

Analiza szeregów czasowych

Krawiec Piotr

12/06/2021

Spis treści

1 Szereg - Rozwój biznesu	1
1.1 Wczytanie danych	2
1.2 Główne cechy analizowanych danych	2
1.3 Dekompozycja szeregu	4
1.3.1 Modele regresji z trendem liniowym i sezonowością	4
1.3.2 Model addytywny	6
1.4 Eliminacja trendu i sezonowości	8
1.5 Wyznaczenie rzędu MA	9
1.6 Wyznaczenie rzędu AR	11
1.7 auto.arima	12
1.8 Porównanie analizowanych modeli	12
1.9 Prognozowanie	13
1.9.1 Prognozowanie naiwne metodą średniej	13
1.9.2 Prognozowanie naiwne sezonowe	15
2 Index cen nieruchomości	15
2.1 Wczytanie danych	15
2.2 Główne cechy analizowanych danych	16
2.3 Dekompozycje szeregu	16
2.3.1 Modele z trendem liniowym, wielomianowym i sezonowością	16
2.3.2 Model multiplikatywny	17
2.4 Usunięcie trendu i sezonowości	18
2.5 Wyznaczenie rzędu MA	19
2.6 Wyznaczenie rzędu AR	20
2.7 auto.arima	22
2.8 Porównanie analizowanych modeli	22

1 Szereg - Rozwój biznesu

Na szereg ten składają się dane po chodzące ze strony FRED. Dane zbierane są przez U.S Census Bureau, obejmują lata 2006-2021. Zbierane są w tygodniowych odstępach i dotyczą ilości wniosków o wydanie identyfikatora EAN (Employer Identification Number). Każdy pracodawca, korporacja, organizacja non-profit itp muszą posiadać takie numery, aby móc rozliczać się z podatku. Jest to zatem dobry wskaźnik tego ile nowych biznesów powstaje.

Do korzyści jakie przyniesie prognoza należy przewidywanie rozwoju gospodarki, gdyż nowo powstające biznesy mogą świadczyć o tym że w kraju panują korzystne warunki do rozwoju biznesu. Analiza szeregu pozwoli też przewidzieć jak ludzie postrzegają obecny stan gospodarki - czy są w stanie zaryzykować inwestując we własny biznes.

1.1 Wczytanie danych

W tym etapie wczytałem dane oraz uzupełniłem brakujące wartości średnimi.

```
## Warning: NAs introduced by coercion
```

```
##      DATE BUSAPPWNSAUS
## 1 2006-01-07      39580
## 2 2006-01-14      36920
## 3 2006-01-21      63300
## 4 2006-01-28      51910
## 5 2006-02-04      61430
## 6 2006-02-11      62890
```

1.2 Główne cechy analizowanych danych

Tak prezentuje się wykres ilości wniosków w czasie:

```
library("forecast")
```

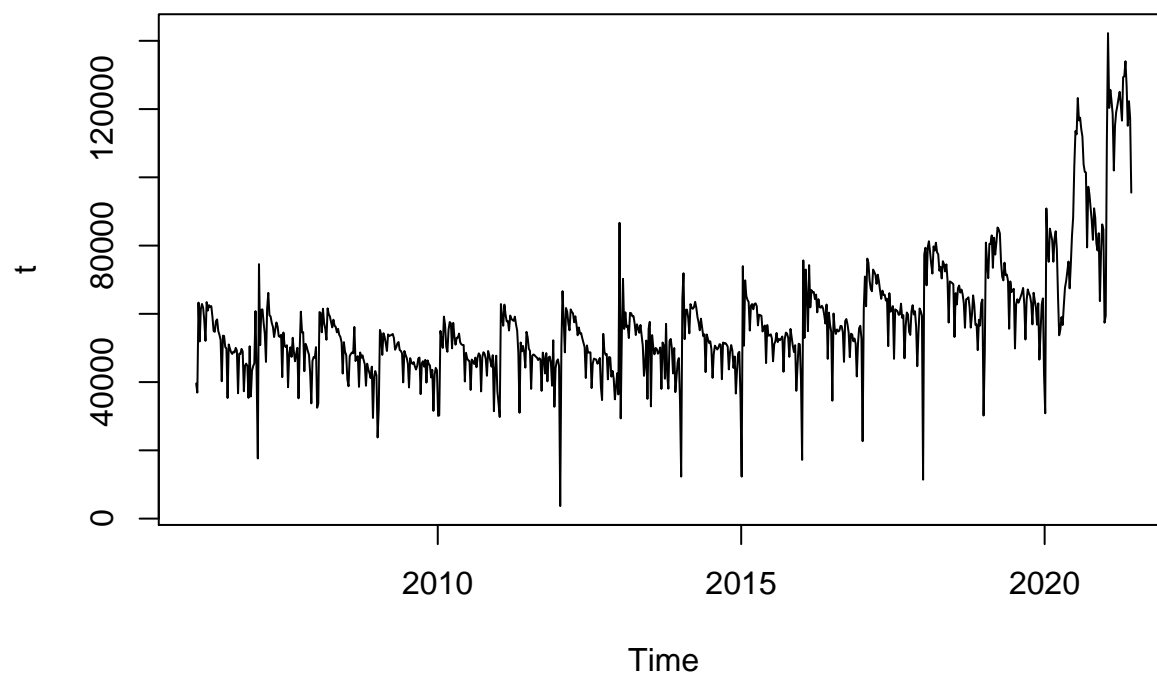
```
## Registered S3 method overwritten by 'quantmod':
```

```
##   method      from
```

```
## as.zoo.data.frame zoo
```

```
t <- ts(d$BUSAPPWNSAUS, freq = 365.25/7, start = 2006 + 7/365.25)
```

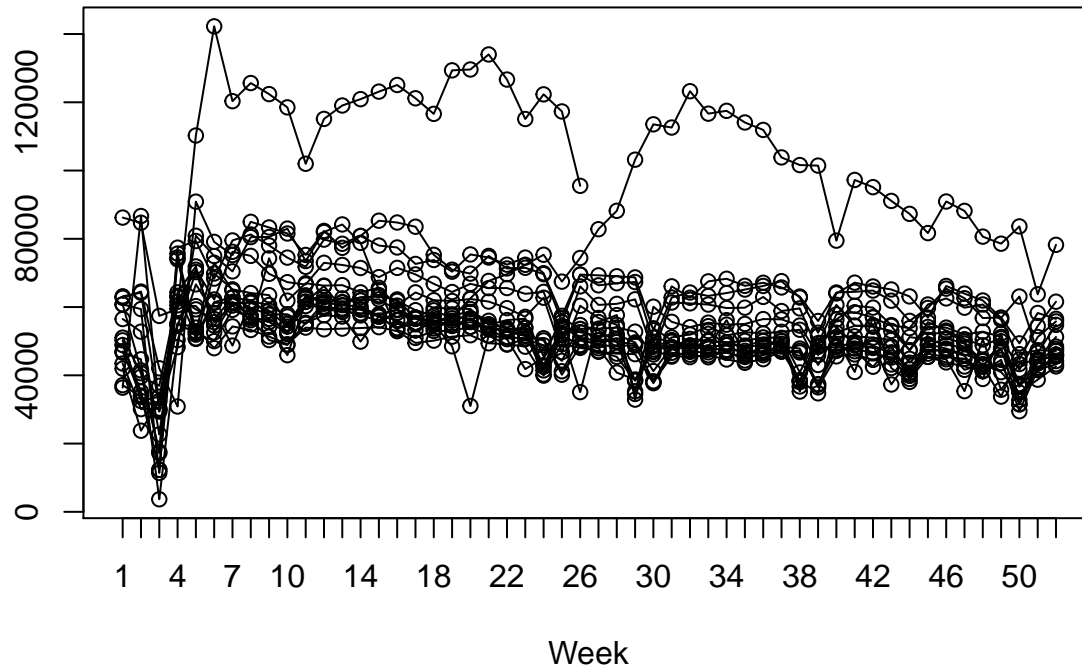
```
plot(t)
```



Z wykresu wywnioskować możemy że szereg ten posiada dużą sezonowość, pojawia się tu charakterystyczny wzorec (odstające szpilki). Widać także niewielki dodatni trend, który gwałtownie rośnie na początku roku 2020.

```
seasonplot(t)
```

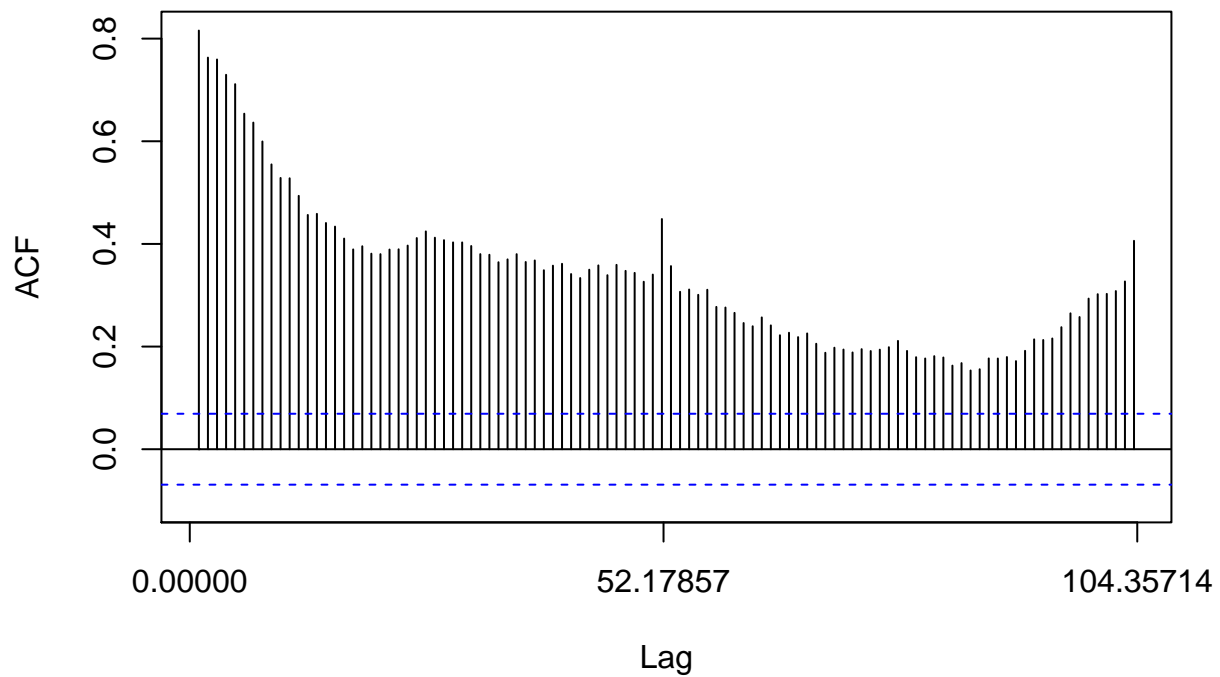
Seasonal plot: t



Porównując kolejne roczne sezony między sobą, sezonowość widać jeszcze dokładniej. Pojawia się też rok 2020, który znacznie odstaje wartościami, lecz kształtem nadal przypomina poprzednie sezony.

