Лекция 07.02.22

Note 1

662fbe59ca984f5b820ad1041f1eb840

Пусть $f(x) : D \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}, a \in D$. {{c2:: Многочлен $p(x)$ степени n такой, что

$$f(x) = p(x) + o((x-a)^n),$$
$$f(a) = p(a),$$

}} называется {{c1:: многочленом Тейлора функции f порядка n в точке a.}}

Note 2

738279ec323b45e29a170a4e41b4bce0

Если многочлен Тейлора функции f порядка n в точке a существует, то {{c1:: он единственен.}}

Note 3

8f605243b193465799ba06e1576d171e

В чём ключевая идея доказательства единственности многочлена Тейлора?

> Пусть коэффициент r_m при $(x-a)^m$ — первый ненулевой коэффициент в многочлене $p - q$. Тогда
>
> $$\frac{p-q}{(x-a)^m} \xrightarrow[x\to a]{} r_m,$$
>
> но при этом
>
> $$\frac{p-q}{(x-a)^m} = o((x-a)^{n-m}) \xrightarrow[x\to a]{} 0 \implies r_m = 0.$$

Note 4

f4110a9b63c640be96d810d835d0d1fd

{{c2:: Многочлен Тейлора функции f порядка n в точке a}} обозначается {{c1:: $T_{a,n}f$.}}

Note 5

97c12315facb454e987cb94fae99be75

$$f(x)|_{x=a} \stackrel{\text{def}}{=} \text{{{c1::}} } f(a). \text{}}}$$

Note 6

cf7e5ab30b564c139557fd0a940f8204

$$\left((x-a)^k\right)^{(n)}\Big|_{x=a} = \text{\{\{c1::} \begin{cases} 0, & n \neq k, \\ n!, & n = k. \end{cases} \text{\}\}}$$

Note 7

7597b782ce5f4e92998cc6445ce6f40e

«{{c3:: Свойство n раз дифференцируемой функции}}»

Пусть {{c2:: $f : D \subset R \to \mathbb{R}, a \in D, n \in \mathbb{N}$ и

$$f(a) = f'(a) = \cdots = f^{(n)}(a) = 0.$$

}} Тогда {{c1:: $f(x) = o((x-a)^n), x \to a.$}}

Note 8

99a8f041e1a34dba923a682c6500c46b

«{{c3:: Формула Тейлора-Пеано}}»

Пусть {{c2:: $f : D \subset R \to \mathbb{R}, a \in D, n \in \mathbb{N}$ и f n раз дифференцируема в точке a. }} Тогда {{c1::

$$T_{a,n}f = \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(a)}{k!}(x-a)^k.$$

}}