

2021-2022 大三上学期 算法设计与分析

- 计算题全部押中，爽死。
- 题目大多是英文的，有的关键词有汉语翻译，基本上都能读懂，不用担心。
- 考完之后问的老师，老师说题都是新出的，找到往年题也没用。（但其实思想是关键，理解思想而不是死记硬背往年题，达到举一反三触类旁通，则可集大成也）
- 这门课在计科这边是16级开的，也就是到我们（19级）才是第四年，同时老师上课说每年都会出新题，所以切忌死记硬背往年题，理解思想最重要。相信随着时间的延伸，更多的回忆版和往年题会出现，也希望大家注意甄别的同时，好好理解算法思想和证明思路。

一、计算题 (35分 = 10+10+15)

- 给一个有向加权图
 - 画出广度优先搜索树
 - 标出对图进行深度优先搜索后，图上的边的种类（树边、前向边、返回边、交叉边那些）
- 给一个有向图，从Floyd和矩阵乘算法里选一个，来画出算法运行过程中的距离矩阵矩阵（实际上有几个点，k就=几，就画几个矩阵）
- 最大流和最小割。给一个有向图，包括源点s和汇点t，画出此过程中的剩余网络和增广路（题目就是这么写的，我觉得应该还需要画最小割）

二、证明题 (20分 = 10 * 2)

- 一个有向图中，存在一个包含源点s的负环，证明在多次松弛操作后，在负环中仍存在一点v(i+1)， $d[v(i+1)] > d[v(i)] + w(v(i), v(i+1))$ 。（实际就是Bellman-Ford算法的思想）
- 一个有向图中，如果边 $e=(u,v)$ 不在任何一棵最小生成树中，证明：这个有向图存在一个环，e在环中是唯一的权值最大的边。（反证应该就能解决）

三、辨析题 (20分 = 10 * 2)

- 一个割(X,Y),穿过该割的边集为E(X,Y),问下面两个说法，哪个对哪个错，如果对，给出证明；如果错，举一个反例。（这个应该是第二个是对的）
 - 对图G的每一棵最小生成树，有且仅有E(X,Y)中的一条边
 - 对图G的每一棵最小生成树，至少有E(X,Y)中的一条边
- 图上有x、y两个点，在某次松弛操作后，有 $x = \pi(y)$ 。下面两个说法，哪个对哪个错，如果对，给出证明；如果错，举一个反例。（这个应该是第一个是对的）
 - $\delta(s,y) \leq \delta(s,x) + w(x,y)$ （三角不等式啊）
 - $d[s,y] = d[s,x] + w(x,y)$

四、算法设计题 (25分 = 12 + 13)

- 给一个有向图，有源点s和汇点t，图上的顶点可能有三种颜色中的一种，设计一种DP算法。
 - 给出变量定义，并解释是什么意思
 - 写出递推公式
 - 根据上面设计的算法来解决题目中的问题（实际就是跑过样例，跑出来结果）
- 有向图中任意一个顶点对u和v之间，满足u到v有且仅有一条简单路，且v到u也有且仅有一条简单路，我们说这个有向图是完全单连通的。
 - 设计一个算法，判断一个图是否是单连通，给出算法描述
 - 证明上面算法的正确性