



## 第五章 线性控制系统的综合与校正

# 内容提要

第一讲 控制系统综合的基本概念

第二讲 环路整形----校正的基本思想

第三讲 最小相位串联校正基本形式

第四讲 最小相位系统期望频率特性综合法校正

第五讲 最小相位系统试探超前校正

第六讲 最小相位系统试探滞后校正

第七讲 最小相位系统试探滞后-超前校正

第八讲 基于根轨迹的最小相位系统超前校正

第九讲 基于根轨迹的最小相位系统滞后校正

□ 第十讲 基于根轨迹的最小相位系统超前校正

□ 第十一讲 PID控制器及其再解释

□ 第十二讲 常用的模拟(无源和有源)校正装置与特性

□ 第十三讲 最小相位系统的反馈校正

□ 第十四讲 最小相位系统的复合校正-自由度设计

□ 第十五讲 非最小相位系统的性能约束系统的带宽受限

□ 第十六讲 过程输入信号幅值与模型边界约束

# 第一讲 控制系统综合的基本概念

要按照提出的性能指标改善整个控制系统的性能或者让原不稳定的系统变得稳定，就需要设计合适的控制器。控制器的设计可按两种方式进行：

- ✓ 第一种方式：系统综合(synthesis)
- ✓ 第二种方式：系统校正(compensation)

设计控制器首先要有目标，即系统要达到什么样的性能指标，所以本讲同时也给出了各种性能指标的提法。

# 系统综合与其基本问题

## □ 什么是系统综合(synthesis)?

- ▣ 预先给出某种设计指标，这种指标通常以严格的数学形式给出，然后基于某种结构确定某种控制形式，并通过解析的方式找到满足预定指标的控制器。

## □ 基本问题

- ▣ 设计指标，比如给出闭环系统应具备的极点(特征值)、优性指标、时/频域指标等。
- ▣ 从这些指标出发，结合对象数学模型，基于确定的某种结构推导数学化的解析形式控制器。
- ▣ 系统综合就是要寻求合适的数学工具和提出合适的指标。

# 系统校正(compensation)

## 什么是系统校正(compensation)?

- 制定控制系统的期望性能指标，并依据这些性能指标计算出开环系统特性；然后比较期望的开环特性与实际的开环特性，根据比较结果确定在开环系统中增加某种控制装置，并计算出控制装置的参数。

## 基本问题

### 校正方式----Which?

串联校正?

反馈校正?

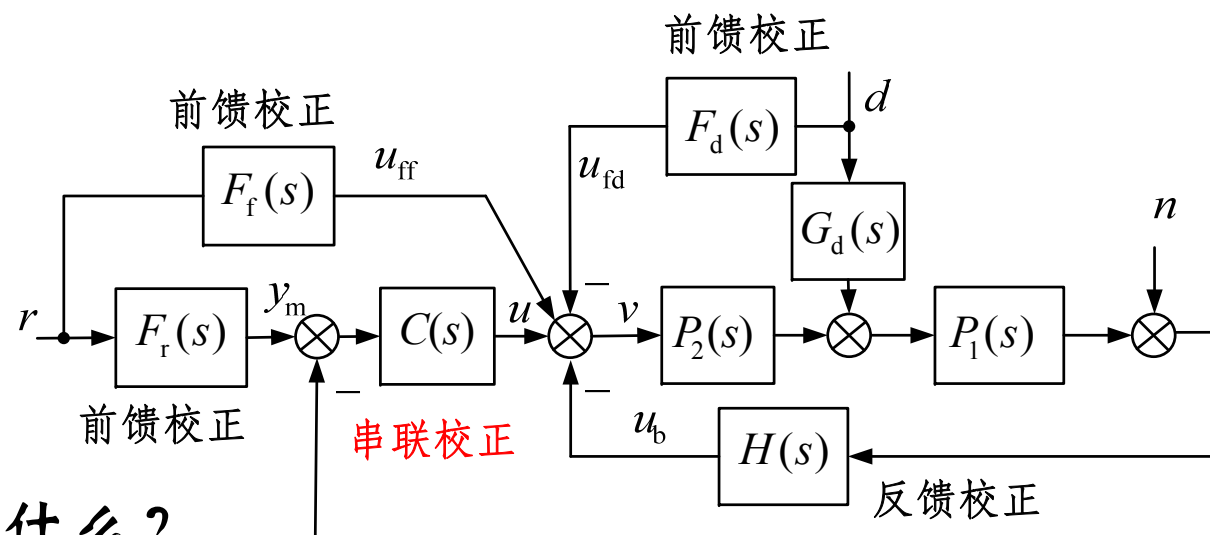
前馈校正?

### 校正目标 ----What?

我们要达到什么目的? 要做什么?

### 校正基本思路----How?

我们要如何做?

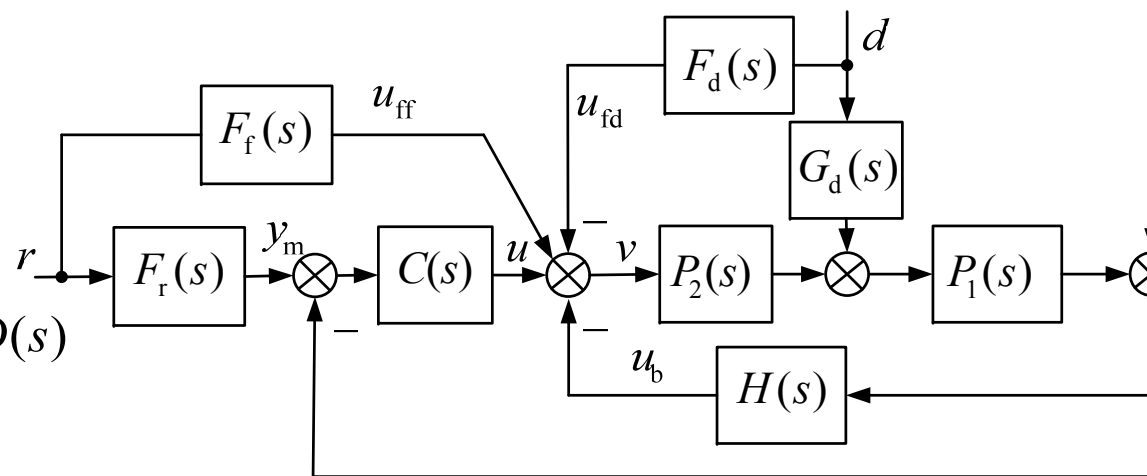


复合校正通常是同时存在前馈校正和串联校正或反馈校正。

# 控制器与系统输出

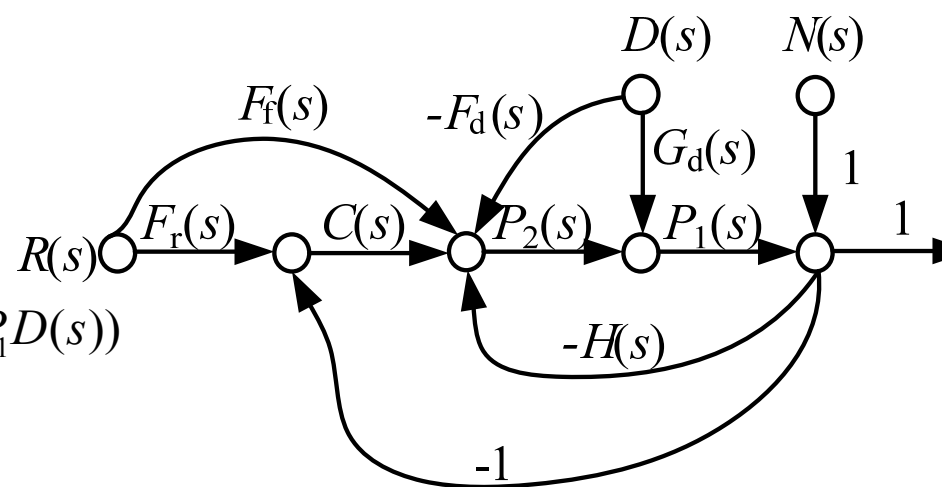
## 控制器的输出

$$V(s) = \frac{CF_r}{1 + (C + H)P_1P_2} R(s) + \frac{F_f}{1 + (C + H)P_1P_2} R(s) - \frac{C + H}{1 + (C + H)P_1P_2} N(s) - \frac{F_d + (C + H)P_1G_d(s)}{1 + (C + H)P_1P_2} D(s)$$



## 系统输出

$$\begin{aligned} Y(s) &= \frac{CF_rP_1P_2}{1 + (C + H)P_1P_2} R(s) + \frac{F_fP_1P_2}{1 + (C + H)P_1P_2} R(s) \\ &\quad + \frac{1}{1 + (C + H)P_1P_2} N(s) + \frac{(G_d - P_2F_d)P_1}{1 + (C + H)P_1P_2} D(s) \\ &= \frac{(CF_r + F_f)P_1P_2}{1 + (C + H)P_1P_2} R(s) + \frac{1}{1 + (C + H)P_1P_2} (N(s) + (G_d - P_2F_d)P_1D(s)) \\ &= G_{yr}R(s) + S(s)(N(s) + (G_d - P_2F_d)P_1D(s)) \end{aligned}$$



# 如何选择校正方式?

- 选择何种校正方式或装置，主要取决于系统结构的特点、采用的元件、信号的性质、经济条件及设计者的经验。
- 串联校正正常放在系统前向通道的能量较低的部位，以减小功率损耗，通常采用有源元件；
- 而反馈校正的信号是从高功率点传向低功率点，故通常不需采用有源元件；
- 复合校正对于既要求稳态误差小，同时又要求暂态响应平稳快速的系统尤为重要。

# 校正目标

$$V(s) = \frac{CF_r}{1+(C+H)P_1P_2}R(s) + \frac{F_f}{1+(C+H)P_1P_2}R(s) - \frac{C+H}{1+(C+H)P_1P_2}N(s) - \frac{F_d + (C+H)P_1G_d(s)}{1+(C+H)P_1P_2}D(s)$$

$$\begin{aligned} Y(s) &= \frac{CF_rP_1P_2}{1+(C+H)P_1P_2}R(s) + \frac{F_fP_1P_2}{1+(C+H)P_1P_2}R(s) + \frac{1}{1+(C+H)P_1P_2}N(s) + \frac{(G_d - P_2F_d)P_1}{1+(C+H)P_1P_2}D(s) \\ &= \frac{(CF_r + F_f)P_1P_2}{1+(C+H)P_1P_2}R(s) + \frac{1}{1+(C+H)P_1P_2}(N(s) + (G_d - P_2F_d)P_1D(s)) \\ &= G_{yr}R(s) + S(s)(N(s) + (G_d - P_2F_d)P_1D(s)) \end{aligned}$$

结合灵敏度与余灵敏度分析一下上面的表达式，总结校正的目标：

- ① 稳定(对 $1+(C+H)P_1P_2$ 分析)
- ② 跟踪(对 $T(s)$ 分析)
- ③ 扰动抑制(对 $S(s)$ 与 $P_1$ 分析)
- ④ 减小噪声影响(对 $S(s)$ 分析)
- ⑤ 处理不确定性(结合Doyle稳定鲁棒性判据)



# 校正的基本思路

$$Y(s) = \frac{(CF_r + F_f)P_1P_2}{1 + (C + H)P_1P_2}R(s) + \frac{1}{1 + (C + H)P_1P_2}(N(s) + (G_d - P_2F_d)P_1D(s))$$
$$= G_{yr}R(s) + S(s)(N(s) + (G_d - P_2F_d)P_1D(s))$$

- 从输出表达式，可以看出，要使扰动和噪声的影响变小，灵敏度函数应该小一些，等价于要求其峰值小一些，反映在开环传递函数 $L$ 的Nyquist图线上就是离临界点 $(-1, i0)$ 远一些。
- 而由开环传递函数 $L$ 的Nyquist图线分析知， $L(i\omega)$ 越接近 $(-1, i0)$ ，灵敏度函数 $S$ 的峰值越大(余灵敏度函数 $T$ 的峰值也越大，其实这也是矛盾的但又必须面对的)。
- 所以校正的基本思路是使 $L$ 避开临界点 $(-1, i0)$ ，同时折衷考虑将灵敏度函数 $S$ 和余灵敏度 $T$ 的峰值控制在合适的数值范围内。
- $L$ 的幅频和相频并不是独立的，由Bode关系式联系  $\arg L(i\omega) \approx \frac{\pi}{2} \frac{d[\lg |L(i\omega)|]}{d[\lg \omega]}$
- 中频段的交越频率影响着相角裕度，而它与超调量 $\sigma_p$ 、调节时间均有关系(系统超调量随 $\varphi_m$ 的增大而减小，系统调节时间随着 $\varphi_m$ 和 $\omega_c$ 的增大而减小)。所以在考虑幅频特性的基础上，还要考虑满足与相频特性相关的其它性能指标。

# 性能指标——以闭环稳定为前提

## □ 指标种类

有哪些？

## □ 指标间的关系

有公式吗？相互变化情况是什么？

## □ 控制器的求解方式

计算方法与步骤是什么？

## □ 性能指标的确定

一切从实际出发

# 指标种类

- 静态指标：稳态误差
- 时域动态指标：调整时间、峰值时间、超调量
- 频域动态指标：

开环：一般采用交越频率、相角裕度

闭环：谐振频率、谐振峰值、带宽频率

- 时域误差积分型指标:ISE、IAE、ITSE、ITAE

(通常采用用于基于某种指标下的最优控制),积分时间可取 $t_s$ :

$$\text{ISE} = \int e^2(t)dt, \text{IAE} = \int |e(t)|dt$$

$$\text{ITSE} = \int te^2(t)dt, \text{ITAE} = \int t|e(t)|dt$$

# 动态性能指标相互间的关系

□ 定性：影响关系类似

□ 定量：二阶系统有公式，高阶系统只能近似

$$\omega_c = \omega_n \sqrt{\sqrt{4\zeta^4 + 1} - 2\zeta^2} \quad \varphi_m = \arctan \frac{2\zeta}{\sqrt{\sqrt{4\zeta^4 + 1} - 2\zeta^2}}$$

$$t_s \omega_c = 6 \sim 7 / \tan \varphi_m \quad \sigma_p = e^{-\pi\zeta / \sqrt{1-\zeta^2}} \times 100\% \quad (0 < \zeta < 1)$$

$$\omega_r = \omega_n \sqrt{1 - 2\zeta^2} \quad M_r = \frac{1}{2\zeta \sqrt{1 - \zeta^2}} \quad (0 < \zeta < 0.707)$$

$$\omega_b t_s = \frac{3.5}{\zeta} \sqrt{1 - 2\zeta^2 + \sqrt{2 - 4\zeta^2 + 4\zeta^4}}$$

