Лекция 07.02.22

Note 1

b84aca6df42d4d74ad1fea51970c01d9

Пусть {{c3:: W — линейное пространство, $V \subset W$. }} Тогда V называется {{c2:: линейным подпространством}}, если {{c1::

1. $\forall v \in V, k \in \mathbb{R} \implies kv \in V$,
2. $\forall v_1, v_2 \in V \implies v_1 + v_2 \in V$.

}}

Note 2

baa489a3d13c4978866a82630be13e73

Пусть W — линейное пространство, $V \subset W$ — линейное подпространство в W. Тогда V — {{c1:: тоже линейное пространство}}.

Note 3

3c2988d9ae174eb4aa377f43ebd61f74

Является ли прямая проходящая через начало координат подпространством в $\mathbb{R}^n$?

> Да, поскольку любая линейная комбинация векторов на прямой тоже лежит на этой прямой.

Note 4

18b402a364da457aaaf95095b9113dcd

Пусть $W = \mathbb{R}^n$, $A \sim m \times n$. Является ли множество

$$V = \{x \in W \mid Ax = 0\}$$

линейным подпространством?

> Да, поскольку $\forall u, v \in V, \quad \alpha, \beta \in \mathbb{R} \quad A(\alpha u + \beta v) = 0$.

Note 5

a5081684e6014eeb8d4cd352f7dfd46b

Пусть V — подпространство в $\mathbb{R}^n$. Тогда всегда существует $A \in \mathbb{R}^{\{\{c2::\, m \times n\}\}}$ такая, что {{c1::

$$V = \{x \in \mathbb{R}^n \mid Ax = 0\}$$

}}

Note 6

dcb727a8588c412db845188bf547fd9e

Пусть $W = \mathbb{R}^n, \quad a_1, a_2, \ldots a_n \in W$. Является ли

$$\mathscr{L}(a_1, a_2, \ldots a_n)$$

подпространством в W?

> Да, является, поскольку любая линейная комбинация линейных комбинаций $a_1, a_2, \ldots a_n$ тоже является их линейной комбинацией.

Note 7

d633780bbade46968c2bcb66d05be478

Пусть $W = \mathbb{R}^n, \quad V_1, V_2 \subset W$ — два линейных подпространства в W. Всегда ли $V_1 \cap V_2$ — тоже линейное подпространство в W?

> Да, всегда.

Note 8

9c714ab9fa4b457f993438ef25421061

Пусть $W = \mathbb{R}^n, \quad V_1, V_2 \subset W$ — два линейных подпространства в W. Всегда ли $V_1 \cup V_2$ — тоже линейное подпространство в W?

> Нет, не всегда.

Note 9

2b9216d113914ad98cbc81b055dc174b

Пусть $W = \mathbb{R}^n, \quad V_1, V_2 \subset W$ — два линейных подпространства в W. Тогда

$$\{\{c2:: V_1 + V_2\}\} \stackrel{\text{def}}{=} \{\{c1:: \{v_1 + v_2 \mid v_1 \in V_1, \quad v_2 \in V_2\}.\}\}$$

Note 10

cd25e86c13c141be80e3673edfece8d2

Пусть $W = \mathbb{R}^n, \quad V_1, V_2 \subset W$ — два линейных подпространства в W. Тогда

$$\dim(V_1 + V_2) = \{\{c1:: \dim V_1 + \dim V_2 - \dim(V_1 \cap V_2).\}\}$$

Note 11

ecf370041c6b4016a92ca63a4b3675eb

Пусть $W = \mathbb{R}^n$, $V_1, V_2 \subset W$ — два линейных подпространства в W. Всегда ли $V_1 + V_2$ — тоже линейное подпространство в W?

▌ Да, всегда.

Note 12

fe58542dc0ee4e48ab330cd68be1fd77

Пусть $W = \mathbb{R}^n$, V — линейное подпространство в W и $e_1, e_2, \ldots, e_k$ — {{c2:: базис в V.}} Тогда в W существует базис вида {{c1:: $e_1, e_2, \ldots, e_k, e_{k+1}, \ldots, e_n$.}}

Семинар 09.02.22

Note 1

3fd21160928849f8acbc526a60229e49

Пусть $e_1, e_2, \ldots, e_n$ и $e'_1, e'_2, \ldots, e'_n$ — два базиса в линейном пространстве V. Тогда {{c2:: матрицей перехода от базиса e к базису e'}} называют {{c1:: матрицу C такую, что для любого $v \in V$, если

$$v = \lambda_1 e_1 + \lambda_2 e_2 + \cdots + \lambda_n e_n,$$
$$v = \mu_1 e'_1 + \mu_2 e'_2 + \cdots + \mu_n e'_n,$$

то

$$C \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \vdots \\ \mu_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{bmatrix}.$$

}}

Note 2

88fab27df46a451190278cbc1d38698f

{{c2:: Матрицу перехода от базиса e к базису e'}} обычно обозначают {{c1:: $C_{e \to e'}$.}}

Note 3

c9e84965d5ea4157b50f6576e2cbddad

Пусть $e_1, e_2, \ldots, e_n$ и $e'_1, e'_2, \ldots, e'_n$ — два базиса в линейном пространстве. Как в явном виде задать матрицу $C_{e \to e'}$?

> Столбцы $C_{e \to e'}$ — это координаты векторов $e'_1, e'_2, \ldots, e'_n$ в базисе $e_1, e_2, \ldots, e_n$.