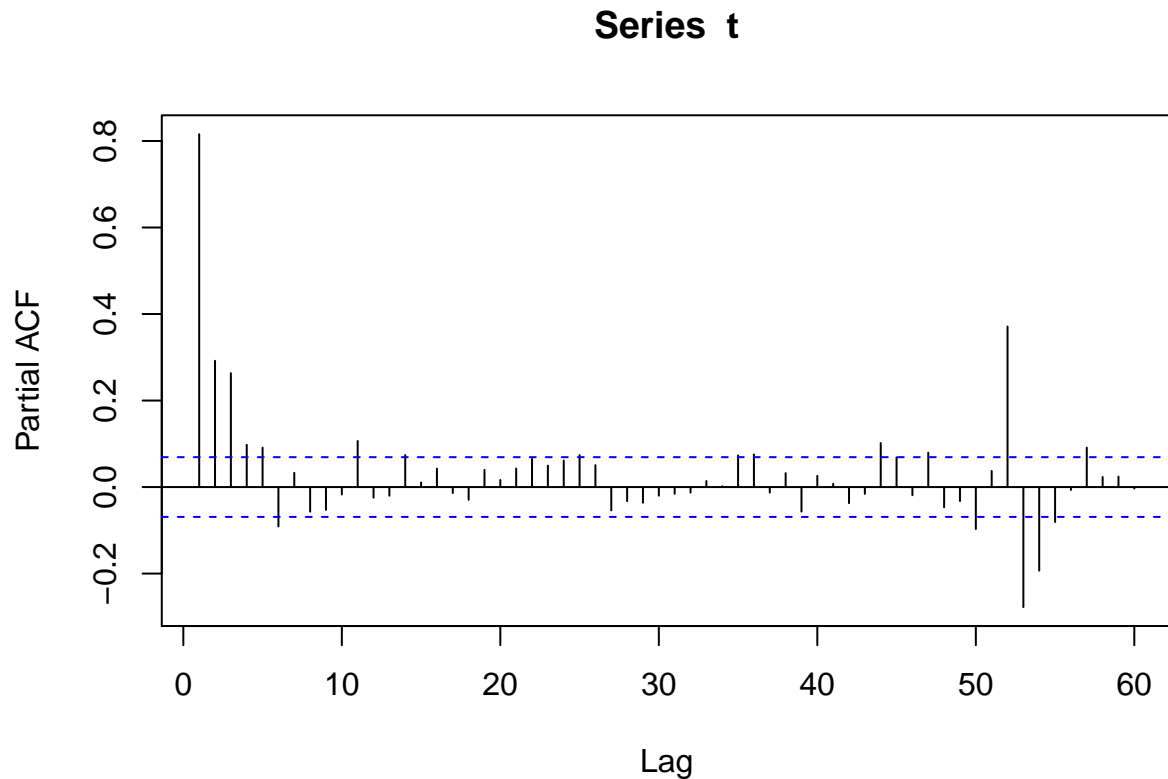
Acf(t)

Series t



Powolny spadek dodatnich wartości funkcji Acf wskazuje dodatni trend w szeregu.

```
Pacf(t, lag.max = 60)
```



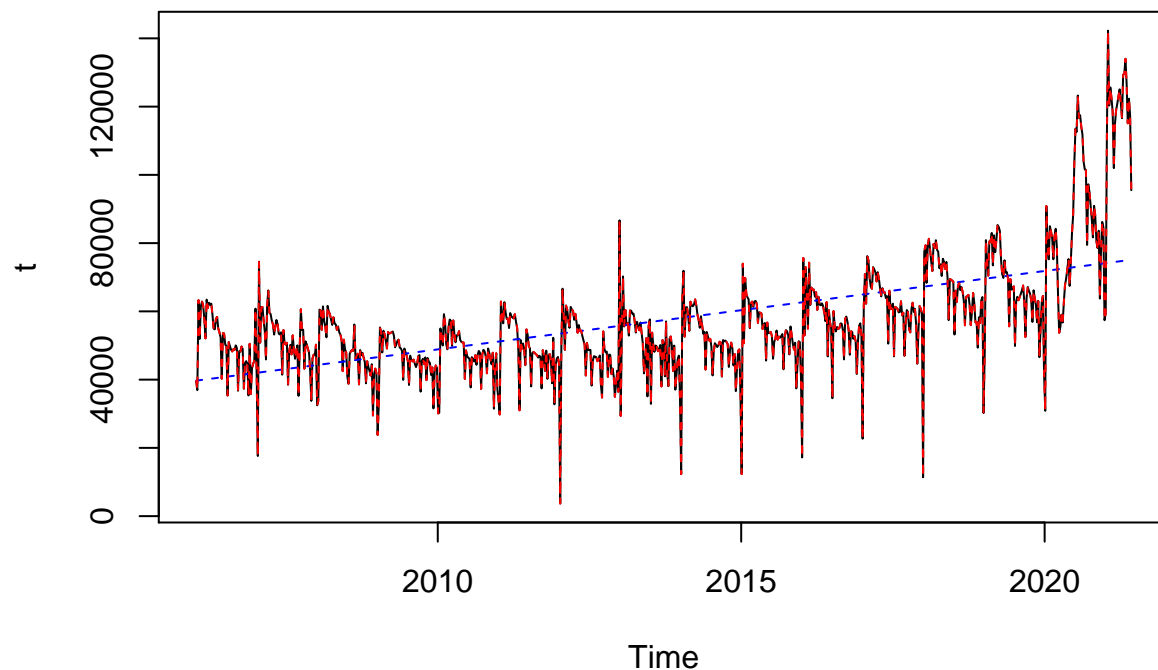
Na wykresie pojawia się wartość znacząca przy Lag=52, ponieważ dane są tygodniowe oznacza to korelację z danymi z poprzednich lat.

1.3 Dekompozycja szeregu

1.3.1 Modele regresji z trendem liniowym i sezonowością

Poniższy wykres przedstawia dopasowanie dwóch modeli liniowych trendu, z czego jeden z nich uwzględnia sezonowość.

```
ti <- t
tT <- tslm(t ~ trend) # Model regresji z trendem liniowym
tTS <- tslm(t ~ trend + season) # Model regresji z trendem liniowym i sezonowością
plot(t)
lines(fitted(tT), col = "blue", lty = 2)
lines(fitted(tTS), col = "red", lty = 2)
```



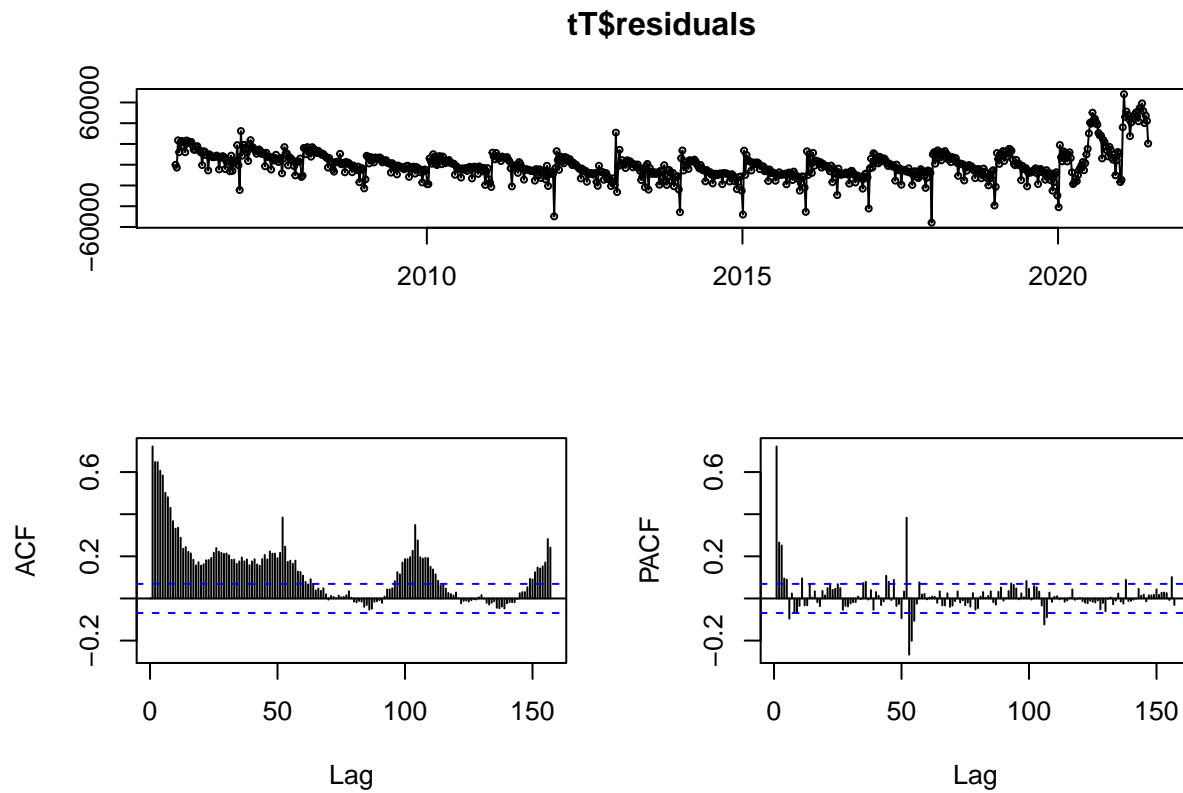
Model czerwony, uwzględniający sezonowość, został bardzo dobrze dopasowany do szeregu. Wręcz za dobrze (gdyż mogło dojść do przeuczenia), gdyż wektor reszt jest wektorem samych zer.

```
head(tTS$residuals)
```

```
## Time Series:
## Start = 2006.01916495551
## End = 2006.11498973306
## Frequency = 52.1785714285714
## [1] 0 0 0 0 0 0
```

Poniżej model uwzględniający wyłącznie trend liniowy. Sezonowość nadal występuje. Widać też niewielki trend po roku 2020.

```
tsdisplay(tT$residuals)
```