# 重视控制系统带宽

## □ 需要考虑的问题

### ▣ 带宽对系统性能有哪些重要的影响？

■ 两个方面：复现跟踪输入信号能力、抑制噪声能力

### ▣ 受哪些因素的影响？如何确定系统带宽？

## □ 若信号的带宽是 $0 \sim \omega_f$ ，选择控制系统带宽的指导性意见：

### ▣ 在信号带宽与固有频率相差较远时，选择 $5\omega_f < \omega_b < 0.5\omega_n$ ，否则只能折衷选择。同时尽量不要与噪声频带有重叠。

### ▣ 若系统对象(如机械谐振)有谐振(频率为 $\omega_m$ )此时对带宽加上限制： $\omega_b < 0.2\omega_m$

### ▣ 对于复杂的高阶数学模型降为低阶处理的简化条件可以用频带表示如下 要求选定的交越频率 $\omega_c$ 应当在近似的数学模型适用频带内。

$$e^{-\tau s} \approx \frac{1}{\tau s + 1}, \omega_c < \frac{1}{2\tau}$$

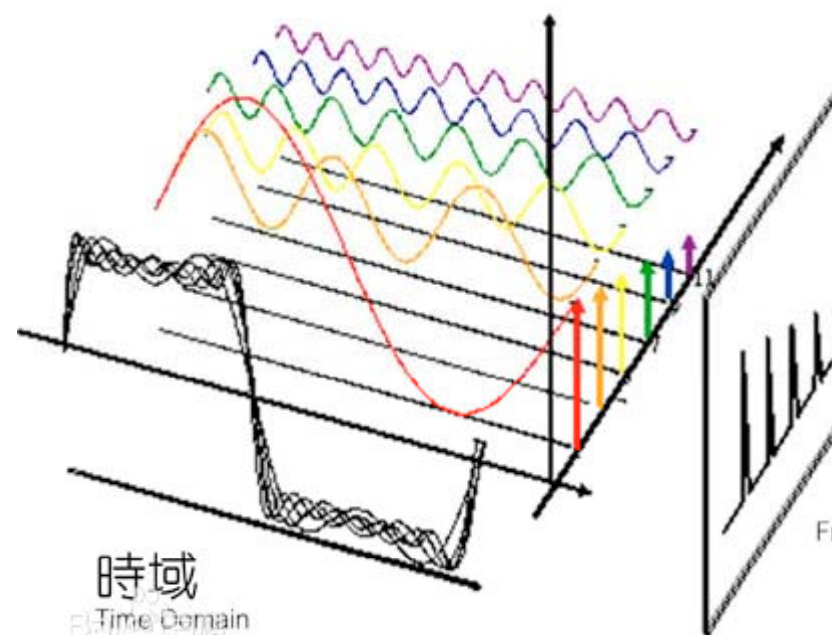
$$\frac{e^{-\tau_1 s}}{\tau_2 s + 1} \approx \frac{1}{(\tau_1 + \tau_2)s + 1}, \omega_c < \frac{1}{2(\tau_1 + \tau_2)}$$

$$\frac{1}{\tau_1 s + 1} \frac{1}{\tau_2 s + 1} \cdots \frac{1}{\tau_n s + 1} \approx \frac{1}{\sum_{i=1}^n \tau_i s + 1}, \omega_c < \frac{1}{2 \sum_{i=1}^n \tau_i}$$

$$\frac{1}{\tau_1^2 s^2 + 2\zeta \tau_1 s + 1} \frac{1}{\tau_2 s + 1} \approx \frac{1}{(2\zeta \tau_1 + \tau_2)s + 1}, \omega_c < \frac{1}{2(2\zeta \tau_1 + \tau_2)}$$

# 时间响应与频率特性粗略对应关系

- 时间响应的初态对应频率响应的高频特性，而时间响应的末态对应频率响应的低频特性，而时间响应的暂态对应频率响应的交越区。
- 频率特性的低频段表征了系统的负载扰动抑制性能和稳态误差大小；交越区表征了系统的平稳、快速和鲁棒稳定等动态性能；而高频段则反映了系统的抗高频噪声的能力。



# 根据动态指标求解控制器

## □ 两种动态指标提法下的求解控制器一般方法：

- ▣ 时域性能指标，用根轨迹法或多项式方程求解--二阶系统已导出相应公式
- ▣ 频域性能指标，通常用频域法
  - 期望频率特性法
  - 试探法

## □ 控制器的确定包括四个方面

- ▣ 结构----控制器形式
- ▣ 参数----控制器中的参数合适选择
- ▣ 技术条件、经济条件
- ▣ 可靠性

# 性能指标的确定

- 从实际出发，并不是盲目的追求高指标。
- 过高的指标可能达不到，即使达到，付出的代价可能较大，也可能使系统过分复杂。
- 在可行有效的前提下，控制器要求简单，“简单就是美”。



这一讲就到这里！



## 第二讲 环路整形——校正的基本思想

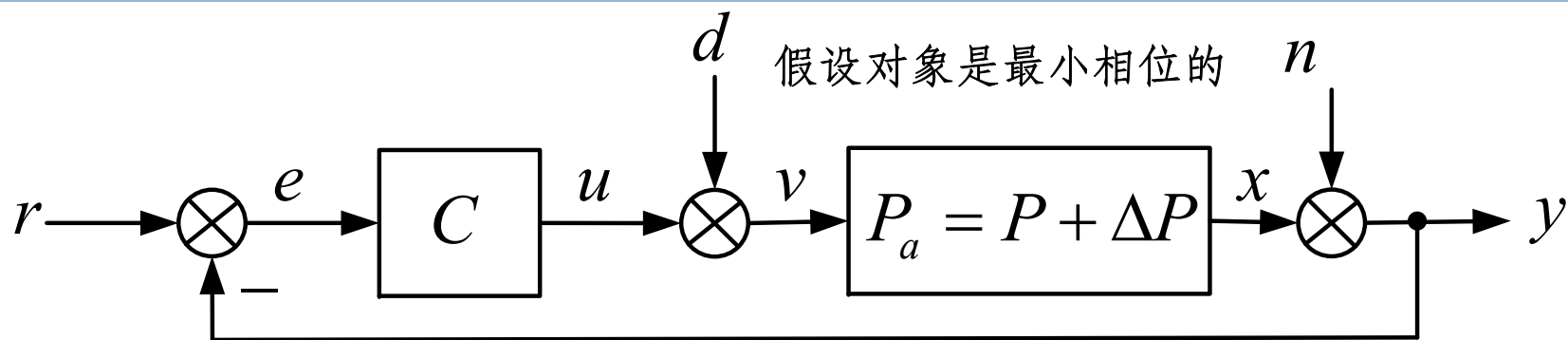
环路整形是一种基于开环频域指标的校正方法，通过控制器（补偿器） $C$ 或 $H$ 的变化对开环频率特性产生影响，使其具有希望的形状，从而得到期望闭环系统 $T$ 的性能，它是所有不同校正方法的基础。

环路整形的思路：

闭环性能指标  $\rightarrow$  期望的开环频率特性  $\rightarrow$  控制器

闭环性能指标要考虑到指令跟踪性能、噪声和扰动抑制、鲁棒性、实际系统约束等。

# 闭环性能指标的要求



- 对系统响应的要求：稳、快、准
- 对控制器输出的要求：幅度限制、真性限制、高频滚降
- 对抑制负载扰动的要求：低频提高控制增益和积分个数
- 对抑制高频噪声的要求：开环高频滚降

$$G_{yr} = \frac{PC}{1+PC} = \frac{L}{1+L}$$

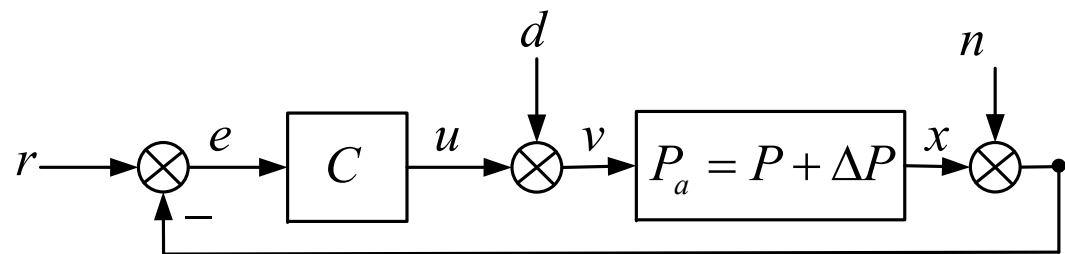
$$G_{ur} = SC = T/P$$

$$G_{yd} = \frac{P}{1+PC} = SP$$

$$G_{un} = -\frac{C}{1+PC} = -\frac{1}{1+L}$$

- 对参数摄动  $\Delta P$  影响消除的要求----Doyle稳定鲁棒条件

# 对系统响应的要求



$$G_{yr} = \frac{PC}{1+PC} = \frac{L}{1+L} = T$$

可以看出：调整  $C$  的静态增益，可使系统的静态误差  $e_{ss}$  满足要求。特别若  $C$  含有积分器， $e_{ss}=0$ ，实现静态条件下完全指令跟踪。

□ 低频段：在 0dB 线以上  $|L(i\omega)| \gg 1$

$$|T(i\omega)| \approx 1$$

$$S(i\omega) \approx 1/|L(i\omega)|$$

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} sR(s)/(1+L(s)) \approx \lim_{s \rightarrow 0} sR(s)/L(s) = 1/L(0)$$

□ 交越区：

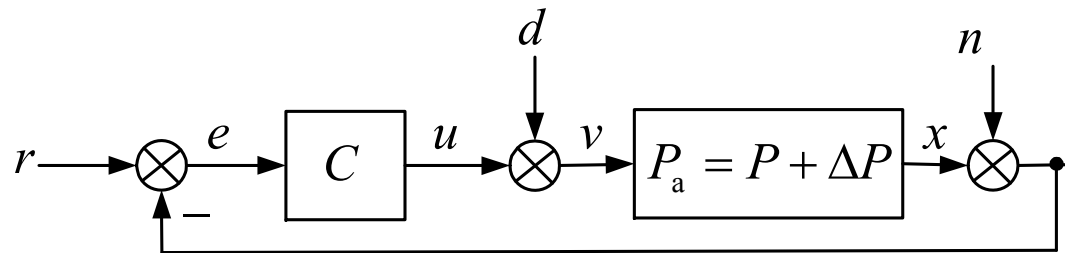
□ 选取控制器  $C$ ，使开环传递函数  $L$  取得较大的相角裕度和增益裕度，避开临界点

□ 把灵敏度函数  $S$  和余灵敏度  $T$  的峰值控制在指定的数值范围内，并由交越频率控制系统的响应速度。

□ 系统相对稳定性、平稳性和快速性由相角裕度和增益裕度决定。  $\omega_c t_s = 7/\text{ta}$

□ 高频段：  $|L(i\omega)| \ll 1$   $S(i\omega) \approx 1$   $T(i\omega) \approx L(i\omega) = P(i\omega)C(i\omega)$

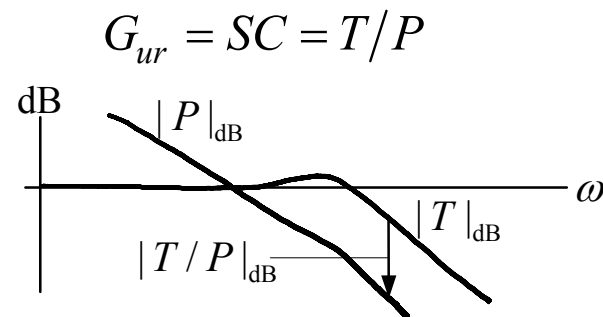
# 对控制器输出的要求



□ 低频段：在0dB线以上  $|L(i\omega)| \gg 1$

$$|T(i\omega)| \approx 1 \quad G_{ur} = SC \approx 1/P$$

□ 交越区：



□ 描绘 $T$ 与 $P$ 的对数幅频率特性，可以直观估算比值 $|T/P|_{\text{dB}}$ 和控制信号幅值

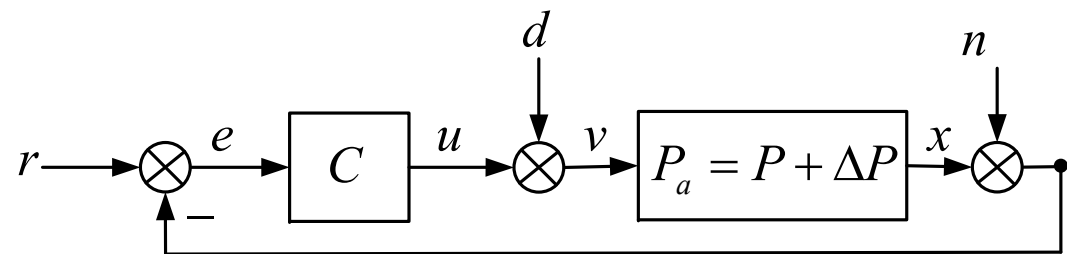
□ 可以看出，闭环系统带宽越宽，比值 $|T/P|_{\text{dB}}$ 越大，控制信号幅度越大

