

# Интуитивная теория множеств

## Note 1

6c0ed6eb23d8405e911650386a84b770

Под  $\{\{c2::\text{множеством}\}\}$  понимается  $\{\{c1::\text{некоторая, вполне определённая совокупность объектов.}\}\}$

## Note 2

5f9814dbb38246348e00fce1554e94a

Два основных способа задания множеств.

■ Перечисление, характеристическое правило.

## Note 3

325300814df34c129e29e55cd92829be

$\{\{c2::\text{Пустое множество}\}\}$  есть  $\{\{c1::\text{множество, которое не содержит элементов.}\}\}$

## Note 4

f4cb071a174b4cd29c7ac0c7cd405265

$\{\{c2::\text{Пустое}\}\}$  множество обозначается  $\{\{c1::\emptyset \text{ или } \{\}\}\}$

## Note 5

ee3c092ea6f8412982372151ed6a3ef8

Пусть  $A$  — множество.  $\{\{c1::\text{Само множество } A \text{ и пустое множество}\}\}$  называют  $\{\{c2::\text{несобственными подмножествами}\}\}$  множества  $A$ .

## Note 6

d2d19259b6054a569cee5d5a0b24b0fe

Пусть  $A$  — множество.  $\{\{c1::\text{Все подмножества } A, \text{ кроме } \emptyset \text{ и } A, \}\}\}$  называют  $\{\{c2::\text{собственными подмножествами}\}\}$  множества  $A$

## Note 7

02ebf0e734664103a97df0f5c597b8c7

Пусть  $A$  — множество.  $\{\{c2::\text{Множество всех подмножеств множества } A\}\}$  называется  $\{\{c1::\text{булеаном}\}\}$  множества  $A$ .

## Note 8

ac2c9531b8ad48eabb9e76bac3fdffaa

Пусть  $A$  — множество.  $\{\{c2::\text{Булеан}\}\}$  множества  $A$  обозначается  $\{\{c1::\mathcal{P}(A)\}\}$

## Note 9

2355b9e8f18a44148a0a3fd9f08c2034

Универсальное множество есть множество такое, что все рассматриваемые множества являются его подмножествами.

## Note 10

446b3cd12ece46568e02af4ed65f3155

Универсальное множество обычно обозначается  $U$  или  $I$ .

## Note 11

6b9f3c8671f2472e9e3b9a20aeb66aa5

Пусть  $A$  и  $B$  — множества. Для удобства часто используется сокращение

$$AB := A \cap B.$$

## Note 12

dc6fc558021f401696123dddc6c61abe

Пусть  $A$  и  $B$  — множества. Симметрической разностью множеств  $A$  и  $B$  называется множество

$$(A \cup B) \setminus (A \cap B).$$

}

## Note 13

1c0cfd677111482c8d16fb1c43f9f802

Пусть  $A$  и  $B$  — множества. Симметрическая разность множеств  $A$  и  $B$  обозначается  $A \triangle B$ .

## Note 14

658fb28e676a412082702daf0103e08e

Пусть  $A$  — множество. Дополнение  $A$  обозначается  $\overline{A}$ .

}

## Note 15

13a0dc7af20b45a4b8d8785debbb106a

Три первых свойства свойства операций объединения и пересечения множеств.

## ■ Коммутативность, ассоциативность, дистрибутивность.

### Note 16

0ab39012eaa94abcb901e5c26354d65b

Пусть  $A$  — множество.

$$A \cap A = \{\{c1:A.\}\}$$

### Note 17

99349135847f4ab7a28f76b06715594e

Пусть  $A$  — множество.

$$A \cup A = \{\{c1:A.\}\}$$

### Note 18

02876f67e1514f6d92d1e32ce2a5673f

Пусть  $A$  — множество.

$$A \cup \overline{A} = \{\{c1:U.\}\}$$

### Note 19

3303d884a57c4c979ab67f664325626a

Пусть  $A$  — множество.

$$A \cap \overline{A} = \{\{c1:\emptyset.\}\}$$

### Note 20

c6b6114579204c8e99c5bfbcb80ac53b9

Пусть  $A$  — множество.

$$A \cup \emptyset = \{\{c1:A.\}\}$$

## Note 21

35fbc385403041a7a92f1a9980d5643f

Пусть  $A$  — множество.

$$A \cap \emptyset = \{\{c1: \emptyset.\}\}$$

## Note 22

bf06afa6211c4b10bd2ecffa833b05a2

Пусть  $A$  — множество.