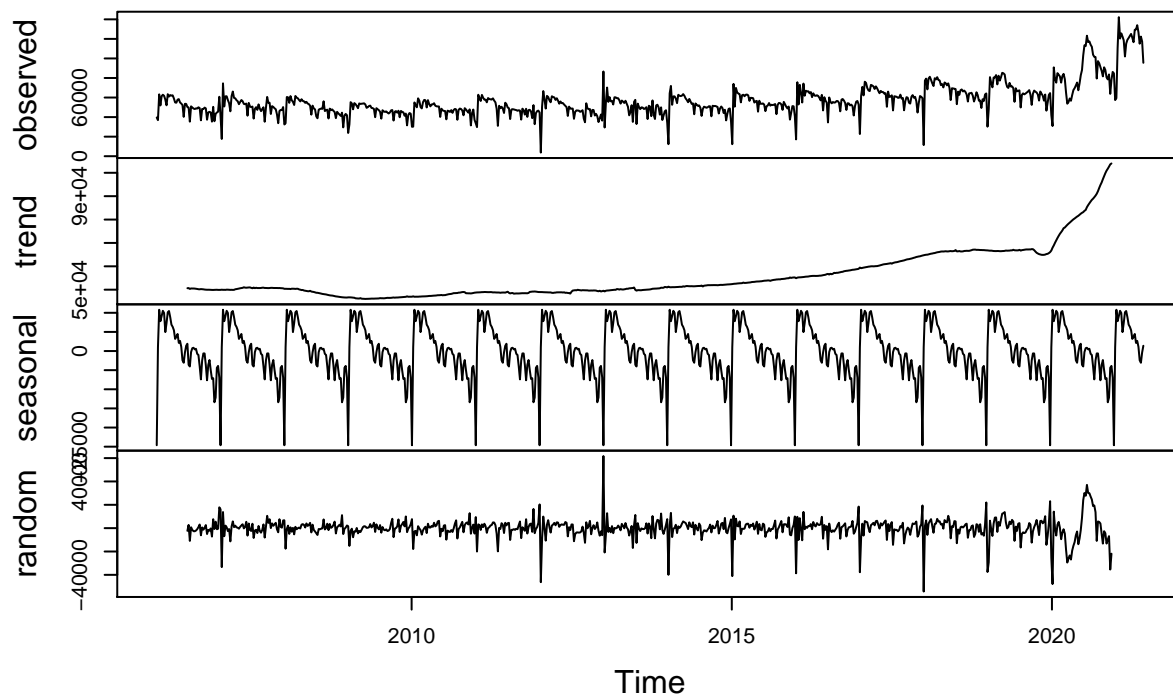


1.3.2 Model addytywny

Ze względu na to , że wariancja sezonowa nie zmienia się w czasie (z wyjątkiem lat 2020 i w wzwyż), zastosowałem dekompozycję addytywną.

```
t.decompose.add <- decompose(t)
plot(t.decompose.add)
```

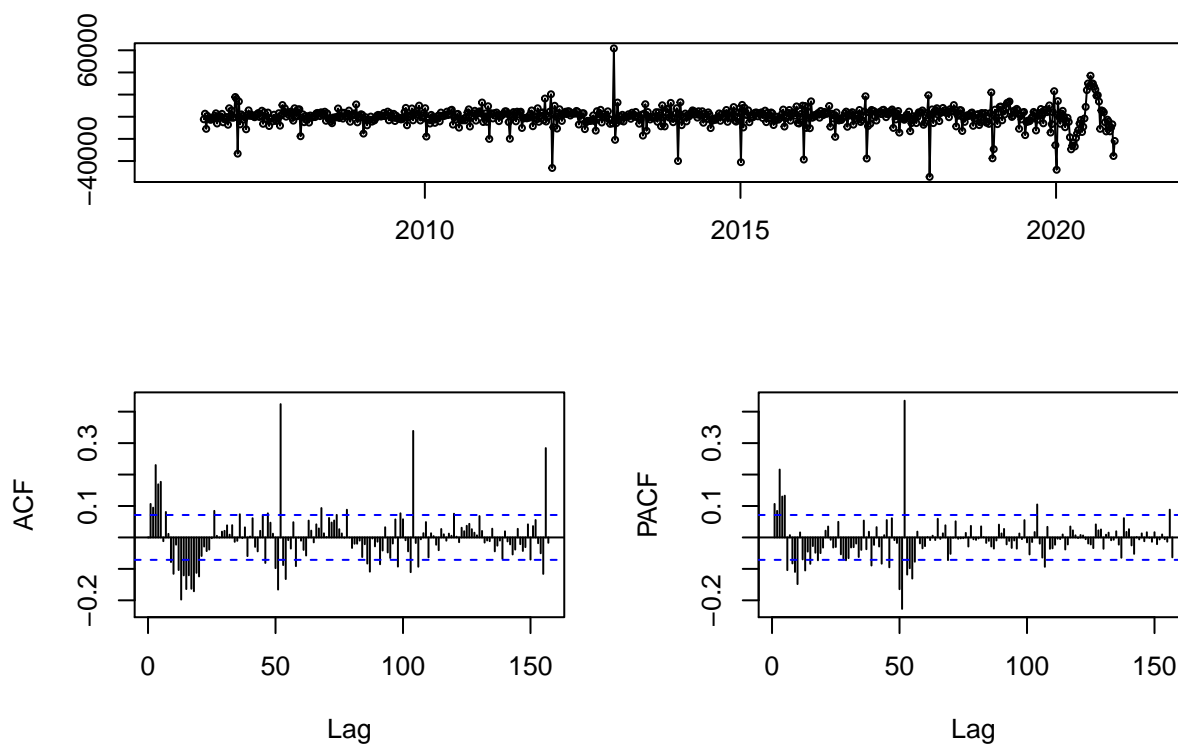
Decomposition of additive time series



Szereg został rozłożony na swoje składowe, wyraźnie widać sezonowość. Trend najbardziej widoczny jest po roku 2015.

```
tsdisplay(t.decompose.add$random)
```

t.decompose.add\$random

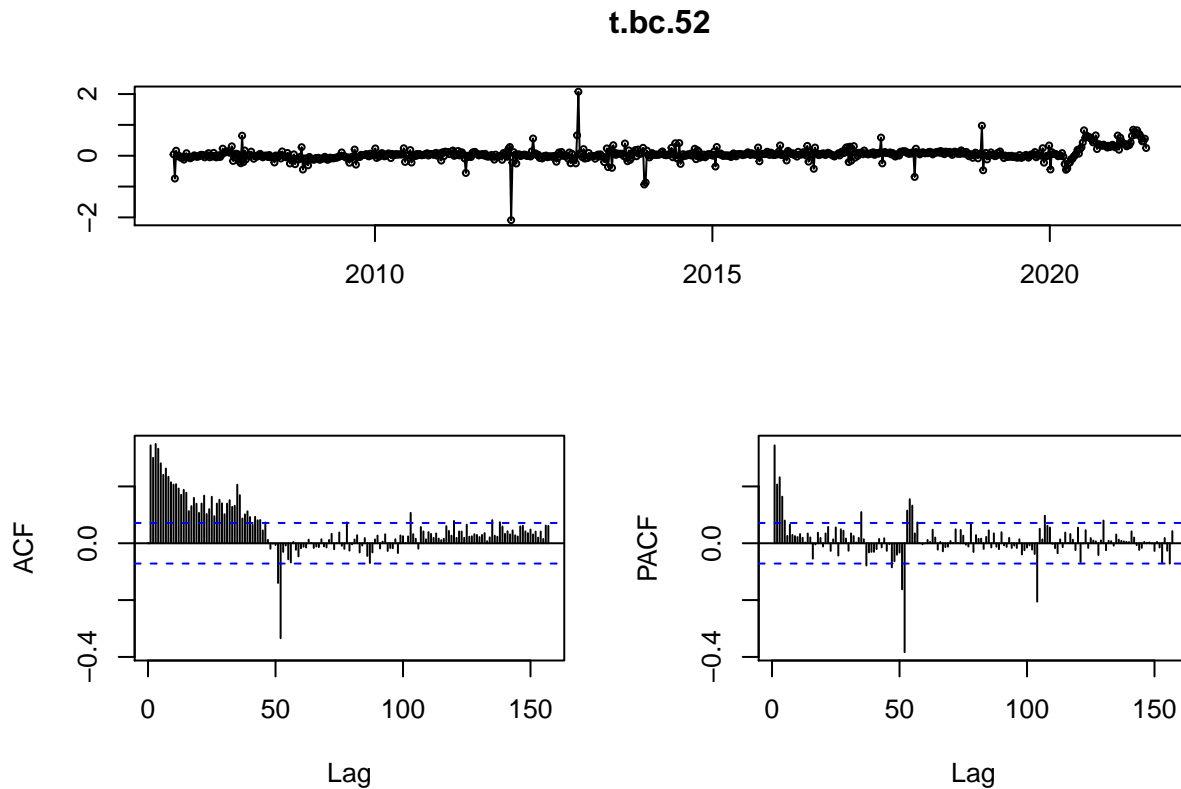


Z wykresów funkcji ACF i PACF odczytać możemy, że cała sezonowość nie została usunięta z szeregu (PACF posiada wartość odstającą ~52).

1.4 Eliminacja trendu i sezonowości

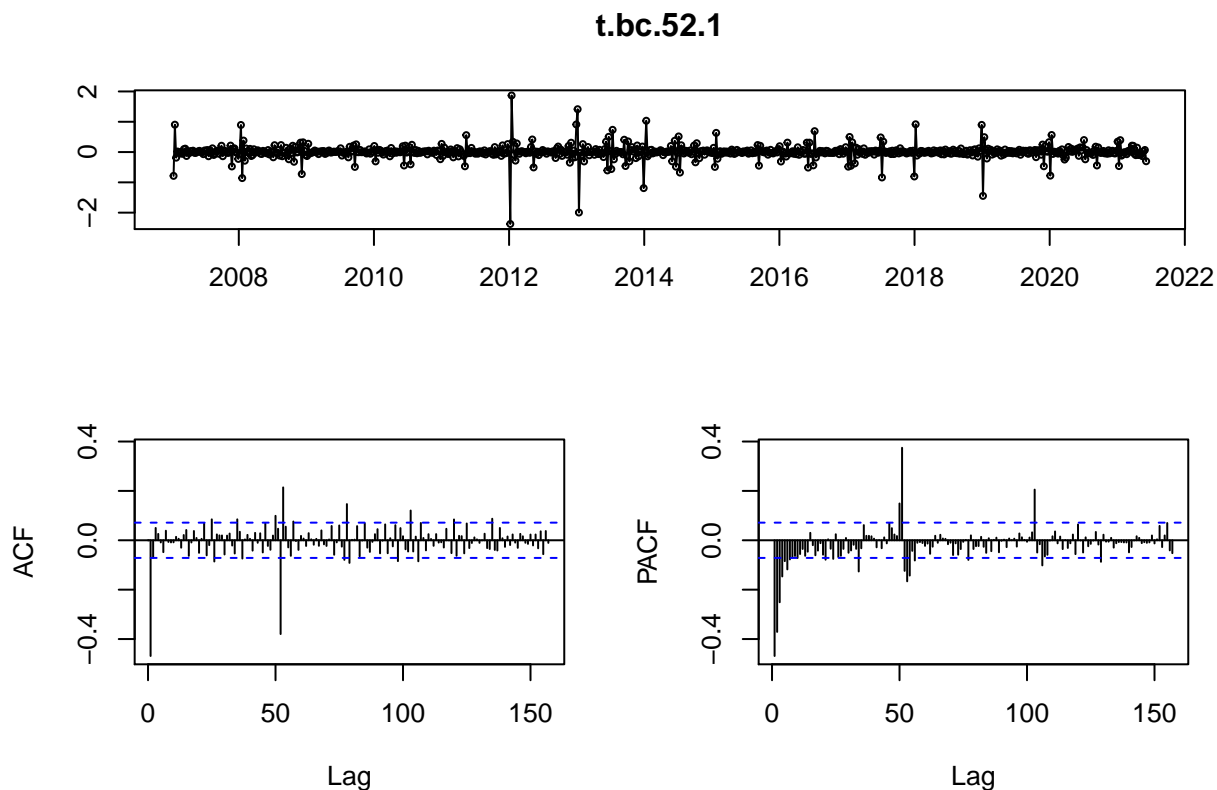
Z poprzednich wykresów wiem, że szereg charakteryzuje się wyraźnym trendem i sezonowością, którą należy wyeliminować. Dodatkowo, aby pozbyć się gwałtownej zmiany wariancji z początku roku 2020, zastosuję transformację logarytmiczną Boxa-Coxa.

```
t.bc <- BoxCox(t, lambda = 0)
t.bc.52 <- diff(t.bc, lag = 52)
tsdisplay(t.bc.52)
```