□ 所以减小控制信号幅度的有效方法为限制系统的带宽，使 $|T|_{\text{dB}}$ 的高频衰减量大于 $|P|_{\text{dB}}$ 的高频衰减量。

□ 高频段：  $S(i\omega) \approx 1$   $SC \approx C$

□ 为减小控制信号的幅度，应使控制器的传递函数为真分式，并使其具有高频滚降特性。

# 对抑制负载扰动的要求



□ 低频段：负载扰动主要对低频段起作用(例如常值扰动)  $G_{yd} = \frac{P}{1+PC} =$

□ 系统的扰动抑制性能取决于传递函数的低频特性

$$|L(i\omega)| \gg 1 \quad |T(i\omega)| \approx 1 \quad G_{yd} = SP = T/C \approx 1/C$$

□ 若  $C$  含有积分器，在  $\omega \rightarrow 0$  时， $SP \rightarrow 0$

□ 由此可见，**低频的负载扰动与指令跟踪稳态误差的要求一致**，只要提高控制器增益和增加积分就可起到作用。

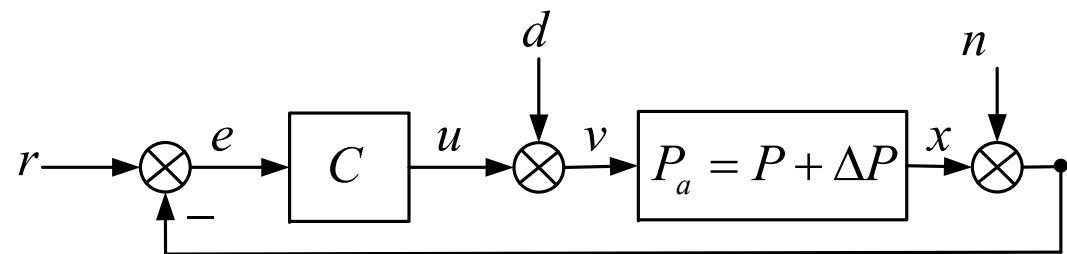
□ 交越区：

□  $C$  的静态增益越大，交越频率  $\omega_c$  越大，带宽越宽

□ 高频段：  $|L(i\omega)| \ll 1 \quad S(i\omega) \approx 1 \quad G_{yd} = SP \approx P$

□ 在高频段，闭环扰动灵敏度函数等于对象传递函数。

# 对抑制高频噪声的要求



## □ 低频段：在0dB线以上

$$|L(i\omega)| \gg 1 \quad |T(i\omega)| \approx 1 \quad G_{un} = -\frac{C}{1+PC} = -\frac{T}{P} \approx -\frac{1}{P}$$

$$G_{un} = -\frac{C}{1+PC} = -\frac{T}{P} = -SC$$

## □ 交越区：

▣ 为减小测量噪声造成控制信号变化的幅度，合适选择交越频率 $\omega_c$ 。

## □ 高频段：

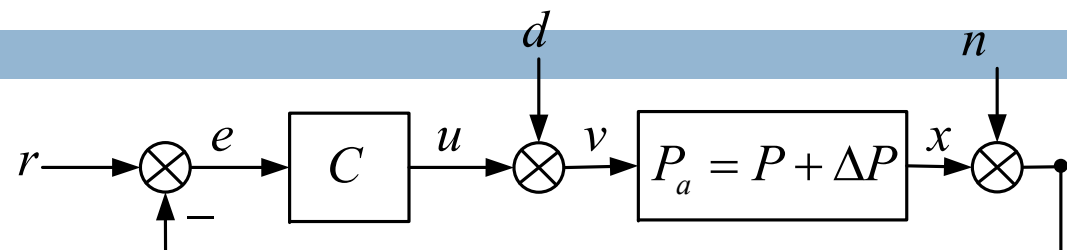
▣ 测量噪声主要在高频段起作用，如果不加以抑制，将在控制信号中叠加幅值很大的高频信号，严重时损坏执行器或者使执行器饱和。

$$|L(i\omega)| \ll 1 \quad S(i\omega) \approx 1 \quad G_{un} \approx -C$$

▣ 为了减小测量噪声和高频寄生环节的影响，应使 $|C|_{dB}$ 和 $|T|_{dB}=|L|_{dB}$ 具有高频滚降特性，这与控制信号幅度的要求一致。

# 对参数摄动 $\Delta P$ 影响消除的要求

- 低频段：在0dB线以上  $|L(i\omega)| \gg 1$   
 $S(i\omega) \ll 1$



$$\frac{dT}{T} = \frac{1}{1+PC} \frac{dP}{P} \quad \left| \frac{\Delta T(i\omega)}{T(i\omega)} \right| = \left| S(i\omega) \frac{\Delta P(i\omega)}{P(i\omega)} \right| \leq |S(i\omega)| \cdot \left| \frac{\Delta P(i\omega)}{P(i\omega)} \right| \ll \left| \frac{\Delta P(i\omega)}{P(i\omega)} \right|$$

- 表明在低频段闭环相对变化量要远小于对象相对变化量。

- 交越区：

- Doyle稳定鲁棒条件  $\left| \frac{\Delta P(i\omega)}{P(i\omega)} \right| < \frac{1}{|T(i\omega)|} \Leftrightarrow |\Delta P(i\omega)| < \left| \frac{P(i\omega)}{T(i\omega)} \right|$

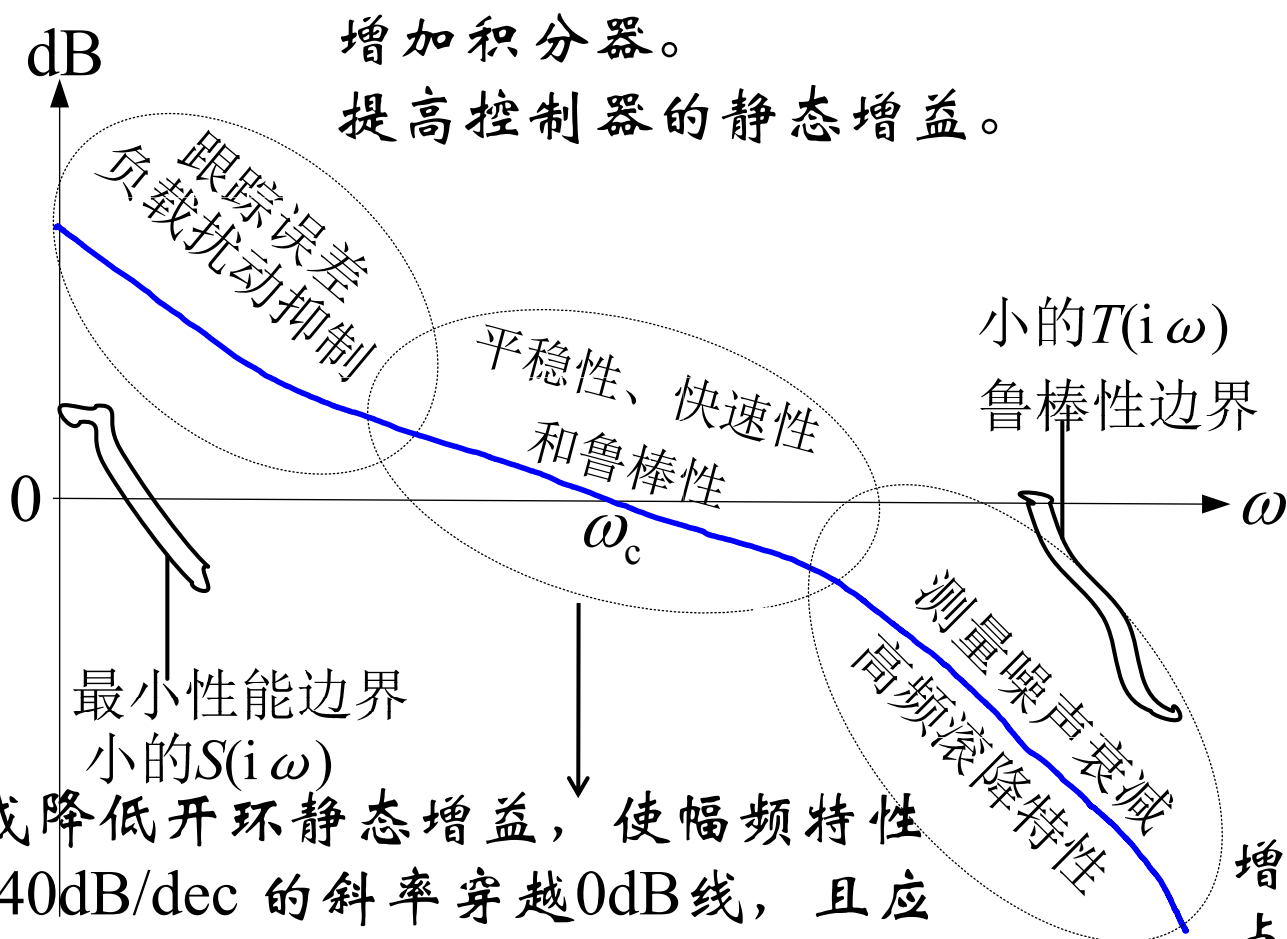
- 比值 $|P/T|_{dB}$  越小，所需的过程模型精度越高，而此时比值 $|T/P|_{dB}$ 越大，系统带宽越宽。

- 但要获得较好的参数鲁棒性，需要提高 $|P/T|_{dB}$  (减小的带宽)，也就是要通过控制器 $C$ 限制余灵敏度 $T$ 峰值(同时也限制了 $S$ 的峰值)，同时也限制交越区开环特性的幅值。

- 高频段：  $|L(i\omega)| \ll 1$   $T(i\omega) \approx L(i\omega) = P(i\omega)C(i\omega)$



# 期望的开环对数幅频特性



增加开环零点或降低开环静态增益，使幅频特性曲线以 -20 到 -40dB/dec 的斜率穿越 0dB 线，且应占据一定的宽度；提高相角裕度，且要**避免在穿越频率附近出现谐振。**

增加控制器极点以获得高频滚降的特性。

# 期望的开环对数幅频特性要求控制器如何做？

- 低频段：使用**高增益**控制策略，提高系统的型别（**增加积分器**），使 $|L| \gg 1, |S| \ll 1$ ，以实现指令跟踪、扰动抑制及良好的低频鲁棒性能。通常以系统要求的稳态误差为主要条件，兼顾暂态性能，确定系统的期望特性的低频段。
- 交越区（中频段）：通过**增加开环零点或降低开环静态增益**，使 $L$ 较平缓以**-20到-40dB/dec的斜率穿越0dB线**，获得较大的相角裕度和增益裕度，避免在交越频率附近出现谐振，由此限制灵敏度函数 $S$ 及余灵敏度 $T$ 的峰值，减低扰动灵敏度和输入灵敏度，实现良好的稳定鲁棒控制。通常以要求的暂态响应性能为依据，确定中频段。
- 高频段：通过控制器给**开环传递函数增加极点**，使 $|L| \ll 1, |T| \ll 1$ ，以获得高频滚降特性，减小比值 $|T/P|_{dB}$ ，避免出现过大的控制信号，减低高频噪声在反馈环路中的传播和对执行器的负面影响，提高比值 $|P/T|_{dB}$ ，以获得良好的高频鲁棒性能。通常要求中频段与高频段的转折频率与交越频率不能太接近。
- $\omega_c$ 与闭环系统的带宽 $\omega_b$ 关系： **$\omega_c$ 越大， $\omega_b$ 也越宽**。从输出复现指令输入的角度而言两者应尽量大一些， $\omega_c$ 越大，调节时间也越短。但 $\omega_c$ 过大，则高频噪声对控制执行器的负面影响越大，控制信号的幅值也越大，这需要更大功率的执行器、并显著地增加控制系统造价。
- 所以**针对最小相位系统，在校正设计过程中，要在指令跟踪、扰动抑制、测量噪声衰减和鲁棒性能之间作出折衷，选择适宜的交越频率。**

# 根据性能指标绘制系统期望开环频率特性的步骤

- ①根据对系统型别及稳定误差的要求，通过型别及开环增益 $K$ 绘制期望特性的低频区特性。
- ②根据对系统响应速度及阻尼程度的要求，通过剪切频率、相能裕度、中频区宽度及中频区特性上下限频率绘制期望特性的中频区特性。为确保系统具有足够的相角裕度，取中频区特性斜率等于 $-20\text{dB/dec}$ 。
- ③绘制期望特性的低、中频区特性间的过渡特性，其斜率一般取 $-40\text{dB/dec}$ 。
- ④根据对系统幅值裕度 $h_m$ 及抑制高频干扰的要求，绘制期望特性的高频区特性。为使校正环节具有比较简单的特性以便实现，要求期望特性的高频区特性在斜率上尽量与满足抑制高频干扰要求的系统不可变部分幅频特性在这一频带里的斜率一致。
- ⑤绘制期望特性的中、高频区特性间的过渡特性，其斜率一般取 $-40\text{dB/dec}$ 。

# 绘制系统期望开环频率特性例子

□ 例：已知位置随动系统不可变部分的传递函数为

$$G(s) = \frac{K_v}{s(0.1s + 1)(0.02s + 1)(0.01s + 1)(0.005s + 1)}$$

□ 要求满足性能指标：

- 校正后开环系统的型别为1，且开环增益为 $200s^{-1}$ ；
- 单位阶跃响应超调量小于等于30%；
- 单位阶跃响应的调整时间小于等于0.7s；
- 幅值裕度大于6dB。

