Интуитивная теория множеств

Note 1

nod6ab23d8405a011650386a84b770

Под ((с2) множеством)) понимается ((с1) некоторая, вполне определённая совокупность объектов.))

Note 2

5f9814dbb38246348e00ffce1554e94a

Два основных способа задания множеств.

Перечисление, характеристическое правило.

Note 3

325300814df34c129e29e55cd92829be

«са Пустое множество» есть «самножество, которое не содержит элементов.»

Note 4

f4cb071a174b4cd29c7ac0c7cd405265

Note 5

ee3c092ea6f8412982372151ed6a3ef8

Пусть A — множество. (сл. Само множество A и пустое множество) называют (сл. несобственными подмножествами) множества A.

Note 6

d2d19259b6054a569cee5d5a0b24b0fe

Пусть A — множество. (сл. Все подмножества A, кроме \emptyset и A, в называют (сл. собственными подмножествами) множества A

Note 7

02ebf0e734664103a97df0f5c597b8c7

Пусть A — множество. (са: Множество всех подмножеств множества A) называется (са: булеаном) множества A.

Note 8

ac2c9531h8ad48eabh9e76hac3fdffa

Пусть A — множество. {{c²}} Булеан}} множества A обозначается {{c1}: $\mathcal{P}(A)$.}}

«са-Универсальное множество» есть (са-множество такое, что все рассматриваемые множества являются его подмножествами.

Note 10

446b3cd12ece46568e02af4ed65f3155

 $\{\{c_2\}$ Универсальное $\}$ множество обычно обозначается $\{\{c_1\}\}$ или $I_{-1}\}$

Note 11

c7621865085b4ac5a4b2b24efb11cf87

Приоритет операций над множествами: $\{\{c1:\overline{\cdot},\cap,\cup,\ldots\}\}$

Note 12

6b9f3c8671f2472e9e3b9a20aeb66aa

Пусть A и B — множества. Для удобства часто используется сокращение

$$\{\{c2::AB\}\} := \{\{c1::A \cap B.\}\}$$

Note 13

dc6fc558021f401696123dddc6c61abe

Пусть A и B — множества. «Симметрической разностью» множеств A и B называется множество «СП

$$(A \cup B) \setminus (A \cap B)$$
.

}}

Note 14

1c0cfd677111482c8d16fb1c43f9f802

Пусть A и B — множества. (се: Симметрическая разность) множеств A и B обозначается (се: $A \triangle B$.)

Note 15

658fb28e676a412082702daf0103e08e

Пусть A — множество. (с2::Дополнение A) обозначается (с1:: \overline{A} .

Три первых свойства свойства операций объединения и пересечения множеств.

Коммутативность, ассоциативность, дистрибутивность.

Note 17

0ab39012eaa94abcb901e5c26354d65b

Пусть A — множество.

$$A \cap A = \{\{c1::A.\}\}$$

Note 18

99349135847f4ab7a28f76b06715594e

Пусть A — множество.

$$A \cup A = \{\{c1::A.\}\}$$

Note 19

02876f67e1514f6d92d1e32ce2a5673f

Пусть A — множество.

$$A \cup \overline{A} = \{\{c1:: U.\}\}$$

Note 20

3303d884a57c4c979ab67f664325626a

Пусть A — множество.

$$A\cap \overline{A}= \{\{\text{c1::}\emptyset.\}\}$$

Note 21

c6b6114579204c8e99c5bfbc80ac53b9

Пусть A — множество.

$$A \cup \emptyset = \{\{\text{c1}::A.\}\}$$

Пусть A — множество.

$$A \cap \emptyset = \{\{c_1::\emptyset.\}\}$$

Note 23

bf06afa6211c4b10bd2ecffa833b05a2

Пусть A — множество.

$$A \cup U = \{\{c1::U.\}\}$$

Note 24

b5e4ab6a90eb4de38aa91aa27c7c4847

Пусть A — множество.

$$A\cap U=\{\{\mathrm{cl}::A.\}\}$$

Note 25

4e1167b5fa7748e68b1a4b9a80eaacb3

Пусть A и B — множества.