Po usunięciu sezonowości i zastosowaniu transformacji Boxa-Coxa, nadal pozostał silny trend - wykres funkcji ACF jest dodatni i stopniowo maleje.

```
t.bc.52.1 <- diff(t.bc.52, lag = 1)
tsdisplay(t.bc.52.1)
```

Szereg ten nie jest realizacją szumu białego. Widać to po znaczących wartościach odstających dla lag=52. Stacjonarność szeregu sprawdzę korzystając z biblioteki urca, dla ufności $\alpha = 0.05$. Zawiera ona test na stacjonarność szeregu: H_0 - szereg jest stacjonarny, wobec hipotezy alternatywnej: szereg nie jest stacjonarny.

```
library(urca)
t.bc.52.1 %>% ur.kpss() %>% summary()
```

```
##
## #####
## # KPSS Unit Root Test #
## #####
##
## Test is of type: mu with 6 lags.
##
## Value of test-statistic is: 0.0072
##
## Critical value for a significance level of:
##          10pct  5pct 2.5pct  1pct
## critical values 0.347 0.463 0.574 0.739
```

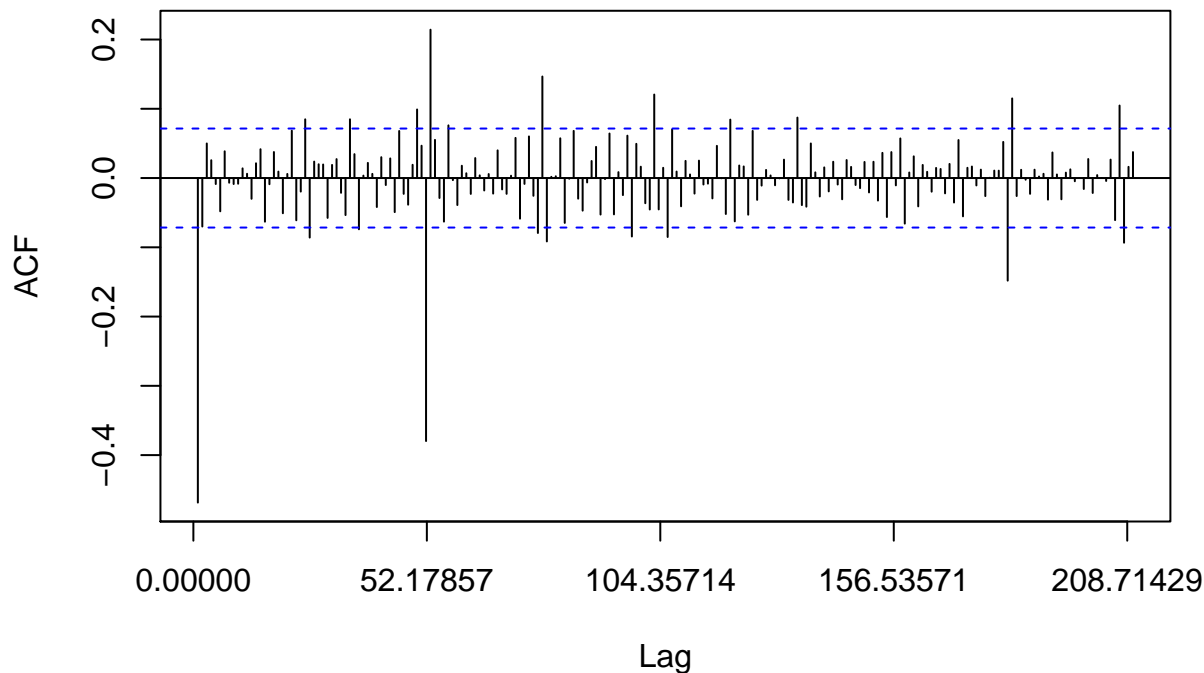
Wartość statystyki jest bardzo mała, wynosi 0.0072, co jest poniżej wartości krytycznej dla zadanego poziomu ufności. Zatem brak podstaw do odrzucenia hipotezy o stacjonarności szeregu.

1.5 Wyznaczenie rzędu MA

Do wyznaczenia parametrów skorzystam z funkcji Acf. Rząd modelu dobiorę na podstawie wartości odstających.

```
Acf(t.bc.52.1, lag.max = 210)
```

Series t.bc.52.1



Do wyboru mam rzędy MA równe:

```
t.bc.52.1.acf <- Acf(t.bc.52.1, plot = FALSE, lag.max = 210)
t.bc.52.1.acf$lag[which(abs(t.bc.52.1.acf$acf)>1.96/sqrt(t.bc.52.1.acf$n.used))] # Wszystkie lag poza p
```

```
## [1] 0 1 25 26 35 37 50 52 53 57 77 78 79 98 103 106 120 135 182
## [20] 183 207 208
```

Obliczam współczynniki MA(52) i MA(26):

```
st <- t.bc.52.1 # szereg stacjonarny
st.ma52 <- Arima(st, order = c(0,0,52))
st.ma26 <- Arima(st, order = c(0,0,26))
```

Oto część obliczonych współczynników dla modeli:

```
c(st.ma26$aic, st.ma26$aicc, st.ma26$bic)
```

```
## [1] -379.6606 -377.4144 -250.2239
```

```
st.ma26$coef[1:5]
```

```
##          ma1          ma2          ma3          ma4          ma5
## -0.859902576 -0.049606422  0.075821570  0.005219935 -0.050431425
```

```
c(st.ma52$aic, st.ma52$aicc, st.ma52$bic)
```

```
## [1] -475.6156 -467.0934 -225.9879
```

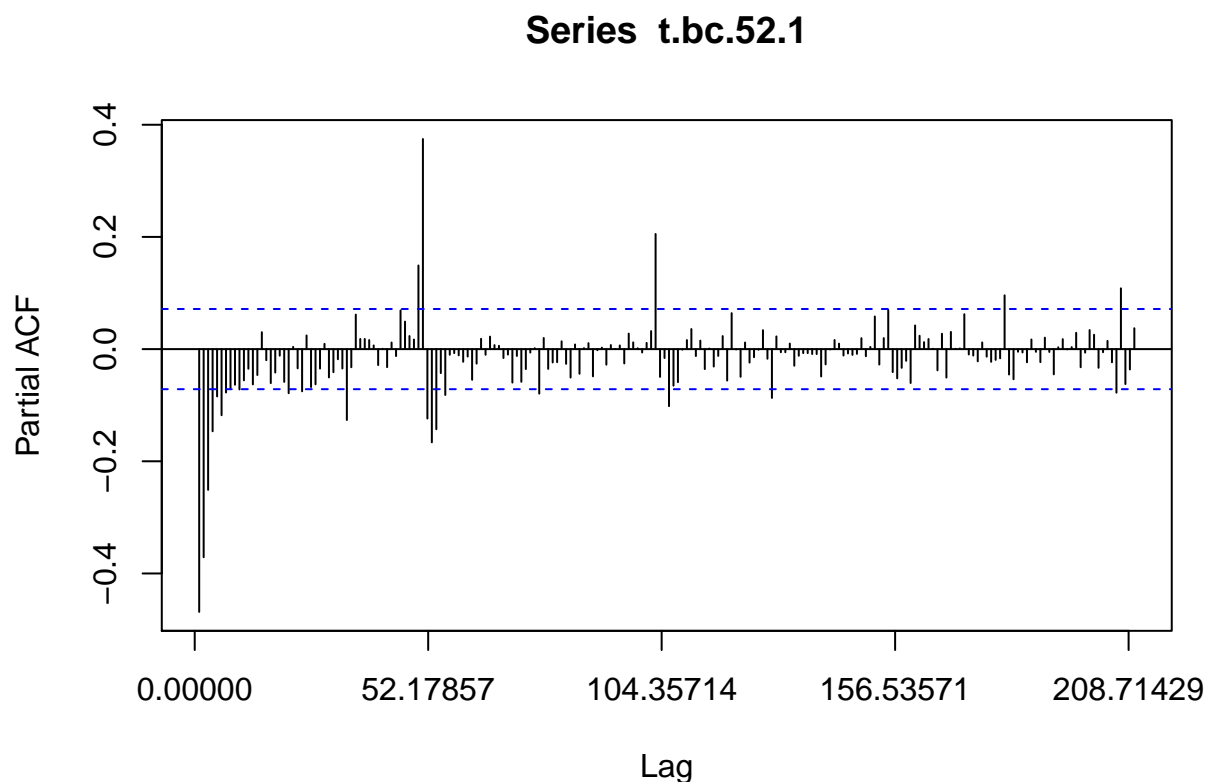
```
st.ma52$coef[1:5]
```

```
##          ma1          ma2          ma3          ma4          ma5
## -1.06816716  0.17039435  0.24707782 -0.08641077 -0.11456170
```

1.6 Wyznaczenie rzędu AR

Do wyznaczenia parametrów skorzystam z funkcji Pacf. Rząd modelu dobiorę na podstawie wartości odstających.

```
Pacf(t.bc.52.1, lag.max = 210)
```



Do wyboru mam rzędy AR równe:

```
t.bc.52.1.pacf <- Pacf(t.bc.52.1, plot = FALSE, lag.max = 210)
t.bc.52.1.pacf$lag[which(abs(t.bc.52.1.pacf$acf)>1.96/sqrt(t.bc.52.1.pacf$n.used))] # Wszystkie lag spo
```

```
## [1] 1 2 3 4 5 6 7 10 21 24 34 50 51 52 53 54 56 77 103
## [20] 106 129 181 206 207
```

Obliczam współczynniki AR(52), AR(56):

```
st.ar56.yw <- ar(st, order.max = 56, aic = FALSE, method = "yule-walker")
st.ar56.burg <- ar(st, order.max = 56, aic = FALSE, method = "burg")
st.ar52.yw <- ar(st, order.max = 52, aic = FALSE)
st.ar1.yw <- ar(st, order.max = 1, aic = FALSE)
```

```
st.ar56 <- Arima(st, order = c(56,0,0))
st.ar52 <- Arima(st, order = c(52,0,0), method = "CSS")
```

Współczynniki, aic, aicc oraz bic:

```
c(st.ar56$aic, st.ar56$aicc, st.ar56$bic)
```

```
## [1] -540.7466 -530.8707 -272.6279
```

```
st.ar56$coef[1:10]
```

```
##      ar1      ar2      ar3      ar4      ar5      ar6      ar7
```

```
## -0.9487120 -0.8260767 -0.6259190 -0.4940899 -0.3920653 -0.3648660 -0.3333275
##          ar8          ar9          ar10
## -0.2994878 -0.2852825 -0.2868088

c(st.ar52$aic, st.ar52$aicc, st.ar52$bic)

## [1] NA NA NA

st.ar52$coef[1:10]

##          ar1          ar2          ar3          ar4          ar5          ar6          ar7
## -0.9007710 -0.8146844 -0.6827974 -0.5901726 -0.5369683 -0.5193530 -0.4808162
##          ar8          ar9          ar10
## -0.4372768 -0.4041186 -0.3910632
```

Współczynniki dla AR(56) i AR(52) są podobne.