# 例子解答过程-1

## 绘制低频区特性

按要求的开环增益画出低频区特性。  
交越频率为44.7rad/s。

## 绘制期望特性的中频区

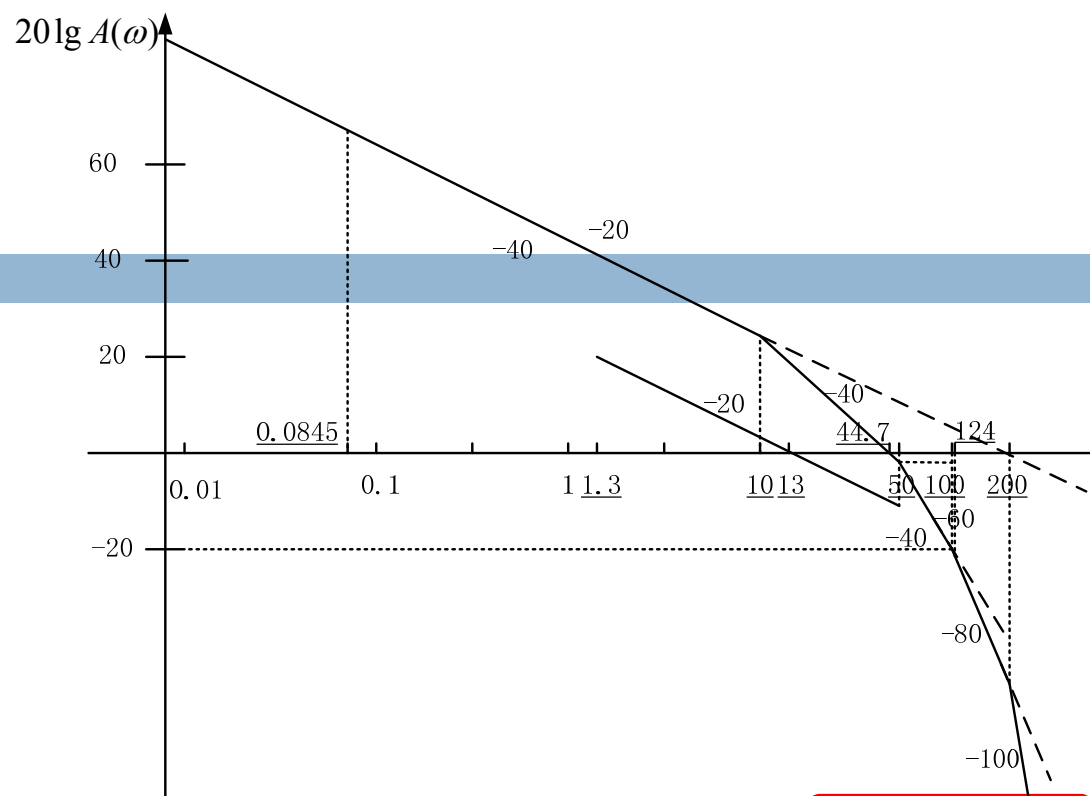
$$\sigma_p = 0.16 + 0.4(M_r - 1) \leq 30\% \Rightarrow M_r \leq 1.35$$

$$M_r \approx \frac{1}{\sin \varphi_m} \Rightarrow \varphi_m \geq 47.8^\circ, \text{ Let } \varphi_m = 50^\circ$$

$$h \geq \frac{M_r + 1}{M_r - 1} = \frac{1 + \sin \varphi_m}{1 - \sin \varphi_m} \Rightarrow h \geq 7.5$$

$$t_s = \frac{[2 + 1.5(M_r - 1) + 2.5(M_r - 1)^2]k\pi}{\omega_c} \leq 0.7 \Rightarrow \omega_c \geq 13\text{rad/s}, \text{ Let } \omega_c = 13\text{rad/s}$$

过 $\omega_c$ 作斜率-20dB/dec直线，这便是中频区特性



$$\omega_3 = 50\text{rad/s}$$

$$\frac{\omega_3}{\omega_c} = \frac{M_r + 1}{M_r} = \frac{2h}{h + 1} \Rightarrow \omega_3 > 22.95\text{rad/s}$$

$$\frac{\omega_2}{\omega_c} = \frac{M_r - 1}{M_r} = \frac{2}{h + 1} \Rightarrow \omega_2 < 3.4\text{rad/s}$$

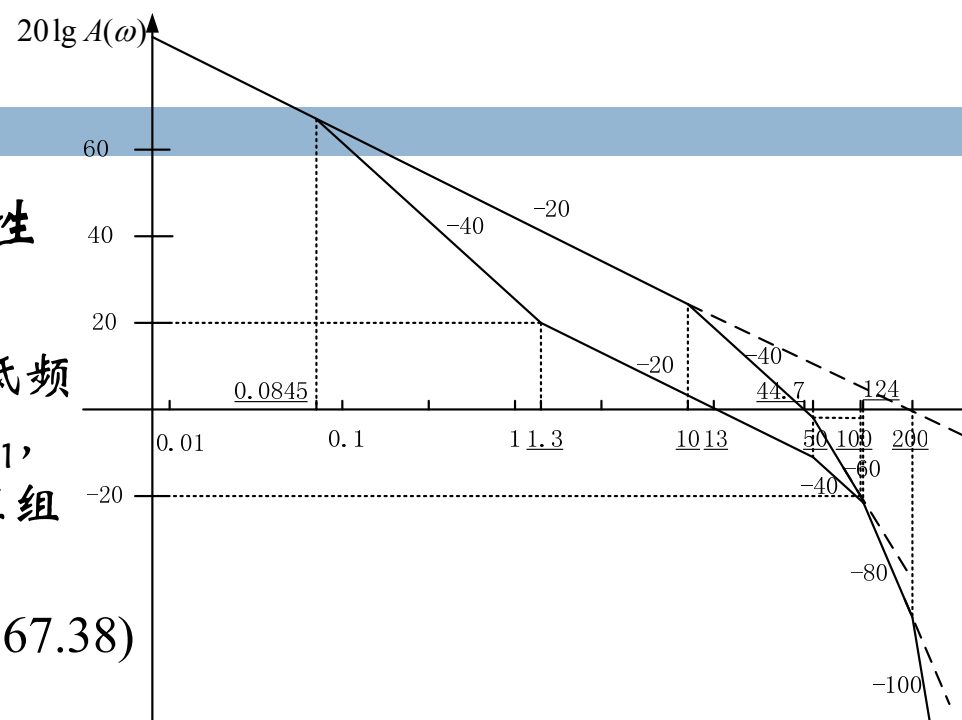
$$\omega_2 = 1.3\text{rad/s}$$

$$h = \omega_3 / \omega_2 = 38.5$$

# 例子解答过程-2

## □ 绘制期望特性的低、中频特性间的过渡特性

- 找出 $\omega_2$ 对应中频特性的幅值点，为20dB。过(1.3rad/s, 20dB)作斜率为-40dB/dec的直线，与低频区特性曲线相交，其交点为 $\omega_1$ ，对应的幅值为 $y_1$ ，这两个参数可以通过解两条直线方程的联立方程组解得，即
$$\begin{cases} y - 20 = -40(\lg \omega - \lg 1.3) \\ y - 20 \lg 20 = -20(\lg \omega - \lg 10) \end{cases} \Rightarrow (0.0845, 67.38)$$



## □ 绘制期望特性的高频特性

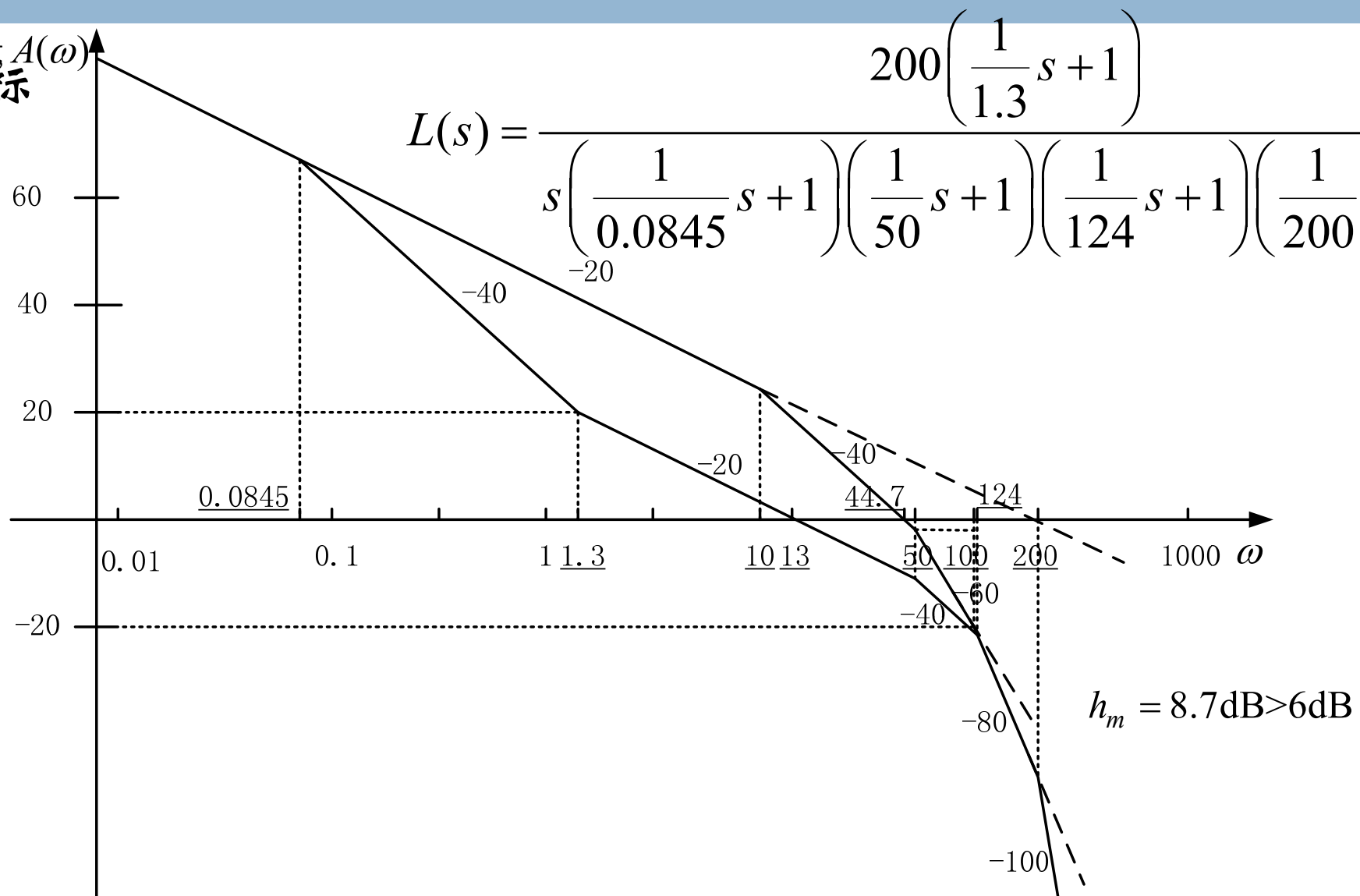
- 从原来校正的图中可以看出，高频区斜率为-40~-100dB/dec，表明未校正系统具有良好抑制高频干扰的能力，故可使期望特性与原系统的高频特性相同。

## □ 绘制期望特性中、高频过渡特性

- 找出 $\omega_3$ 对应中频特性的幅值点，为-11.7dB。过(50rad/s, -11.7dB)作直线斜率为-40dB/dec，与高频区特性曲线相交，其交点频率为 $\omega_4$ ，可采用同样的办法求得 $\omega_4 = 124\text{rad/s}$ 。个转折频率先为 $\omega_5 = 200\text{rad/s}$ ，与未校正的传函相同。