$$A_{\{\{c2:: \ \cup \ \}\}}(A_{\{\{c3:: \ \cap \ \}\}}B) = \{\{c1:: A.\}\}$$

«{{с4::Закон поглощения}}»

Note 26

478752160fb94508a605ed54a8601340

Пусть A и B — множества.

$$A_{\{\{c2::\cap\}\}}(A_{\{\{c3::\cup\}\}}B)=\{\{c1::A.\}\}$$

«{{с4::Закон поглощения}}»

Note 27

84569bc3ab574cb78e9bbc9f21dc6bd6

Пусть A и B — множества.

$$A\cap (B\cup \overline{A})=\{\{\mathrm{cl}:A\cap B.\}\}$$

Пусть A и B — множества.

$$A \cup (B \cap \overline{A}) = \{\{c1: A \cup B.\}\}$$

Note 29

391250023de4aefa419991a4de9c8ab

Пусть A и B — множества.

$$(A \cup B) \text{(c2::} \cap \text{)} (A \cup \overline{B}) = \text{(c1::} A.\text{)}$$

«{{с3::Закон расщепления}}»

Note 30

29ec5d118d8849bea46146efcbbc4473

Пусть A и B — множества.

$$(A\cap B)$$
{{c2:: \cup }} $(A\cap \overline{B})=$ {{c1:: A .}}

«{{с3::Закон расщепления}}»

Note 31

cfe43c6f8ac74a43a3f82ea5e01fee7d

Пусть A — множество.

$$\overline{\overline{A}} = \{\{c1::A.\}\}$$

Note 32

edcde29726c04401a88af2ef23f3c264

Пусть A и B — множества.

$$A \setminus B = \{\{\mathrm{cl}: A \cap \overline{B}.\}\}$$

Note 33

aed19cd8fa0d4ee3abf314b502af697d

Пусть A, B и X — множества.

$$\text{(c2:}X\cup A\subseteq B\text{)(c3:}\iff\text{(c1:}X\subseteq B\text{ in }A\subseteq B\text{.})$$

(при решений уравнений относительно X)

Пусть A, B и X — множества.

$$\{\text{\{c2::} A\subseteq X\cap B\}\}\{\text{\{c3::}}\iff\}\}\{\text{\{c1::} A\subseteq X\text{ in }A\subseteq B.\}\}$$

(при решений уравнений относительно X)

Note 35

5f70eba8ee804221a8e31f858c0b43ec

Пусть A, B и X — множества.

$$\{\text{c2::}X\cap A\subseteq B\}\}\{\text{c3::}\iff\}\}\{\text{c1::}X\subseteq \overline{A}\cup B.\}\}$$

(при решений уравнений относительно X)

Note 36

72ac0b5d9c1746c79264bb9bd3a0b5f2

Пусть A, B и X — множества.

$$\{\text{c2}:A\subseteq X\cup B\}\}\{\text{c3}:\iff\}\}\{\text{c1}:A\cap\overline{B}\subseteq X.\}\}$$

(при решений уравнений относительно X)

Note 37

9d92e00aafb44695841b52ab137664da

Пусть A, B, C, D и X — множества.

$$\begin{cases} A \subseteq X \subseteq B \\ C \subseteq X \subseteq D \end{cases} \iff \{\{\mathtt{c2::} A \cup C\}\} \subseteq X \subseteq \{\{\mathtt{c1::} B \cap D.\}\}$$

(при решений уравнений относительно X)

Note 38

ee9afcd63b43416d954d357d1dc689bb

В чём основная идея общего алгоритма для решения систем уравнений со множествами?

Привести систему к виду $AX \cup B\overline{X} = \emptyset$, где A и B не зависят от X.

