No exprese ningún cálculo en forma fraccionaria. El examen se aprueba con dos ejercicios correctamente resueltos en su totalidad y un ejercicio planteado. Salvo indicación contraria, use al menos 5 cifras significativas (preferible usar memorias de la calculadora)

Apellido, nombre(s): Feijoo, Sofía INSUFICIENTE.

1. La siguiente función tiene 2 raíces $f(x) = \frac{x^2}{4} - sen(x)$ en el intervalo $(-1;4)$.
   Se pide hallar la raíz positiva 1, a través del método de Punto Fijo.

R⁻

   (a) Encuentre explícitamente una $g(x)$, justificando su propuesta.
   (b) Estudie las propiedades de convergencia del método Punto Fijo.
   (c) Encuentre el cero buscado con una diferencia entre dos iteraciones sucesivas de $1 \cdot 10^{-6}$
   (d) Represente la respuesta final respetando la convención del curso $x = \bar{x} \pm \Delta x$

2. De una función desconocida se obtuvieron los siguiente valores.

x	0	1	2	3	4	5
y	1.0000	1.6180	2.6180	4.2361	6.8541	11.090

B

   (a) Plantee el modelo que crea correspondiente (que mejor ajuste los datos).
   (b) Plantee el sistema $A^T Ax = A^T b$.
   (c) Resolver utilizando la estrategia de descomposición[1] y expresar el modelo planteado con los valores hallados.
   (d) Estime el valor de la función en $f(1,6180339887)$

3. Estime a través de un polinomio de interpolación de orden mínimo 3, los valores con su cota de error correspondiente de $f(1,03)$ y $f(1,26)$ a partir de la siguiente tabla:

R

x	1,00	1,05	1,10	1.15	1.20	1,25	1,30
$f(x)$	1,00000	1.0164	1.0323	1.0477	1.0627	1.0772	1.0914

[1] puede ser tanto LU o Cholesky, sin pivoteo parcial

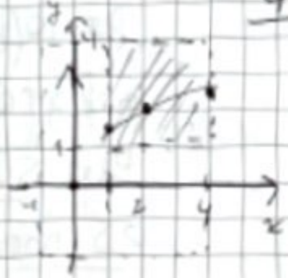
sofia feijoo

$$f'(x) = \frac{2x}{4} - \cos(x)$$

$\partial c = 2\pi$

① a) $g(x) = x - \frac{f(x)}{f'(c)} = x - \frac{\frac{x^2}{4} - \operatorname{sen}(x)}{\frac{1}{2}x \cos(x)} \cdot x - \frac{\frac{x^2}{4} - \operatorname{sen}(x)}{\frac{\pi 2}{2} \cdot \cos(2\pi)}$

$$g(x) = x - \frac{\frac{x^2}{4} - \operatorname{sen}(x)}{\pi}$$



$g(-1) = -1,34742$

$g(4) = 2,48586$

$g(2) = 1,97113$

$g(a) = 0$

$g(1) = 1,18827$

Si tomo el intervalo (1, 4) para buscar la raiz, el gráfico demuestra que g(x) es admisible.

además, f(1) es ⊖ y f(4) es ⊕, por lo que ahí hay una raiz.

teorema de Bolzano-

$x_0 = 2,5$

$x_1 = g(2,5) = 2,19314$

$x_2 = g(2,19314) = 2,06901$

$x_3 = 2,00797$

$x_3 = 1,97549$

$x_4 = 1,95753$

$x_5 = 1,94739$

$x_6 = 1,94161$

$x_7 = 1,93829$

$x_8 = 1,93637$

$x_9 = 1,93272$

$x_{10} = 1,93463$

$x_{11} = 1,93426$

$x_{12} = 1,93404$

$x_{13} = 1,93391$

$x_{14} = 1,93384$

El gráfico demuestra

① EXISTENCIA → El teorema de Punto fijo también define que para g(x) sea admisible se debe demostrar UNICIDAD ②

1) $g(x) \in [a,b] \quad \forall x \in [a,b]$

2) $|g'(x)| < 1 \quad \forall x \in [a,b]$

Asamblea

c) $x_0 = 1,8$

$x_1 = g(1,8) = 1,85215$

$x_2 = 1,88495$

$x_3 = 1,90494$

$x_4 = 1,916877$

$x_5 = 1,923913$

$x_6 = 1,92803$

$x_7 = 1,93043$

$x_8 = 1,93182$

$x_9 = 1,93263$

$x_{10} = 1,933106$

$x_{11} = 1,93337$

$x_{12} = 1,93353$

$x_{13} = 1,933627$

$x_{14} = 1,93368$

$x_{15} = 1,93371$

$x_{16} = 1,933729$

$x_{17} = 1,933739$

$x_{18} = 1,93374$

$[x_{19} = 1,933749]$ ✓

$\Delta x = 0,00005$

b) El método de punto fijo converge al punto fijo de $g(x)$ siempre y cuando lo mismo sea admisible.

