

2. Упорядоченные множества

Note 1

d8936dde76084fbfaa621700f57c7cd4

Пусть $R \subseteq A \times A$ — отношение эквивалентности. Множество классов эквивалентности R называется фактормножеством множества A по отношению R .

Note 2

e212c805b47c40c48f35bdbd5130db2b

Бинарное отношение $R \subseteq A \times A$ называется отношением частичного порядка, если оно рефлексивно, антисимметрично и транзитивно.

Note 3

2a3a6e89d50d41068b22bfd1c595b39a

Отношение частичного порядка обычно обозначается символом \leq .

Note 4

90faa1ffef764c7d808d6757d97dfa4b

Множество A с заданным на нём отношением частичного порядка называется частично упорядоченным множеством.

Note 5

4157aa1725c244a58f3e32a92a0937bb

Пусть (A, \leq) — частично упорядоченное множество, $x, y \in A$. Говорят, что x и y сравнимы, если $x \leq y$ или $y \leq x$.

Note 6

e75ca87d267f4673a53c15a0e7adcccb

Бинарное отношение $R \subseteq A \times A$ называется отношением линейного порядка, если R — отношение частичного порядка и любые $x, y \in A$ сравнимы.

Note 7

79eba4d41c8b4aafa75c4a7c56268adb

Множество A с заданным на нём отношением линейного порядка называется линейно упорядоченным множеством.

Note 8

e914e0e523ee44139c021af45c63a712

Пусть (A, \leq) — частично упорядоченное множество, $x, y \in A$.
Говорят, что $\{\{c2: x < y,\}\}$ если $\{\{c1: x \leq y \text{ и } x \neq y.\}\}$

Note 9

c264501d4458400e8b0073eac66b95fe

Пусть (A, \leq) — частично упорядоченное множество. Во избежание путаницы, отношение $\{\{c2::<\}\}$ называют отношением $\{\{c1::\text{строгого}\}\}$ порядка.

Note 10

ec44ba694d2541deaae260221aaafdc5

Пусть (A, \leq) — частично упорядоченное множество. Во избежание путаницы, отношение $\{\{c2::\leq\}\}$ называют отношением $\{\{c1::\text{нестрого}\}\}$ порядка.

Note 11

962a3744a3cc4153bd9317aab2cb46cb

Пусть (A, \leq) — частично упорядоченное множество. Мы читаем знак $<$ как $\{\{c1::\text{«меньше»}.\}\}$

Note 12

850b05ff29334d869b6a9c7e96eef9a9

Пусть (A, \leq) — частично упорядоченное множество. Мы читаем знак \leq как $\{\{c1::\text{«меньше или равно»}.\}\}$

Note 13

0e5d3d3ef97541309f99f132d7d20073

Пусть (A, \leq) — частично упорядоченное множество, $x, y \in A$.
Тогда $\{\{c2: x \leq y\}\}$ $\{\{c3: \text{тогда и только тогда, когда}\}\}$ $\{\{c1: x < y\}\}$ или $\{\{c1: x = y.\}\}$

Note 14

9b75255301e143ba94b347847852b33f

Пусть (A, \leq) — частично упорядоченное множество. Является ли отношение $<$ рефлексивным?

■ Нет.

Note 15

fcc7c32a4ca7455dbcd3260a478ecd97

Пусть (A, \leq) — частично упорядоченное множество. Является ли отношение $<$ антирефлексивным?

■ Да.

Note 16

2d5bf110950f42b4bc343f143b82dfc8

Пусть (A, \leq) — частично упорядоченное множество. Является ли отношение $<$ транзитивным?

■ Да.

Note 17

378780d3b9d74367a71bdf0fb3f67e9f

Пусть (A, \leq) — частично упорядоченное множество. Является ли отношение $<$ асимметричным?

■ Да.

Note 18

f4e2e2fe9c8140a6b8fcd896dd5da35

Пусть (A, \leq) — частично упорядоченное множество, $x, y \in A$. Тогда если $\{\{c2: x \leq y \leq x, \}\}$ то $\{\{c1: x = y, \}\}$

Note 19

1ca369e310d247782f82089ab512891

Пусть (A, \leq) — частично упорядоченное множество, $x, y \in A$. Тогда если $x \leq y \leq x$, то $x = y$. В чём ключевая идея доказательства?

■ Антисимметричность.

Note 20

0af7ee8e9a5c4ad88db6ea371bee9527

Пусть (A, \leq) — частично упорядоченное множество, $x, y \in A$. Почему не стоит читать $x \leq y$ как « x не больше y »?

■ $\overline{x \geq y} \not\Rightarrow x \leq y$, если порядок не линейен.

Note 21

414d948920404634bec1fec01bd9b0b2

Бинарное отношение $R \subseteq \{A \times A\}$ называется $\{ \}$ называется отношением предпорядка, $\}$ если $\{ \}$ оно рефлексивно и транзитивно. $\}$