$$A \cup U = \{\{c1: U.\}\}$$

## Note 23

b5e4ab6a90eb4de38aa91aa27c7c4847

Пусть  $A$  — множество.

$$A \cap U = \{\{c1: A.\}\}$$

## Note 24

4e1167b5fa7748e68b1a4b9a80eaacb3

Пусть  $A$  и  $B$  — множества.

$$A_{\{\{c2:: \cup \}\}}(A_{\{\{c3:: \cap \}\}}B) = \{\{c1: A.\}\}$$

«{\{c4: Закон поглощения\}}»

## Note 25

478752160fb94508a605ed54a8601340

Пусть  $A$  и  $B$  — множества.

$$A_{\{\{c2:: \cap \}\}}(A_{\{\{c3:: \cup \}\}}B) = \{\{c1: A.\}\}$$

«{\{c4: Закон поглощения\}}»

## Note 26

84569bc3ab574cb78e9bbc9f21dc6bd6

Пусть  $A$  и  $B$  — множества.

$$A \cap (B \cup \overline{A}) = \{\{c1: A \cap B.\}\}$$

## Note 27

8c46cf622a9840ba818604b1ddcbd74f

Пусть  $A$  и  $B$  — множества.

$$A \cup (B \cap \overline{A}) = \{c1::A \cup B.\}$$

## Note 28

f391250023de4acfa419991a4de9c8ab

Пусть  $A$  и  $B$  — множества.

$$(A \cup B) \{c2:: \cap \} (A \cup \overline{B}) = \{c1::A.\}$$

«{c3::Закон расщепления}»

## Note 29

29ec5d118d8849bea46146efcbbc4473

Пусть  $A$  и  $B$  — множества.

$$(A \cap B) \{c2:: \cup \} (A \cap \overline{B}) = \{c1::A.\}$$

«{c3::Закон расщепления}»

## Note 30

cfe43c6f8ac74a43a3f82ea5e01fee7d

Пусть  $A$  — множество.

$$\overline{\overline{A}} = \{c1::A.\}$$

## Note 31

edcde29726c04401a88af2ef23f3c264

Пусть  $A$  и  $B$  — множества.

$$A \setminus B = \{c1::A \cap \overline{B}.\}$$

## Note 32

aed19cd8fa0d4ee3abf314b502af697d

Пусть  $A, B$  и  $X$  — множества.

$$\{c2::X \cup A \subseteq B\} \{c3:: \iff \} \{c1::X \subseteq B \text{ и } A \subseteq B.\}$$

(при решений уравнений относительно  $X$ )

### Note 33

ec3c6b3684844799a206353c8668876c

Пусть  $A, B$  и  $X$  — множества.

$$\{\{c2:: A \subseteq X \cap B\}\}\{\{c3:: \Longleftrightarrow\}\}\{\{c1:: A \subseteq X \text{ и } A \subseteq B.\}\}$$

(при решений уравнений относительно  $X$ )

### Note 34

5f70eba8ec804221a8c31f858c0b43ec

Пусть  $A, B$  и  $X$  — множества.

$$\{\{c2:: X \cap A \subseteq B\}\}\{\{c3:: \Longleftrightarrow\}\}\{\{c1:: X \subseteq \overline{A} \cup B.\}\}$$

(при решений уравнений относительно  $X$ )

### Note 35

72ac0b5d9c1746c79264bb9bd3a0b5f2

Пусть  $A, B$  и  $X$  — множества.

$$\{\{c2:: A \subseteq X \cup B\}\}\{\{c3:: \Longleftrightarrow\}\}\{\{c1:: A \cap \overline{B} \subseteq X.\}\}$$

(при решений уравнений относительно  $X$ )

### Note 36

9d92e00aafb44695841b52ab137664da

Пусть  $A, B, C, D$  и  $X$  — множества.

$$\begin{cases} A \subseteq X \subseteq B \\ C \subseteq X \subseteq D \end{cases} \Longleftrightarrow \{\{c2:: A \cup C\}\} \subseteq X \subseteq \{\{c1:: B \cap D.\}\}$$

(при решений уравнений относительно  $X$ )

### Note 37

ee9afcd63b43416d954d357d1dc689bb

В чём основная идея общего алгоритма для решения систем уравнений со множествами?

Привести систему к виду  $AX \cup B\overline{X} = \emptyset$ , где  $A$  и  $B$  не зависят от  $X$ .