Por la forma de $g(x)$ en el gráfico se podría decir que su convergencia es monótona. ?

d) $x = 1,933749 \pm 0,000001$

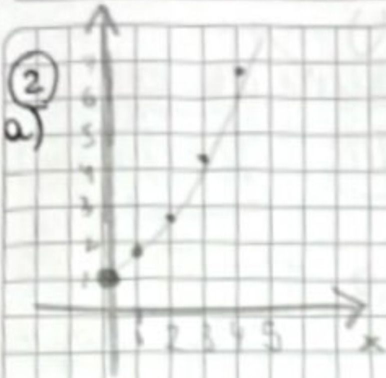
No está bien poner esta cota como error !!

$0,00005 > 0,000001$

Además, error punto fijo $= \frac{k}{1-k} \cdot |p_n - p_{n-1}|$.

Asamblea

sofia feijoo



2) a) → parece tener un crecimiento exponencial

$\Rightarrow y = a e^{bx}$

b) debo linealizar el modelo

$\ln(y) = \ln(a e^{bx})$ $\quad [\ln(y) = \ln(a) + bx]$

$[\ln(y) = \ln(a) + \ln(e^{bx})]$

De la tabla tengo:

· $\ln(1) = \ln(a) + b \cdot 0$

· $\ln(1,6180) = \ln(a) + b$

$$\Rightarrow \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 3 \\ 1 & 4 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}}_{A} \underbrace{\begin{bmatrix} \ln(a) \\ b \end{bmatrix}}_{x} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0,48119 \\ 0,96241 \\ 1,44364 \\ 1,92484 \\ 2,40604 \end{bmatrix}}_{B}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 3 \\ 1 & 4 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ln(a) \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0,48119 \\ 0,96241 \\ 0,44364 \\ 1,44364 \\ 1,92484 \\ 2,40604 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 6 & 15 \\ 15 & 55 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ln(a) \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7,21812 \\ 26,46644 \end{bmatrix}$$

c) $A = \begin{bmatrix} 6 & 15 \\ 15 & 55 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 15 \\ 0 & 17{,}5 \end{bmatrix} = U$

$f_2 = 1 \cdot f_2 - 2{,}5 f_1$

$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2{,}5 & 1 \end{bmatrix}$

$\cdot\ Ux = y \rightarrow \begin{bmatrix} 6 & 15 \\ 0 & 17{,}5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$

$\cdot\ Ly = b \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2{,}5 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7{,}21812 \\ 26{,}46649 \end{bmatrix}$

$\begin{cases} y_1 = 7{,}21812 \\ y_2 = 26{,}46649 - 2{,}5 \cdot 7{,}21812 = 8{,}27119 \end{cases}$

8,4212... ok planteo

$\cdot\ x_2 = \frac{y_2}{17{,}5} = 0{,}47264$

$\cdot\ 6x_1 + 15x_2 = y_1$

$6x_1 + 15 \cdot 0{,}47264 = 7{,}21812$

$x_1 = 0{,}02142$

$\Rightarrow y = 1{,}02165 \cdot e^{0{,}47264z}$ ok planteo

$\Rightarrow \cdot\ x_1 = \ln(a)$

$\boxed{a = 1{,}02165}$

$\cdot\ x_2 = \boxed{b = 0{,}47264}$

d) $f(\emptyset) = 2{,}19497$

sofia feijoo

③ Usando Newton Raphson:

$\boxed{x}$	$\boxed{f(x)}$	$\boxed{DD_1}$	$\boxed{DD_2}$	$\boxed{DD_3}$	$\boxed{DD_4}$
1	1				
		0,328			
1,05	1,0164		-0,1		
		0,318		0	
1,10	1,0323		-0,1		0,66666
		0,308		0,13333	
1,15	1,0477		-0,08		
		0,3			
1,2	1,0627				

↳ Como lo calculaste?

$\Rightarrow \cancel{P_3(x) = 1 + 0,328(x-1) - 0,1(x-1)(x-1,05)}$

$$P_3(x) = 1,0627 + 0,3(x-1,2) - 0,08(x-1,2)(x-1,15) + 0,13333(x-1,2)(x-1,15)(x-1,1)$$

$$err = |0,66666(x-1,2)(x-1,15)(x-1,10)(x-1,05)|$$

$\Rightarrow f(1,03) \cong P_3(1,03) = 1,01315$

$err = 1,90398 \cdot 10^{-5} = 0,00002$

$f(1,26) \cong P_3(1,26) = 1,08139$

$err = 1,47838 \cdot 10^{-4} = 0,00015$

MAL, SI NO USASTE EL NODO DE x = 1,3 ni x = 1 para armar el polinomio, evaluando en cualquier x fuera del intervalo (1,05; 1,2) es EXTRAPOLAR.