Пусть A и B — множества.

$$\{\{c3::A=B\}\}\{\{c4::\iff\}\}\{\{c1::A\bigtriangleup B\}\}=\{\{c2::\emptyset.\}\}$$

Note 40

06c3d3d8c5614af3b760a31c9b94fdc8

Пусть A и B — множества.

$$A \cup B = \emptyset$$
{{c2:: \iff }}{{c1::}} $A = \emptyset$ и $B = \emptyset$.}}

Note 41

73259212f85a4411b131299cc49d90d

Пусть A и X — множества.

$$AX = \emptyset \iff \{\{c1::X \subseteq \overline{A}.\}\}$$

(при решений уравнений относительно X)

Note 42

c02302f80f0143d0bb7cdc18b8929288

Пусть B и X — множества.

$$B\overline{X} = \emptyset \iff \{\{\text{cl}:: B \subseteq X.\}\}$$

(при решений уравнений относительно X)

Note 43

96e46cd4122448b3a6c8a8543d793a05

Пусть A и B — множества. При каком условии система

$$\begin{cases} AX = \emptyset, \\ B\overline{X} = \emptyset \end{cases}$$

имеет решение?

 $B \subseteq \overline{A}$.

Note 44

e8c77h24h74411e9c9d6769ee278443

Пусть A и B — множества. Каково решение системы

$$\begin{cases} AX = \emptyset, \\ B\overline{X} = \emptyset. \end{cases}$$

$$B \subseteq X \subseteq \overline{A}$$
.

Note 45

f1c5541c7c884dba936d4374ff51af88

Пусть A и B — множества. Как в уравнении $AX \cup B\overline{X} \cup C = \emptyset$ избавиться от «свободного» множества C?

 $C = \emptyset$ — условие совместности системы.

Note 46

86475fdea01944fba56365048d57b02d

Пусть A и B — множества.

$$(A\times B)\cap (B\times A)=\{\text{c2::}\emptyset\} \quad \{\text{c3::}\iff\} \quad \{\text{c1::}A\cap B=\emptyset.\}\}$$

Note 47

8ca45754929648bda3ca5496c7cba70f

Операция {{ез::декартового произведения}} {{ес::дистрибутивна}} относительно {{ес::операций \cap , \cup , \setminus , \triangle .}}

Note 48

ad330727e2cb4c27970e8cb8fdcdeb23

Пусть A, B и C — множества. Равны ли множества $(A\times B)\times C$ и $A\times (B\times C)$?

Их отождествляют и считают равными.

Note 49

06a0896de5284f44bac5ddff2170cbb1

Пусть A и B — множества. Для $\{(c, c)\}$ конечных $\{(c, c)\}$ множеств,

$$|A \times B| = \{\{\text{c1::} |A| \cdot |B|.\}\}$$

Бинарные отношения

Note 1

cfc203cc41644c75b3df5d21c2bf036d

Пусть A и B — множества. (с.: Бинарным отношением) на множествах A и B называется (с.: некоторое подмножество $A \times B$.)

Note 2

3ba559fe73cf4c90b5b919ce1a45881a

Четыре способа задания бинарных отношений.

Перечисление, правило, матрица, граф.

Note 3

:0ee3ac94a454d748e625d9e8c854763

Пусть $R \subseteq A \times B$ — бинарное отношение.

$$aRb \stackrel{\mathrm{def}}{\Longleftrightarrow} \{\{c1::(a,b)\in R.\}\}$$

Note 4

cef6486539a64268a1827f863aa7b9e1

Пусть $R\subseteq A\times B$ — бинарное отношение. «Собратным отношением к R» называется «сомножество

$$\{(b,a) \mid aRb\}$$
.

}}

Note 5

5e2c602b70a3473684a8ea79d93c7d68

Пусть $R\subseteq A\times B$ — бинарное отношение. (С2) Обратное отношение к R) обозначается (С1) R^{-1} .)

Note 6

d6e34168370e44feafa7891c93b2df04

Пусть $R \subseteq A \times B$ — бинарное отношение. Тогда

$$R^{-1} \subseteq \{\{\operatorname{c1}:: B \times A\}\}.$$

Пусть $R \subseteq A \times B$ — бинарное отношение.

$$(R^{-1})^{-1} = \{\{c1::R.\}\}$$

Note 8

e91e90545919488bb2c2ebe373b9e615

Пусть $R\subseteq A imes B$ — бинарное отношение. «22 Областью определения R называется «12 множество

$$\{x \mid \exists y : xRy\}.$$

Note 9

08e952c62da84566a99743eb4c6c48a5

Пусть $R\subseteq A imes B$ — бинарное отношение. ((c2):Область определения R)) обозначается ((c1):D(R),)) ((c1): δ_R)) или ((c1):dom R.))