1.7 auto.arima

```
au <- auto.arima(st)

summary(au)

## Series: st
## ARIMA(1,0,0)(1,0,0)[52] with zero mean
##
## Coefficients:
##          ar1          sar1
##        -0.5210    -0.4427
## s.e.    0.0314    0.0322
##
## sigma^2 estimated as 0.03631: log likelihood=174.79
## AIC=-343.58 AICc=-343.54 BIC=-329.71
##
## Training set error measures:
##              ME          RMSE          MAE          MPE          MAPE          MASE
## Training set 0.001074207 0.1903062 0.09991121 263.6516 471.3774 0.4860781
##              ACF1
## Training set -0.2010561
```

1.8 Porównanie analizowanych modeli

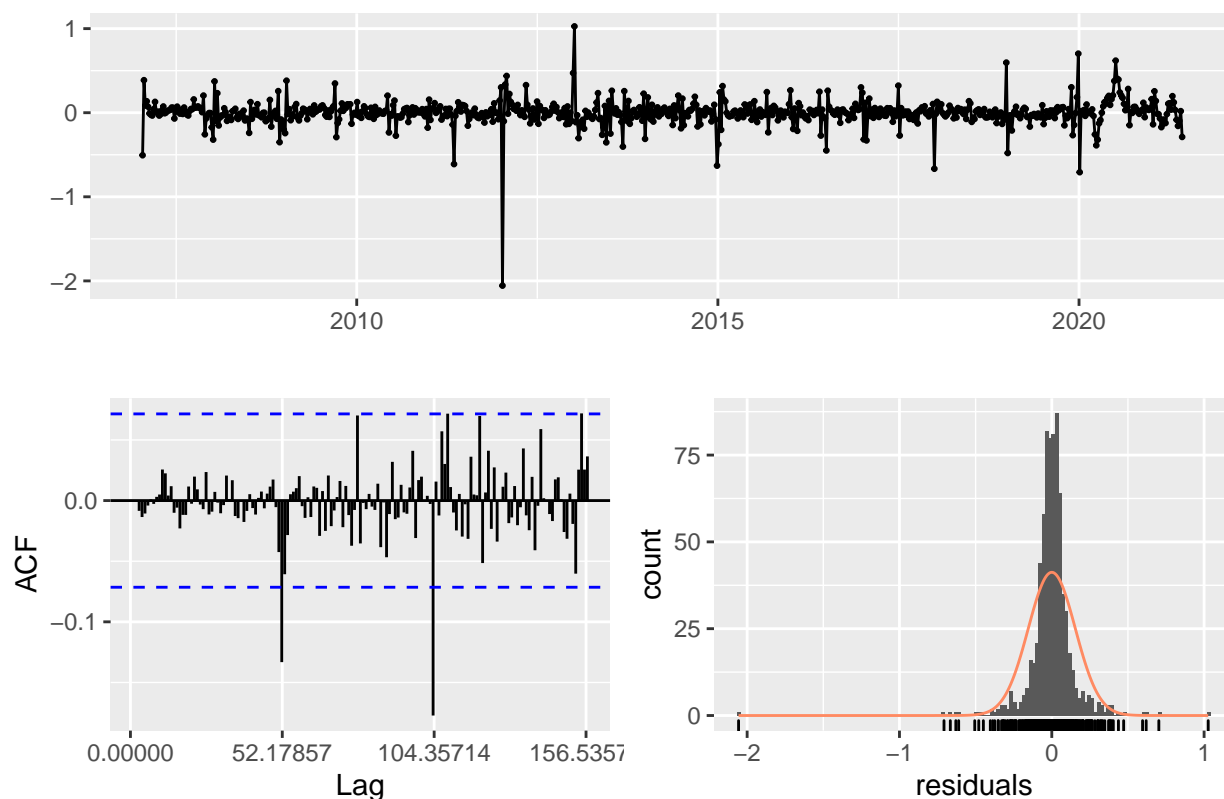
Wszystkie modele korzystały z transformacji Boxa-Coxa więc mogą je porównywać między sobą.

```
# ARIMA(0,0,26)          AIC=-379.66    AICc=-377.41    BIC=-250.22
# ARIMA(0,0,52)          AIC=-475.62    AICc=-467.09    BIC=-225.99
# ARIMA(56,0,0)          AIC=-540.75 + AICc=-530.87 + BIC=-272.63
# ARIMA(1,0,0)           AIC=-181.41    AICc=-181.38    BIC=-167.54
# ARIMA(1,0,0)(1,0,0)[52] AIC=-343.58    AICc=-343.54    BIC=-329.71 +
```

Ze wszystkich modeli, najlepszym wydaje się ARIMA(56,0,0). Pomimo dużej ilości, parametrów jako jedyny przechodzi test Ljung-Boxa (dla $\alpha = 0.05$). Analiza reszt znajduje się na wykresach poniżej.

```
checkresiduals(st.ar56)
```

Residuals from ARIMA(56,0,0) with non-zero mean



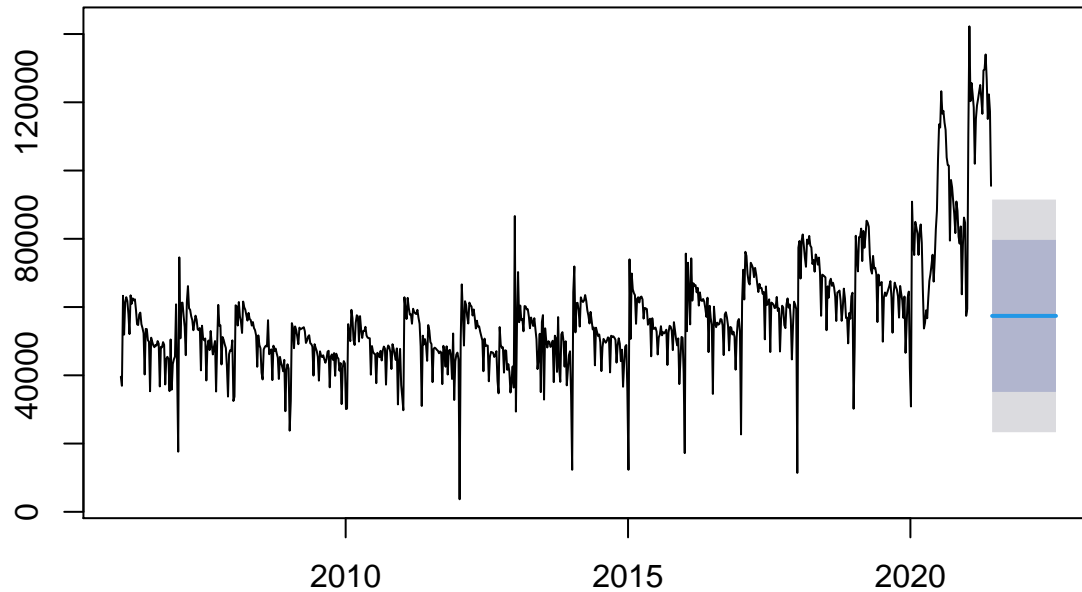
```
##
##  Ljung-Box test
##
## data:  Residuals from ARIMA(56,0,0) with non-zero mean
## Q* = 70.555, df = 47.357, p-value = 0.01601
##
## Model df: 57.    Total lags used: 104.357142857143
```

1.9 Prognozowanie

1.9.1 Prognozowanie naiwne metodą średniej

```
t.meanf <- meanf(t, h = 60)
plot(t.meanf)
```

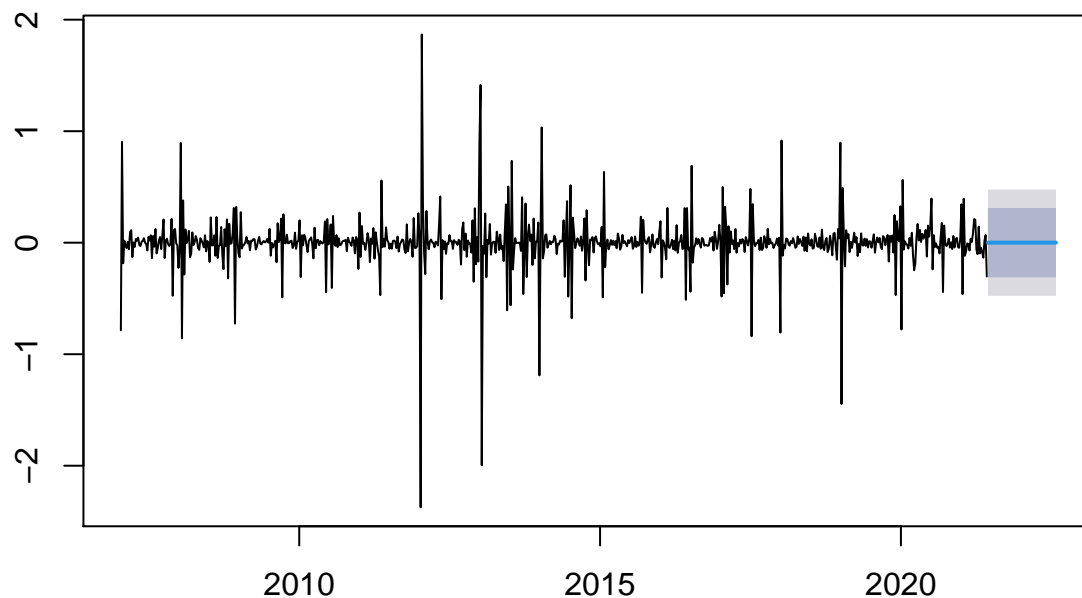
Forecasts from Mean



Prognostowanie naiwne metodą średniej nie daje dobrych rezultatów, może być to spowodowane tym iż szereg ten zawiera trend i sezonowość. Prognoza dla szeregu bez trendu i sezonowości:

```
st.meanf <- meanf(st, h = 60)
plot(st.meanf)
```

Forecasts from Mean



Prognoza ta jest dużo lepsza. Dodając trend i sezonowość moglibyśmy uzyskać nią lepsze przewidywania, niż za pierwszym razem.