# 例子结果

□ 验证性能指标



# 最小相位系统的期望开环频率特性

## □ 三种基本类型开环传递函数及期望特性

□ 0型

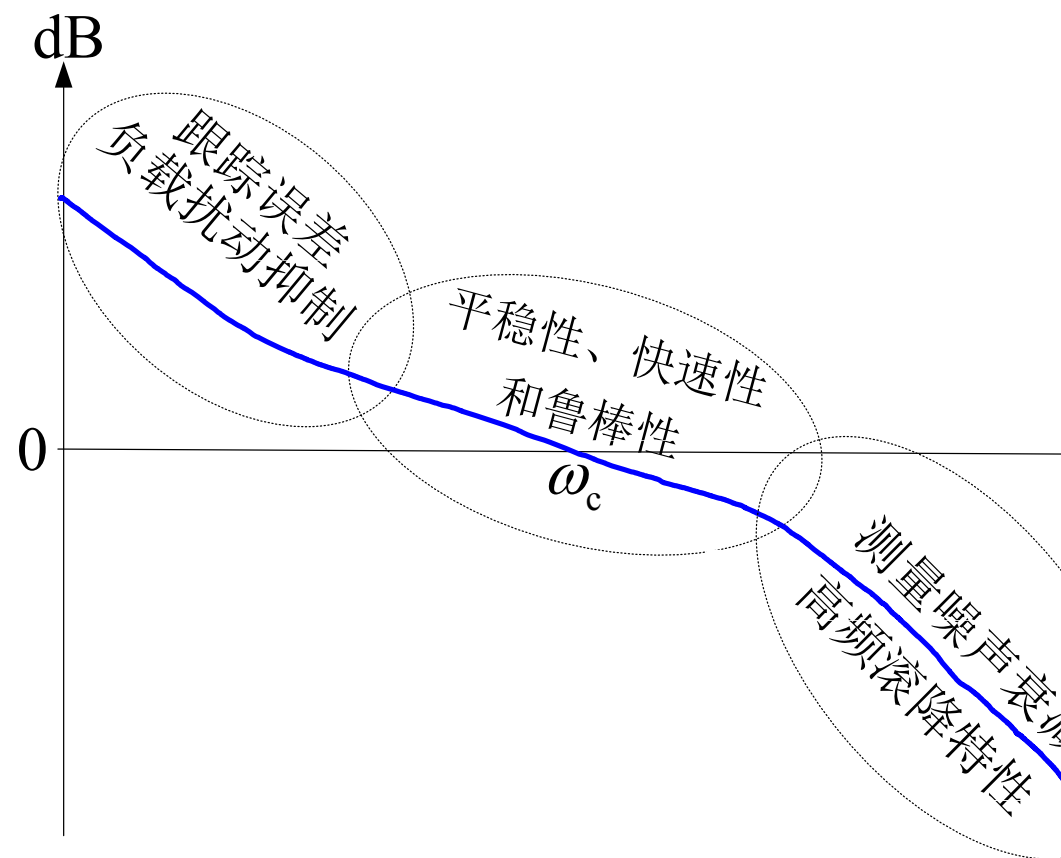
□ I型

□ 改进I型

□ II型

## □ 四阶开环传递函数及期望特性

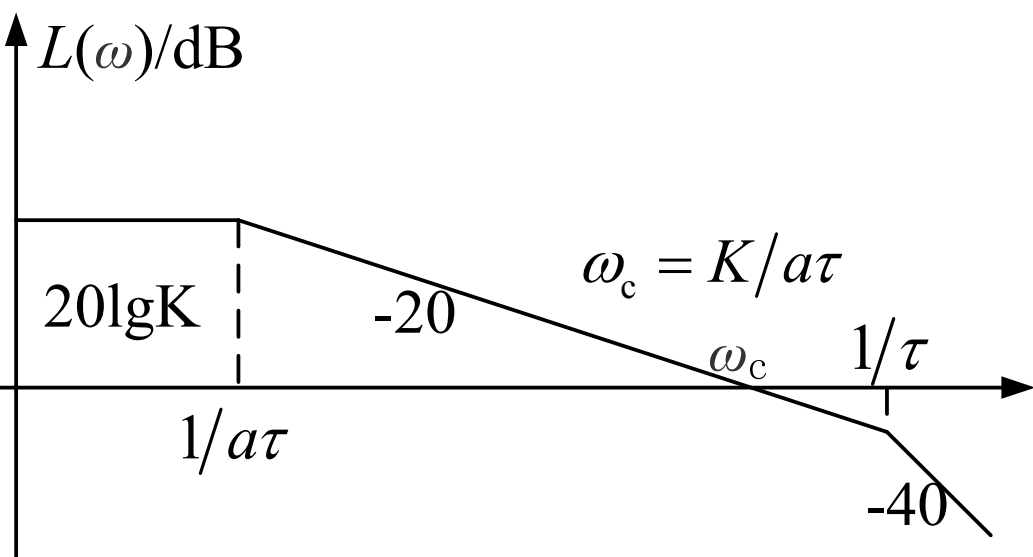
## □ 五阶的开环传递函数及期望特性



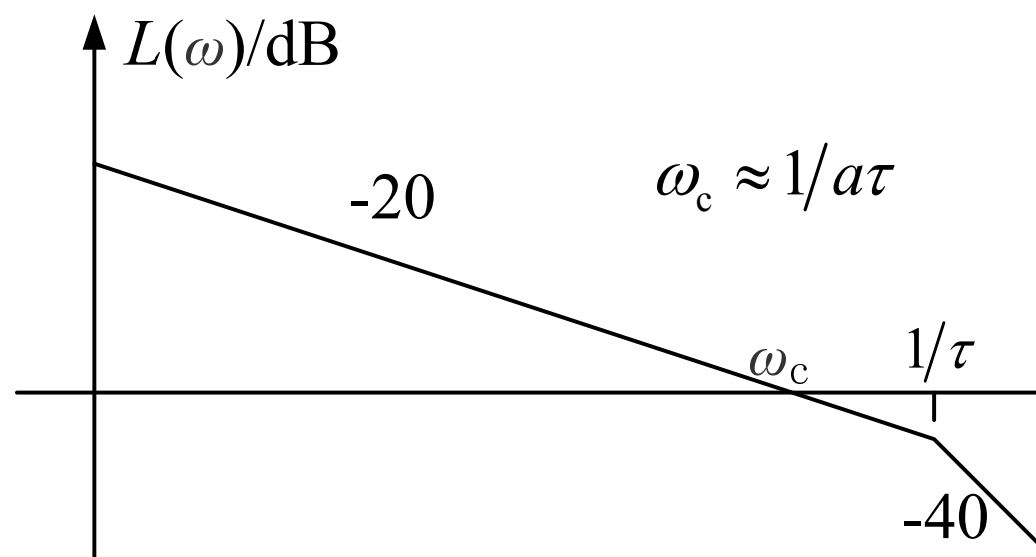


# 0型与I型系统

$$\frac{K}{(a\tau s + 1)(\tau s + 1)}, a > 1$$

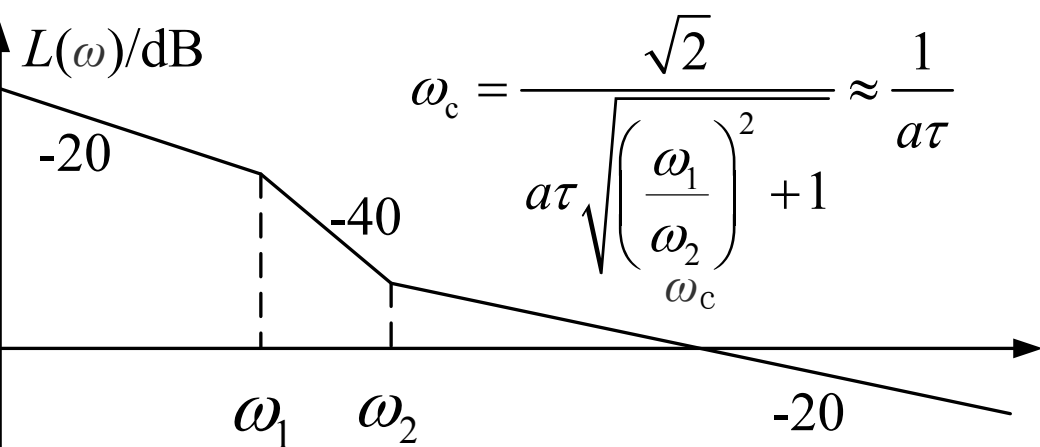


$$\frac{1}{a\tau s(\tau s + 1)}, a > 1$$

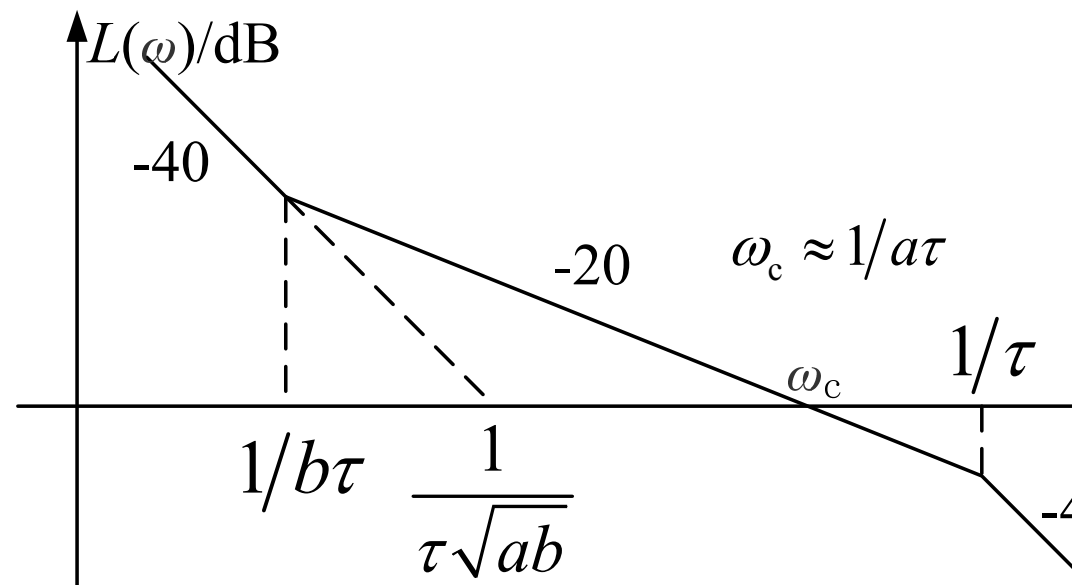


# 改进I型与II型系统

$$\frac{(s + \omega_2)}{a\tau s(s + \omega_1)}, a > 1, \omega_2 > \omega_1$$



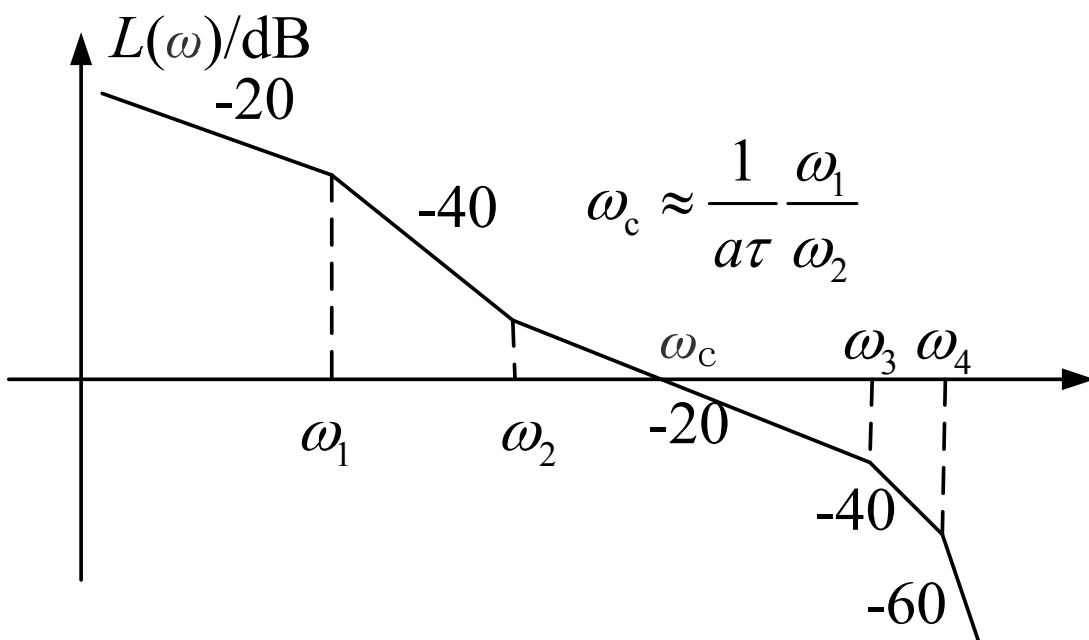
$$\frac{(\beta\tau s + 1)}{\alpha^2 \tau^2 s^2 (\tau s + 1)}, \beta > \alpha > 1$$



# 四阶与五阶系统

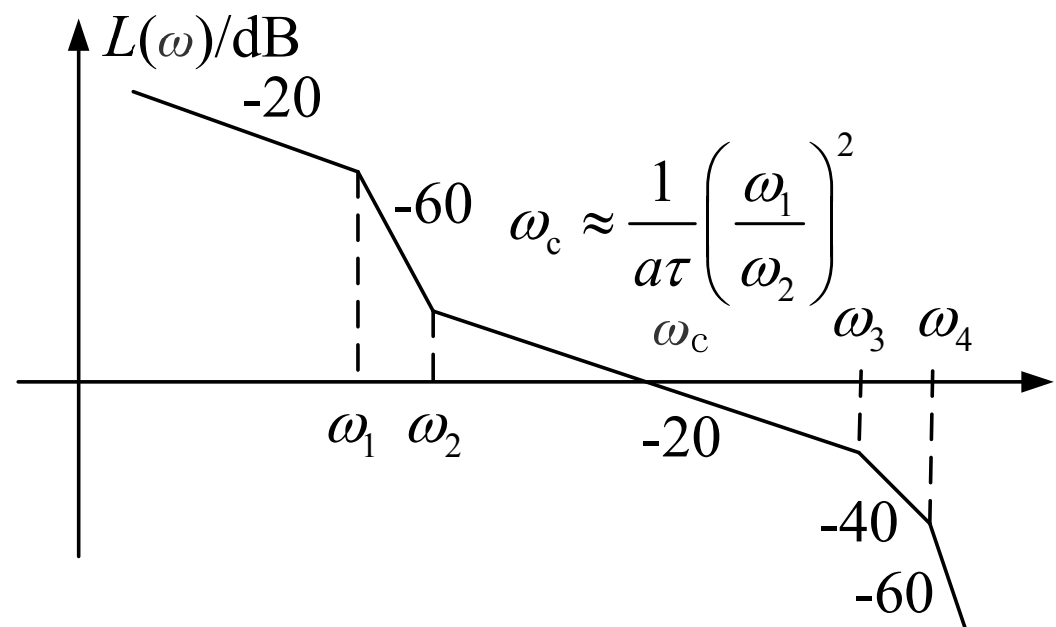
$$\frac{(s + \omega_2)}{a\tau s(s + \omega_1)(s + \omega_3)(s + \omega_4)}$$

$$a > 1, \omega_1 < \omega_2 < \omega_3 < \omega_4$$



$$\frac{(s + \omega_2)^2}{a\tau s(s + \omega_1)^2(s + \omega_3)(s + \omega_4)}$$

$$a > 1, \omega_1 < \omega_2 < \omega_3 < \omega_4$$



这一讲就到这里！



## 第三讲 最小相位串联校正基本形式

串联校正一般有**固定的结构**，设计串联校正的基本任务是**确定固定结构中的参数**。这些参数的计算与期望闭环性能指标相关。

设计串联校正控制器有**超前校正、滞后校正、滞后-超前校正**三种形式，根据原始开环性能指标与期望开环性能指标间的差别，有方向性的试探性选择合适的形式和相关参数，验证是否符合要求。