Note 10

13e35bd817d9438690104754dc4d016d

Пусть $R\subseteq A imes B$ — бинарное отношение. «С2» Областью значений R называется «С1» множество

$$\{y \mid \exists x : xRy\}$$
.

Note 11

051cc32e89b94beebd49875c952f6b5b

Пусть $R \subseteq A \times B$ — бинарное отношение. «са Область значений R обозначается (ст E(R),) (ст ρ_R) или (ст $\operatorname{im} R$.)

Note 12

c0426f6bec33477e9bc759610c4d426b

Пусть $R\subseteq A\times B$ и $S\subseteq B\times C$ — бинарные отношения. Композицией R и $S_{\mathbb{H}}$ называется (сл.:множество

$$\{(a,c)\mid \exists b:aRb$$
 и $bSc\}$.

Пусть $R\subseteq A\times B$ и $S\subseteq B\times C$ — бинарные отношения. (с2: композиция R и S) обозначается (с1:

$$R \circ S$$
.

Note 14

78bbe389ea094b0aad40c370c5092937

Является ли операция композиции бинарных отношений коммутативной?

Нет.

Note 15

63f83037312e4f29a81de945fb387d06

Является ли операция композиции бинарных отношений ассоциативной?

Да.

Note 16

1530beb1e1c24540a8be6f534775cca(

Пусть $R \subseteq A \times B$ и $S \subseteq B \times C$ — бинарные отношения.

$$(R \circ S)^{-1} = \{\{c_1:: S^{-1} \circ R^{-1}.\}\}$$

Note 17

10fae1eae25a48a2998a9be7d6af2e4d

Пусть $R\subseteq \{(c3),A\times A\}\}$. Отношение R называется $\{(c2),Hecum-metruuhum,\}\}$ если $\{(c1),Oho He cummetruuho, He асимметриино и не антисимметриино.}\}$

Note 18

8e02e778a9a5426fa89340cd47a6a0c

Пусть $R\subseteq \{\text{Ic3}:: A\times A\}$ — бинарное отношение. Отношение R называется $\{\text{Ic2}:: \text{интранзитивным},\}\}$ если $\{\text{Ic1}:: \text{Ic2}:: \text{интранзитивным},\}\}$

$$aRb$$
 и $bRc \implies \overline{aRc}$.

11

Пусть $R\subseteq \{\{c2:A\times A\}\}$ — бинарное отношение. Отношение R называется $\{\{c2:A\times A\}\}$ если $\{\{c1:A\times A\}\}$ если $\{\{c1:A\times A\}\}$ но и не интранзитивно. $\{\{c1:A\times A\}\}$

Note 20

3fcca348ef844da9d3cf01b1e27fe1f

Матрица A называется ((са) бинарной, ()) если ((са) все её элементы принадлежат множеству $\{0,1\}$.)

Note 21

25d02bbd94644780a0346254f22a07df

Пусть $R\subseteq A\times B$ — бинарное отношение, (св. A и B конечны.)) (св. Матрицей отношения R) называется (св. бинарная матрица

$$(a_i R b_j) \sim |A| \times |B|$$
.

Note 22

ce9cf9f0367d40f9bbdd914eb95eb39

Пусть $R\subseteq A\times B$ — бинарное отношение, A и B конечны. ««Матрица отношения R» обозначается (ст. $\|R\|$.)

Note 23

1f23045998c647aca7a97bcf2a5b5d31

Пусть $R\subseteq A\times B$ — бинарное отношение, (сл. $x\in A$.) (сл. Множество $\{b\mid xRb\}$) называется (сл. образом элемента x при отношении R.)

Note 24

65b799e6a5bc4b01bff56d2146031199

Пусть $R\subseteq A imes B$ — бинарное отношение, $x\in A$. (сев Образ элемента x при отношении R) обозначается (сев R(x).)

