# Лекция 08.02.23

## Note 1

75827b1592ce43c89cb6b0ced3b4d31f

Что называют точкой единственности нормальной системы ОДУ?

> Точку, в которой любые два решения совпадают в какой-то окрестности.

## Note 2

2ea8ea4d05724302a63c54bc0da567d3

Что называют областью единственности нормальной системы ОДУ?

> Множество, каждая точка которого является точкой единственности.

## Note 3

d01750d4171240d29b0a0cd7c3d3c529

Как называется множество, каждая точка которого является точкой единственности нормальной системы ОДУ?

> Область единственности.

## Note 4

4d1523d66ab844aa9b0704cc711c3417

Какой объект рассматривается в лемме Гронуолла?

> Вещественная функция, непрерывная на промежутке.

## Note 5

543b9220dd454bd9924332527fd9daf3

При каком условии мы можем что-либо заключить из леммы Гронуолла?

> Функция неотрицательна и удовлетворяет верхней оценке специального вида.

## Note 6

a3ecb63abd4a4f7cb6f0b3816af87e42

Какая верхняя оценка рассматривается в условии леммы Гронуолла для функции $u(x)$?

> $$u(x) \leqslant \lambda + \mu \left| \int_{x_0}^{x} u \right| .$$

## Note 7

d9166e03442c40348858cea60c552e7b

Что мы заключаем из леммы Гронуолла при

$$0 \leqslant u(x) \leqslant \lambda + \mu \left| \int_{x_0}^{x} u \right| ?$$

> Функция мажорируется $\lambda e^{\mu|x-x_0|}$

## Note 8

d0ac7971eb0848c5945bd44448c69ed2

Как называется утверждение, дающее верхнюю оценку значению функции, удовлетворяющей неравенству

$$0 \leqslant u(x) \leqslant \lambda + \mu \left| \int_{x_0}^{x} u \right| ?$$

> Лемма Гронуолла.

## Note 9

027057804d3b47cda81edd42af57dd3a

Каков первый шаг в доказательстве леммы Гронуолла?

> Не умаляя общности, $x > x_0$.

## Note 10

a1c68ab3f1ae4bdbbee93390da3a3de8

В чём основная идея доказательства леммы Гронуолла?

> Продифференцировать правую часть и получить для неё рекуррентное неравенство.

## Note 11

e95c91c2543a47bf89a1249f77ff6307

В доказательстве леммы Гронуолла, что делать с

$$F'(x) \leqslant \mu F(x)\,,$$

где $F(x)$ — верхняя оценка из условия леммы?

> Перенести всё налево, умножить на $e^{\mu(x-x_0)}$ и “признать врага в лицо.”

## Note 12

2112162dc12d4371a5d95a0a5c81dde1

Что мы заключаем из леммы Гронуолла при

$$0 \leqslant u(x) \leqslant \mu \left| \int_{x_0}^{x} u \right| ?$$

> $u \equiv 0$.

## Note 13

3a4dc8a6e6c843cab187bd437bd37ed7

Как называется теорема, дающая достаточное условие для единственности решения нормальной системы ОДУ?

> Теорема единственности. (Без именного названия.)

## Note 14

f10d5792225a462e818a47338d607d44

При каком условии мы можем что-либо заключить и теоремы единственности для нормальной системы

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y)\,?$$

> $f$ непрерывна и локально липшицева по $y$ на области.

## Note 15

3999cae9517e45d38664d4057e294d61

Что мы заключаем из теоремы единственности для нормальной системы ОДУ?

> Рассматриваемая область является областью единственности.

## Note 16

ee6667cf95fa44ea94ed335d1995449c

Что мы знаем про нормальную систему ОДУ $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$, если $f$ непрерывна?

> Система имеет решение в любой точке области.

## Note 17

ea18f67e9b5744b8bedca43879e2f1ce

Что мы знаем про нормальную систему ОДУ $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$, если $f$ непрерывна и $f \in \mathrm{Lip}_{y,loc}$?

> Система имеет единственное решение в любой точке области.

## Note 18

83c8abcc85f4421fbf2631d2d41a355e

В чём основная идея доказательства теоремы единственности для нормальной системы ОДУ?

> Эквивалентное интегральное уравнение и лемма Гронуолла для модуля разности двух решений.

## Note 19

11813e9dad05416ea07fec54079ef308

Для каких отображений определяют понятия продолжения влево/вправо?

> Для отображений на вещественном интервале.

## Note 20

edd36d4bee94445d87ac7321ef743c2b

Пусть $f : (a, b) \to \mathbb{R}^n$. Что называется продолжением $f$ вправо за точку $b$?