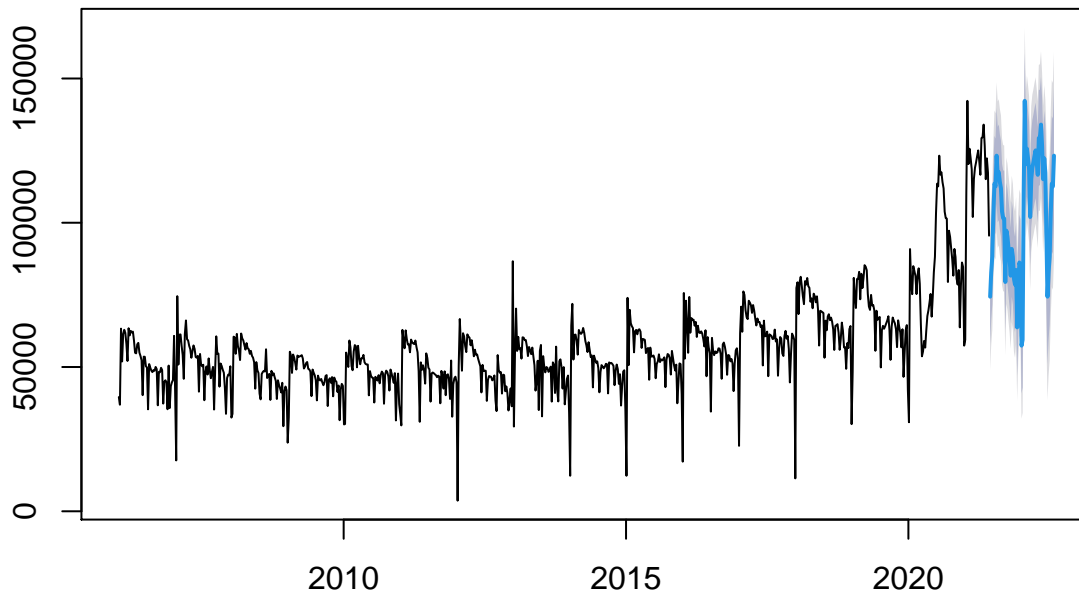
1.9.2 Prognozowanie naiwne sezonowe

```
t.snaive <- snaive(t, h = 60)
```

```
## Warning in lag.default(y, -lag): 'k' is not an integer
```

```
plot(t.snaive)
```

Forecasts from Seasonal naive method



Prognoza naiwna sezonowa daje na pierwszy rzut oka najlepsze rezultaty. Uwzględnia ona silną sezonowość szeregu oraz to że w poprzednich latach składowa trendu była dużo większa, jednak nie uwzględnia ona przyszłego wzrostu trendu.

2 Index cen nieruchomości

Szereg ten pochodzi ze strony FRED. Szereg obliczany jest na podstawie danych z obrotów nieruchomości i wygładzany jest z pomocą 3-miesięcznej średniej ruchomej. Głównie brane pod uwagę są domy jednorodzinne. Szereg został unormowany tak aby cena ze stycznia 2000 roku była równa 100 i każda następna jest określona wobec niej.

Korzyści jakie może przynieść analiza tego szeregu to przewidywanie cen nieruchomości na rynku czy przewidywanie kolejnej bańki finansowej.

2.1 Wczytanie danych

Dane pobrane zostały ze strony <https://fred.stlouisfed.org/series/CSUSHPINSA> w formacie csv.

```
ind <- read.csv2("Datasets/CSUSHPINSA.csv", sep = ",")
ind$CSUSHPINSA <- as.numeric(ind$CSUSHPINSA)
head(ind)
```

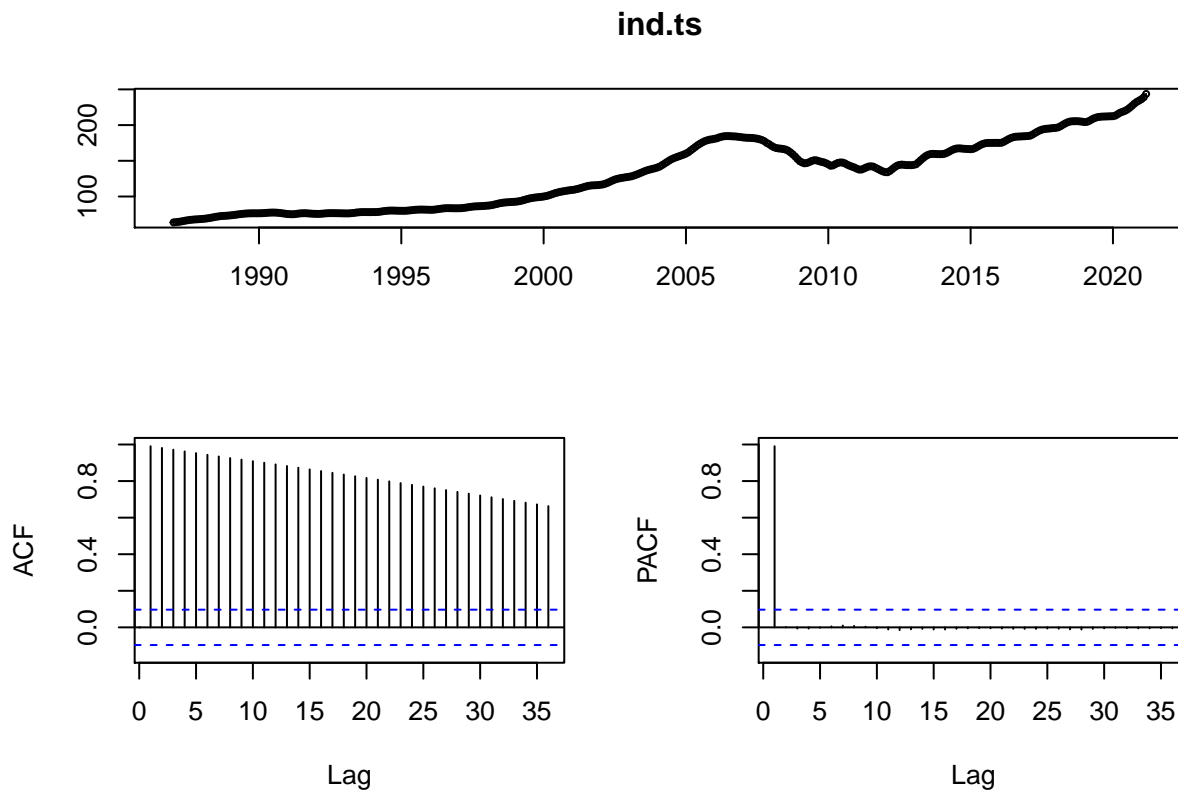
```
##          DATE CSUSHPINSA
## 1 1987-01-01     63.735
## 2 1987-02-01     64.135
## 3 1987-03-01     64.471
```

```
## 4 1987-04-01      64.977
## 5 1987-05-01      65.552
## 6 1987-06-01      66.221
```

2.2 Główne cechy analizowanych danych

Zacznę od zamiany szeregu na szereg czasowy oraz analizy funkcji ACF i PACF.

```
ind.ts <- ts(ind$CSUSHPINSA, start = c(1987, 01), frequency = 12)
tsdisplay(ind.ts)
```

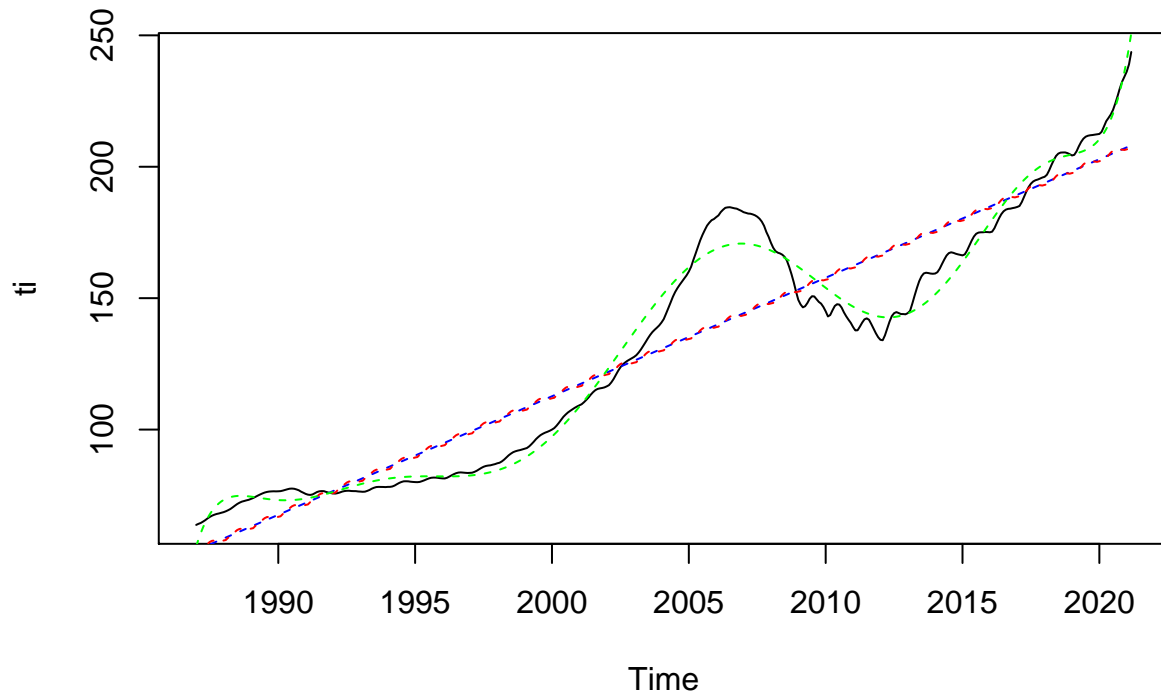


Szereg charakteryzuje się dodatnim trendem (dodatnia, powoli opadająca funkcja ACF). Na pierwszy rzut oka nie widać sezonowości, także funkcja PACF na nią nie wskazuje.

2.3 Dekompozycje szeregu

2.3.1 Modele z trendem liniowym, wielomianowym i sezonowością

```
ti <- ind.ts
tT <- tslm(ti ~ trend) # Model regresji z trendem liniowym
tTS <- tslm(ti ~ trend + season) # Model regresji z trendem liniowym i sezonowością
tPS <- tslm(ti ~ poly(trend, raw=TRUE, degree = 9)) # Model regresji z trendem liniowym i
plot(ti)
lines(fitted(tT), col = "blue", lty = 2)
lines(fitted(tTS), col = "red", lty = 2)
lines(fitted(tPS), col = "green", lty = 2)
```

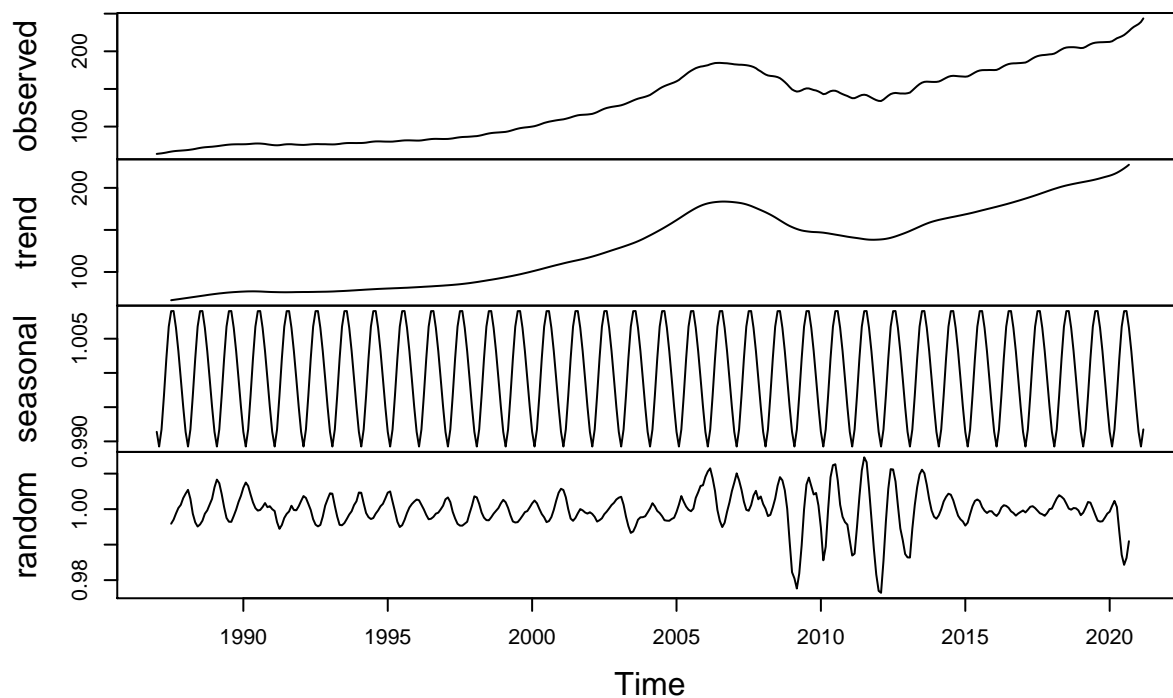



Dekompozycja wskazuje na to, że nie jest to trend liniowy. Sezonowość również nie jest wyraźnie widoczna i nie wpływa na dopasowanie modelu do szeregu.