### Note 38

f443d4e12a8745178ba97fd0f1d8772

Пусть  $A$  и  $B$  — множества.

$$\{\{c3:: A = B\}\}\{\{c4:: \} \iff \}\{\{c1:: A \triangle B\} = \{\{c2:: \emptyset.\}\}$$

### Note 39

06c3d3d8c5614af3b760a31c9b94fdc8

Пусть  $A$  и  $B$  — множества.

$$A \cup B = \emptyset \{\{c2:: \} \iff \}\{\{c1:: A = \emptyset \text{ и } B = \emptyset.\}\}$$

### Note 40

73259212f85a4411b131299cc49d90dc

Пусть  $A$  и  $X$  — множества.

$$AX = \emptyset \iff \{\{c1:: X \subseteq \overline{A}.\}\}$$

(при решений уравнений относительно  $X$ )

### Note 41

c02302f80f0143d0bb7cdc18b8929288

Пусть  $B$  и  $X$  — множества.

$$B\overline{X} = \emptyset \iff \{\{c1:: B \subseteq X.\}\}$$

(при решений уравнений относительно  $X$ )

### Note 42

96e46cd4122448b3a6c8a8543d793a05

Пусть  $A$  и  $B$  — множества. При каком условии система

$$\begin{cases} AX = \emptyset, \\ B\overline{X} = \emptyset \end{cases}$$

имеет решение?

$$| \quad B \subseteq \overline{A}.$$

### Note 43

5e8c77b24b74411e9c9d6769ee278443

Пусть  $A$  и  $B$  — множества. Каково решение системы

$$\begin{cases} AX = \emptyset, \\ B\overline{X} = \emptyset. \end{cases}$$

$$| \quad B \subseteq X \subseteq \overline{A}.$$

### Note 44

f1c5541c7c884dba936d4374ff51af88

Пусть  $A$  и  $B$  — множества. Как в уравнении  $AX \cup B\overline{X} \cup C = \emptyset$  избавиться от «свободного» множества  $C$ ?

|  $C = \emptyset$  — условие совместности системы.

### Note 45

86475fdea01944fba56365048d57b02d

Пусть  $A$  и  $B$  — множества.

$$(A \times B) \cap (B \times A) = \{\{c2::\emptyset\} \quad \{\{c3:: \iff\} \quad \{\{c1:: A \cap B = \emptyset.\}\}$$

### Note 46

8ca45754929648bda3ca5496c7cba70f

Операция  $\{\{c3:: \text{декартового произведения}\} \quad \{\{c2:: \text{дистрибутивна}\}\}$  относительно  $\{\{c1:: \text{операций } \cap, \cup, \setminus, \Delta.\}\}$

### Note 47

ad330727e2cb4c27970e8cb8fdcddeb23

Пусть  $A, B$  и  $C$  — множества. Равны ли множества  $(A \times B) \times C$  и  $A \times (B \times C)$ ?

| Их отождествляют и считают равными.

### Note 48

06a0896de5284f44bac5ddff2170cbb1

Пусть  $A$  и  $B$  — множества. Для  $\{\{c2:: \text{конечных}\}\}$  множеств,

$$|A \times B| = \{\{c1:: |A| \cdot |B|.\}\}$$



# Бинарные отношения

## Note 1

cfc293ce41644e75b3df5d21a2bf036d

Пусть  $A$  и  $B$  — множества.  $\{\{c2:: \text{Бинарным отношением}\}\}$  на множествах  $A$  и  $B$  называется  $\{\{c1:: \text{некоторое подмножество } A \times B.\}\}$

## Note 2

3ba559fe73cf4c90b5b919ce1a45881a

Четыре способа задания бинарных отношений.

■ Перечисление, правило, матрица, граф.