串联校正控制器可以**基于频域进行设计**，也可以**基于根轨迹进行设计**。

# 串联校正结构

$$\frac{K_p \omega_n^2}{s(s + 2\zeta \omega_n)}$$

- 先绘制过程Bode图，然后叠加传函数形式

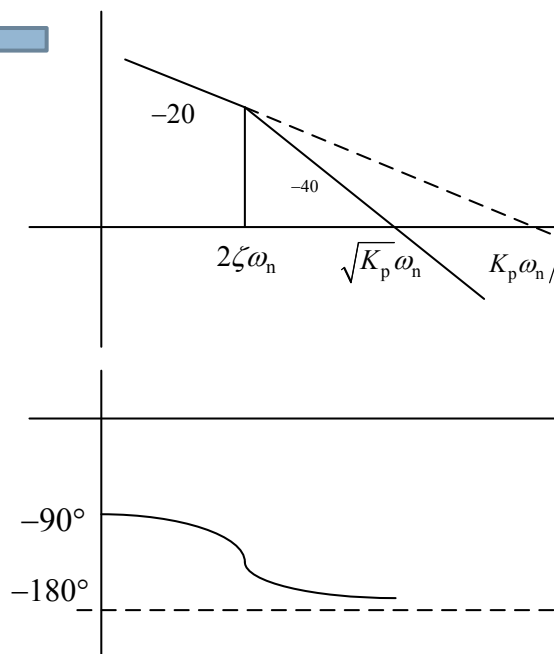
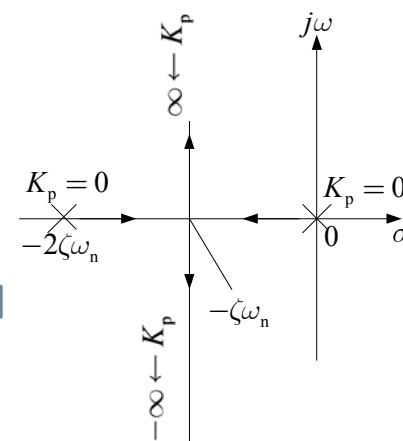
$$C(s) = K \frac{a\tau s + 1}{\tau s + 1}$$

- 这个控制器有两个参数一个是K，一个是a

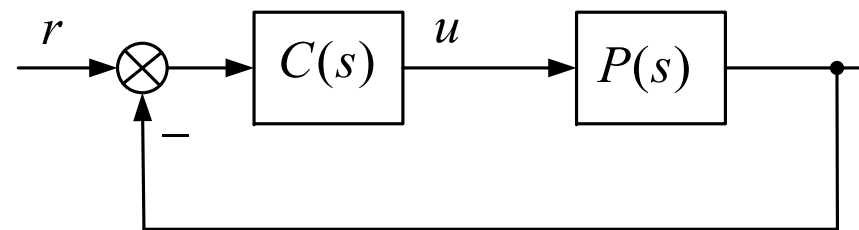
- K单独起作用会如何？回顾以前根轨迹分析或频域分析的内容

- K用于改变系统校正后的静态增益，以满足稳态性能指标和扰动抑制性能。
- K的选择取决于所需的稳态误差，减小稳态误差就必须增大比例系数，但并不是比例系数越大就越好。
- 所以**单单比例控制较难兼顾稳态和暂态两方面的性能和要求**

- a的不同选取有什么作用？       $a > 1$ 超前； $a < 1$ 滞后



# 相位超前(Lead)校正控制器

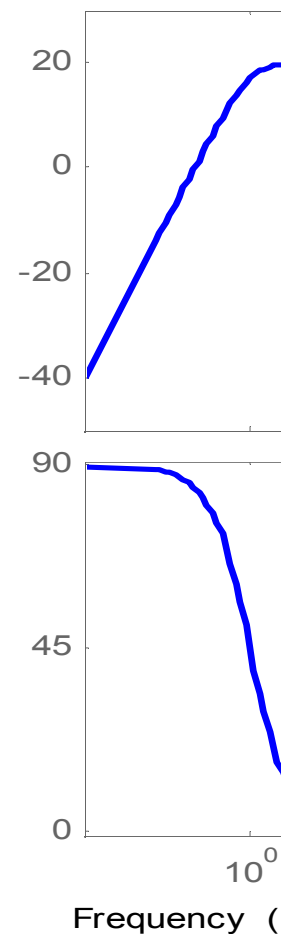
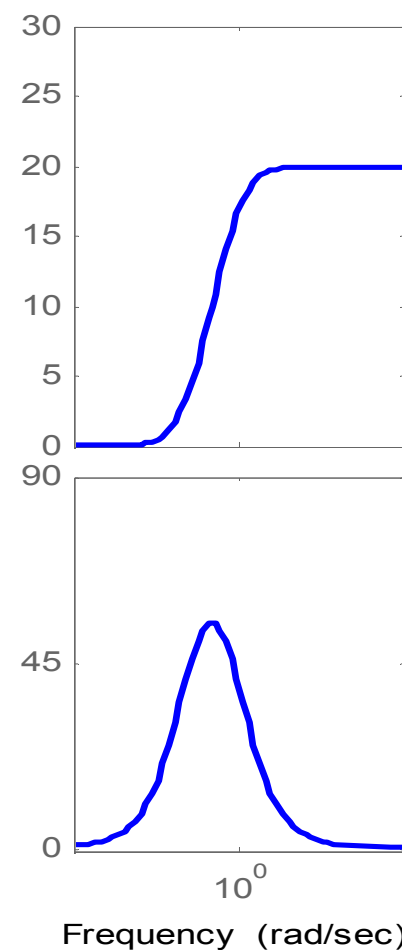


- 串联超前校正和比例微分(PD)控制  $a > 1$

$$C(s) = K \frac{a\tau s + 1}{\tau s + 1} \longrightarrow C(s) = K_p \left( 1 + \frac{T_d s}{T_d s / N + 1} \right)$$

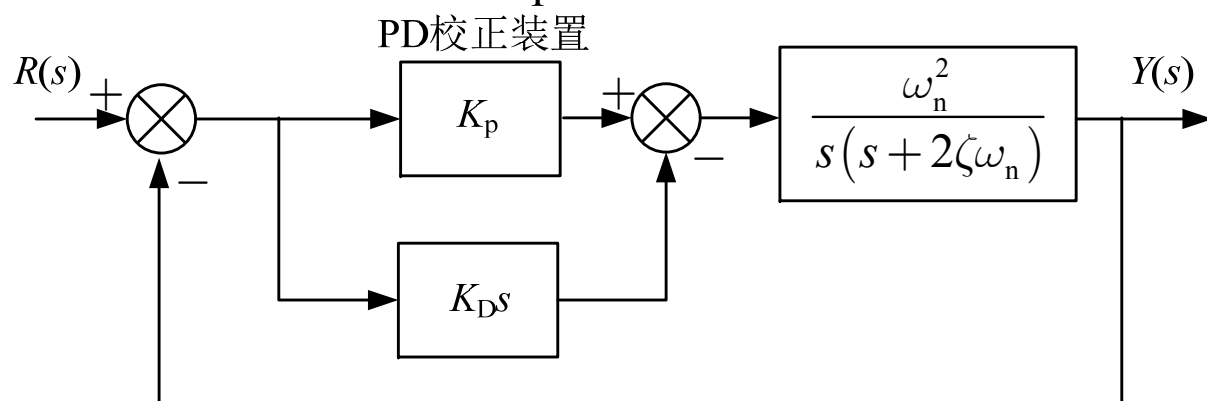
→ Tame功能的微分控制器  $C(s) = \frac{a\tau s}{\tau s + 1}$

- 超前校正可以提供最大超前90度的相位补偿，如果需要提供接近或大于 的相位补偿，可以使用多级超前校正。
- 超前校正改变了交越频率附近的幅频特性的斜率，提高了相角裕度。
- 柔化微分校正由于其加入了一个惯性环节限制了的高频增益，有利于限制高频噪声的影响。

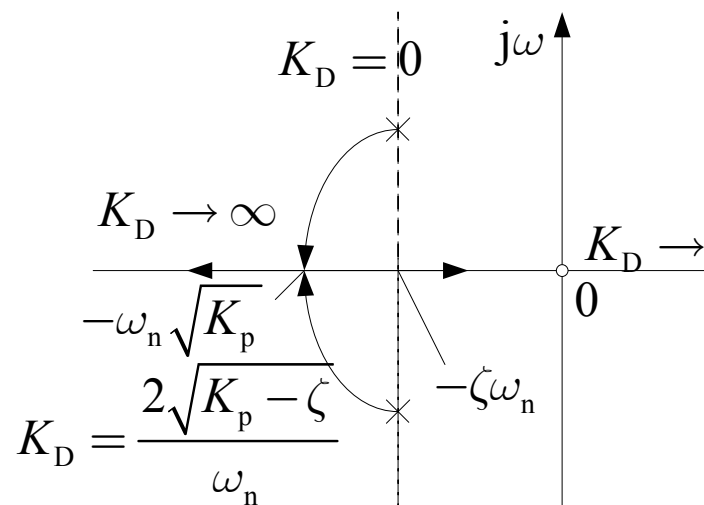


# 从闭环系统与根轨迹分析

- 假设对象是二阶系统，采用理想PD控制器时系统的根轨迹(以 $K_D$ 为变量，这里 $K_D = K_p * T_d$ )



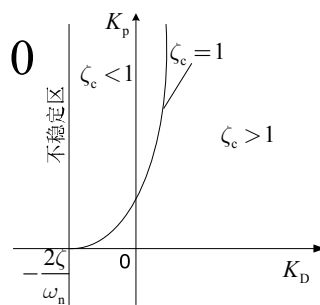
$K_D$ 为参数的根轨迹



当采用PD控制后，随着微分控制的加强，系统的根轨迹将向负实左方移动。尽管为了减小稳态误可以将 $K_p$ 值选得很大，但总可以适当的 $K_D$ 值使暂态响应同时满足

闭环特征多项式  $s^2 + (2\zeta\omega_n + K_D\omega_n^2)s + \omega_n^2 K_p = 0$

稳定条件  $K_p > 0, K_D > -2\zeta/\omega_n$   $\longrightarrow$

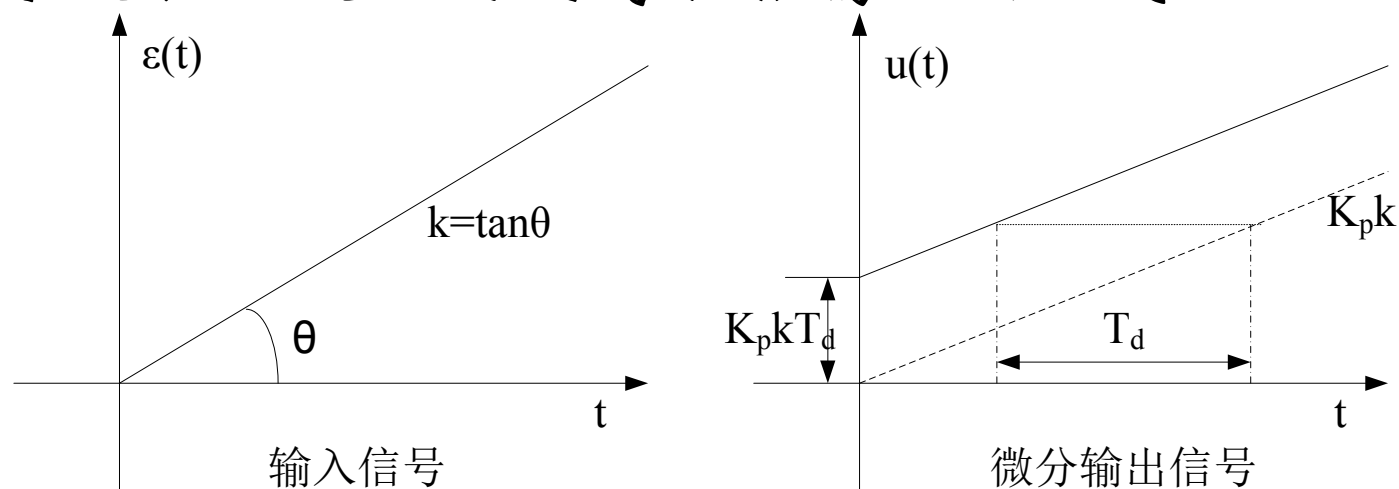


闭环自然振荡频率与阻尼比  $\omega_{cn} = \omega_n \sqrt{K_p}, \zeta_c = \frac{2\zeta + \omega_n K_D}{2\sqrt{K_p}}$

