂度O(n)。适用于不那么在意内存空间的,其顺序遍历和区间查找非常方便。

红黑树:插入删除查找都是O(logn),中序遍历即是顺序遍历,稳定。缺点是难以实现,去查找不方便。其实跳表更佳,但红黑树已经用于很多地方了。[7赞]

• gg 2018-11-16 06:06:56

我看smallfly大牛好像对动态数据结构有些误解,可能其他同学也会有。所以,我解释一下:动态数据结构是支持动态的更新操作,里面存储的数据是时刻在变化的,通俗一点讲,它不仅仅支持查询,还支持删除、插入数据。而且,这些操作都非常高效。如果不高效,也就算不上是有效的动态数据结构了。所以,这里的红黑树算一个,支持动态的插入、删除、查找,而且效率都很高。链表、队列、栈实际上算不上,因为操作非常有限,查询效率不高。那现在你再想一下还有哪些支持动态插入、删除、查找数据并且效率都很高的的数据结构呢?? [4赞]

• null 2018-11-16 00:12:19

红黑树的节点颜色,是如何确定的,如何知道在新增一个节点时,该节点是什么颜色?

从红黑树需要满足的四个要求来看:

- 1. 根节点为黑色
- 2. 所有叶子节点为黑色, 且不存储数据
- 3. 相邻两个节点不能都为红色
- 4. 从某节点到其所有叶子节点的路径中,黑色节点数相同

从这四点要求,好像我一根树全是黑色,也是满足其定义的。这里用红黑两色区分各节点,意义是啥?

谢谢老师[3赞]

作者回复2018-11-16 02:05:05

新插入的节点都是红色的。全黑不可能的。红黑区分的意义你等下一节课看看能懂不

• 朱月俊 2018-11-17 02:27:08

动态数据结构比如本篇的平衡二叉查找树,还有就是跳表,跳表也支持动态插入,删除,查询,也很快,不同点是跳表还能支持快速的范围查询。比如level db中的memtable,redis都是使用跳表实现的,而也有用红黑树实现的memtable。

除此之外,跳表还支持多写多读,而红黑树不可以,这些场景下显然用跳表合适。[2赞]

• 有铭 2018-11-16 07:50:19

我除了看懂红黑树是一种"性能上比较均衡"的二叉树这个结论外,完全没搞懂它为啥能获得这个"比较平衡"的结果[2赞]