

Лекция 08.02.23 (1)

Note 1

c479b17923b04cc899ccd36d430abf6e

Для каких функций определяется интеграл Фурье?

Кусочно-гладких на любом отрезке и абсолютно интегрируемых на \mathbb{R} .

Note 2

2e470cdc0266434182a07d52209c1bca

Откуда, в общих чертах, возникает понятие интеграла Фурье?

Из предельного перехода от рядов Фурье.

Note 3

a801b28dfec4b9fa7c62fd2092d035a

Как выглядит ряд Фурье $2l$ -периодической функции?

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos \frac{\pi n x}{l} + b_n \sin \frac{\pi n x}{l} \right).$$

Note 4

a59aff7532704ca498a695bca1ca01d1

Как определяются коэффициенты a_n ряда Фурье $2l$ -периодической функции?

$$\frac{1}{l} \int_{-l}^l f(x) \cos \frac{\pi n x}{l} dx.$$

Note 5

9ecca0b0846a4282ba65eb6706848d71

Как определяются коэффициенты b_n ряда Фурье $2l$ -периодической функции?

$$\frac{1}{l} \int_{-l}^l f(x) \sin \frac{\pi n x}{l} dx .$$

Note 6

64752d21c9814733ac5b4fc4a8ebb571

Для каких функций выполняется интегральная формула Фурье?

Кусочно-гладких на любом отрезке и абсолютно интегрируемых на \mathbb{R} .

Note 7

b4fb252816f14260aae170ff59eb8c0d

Как выводится интегральная формула Фурье?

Как предел разложения в ряд Фурье на $[-r, r]$ при $r \rightarrow \infty$.

Note 8

a459215af9634f8a9ef3a69def0eb908

Что в выводе интегральной формулы Фурье происходит со свободным членом разложения в ряд Фурье?

Он стремится к нулю.

Note 9

58b7f21884cd410fb9bd777ec693ebc4

Как в выводе интегральной формулы Фурье перейти от суммы к интегралу?

Использовать неформальное сходство с интегральной суммой соответствующего интеграла.

Note 10

c9abe7ec159c45c2a383de945f6c72e5

Как в выводе интегральной формулы Фурье показать неформальное сходство выражения

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{l} \left(\int_{-l}^l f(x) \cos \frac{\pi n(x-u)}{l} du \right)$$

с соответствующей интегральной суммой?

Ввести $\lambda_k = \frac{\pi n}{l}$, откуда $\Delta \lambda_k = \frac{\pi}{l}$.

Note 11

3b4198d58dcc4333b79c02b0ff82b891

Интеграл Фурье...

$$\int_0^{\infty} (a(\lambda) \cos \lambda x + b(\lambda) \sin \lambda x) d\lambda.$$

Note 12

c889f142f0cf44e0b06b987221c635da

Как определяется коэффициент $a(\lambda)$ в интеграле Фурье функции f ?

$$a(\lambda) = \frac{1}{\pi} \int_{\mathbb{R}} f(x) \cos \lambda x dx.$$

Note 13

d1a6cd839e7c4a2786c48a1a3ad6b0fa

Как определяется коэффициент $b(\lambda)$ в интеграле Фурье функции f ?

$$b(\lambda) = \frac{1}{\pi} \int_{\mathbb{R}} f(x) \sin \lambda x dx.$$

Note 14

3ea5ca54f4a44a11a08a441ec3f997ea

Коэффициенты $a(\lambda)$ и $b(\lambda)$ в интеграле Фурье фактически задают закон распределения амплитуд и начальных фаз в зависимости от частоты.

Note 15

a77d334a54924e4ba13350819b4aa62e

Как называется интеграл

$$\frac{1}{\pi} \int_0^\infty d\lambda \int_{\mathbb{R}} f(u) \cos(\lambda(t-x)) du ?$$

■ Интеграл Фурье.

Note 16

2106cbd921f24b16abbcd357a0ca9e55

Что утверждает интегральная формула Фурье?

■ Равенство среднего значения односторонних пределов значению интегралу Фурье.

Note 17

0cb0976cbc5442fd977022e6b98b5088

Как интеграл Фурье упрощается для нечётных функций?

■ Остаются только синусы.

Note 18

ee2657adb0724053ab951a4022088d05

Как интеграл Фурье упрощается для чётных функций?

■ Остаются только косинусы.

Note 19

405a32411509412b8a3b7a6a0384c14b

Как интеграл Фурье строится для функций, определённых на $(0, +\infty)$?

■ Путём (не)чётного продолжения функции на \mathbb{R} .

Лекция 08.02.23 (2)

Note 1

2997689aa1c24e939f84c1392dfc1061

Чем в первую очередь является интеграл, зависящий от параметра?

- Функция, аргумент которой играет роль параметра.

Note 2

0e0c024c4c584815bc1daf2b87d001fe

Какие части интеграла, зависящего от параметра, собственно могут зависеть от параметра?

- Границы интегрирования и подынтегральная функция.

Note 3

b96f8eb96a4d42cdb1f17860eca8ffe9

Какой интеграл рассматривается в теореме о непрерывности интеграла, зависящего от параметра?

- Интеграл по отрезку, не зависящему от параметра.

Note 4

d87dbab278f348399f0e5d5da2d74c2e

Какому множеству принадлежат значения параметра в теореме о непрерывности интеграла, зависящего от параметра?

- Фиксированный отрезок.

Note 5

118ac67b133e45dc9bd834fbf8a12aef

При каком условии мы можем что-либо заключить из теоремы о непрерывности интеграла, зависящего от параметра?

- Подынтегральная функция непрерывна (на области определения в \mathbb{R}^2).

Note 6

7e1447d4172a450a926a1e0ccb1fcdf0

Что мы заключаем из теоремы о непрерывности интеграла, зависящего от параметра?

■ Интеграл по параметру непрерывен.