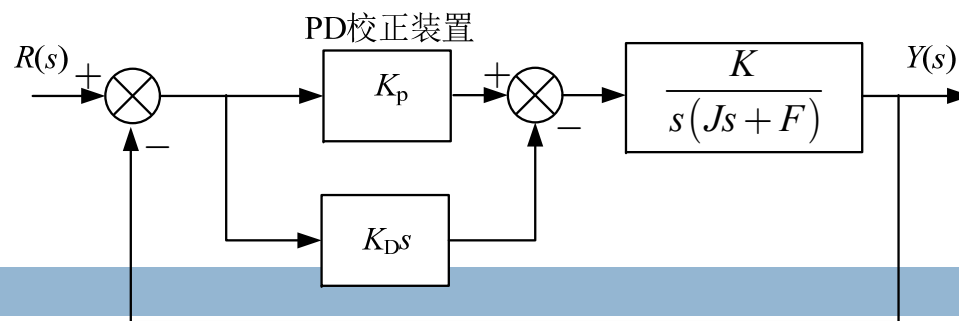


# 微分控制的再说明

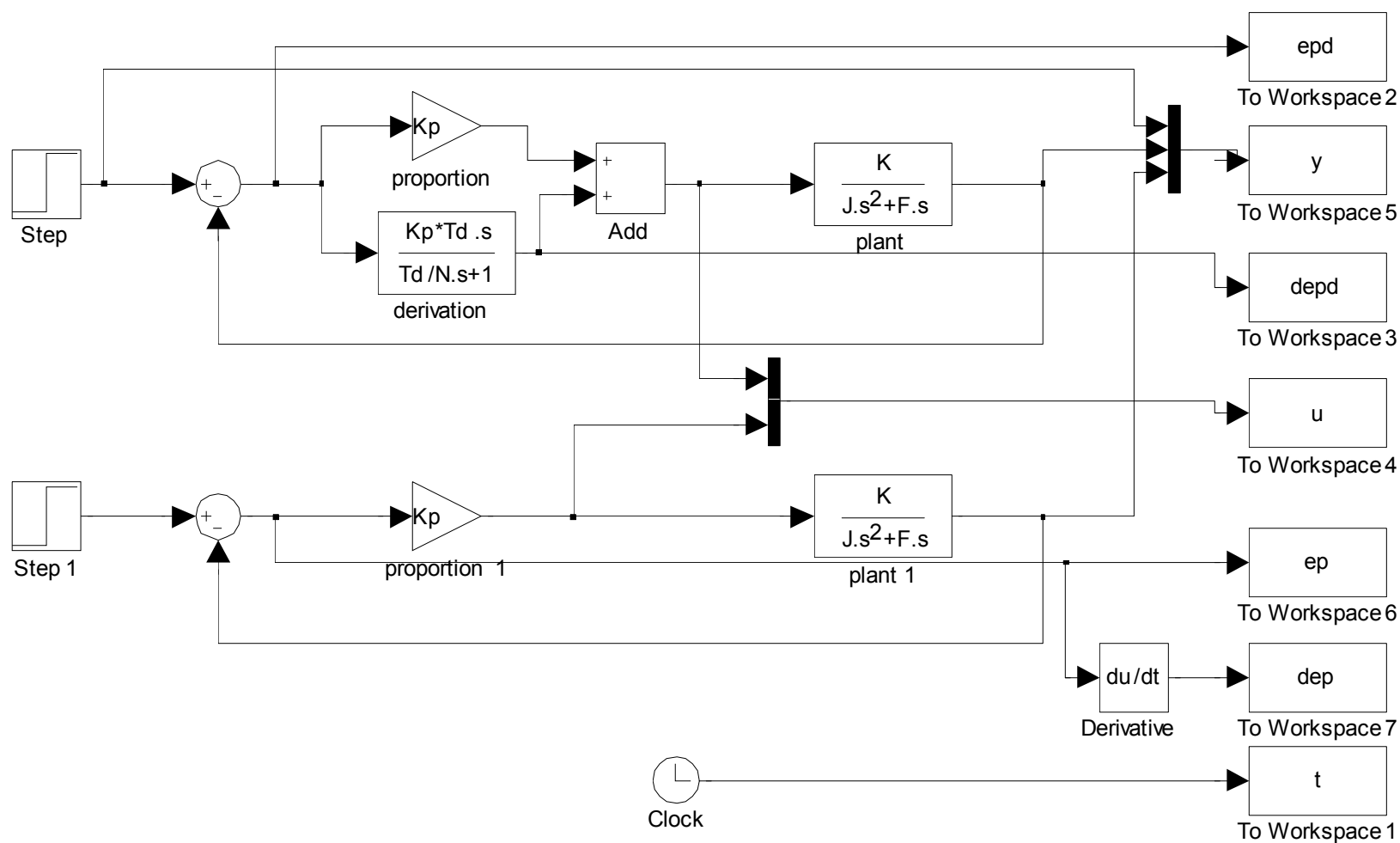
- 微分控制只对稳态误差随时间变化而变化时起作用，而对稳态误差是常量时无任何影响。
- 微分对噪声的放大作用是不容忽视的问题。
- 微分控制具有“预测”能力，能在误差信号变化之前给出校正信号防止系统出现过大的偏离和振荡，可以有效地改善系统动态性能。



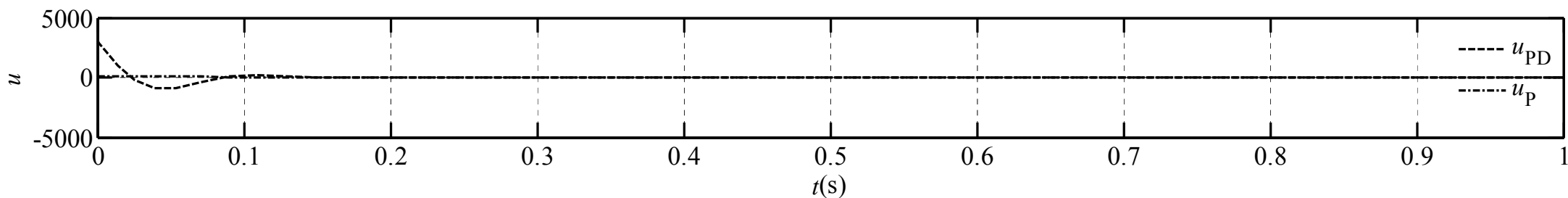
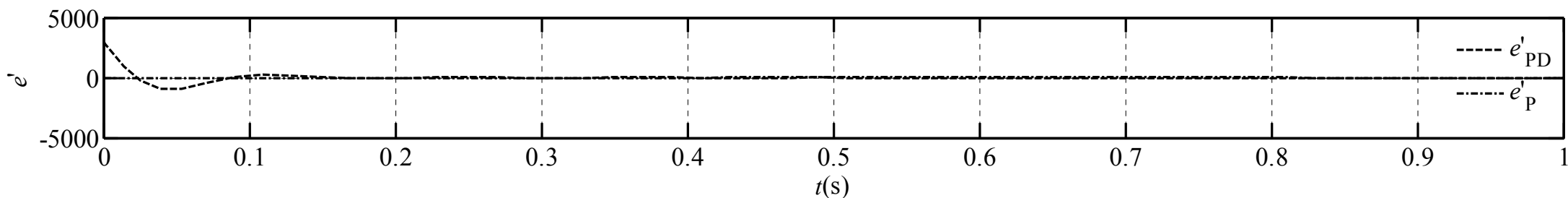
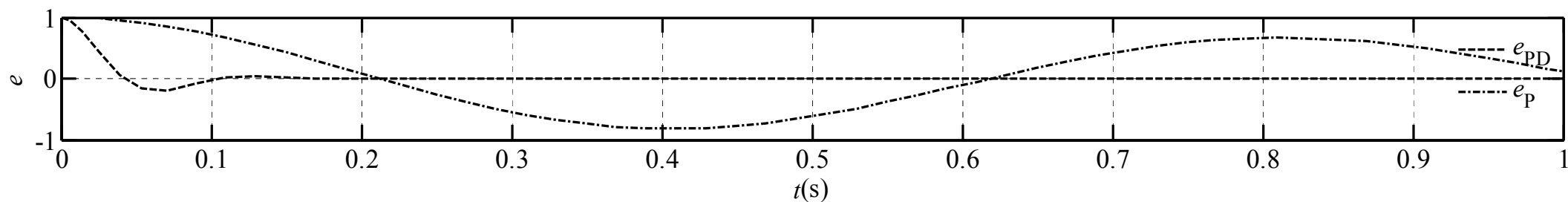
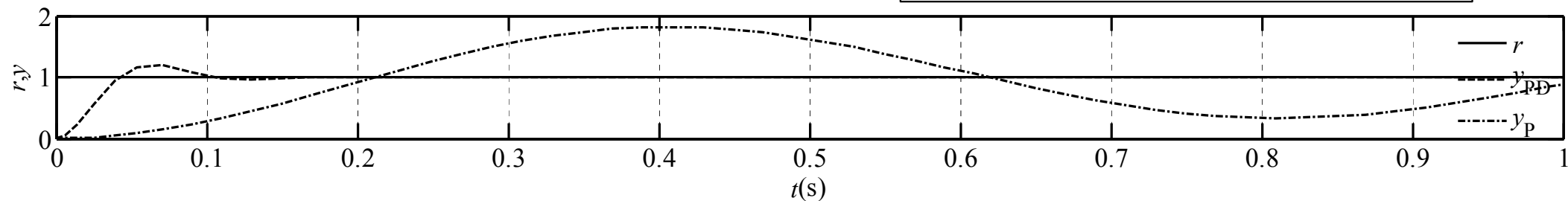
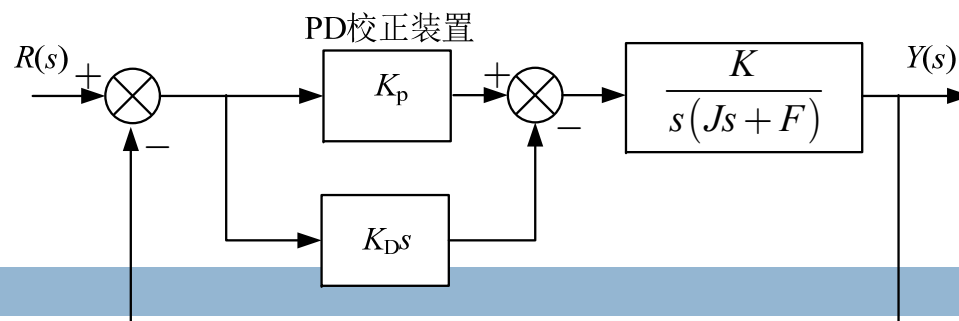
# PD控制与P控制仿真