2.3.2 Model multiplikatywny

```
ind.decompose <- decompose(ind.ts, type ="multiplicative")
plot(ind.decompose)
```

Decomposition of multiplicative time series



Dekompozycja multiplikacyjna potwierdza wcześniejsze wyniki. Wyraźny jest trend, patrząc na rząd uzyskanej sezonowości, jest on dwukrotnie mniejszy od trendu.

2.4 Usunięcie trendu i sezonowości

Tym razem skorzystam z pomocy funkcji `ndiffs` i `nsdiffs`, wskazują one ile razy należy różnicować, aby usunąć trend i sezonowość.

```
ndiffs(ind.ts)
```

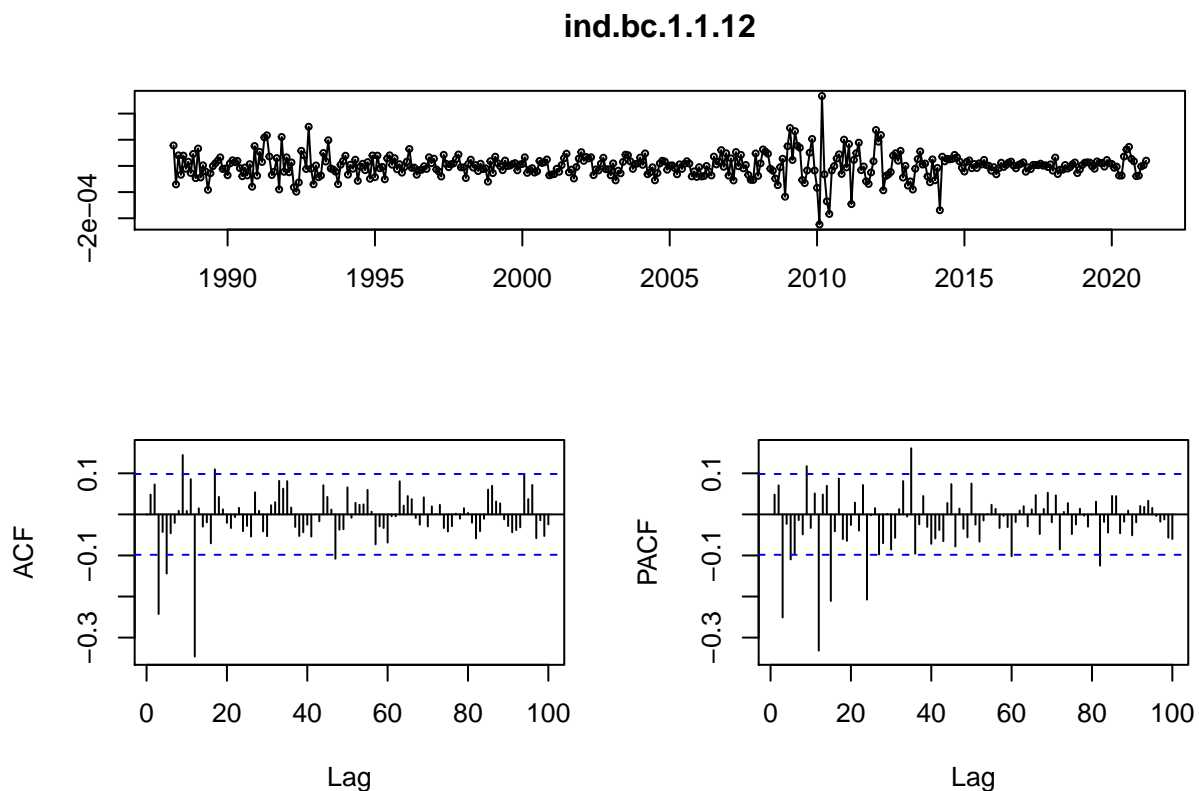
```
## [1] 2
```

```
nsdiffs(ind.ts)
```

```
## [1] 1
```

Funkcje wskazują na to, że aby uzyskać szereg stacjonarny należy zróżnicować dwukrotnie z `lag=1` oraz jednokrotnie z `lag=12`.

```
ind.lambda <- BoxCox.lambda(ind.ts)
ind.bc <- BoxCox(ind.ts, ind.lambda)
ind.bc.1.1 <- diff(diff(ind.bc, lag = 1), lag = 1)
ind.bc.1.1.12 <- diff(ind.bc.1.1, lag = 12)
tsdisplay(ind.bc.1.1.12, lag.max = 100)
```



Jak widać po zróżnicowaniu reszty przypominają już szereg stacjonarny. Zostanie to jeszcze potwierdzone testem.

```
shapiro.test(ind.bc.1.1.12)
```

```
##
## Shapiro-Wilk normality test
##
```

```
## data: ind.bc.1.1.12
## W = 0.928, p-value = 6.778e-13
```

Szereg reszt nie jest realizacją szumu białego.

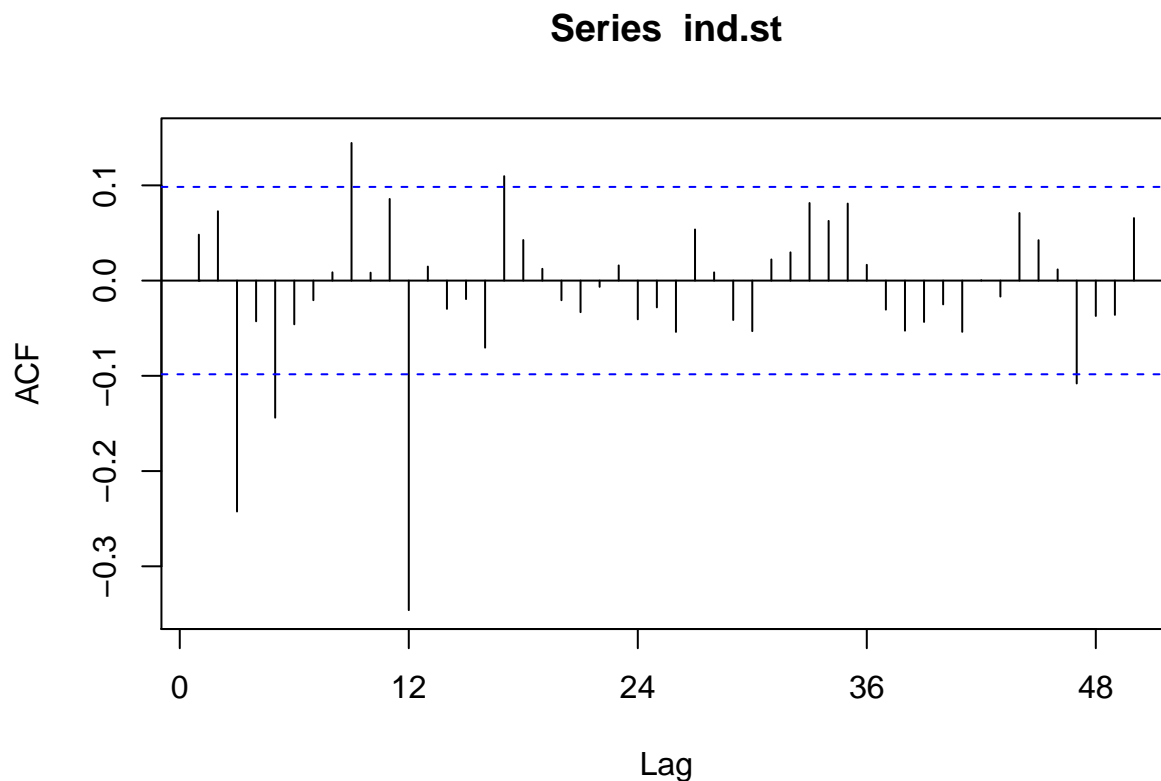
```
ind.bc.1.1.12 %>% ur.kpss(use.lag = 12) %>% summary()
```

```
##
## #####
## # KPSS Unit Root Test #
## #####
##
## Test is of type: mu with 12 lags.
##
## Value of test-statistic is: 0.0219
##
## Critical value for a significance level of:
##          10pct  5pct  2.5pct  1pct
## critical values 0.347 0.463  0.574 0.739
```

Test wskazuje na to, że nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy o tym, że szereg jest stacjonarny.

2.5 Wyznaczenie rzędu MA

```
ind.st <- ind.bc.1.1.12 # Szereg stacjonarny
Acf(ind.st, lag.max = 50)
```



Do rozważenia mamy następujące modele MA:

```
ind.st.acf <- Acf(ind.st, plot = FALSE, lag.max = 100)
ind.st.acf$lag[which(abs(ind.st.acf$acf)>1.96/sqrt(ind.st.acf$n.used))] # Wszystkie lag poza przedziałem
```

```
## [1] 0 3 5 9 12 17 47
```

Wyznaczę modele MA(12), MA(9) oraz MA(3):

```
ind.st.ma12 <- Arima(st, order = c(0,0,12))
ind.st.ma9 <- Arima(st, order = c(0,0,9))
ind.st.ma3 <- Arima(st, order = c(0,0,3))
```

Część współczynników oraz metryki modeli:

```
c(ind.st.ma12$aic, ind.st.ma12$aicc, ind.st.ma12$bic)
```

```
## [1] -390.4213 -389.8514 -325.7030
```

```
ind.st.ma12$coef[1:5]
```

```
##          ma1          ma2          ma3          ma4          ma5
## -0.858869447 -0.043293060  0.083407918 -0.007491112 -0.049770078
```

```
c(ind.st.ma9$aic, ind.st.ma9$aicc, ind.st.ma9$bic)
```

```
## [1] -396.3046 -395.9478 -345.4545
```

```
ind.st.ma9$coef[1:5]
```

```
##          ma1          ma2          ma3          ma4          ma5
## -0.858550110 -0.043606374  0.083994651 -0.008120658 -0.050630764
```

```
c(ind.st.ma3$aic, ind.st.ma3$aicc, ind.st.ma3$bic)
```

```
## [1] -397.3129 -397.2324 -374.1992
```

```
ind.st.ma3$coef
```