Note 25

477523df314842d1ad7c5a4d978f2f7a

Пусть $R\subseteq A\times B$ — бинарное отношение, (сл. $x\in B$.) (сл. Множество $\{a\mid aRx\}$)) называется (сл. прообразом элемента x при отношении R.)

Пусть $R\subseteq A\times B$ — бинарное отношение, $x\in B$. Прообраз элемента x при отношении R0 обозначается при отношении R1 обозначается при отношении R2.

Note 27

3348d69b0cf149a8a70f5ec94b05b306

Пусть $R \subseteq A \times B$ — бинарное отношение, {{c2::}} $X \subseteq A$.}}

$$\mathrm{def}_{\mathrm{co}}(X)\mathrm{def} = \bigcup_{x \in X} R(x).\mathrm{def}_{\mathrm{co}}$$

Note 28

5c26a7f17db242d7b8db989512093cc6

Пусть $R\subseteq A imes B$ — бинарное отношение, ([c2:: $X\subseteq B$.])

$$\mathrm{def}_{\mathrm{c}::R^{-1}(X)\mathrm{c}::} \bigcup_{x \in X} R^{-1}(x).\mathrm{def}_{\mathrm{c}::=X}$$

Note 29

5b5ba1073a2e479f8b8eca3f6c2c7329

Пусть A множество. (ст. Отношение $\{(x,x)\mid x\in A\}$) называется (ст. Тождественным отношением на A.)

Note 30

c1e1caa30e724485b938627008bc28d0

Пусть A множество. (с2: Тождественное отношение на A)) обозначается (с1: E.)

Note 31

ldc3c3c6dff84c6f8ba496ed57840291

Пусть $R\subseteq A imes B$ — бинарное отношение. Тогда R (кезтрефлексивно) тогда и только тогда, когда (кезтрефлексивно)

$$E \subseteq R$$
.

«В терминах множеств»

Пусть $R\subseteq A\times B$ — бинарное отношение. Тогда R «сачантирефлексивно» тогда и только тогда, когда «сачантирефлексивно» тогда и только тогда

$$R \cap E = \emptyset$$
.

«В терминах множеств»

Note 33

0b173912f3f54d539053ec72781173bf

Пусть $R\subseteq A imes B$ — бинарное отношение. Тогда R - полько тогда, когда (са:

$$R = R^{-1}$$
.

«В терминах множеств»

Note 34

1d0d52561f0b48f8a96ed987369af728

Пусть $R\subseteq A imes B$ — бинарное отношение. Тогда R «едентисимметрично» тогда и только тогда, когда «еден

$$R \cap R^{-1} \subseteq E$$
.

«В терминах множеств»

Note 35

92c95593c51a4ac08d44f6be1cf69e5e

Пусть $R\subseteq A imes B$ — бинарное отношение. Тогда R ((с2) асимметрично) тогда и только тогда, когда ((с1):

$$R \cap R^{-1} = \emptyset.$$

«В терминах множеств»

Пусть $R\subseteq A\times B$ — бинарное отношение. Тогда R (се: транзитивно) тогда и только тогда, когда (се:

$$R \circ R \subseteq R$$
.

}}

«В терминах множеств»

Note 37

045dab85eeaa4728b61896649dc1ba75

Пусть $A, B \in \mathbb{R}^{n \times m}$. Тогда

$$\text{(c2::} A \leqslant B \text{)} \iff \text{(c1::} a_{ij} \leqslant b_{ij} \quad \forall i,j. \text{)}$$

Note 38

3b1e7f3609054643ae820caaeae6db2a

Пусть $A, B \in \mathbb{R}^{n \times m}$. Тогда

$$\text{(c2::} A < B\text{)} \iff \text{(c1::} A \leqslant B \text{ is } A \neq B\text{.}\text{)}$$

Note 39

cfdc6aac0b1d4a87b2bec698ca44ce30

Пусть $A,B\in\mathbb{R}^{n\times m}$. Матрицы A и B называют (селнесравнимыми,) если (селне выполняется ни $A\leqslant B$, ни $B\leqslant A$.))