> Продолжение $f$ на $(a, b+h)$ для $h > 0$.

## Note 21

97987fbe68164bc8a81f5a04da103eea

Пусть $f : (a, b) \to \mathbb{R}^n$. Как называется продолжение $f$ на $(a, b+h)$ для $h > 0$?

> Продолжение $f$ вправо за точку $b$.

## Note 22

07a52d059bbb42b69130084ef38de2bf

Пусть $f : (a, b) \to \mathbb{R}^n$. Что называется продолжением $f$ влево за точку $a$?

> Продолжение $f$ на $(a-h, b)$ для $h > 0$.

## Note 23

e4b59d0b8312421eb65334626219bd70

Какие решения нормальной системы ОДУ называются продолжимыми вправо?

> Для которых существует продолжение вправо, являющееся решением на увеличенном интервале.

## Note 24

29fa852c7ae349a7bbc629ba1ccbc91d

Как называется решение нормальной системы ОДУ, для которого существует продолжение вправо, являющееся решением на увеличенном интервале?

> Оно называется продолжимым вправо за правую границу интервала.

## Note 25

c491a538b7db4ce3bf0c6ca23237934b

Какая нормальная система ОДУ рассматривается в критерии продолжимости решения?

> Удовлетворяющая теоремам о существовании и единственности.

### Note 26

8254ec43487a4e93a77cea2097415f38

Сколько условий рассматривается в критерии продолжимости решения нормальной системы ОДУ?

> Два.

### Note 27

0a9dcea1e6074255be00f65fdea01c03

Каково первое условие в критерии продолжимости решения нормальной системы ОДУ?

> Функция-решение стремится к конечному значению при стремлении аргумента к границе интервала.

### Note 28

a81ae7bc19a64929ba24fac472d948f7

Каково второе условие в критерии продолжимости решения нормальной системы ОДУ?

> Предельная точка графика решения лежит в области определения системы.

### Note 29

c1a593f883dc4ca286c605eb39e9e0cb

В чём основная идея доказательства критерия продолжимости решения нормальной системы ОДУ (необходимость)?

> Использовать непрерывность продолжения.

### Note 30

6bacc1bc712547c98eba8cb8df13c0d7

В чём основная идея доказательства критерия продолжимости решения нормальной системы ОДУ (достаточность)?

> Построить решение в предельно точке по теореме о существовании и единственности.

# Лекция 15.02.23

## Note 1

2e70121fb1cd476b88648f942378d5af

Какое решение нормальной системы ОДУ называется полным?

> Не продолжимое ни вправо, ни влево.

## Note 2

292c61dbfb87414badb68d642ac18ce9

Как называется решение нормальной системы ОДУ, не продолжимое ни вправо, ни влево?

> Полное решение.

# Семинар 13.02.23

## Note 1

b2a41835e1e34c13a8613528a5da5984

Какой вопрос решает формула Остроградского-Лиувилля?

> Поиск общего решения линейного ОДУ порядка 2.

## Note 2

10ed454bd6f14993b6688b0fd10d83e7

К каким линейным ОДУ порядка 2 применима формула Остроградского-Лиувилля?

> Со старшим коэффициентом равным единице.

## Note 3

0cc85c87f3cf47e3a72a6ca696e41ed3

Что нужно для поиска общего решения линейного ОДУ порядка 2 по формуле Остроградского-Лиувилля?

> Известное частное решение.

## Note 4

a752e29e2f11490a868adb3e833f6587

Формула Остроградского-Лиувилля для ОДУ

$$y'' + py' + qy = 0$$

с частным решением $y_1 \ldots$

> $$\begin{vmatrix} y_1 & y \\ y_1' & y' \end{vmatrix} = Ce^{-\int p\,dx}.$$

## Note 5

f2208397751c43d0be5bdc7ca1d2a728

В каком виде обычно ищут частное решение линейного ОДУ порядка 2 для применения формулы Остроградского-Лиувилля?

> Многочлен или $e^{\alpha x}$.

## Note 6

e8f4044a18b241959ff403bca242d8d1

Как найти степень многочлена при поиске частного решения линейного ОДУ порядка 2?

> Подставить $x^n$ и приравнять к нулю коэффициент перед старшей степенью.

## Note 7

e0a16dee90764dffb9f4c18a7d226fd7

Как ищется многочлен, являющийся частным решением линейного ОДУ порядка 2, если уже известна его степень?

> Методом неопределённых коэффициентов.