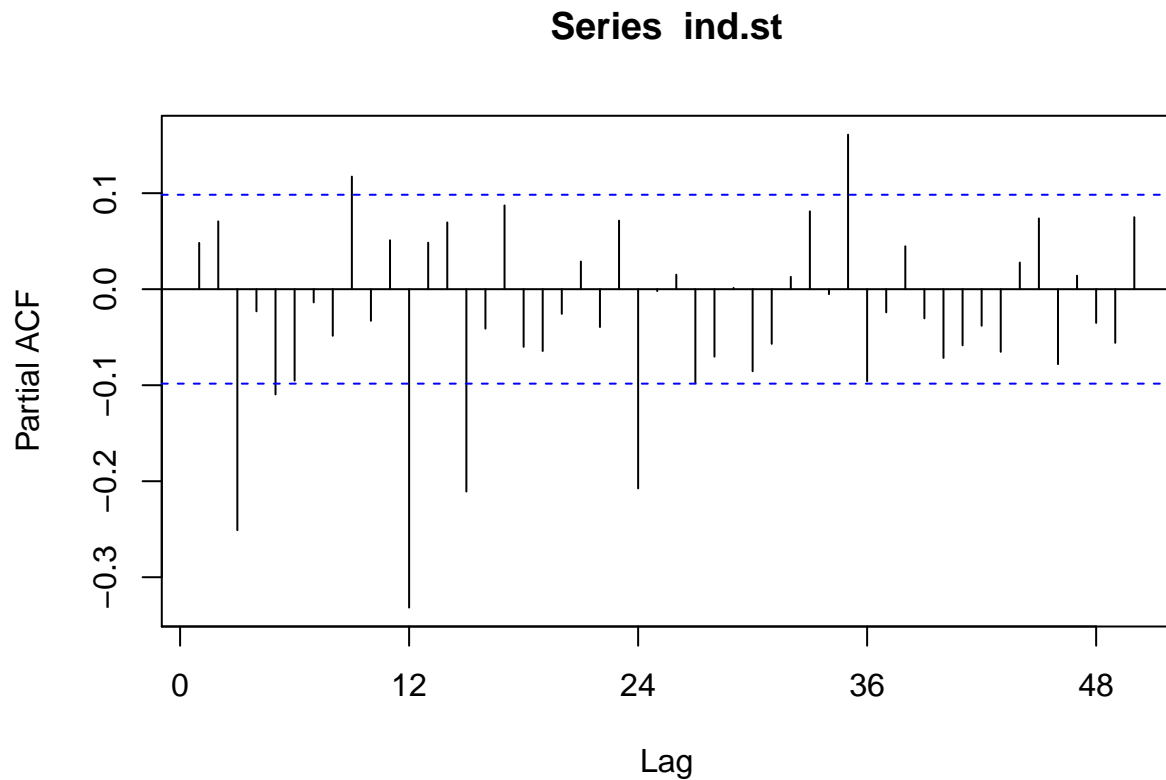
```
##          ma1          ma2          ma3      intercept
## -0.8500634318 -0.0501600018  0.0141696263  0.0008092502
```

Współczynniki MA(12) i MA(9) są podobne. Wszystkie modele mają podobne wartości AIC, AICc oraz BIC.

2.6 Wyznaczenie rzędu AR

Rzędy modelu AR można odczytać z wykresu Pacf.

```
Pacf(ind.st, lag.max = 50)
```



Skorzystam z pomocniczej funkcji.

```
ind.st.pacf <- Pacf(ind.st, plot = FALSE, lag.max = 100)
ind.st.pacf$lag[which(abs(ind.st.pacf$acf)>1.96/sqrt(ind.st.pacf$n.used))] # Wszystkie lag poza przedzi
```

```
## [1] 3 5 9 12 15 24 35 60 82
```

Obliczę współczynniki dla AR(3), AR(15), AR(9) i AR(5).

```
ind.st.ar3 <- Arima(st, order = c(3,0,0))
ind.st.ar15 <- Arima(st, order = c(15,0,0))
ind.st.ar9 <- Arima(st, order = c(9,0,0))
ind.st.ar5 <- Arima(st, order = c(5,0,0))
```

Część współczynników oraz metryki modeli:

```
c(ind.st.ar3$aic, ind.st.ar3$aicc, ind.st.ar3$bic)
```

```
## [1] -338.0322 -337.9517 -314.9185
```

```
ind.st.ar3$coef[1:3]
```

```
##          ar1          ar2          ar3
## -0.7416738 -0.5372127 -0.2538657
```

```
c(ind.st.ar15$aic, ind.st.ar15$aicc, ind.st.ar15$bic)
```

```
## [1] -375.9754 -375.1416 -297.3889
```

```
ind.st.ar15$coef[1:5]
```

```
##          ar1          ar2          ar3          ar4          ar5
## -0.8430700 -0.7493221 -0.5799817 -0.4492130 -0.3843793
```

```

c(ind.st.ar9$aic, ind.st.ar9$aicc, ind.st.ar9$bic)

## [1] -373.2033 -372.8466 -322.3532
ind.st.ar9$coef[1:5]

##          ar1          ar2          ar3          ar4          ar5
## -0.8256883 -0.7168246 -0.5305624 -0.3837239 -0.3076455
c(ind.st.ar5$aic, ind.st.ar5$aicc, ind.st.ar5$bic)

## [1] -356.1699 -356.0194 -323.8107
ind.st.ar5$coef[1:5]

##          ar1          ar2          ar3          ar4          ar5
## -0.79174118 -0.64811758 -0.41641226 -0.21625553 -0.08736639

```

Współczynniki wszystkich modeli oraz ich metryki są podobne.

2.7 auto.arima

```

ind.auto <- auto.arima(ind.st, max.p = 20, max.q = 20, max.P = 5, max.Q = 5, ic="aicc")
summary(ind.auto)

## Series: ind.st
## ARIMA(1,0,3)(0,0,2)[12] with zero mean
##
## Coefficients:
##          ar1          ma1          ma2          ma3          sma1          sma2
##          0.5454 -0.3791 -0.0528 -0.3352 -0.6643 -0.1926
## s.e.  0.0950  0.0990  0.0499  0.0507  0.0523  0.0497
##
## sigma^2 estimated as 1.403e-09: log likelihood=3478.41
## AIC=-6942.82 AICc=-6942.53 BIC=-6914.93
##
## Training set error measures:
##              ME              RMSE              MAE              MPE              MAPE              MASE
## Training set 1.983769e-06 3.717278e-05 2.487803e-05 251.2911 304.1389 0.4875051
##              ACF1
## Training set -0.01005086

```

2.8 Porównanie analizowanych modeli

Zebrałem parametry AIC, AICc oraz BIC dla tego szeregu w tabeli poniżej. Wybrany zostanie model, który ma te współczynniki najmniejsze.

```

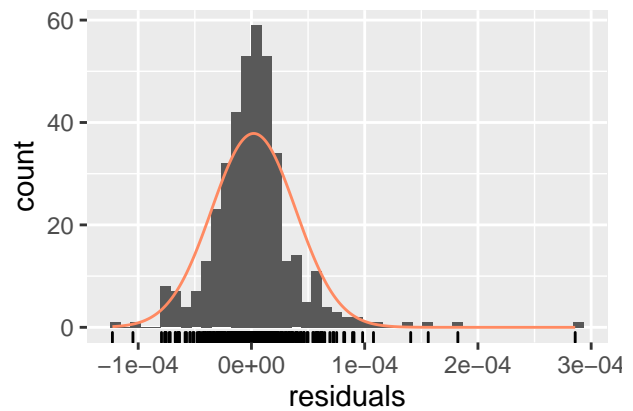
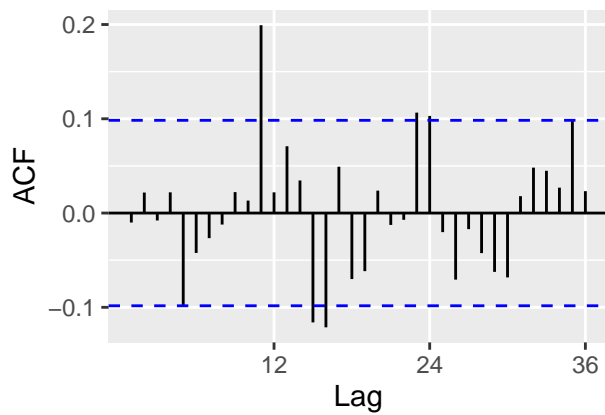
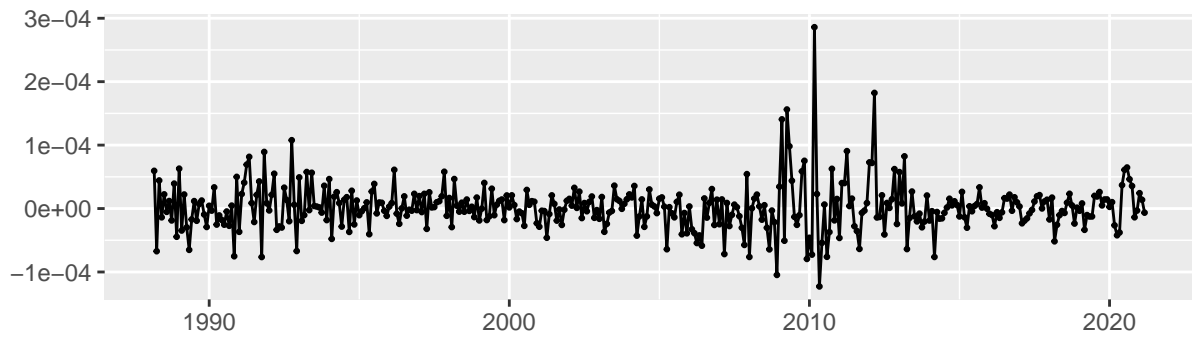
# ARIMA(0 ,0,12)          AIC=-390.4213  AICc=-389.8514  BIC=-325.7030}
# ARIMA(0 ,0, 9)          AIC=-396.3046  AICc=-395.9478  BIC=-345.4545
# ARIMA(0 ,0, 3)          AIC=-397.3129  AICc=-397.2324  BIC=-374.1992
# ARIMA(3 ,0, 0)          AIC=-338.0322  AICc=-337.9517  BIC=-314.9185
# ARIMA(15,0, 0)          AIC=-375.9754  AICc=-375.1416  BIC=-297.3889
# ARIMA(9 ,0, 0)          AIC=-373.2033  AICc=-372.8466  BIC=-322.3532
# ARIMA(5 ,0, 0)          AIC=-356.1699  AICc=-356.0194  BIC=-323.8107
# ARIMA(1 ,0, 3)(0,0,2)[12] AIC=-6942.82 + AICc=-6942.53 + BIC=-6914.93 +

```

Najlepszym wydaje się model dobrany automatycznie ARIMA(1 ,0, 3)(0,0,2)[12]. Poprawność modelu, sprawdzę z pomocą funkcji `checkresiduals`.

```
checkresiduals(ind.auto)
```

Residuals from ARIMA(1,0,3)(0,0,2)[12] with zero mean



```
##  
##  Ljung-Box test  
##  
## data:  Residuals from ARIMA(1,0,3)(0,0,2)[12] with zero mean  
## Q* = 50.83, df = 18, p-value = 5.648e-05  
##  
## Model df: 6.    Total lags used: 24
```