Note 40

303fa2bd38f446e59e6690ebc8c9c824

Бинарную операцию ((с2::«или»)) так же называют логистическим ((с1::сложением.))

Note 41

46107ba23b0a4fcdaaa341d70b37861c

Бинарную операцию (се:«и») так же называют логистическим (ст:умножением.)

 $\{(c2)$ Операция поэлементного умножения матриц $\}$ называется $\{(c1)$:произведением Адамара. $\}$

Note 43

510b762349a41cc87225739c6fe6dc0

Пусть $A,B\in\mathbb{R}^{n\times m}$. Произведение Адамара матриц A и B обозначается пслед о B или пслед $A\odot B$.

Note 44

054e224483f4cc28f2739f6fad9f51

Пусть $R, S \subseteq A \times B$ — бинарные отношение.

$$\{\{\mathrm{c2::}\, \|R\cap S\|\,\} = \{\{\mathrm{c1::}\, \|R\|\circ \|S\|\,.\}\}$$

Note 45

93467a16ee87438cbc954b8b71d23aa4

Пусть $R, S \subseteq A \times B$ — бинарные отношение.

$$\{\{c2:: \|R \cup S\|\}\} = \{\{c1:: \|R\| + \|S\|$$
 (с логистическим сложением).}]

Note 46

1c75356f6fe44393ae1e2c195bed3c1

Пусть $R \subseteq A \times B$ и $S \subseteq B \times C$ — бинарные отношения.

$$\{\{c2:: \|R\circ S\|\}\} = \{\{c1:: \|R\|\cdot \|S\|$$
 (с логистическим сложением).}}

Note 47

525cce9b6e944f94911754eec1fc824b

Пусть $R,S\subseteq A\times B$ — бинарные отношение.

$$\{\text{c2::} R \subseteq S\}\}\{\text{c3::} \iff \}\}\{\{\text{c1::} \|R\| \leqslant \|S\| .\}\}$$

(в терминах матриц)

Пусть $R\subseteq A imes B$ — бинарное отношение. Тогда R ((с2: транзитивно)) тогда и только тогда, когда ((с1:

$$\|R\|^2 \leqslant \|R\|$$
 (с логистическим сложением).

«В терминах матриц»

Note 49

bb1c4dba55ad47adbacfd250e1f39101

Пусть $R\subseteq A\times A$ — отношение эквивалентности. (кез:Множество классов эквивалентности R)) обозначается (кез: $[A]_R$.

Note 50

c54eb7123d974c8aba9972163019b4ac

Пусть $R\subseteq A\times A$ — отношение эквивалентности, $a\in A$. (каже эквивалентности, порождённый a,)) обозначается (каже [a].))

Note 51

b21c1b2e3c504807a89717a4205b3fdf

Пусть A — множество. «С22 Разбиение множества A» обозначается (С12: $\langle A \rangle$.)

Note 52

3d8bf9b65a4b4898be5460faaaecab86

Пусть $R\subseteq A\times A$ — бинарное отношение. ([с2]: Транзитивным у замыканием R называют ([с1]: наименьшее транзитивное отношение на X, включающее R.))

Note 53

08c79ddd7572454f9ecc2f3580a39674

Пусть $R\subseteq A\times A$ — бинарное отношение. Если $\{(c2)^nR$ транзитивно, $(c3)^n$ то транзитивное замыкание R есть $\{(c1)^nR$ транзитивное R

Note 54

e7b56866ed8e4192a45f157195f949e4

Пусть $R\subseteq A\times A$ — бинарное отношение. (С. Транзитивным сокращением $R_{\|}$ называется (С. Минимальное отношение R' на $X_{\|}$ такое, что (С. Транзитивное замыкание R' совпадает с транзитивным замыканием $R_{\|}$)

 $\{(c3)$ -Диаграмма Ха́ссе $\}$ — это вид диаграмм, используемый для представления $\{(c1)$ -конечного частично упорядоченного множества $\}$ в виде $\{(c2)$ -графа его транзитивного сокращения.