2. Упорядоченные множества

Note 1

d8936dde76084fbfaa621700f57c7cd4

Пусть $R \subseteq A \times A$ — отношение эквивалентности. {{c2::Множество классов эквивалентности R}} называется {{c1::фактор-множеством множества A по отношению R.}}

Note 2

e212c805b47c40c48f35bdbd5130db2b

Бинарное отношение $R \subseteq$ {{c3::$A \times A$}} называется {{c2::называется отношением частичного порядка,}} если {{c1::оно рефлексивно, антисимметрично и транзитивно.}}

Note 3

2a3a6e89d50d41068b22bfd1c595b39a

Отношение {{c2::частичного порядка}} обычно обозначается символом {{c1::$\leqslant$.}}

Note 4

90faa1ffef764c7d808d6757d97dfa4b

Множество A с {{c2::заданным на нём отношением частичного порядка}} называется {{c1::частично упорядоченным множеством.}}

Note 5

4157aa1725c244a58f3e32a92a0937bb

Пусть $(A, \leqslant)$ — частично упорядоченное множество, $x, y \in A$. Говорят, что {{c2::x и y сравнимы,}} если {{c1::$x \leqslant y$ или $y \leqslant x$.}}

Note 6

e75ca87d267f4673a53c15a0e7adcccb

Бинарное отношение $R \subseteq$ {{c3::$A \times A$}} называется {{c2::отношением линейного порядка,}} если {{c1::R — отношение частного порядка и любые $x, y \in A$ сравнимы.}}

Note 7

79eba4d41c8b4aafa75c4a7c56268adb

Множество A с {{c2::заданным на нём отношением линейного порядка}} называется {{c1::линейно упорядоченным множеством.}}

Note 8

e914e0e523ee44139c021af45c63a712

Пусть $(A, \leqslant)$ — частично упорядоченное множество, $x, y \in A$. Говорят, что {{c2::$x < y$,}} если {{c1::$x \leqslant y$ и $x \neq y$.}}

Note 9

c264501d4458400e8b0073eac66b95fe

Пусть $(A, \leqslant)$ — частично упорядоченное множество. Во избежание путаницы, отношение {{c2::$<$}} называют отношением {{c1::строгого}} порядка.

Note 10

ec44ba694d2541deaae260221aaafdc5

Пусть $(A, \leqslant)$ — частично упорядоченное множество. Во избежание путаницы, отношение {{c2::$\leqslant$}} называют отношением {{c1::нестрого}} порядка.

Note 11

962a3744a3cc4153bd9317aab2cb46cb

Пусть $(A, \leqslant)$ — частично упорядоченное множество. Мы читаем знак $<$ как {{c1::«меньше».}}

Note 12

850b05ff29334d869b6a9c7e96eef9a9

Пусть $(A, \leqslant)$ — частично упорядоченное множество. Мы читаем знак $\leqslant$ как {{c1::«меньше или равно».}}

Note 13

0e5d3d3ef97541309f99f132d7d20073

Пусть $(A, \leqslant)$ — частично упорядоченное множество, $x, y \in A$. Тогда {{c2::$x \leqslant y$}} {{c3::тогда и только тогда, когда}} {{c2::$x < y$}} или {{c1::$x = y$.}}

Note 14

9b75255301e143ba94b347847852b33f

Пусть $(A, \leqslant)$ — частично упорядоченное множество. Является ли отношение $<$ рефлексивным?

▌ Нет.

Note 15

fcc7c32a4ca7455dbcd3260a478ecd97

Пусть $(A, \leqslant)$ — частично упорядоченное множество. Является ли отношение $<$ антирефлексивным?

▌ Да.

Note 16

2d5bf110950f42b4bc343f143b82dfc8

Пусть $(A, \leqslant)$ — частично упорядоченное множество. Является ли отношение $<$ транзитивным?

▌ Да.

Note 17

378780d3b9d74367a71bdf0fb3f67e9f

Пусть $(A, \leqslant)$ — частично упорядоченное множество. Является ли отношение $<$ асимметричным?

▌ Да.

Note 18

f4e2e2fe9c8140a6b8fcda896dd5da35

Пусть $(A, \leqslant)$ — частично упорядоченное множество, $x, y \in A$. Тогда если {{c2::$x \leqslant y \leqslant x$,}} то {{c1::$x = y$.}}

Note 19

1ca369e310d2477782f82089ab512891

Пусть $(A, \leqslant)$ — частично упорядоченное множество, $x, y \in A$. Тогда если $x \leqslant y \leqslant x$, то $x = y$. В чём ключевая идея доказательства?

▌ Антисимметричность.

Note 20

0af7ee8e9a5c4ad88db6ea371bee9527

Пусть $(A, \leqslant)$ — частично упорядоченное множество, $x, y \in A$. Почему не стоит читать $x \leqslant y$ как «x не больше y»?

> $\overline{x \geqslant y} \not\Longrightarrow x \leqslant y$, если порядок не линеен.

Note 21

414d948920404634bec1fec01bd9b0b2

Бинарное отношение $R \subseteq$ {{c3::$A \times A$}} называется {{c2::называется отношением предпорядка,}} если {{c1::оно рефлексивно и транзитивно.}}