Логика высказываний

Note 1

4105104fcc464b9f8c59bbd454c55018

Высказывания могут быть {{c1::истинными}} или {{c1::ложными.
}}

Note 2

de1b54d7432f42a488aa49e8895875f4

Высказывания можно {{c2::соединять друг с другом}} с помощью {{c1::«логических связок».}}

Note 3

efe0b8c83a7d42ba956a1aa0c2206d8b

Логическая связка {{c2::«A и B»}} называется {{c1::конъюнкцией.
}}

Note 4

f832b96c89b645348cd5bce12659be41

Логическая связка {{c2::«A и B»}} обозначается

{{c1::$A\&B$}} {{c1::$A \wedge B$.}}

Note 5

a974b0e29e724094ae11458fec237466

Логическая связка {{c2::«A или B»}} называется {{c1::дизъюнкцией.}}

Note 6

6d584e09645042b781dbbfaac613fb5b

Логическая связка {{c2::«A или B»}} обозначается

{{c1::$A \vee B$.}}

Note 7

71cf2d212d4e4515b861e0c05c459de9

Логическая связка {{c2::«не A»}} называется {{c1::отрицанием.}}

Note 8

63977dd5c58c492eb2b405f32658fe6e

Логическая связка {{c2::«не A»}} обозначается

$$\text{\{\{c1::}\neg A\text{\}\}} \qquad \text{\{\{c1::} \sim A\text{\}\}} \qquad \text{\{\{c1::}\overline{A}.\text{\}\}}$$

Note 9

7974978120c7467e8052614ab9497071

Логическая связка {{c2::«из A следует B»}} называется {{c1::импликацией.}}

Note 10

5332245f17ca45fc8a382edeafc3f5fd

Логическая связка {{c2::«из A следует B»}} обозначается

$$\text{\{\{c1::}A \to B\text{\}\}} \qquad \text{\{\{c1::}A \Rightarrow B\text{\}\}} \qquad \text{\{\{c1::}A \supset B.\text{\}\}}$$

Note 11

b3f6c41f719544a3836ef8c752c02311

В импликации $A \to B$ {{c2::высказывание A}} называется {{c1::посылкой или антецедентом.}}

Note 12

2f17f543a0fb4c1e872c5e894881a8d8

В импликации $A \to B$ {{c2::высказывание B}} называется {{c1::заключением или консеквентом.}}

Note 13

7ffade67cdfc4ba1916748d4d24eb205

Значения {{c2::**И** (истина) и **Л** (ложь)}} называют {{c1::истинностными значениями.}}

Note 14

6104c0e89dc84b4082b7bf5b1034a41c

Истинностное значение **И** так же обозначают {{c1::**T** или 1.}}

Note 15

1ffd99464a964a2d802713627284de05

Истинностное значение **Л** так же обозначают {{c1::**F** или 0.}}

Note 16

3a7d57b46b5446cbb1879ca5a88f99f1

Говорят, что высказывание имеет значение {{c2::**И**,}} если {{c1::оно истинно.}}

Note 17

39190b33ebc64ffea127054a389ba2fe

Говорят, что высказывание имеет значение {{c2::**Л**,}} если {{c1::оно ложно.}}

Note 18

f195f78759bd493fabd6353285403ac6

Высказывание {{c2::$A \land B$}} истинно, если {{c1::оба высказывания A и B истинны.}}

Note 19

4d34320fa4e049b3b9d25a44d54c51d6

Высказывание {{c2::$A \lor B$}} истинно, если {{c1::хотя бы одно из высказываний A и B истинно.}}

Note 20

2dd24cf0c3d7432295ed7a72663db077

Высказывание {{c2::$A \to B$}} истинно, если {{c1::A ложно или B истинно.}}

Note 21

a4c9e67aa6cd4603b5c54c110f4aa726

Высказывание {{c2::$\neg A$}} истинно, если {{c1::A ложно.}}

Note 22

62f4c5602b68482898cf2f25eee71998

{{c2::Элементарные высказывания, из которых составляются более сложные высказывания,}} называется {{c1::пропозициональными переменными.}}

Note 23

50f80c87e0ce459fa19869447ca5cf1c

{{c2::Пропозициональные переменные}} будем обозначать {{c1::маленькими латинскими буквами.}}

Note 24

e2ffb750b54545d9a36793717bd9f8c4

{{c3::Множество пропозициональных формул}} есть {{c2::минимальное надмножество множества пропозициональных переменных,}} {{c1::замкнутое относительно логических связок.}}

Note 25

652a82f3a2c04744b06854eb9802db27

Замкнутость относительно каких связок требуется в определении множества пропозициональных формул?

> «не», «и», «или» и импликация.

Note 26

49604013e544418bb20cd89b7548c5d4

$$\{\{c2::\mathbb{B}\}\} \overset{\text{def}}{=} \{\{c1:: \{0,1\}\ .\}\}$$

Note 27

4ce7564004a54b05a70415e8feffcdb9

{{c2::Отображения вида $\mathbb{B}^n \to \mathbb{B}$}} называют {{c1::булевыми функциями n переменных.}}

Note 28

366bad41e3824924af52e47078565094

Пусть φ — пропозициональная формула, {{c2::содержащая не более n пропозициональных переменных.}} Тогда φ задаёт {{c1::булеву функцию n переменных.}}

Note 29

fcee92733caa4d679a755c4ee7b1d92d

Пусть φ — пропозициональная формула. Как вычисляется значение соответствующей булевой функции?