## Note 3

c0ee3ac94a454d748e625d9e8c854763

Пусть  $R \subseteq A \times B$  — бинарное отношение.

$$aRb \stackrel{\text{def}}{\iff} \{\{c1:: (a, b) \in R.\}\}$$

## Note 4

cef6486539a64268a1827f863aa7b9e1

Пусть  $R \subseteq A \times B$  — бинарное отношение.  $\{\{c2:: \text{Обратным отношением к } R\}\}$  называется  $\{\{c1:: \text{множество}$

$$\{(b, a) \mid aRb\}.$$

$\}\}$

## Note 5

5e2c602b70a3473684a8ea79d93c7d68

Пусть  $R \subseteq A \times B$  — бинарное отношение.  $\{\{c2:: \text{Обратное отношение к } R\}\}$  обозначается  $\{\{c1:: R^{-1}.\}\}$

## Note 6

86c9a04a7ac14724b416780fec688449

Пусть  $R \subseteq A \times B$  — бинарное отношение.

$$(R^{-1})^{-1} = \{\{c1:: R.\}\}$$

## Note 7

e91e90545919488bb2c2ebe373b9e615

Пусть  $R \subseteq A \times B$  — бинарное отношение. Областью определения  $R$  называется множество

$$\{x \mid \exists y : xRy\}.$$

}}

## Note 8

08e952c62da84566a99743eb4c6c48a5

Пусть  $R \subseteq A \times B$  — бинарное отношение. Область определения  $R$  обозначается  $D(R)$ ,  $\delta_R$  или  $\text{dom } R$ .

## Note 9

13e35bd817d9438690104754dc4d016d

Пусть  $R \subseteq A \times B$  — бинарное отношение. Областью значений  $R$  называется множество

$$\{y \mid \exists x : xRy\}.$$

}}

## Note 10

051cc32e89b94bbee4d9875c952f6b5b

Пусть  $R \subseteq A \times B$  — бинарное отношение. Область значений  $R$  обозначается  $E(R)$ ,  $\rho_R$  или  $\text{im } R$ .

## Note 11

c0426f6bec33477e9bc759610c4d426b

Пусть  $R \subseteq A \times B$  и  $S \subseteq B \times C$  — бинарные отношения. Композицией  $R$  и  $S$  называется множество

$$\{(a, c) \mid \exists b : aRb \text{ и } bSc\}.$$

}}

## Note 12

41418613a7934da4ab810abfcdf24e1a

Пусть  $R \subseteq A \times B$  и  $S \subseteq B \times C$  — бинарные отношения. композиция  $R$  и  $S$  обозначается

$$R \circ S.$$

}}

### Note 13

78bbe389ea094b0aad40c370c5092937

Является ли операция композиции бинарных отношений коммутативной?

■ Нет.

### Note 14

63f83037312e4f29a81de945fb387d06

Является ли операция композиции бинарных отношений ассоциативной?

■ Да.

### Note 15

1530beb1e1c24540a8be6f534775cca0

Пусть  $R \subseteq A \times B$  и  $S \subseteq B \times C$  — бинарные отношения.

$$(R \circ S)^{-1} = \{ \{c1::S^{-1} \circ R^{-1}.\} \}$$

### Note 16

10fae1eac25a48a2998a9be7d6af2e4d

Пусть  $R \subseteq \{ \{c3::A \times A\} \}$ . Отношение  $R$  называется  $\{ \{c2::\text{несимметричным},\} \}$  если  $\{ \{c1::\text{оно не симметрично, не асимметрично и не антисимметрично.}\} \}$

### Note 17

8e02e778a9a5426fa89340cd47a6a0c5

Пусть  $R \subseteq \{ \{c3::A \times A\} \}$  — бинарное отношение. Отношение  $R$  называется  $\{ \{c2::\text{интранзитивным},\} \}$  если  $\{ \{c1::$

$$aRb \text{ и } bRc \implies \overline{aRc}.$$

$\} \}$

### Note 18

fdb6c65b9ca3c4a5c8c6ece25b744e92

Пусть  $R \subseteq \{ \{c3::A \times A\} \}$  — бинарное отношение. Отношение  $R$  называется  $\{ \{c2::\text{нетранзитивным},\} \}$  если  $\{ \{c1::\text{оно не транзитивно и не интранзитивно.}\} \}$

## Note 19

f3fcca348ef844da9d3cf01b1e27fe1f

Матрица  $A$  называется  $\{\{c2::\text{бинарной},\}\}$  если  $\{\{c1::\text{все её элемен-}\}$   
ты принадлежат множеству  $\{0, 1\}.\}$

## Note 20

25d02bbd94644780a0346254f22a07df

Пусть  $R \subseteq A \times B$  — бинарное отношение,  $\{\{c3::A \text{ и } B \text{ конеч-}\}$   
ны. $\}\} \{\{c2::\text{Матрицей отношения } R\}\}$  называется  $\{\{c1::\text{бинарная}\}$   
матрица

$$\left(a_i R b_j\right) \sim |A| \times |B|.$$

$\}$