> Вместо пропозициональных переменных подставляются их истинностные значения.

Note 30

fdf2b62e30ae48e2b0a0187aa9129100

{{c2::Пропозициональные формулы, истинные при всех значениях их переменных,}} называют {{c1::тавтологиями.}}

Note 31

671a63ca209a42e49d5d782d1da8ff77

Две пропозициональные формулы называют {{c2::эквивалентными,}} если {{c1::они задают одну и ту же булеву функцию.
}}

Note 32

22583d6fdedc4b14b5ee74452624a641

Обязана ли пропозициональная формула содержать все переменные, от которых зависит порождённая ей булева функция?

▌ Не обязана.

Note 33

3f428c34bf344a849efa7109edd09021

Если пропозициональная формула содержит не все переменные, от которых зависит порождённая её булева функция, то {{c1::по некоторых аргументам эта функция постоянна.
}}

Note 34

0c628958376f4d8bb39bc8f93a28b81a

Две формулы φ и ψ {{c2::эквивалентны}} тогда и только тогда, когда {{c1::

$$(\varphi \to \psi) \wedge (\psi \to \varphi) \text{ — тавтология.}$$

}}

Note 35

1aedce40881448628c79eedd50b0e6cc

{{c2::$(p \to q) \wedge (q \to p)$}} сокращается как {{c1::$p \leftrightarrow q$.}}

Note 36

2e54de05c39b423989f92d177f66967d

Используя сокращение $p \leftrightarrow q$ можно записывать утверждения об эквивалентности в виде {{c1::тавтологий.}}

Note 37

4f385dabf08045f9afc40ca97d97d8d1

Первые три свойства конъюнкции и дизъюнкции.

Ассоциативность, коммутативность, дистрибутивность.

Note 38

142ee54823b14d4bad73e4e09dcfac3c

Как утверждение о коммутативности конъюнкции записывается в виде тавтологии?

$(p \wedge q) \leftrightarrow (p \wedge p)$.

Note 39

c93d5a120f0341749d62a3705aae96ab

$${{c2::}}\neg(p \wedge q){{}} \leftrightarrow {{c1::}}(\neg p \vee \neg q).{{}}$$

Note 40

577f39ecc78a42d498fd72413341bdeb

$${{c2::}}\neg(p \vee q){{}} \leftrightarrow {{c1::}}(\neg p \wedge \neg q).{{}}$$

Note 41

dc0dd2fdc0fe4e3d927f9c9938b1f4ed

$$\neg(p \wedge q) \leftrightarrow (\neg p \vee \neg q),$$
$$\neg(p \vee q) \leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q).$$

«{{c1::Законы Де Моргана}}»

Note 42

fc8341e166fb4ed3a69456e055f57d8c

$$(p \vee (p \wedge q)) \leftrightarrow {{c1::}}p.{{}}$$

Note 43

79971beeb5c749c0aa731ff75be7c184

$$(p \wedge (p \vee q)) \leftrightarrow {{c1::}}p.{{}}$$

Note 44

74277840f9f74c64a3570075bf441dd3

$$(p \vee (p \wedge q)) \leftrightarrow p, (p \wedge (p \vee q)) \leftrightarrow p.$$

«{{c1::Законы поглощения}}»

Note 45

b0470e6ee152460e85f6765609b9d4ed

$$\{\{c2::(p \to q)\}\} \leftrightarrow \{\{c1::(\neg q \to \neg p).\}\}$$

«{{c3::Правило контрапозиции}}»

Note 46

e7790b37774d4e06845510cd77932583

$$\neg\neg p \leftrightarrow \{\{c1::p.\}\}$$

Note 47

cc36fc9a7d8945799fdc56d9124ce34b

$$\neg\neg p \leftrightarrow p.$$

«{{c1::Снятие двойного отрицания}}»

Note 48

12216d5d3e55466898f2f6ea416667e2

Пусть две пропозициональные формулы эквивалентны. Что произойдёт, если заменить все $\wedge$ на $\vee$ и наоборот.

> Они останутся эквивалентными.

Note 49

b89ed5bfb55a4cd190ae423d6659bb18

Пусть две пропозициональные формулы эквивалентны. Если заменить все $\wedge$ на $\vee$ и наоборот, то формулы останутся эквивалентными. В чём ключевая идея доказательства?

> Добавить везде отрицание через законы Де Моргана.

Note 50

95d2cc9c35bc48638505c9c8969657e9

{{c2::Префиксная}} форма записи пропозициональных формул называется {{c1::польской записью.}}

Note 51

b83adc1541294949a122d22e679e1d56

{{c2::Постфиксная}} форма записи пропозициональных формул называется {{c1::обратной польской записью.}}

Note 52

7d133f61d12048fd912eb4388951b4c0

Порядок действий в польской нотации {{c1::восстанавливается однозначно.}}

Note 53

06a383a050d64e979b6880df7567db76

Порядок действий в польской нотации восстанавливается однозначно. В чём ключевая идея доказательства?

> Показать однозначность разделения аргументов индукцией по построению.