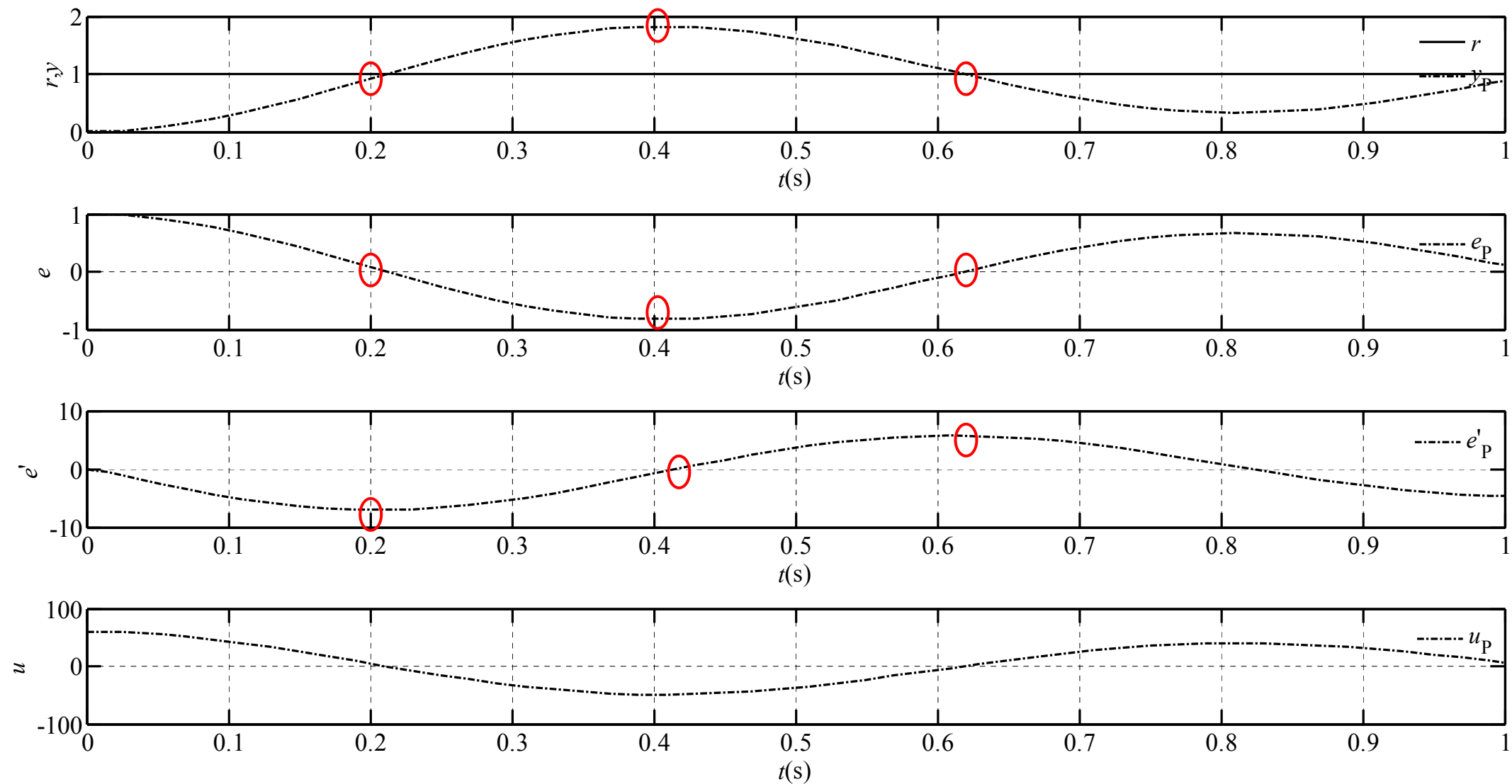
□ 例:PD控制器能够提前反映输入信号的变化, 产生有效的早期修正。



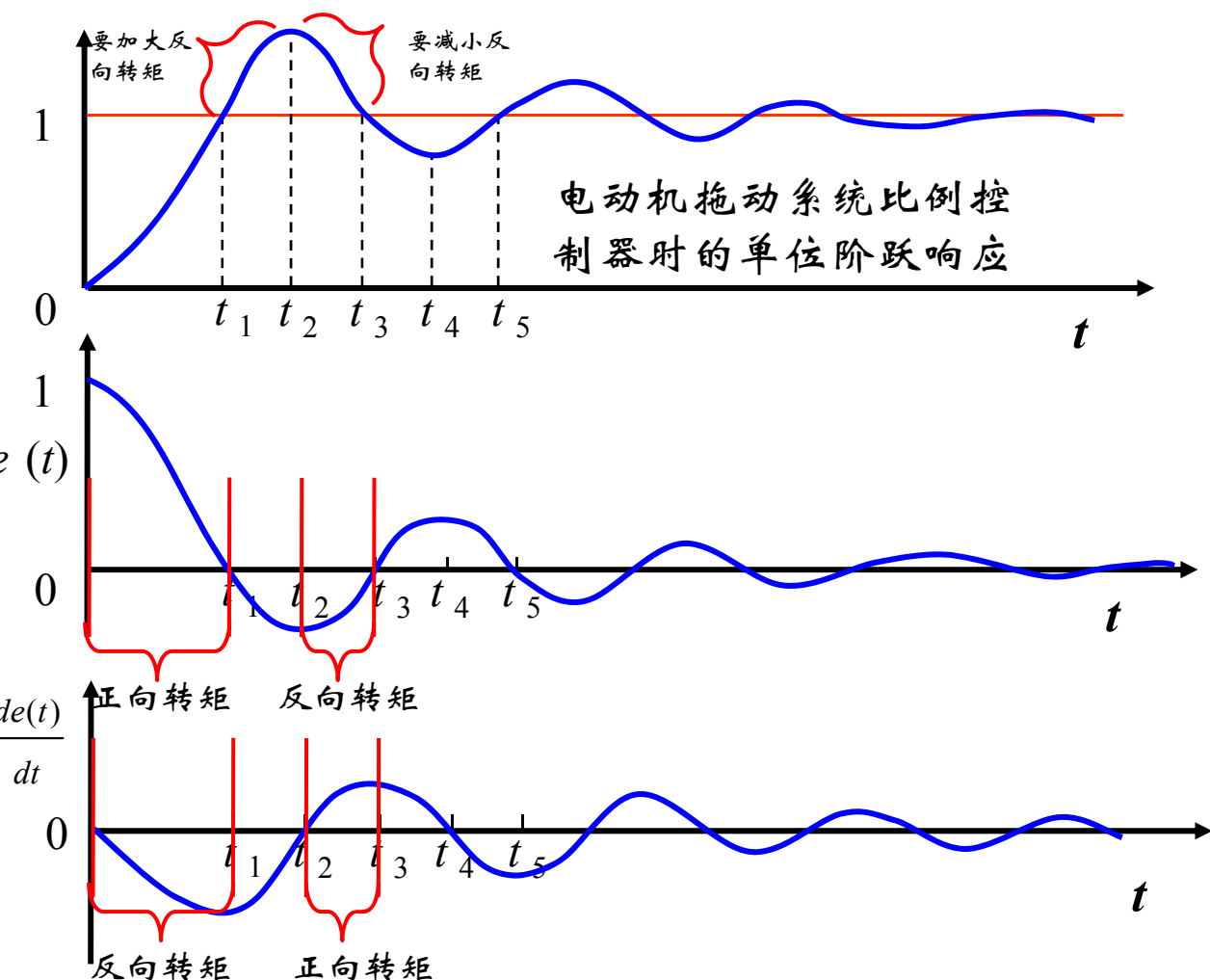
# PD控制与P控制比较-2



# 仅P控制结果

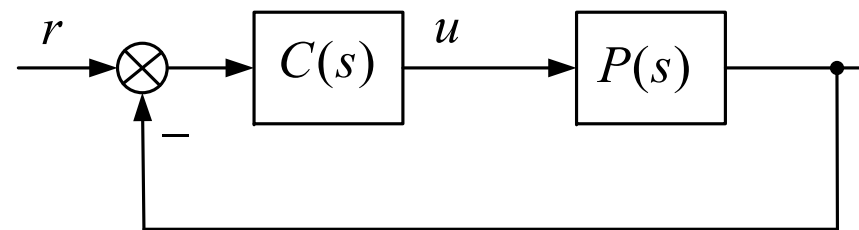


# 微分作用：加快动态过程响应



- 第一幅图中引起超调量过大的原因在于在  $(0, t_1)$  施加了过大的修正转矩。
- 纯比例控制时，在区间  $(t_1, t_3)$  误差信号是负的，相应的电动机转矩也负的。该反向转矩试图使电动机的速下降，但是引起了区间  $(t_3, t_5)$  的反向超调。
- 如果我们考虑误差微分的作用则刚可以克服以上的问题。在  $(0, t_1)$  适当减小正向转矩，在  $(t_1, t_2)$  适当加大反向转矩，使得正向超调减小。  
 $(t_2, t_3)$  区间增加正向转矩，在  $(t_3, t_4)$  区间减小反向转矩使得反向超调减小。

# 相位滞后(Lag)校正控制器

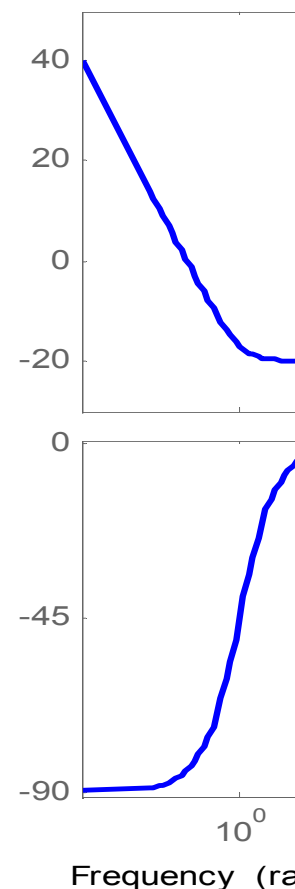
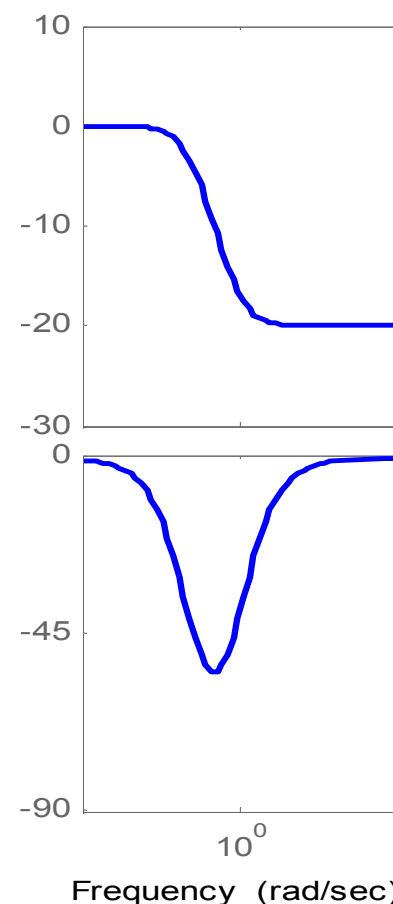


□ 串联滞后校正和比例积分(PI)控制  $b > 1$

$$C(s) = K \frac{Ts + 1}{bTs + 1} \longrightarrow C(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s}\right)$$

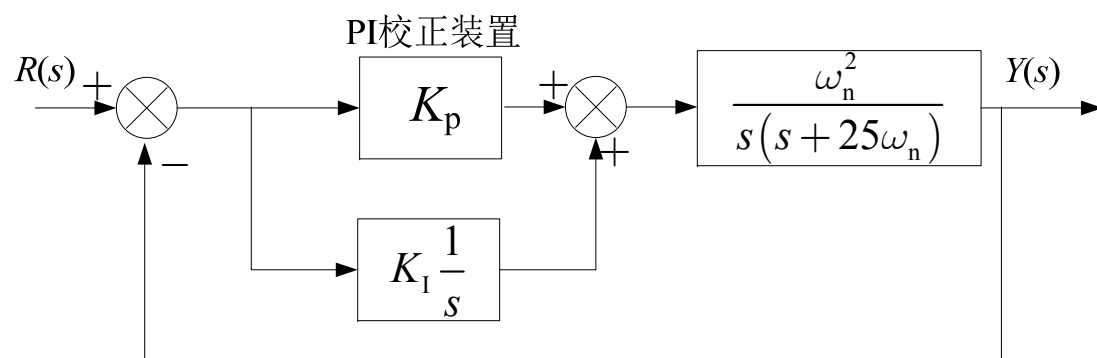
→ 纯积分控制器  $C(s) = \frac{1}{T_i s}$

- $K_p$  决定了系统校正后的交越区的宽度和系统的快速性。 $K_p$  越小，系统的响应越慢。
- PI 控制引入了积分环节，使系统型别增加一级，因而可以有效改善系统的稳态精度。
- PI 控制器是相角滞后环节，相角的损失会降低系统的相对稳定裕度。 $T_i$  越大，PI 校正环节相角滞后的影响越小。
- 使用滞后或PI校正装置可提高开环系统的低频增益以改善系统的稳态跟踪误差和低频扰动抑制能力，但不改变系统在交越区的形状。



# 从闭环系统与根轨迹分析

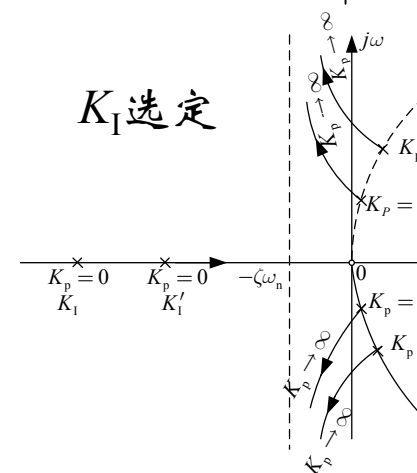
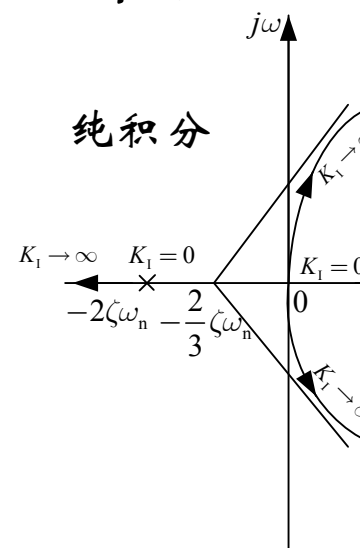
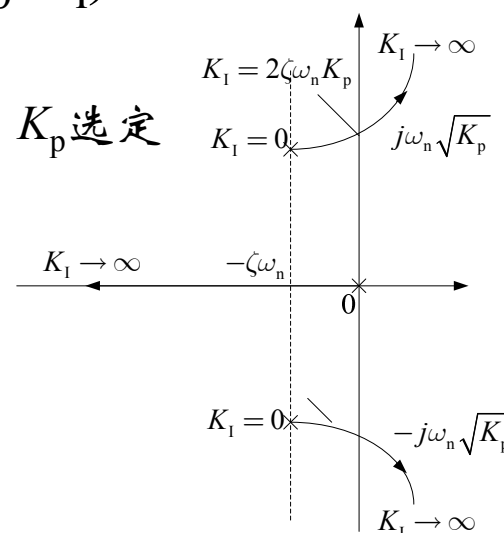
□ 假设对象是二阶系统，PI控制器( $K_I=K_p/T_i$ )的根轨迹分析如下：



闭环特征多项式  $s^3 + 2\zeta\omega_n s^2 + K_p\omega_n^2 s + K_I\omega_n^2 = 0$

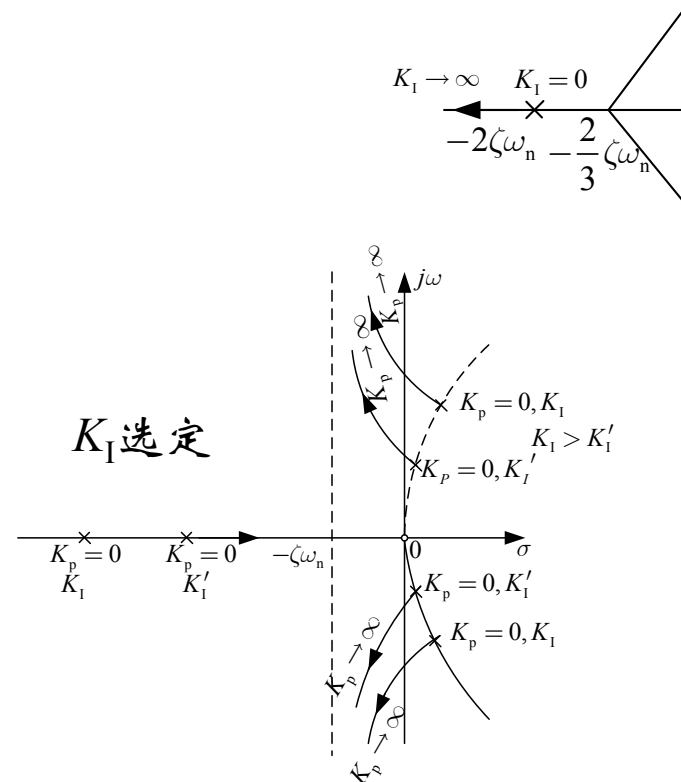
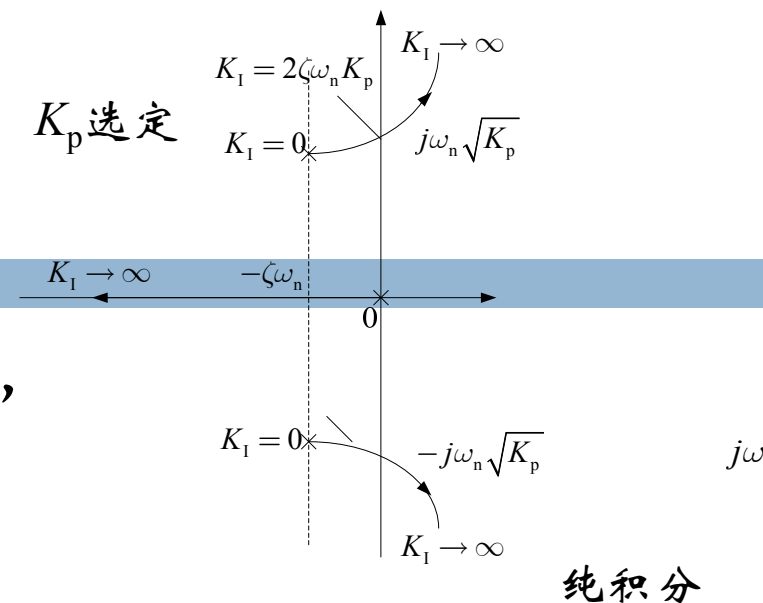
稳定条件  $K_p > 0, 2\zeta\omega_n K_p > K_I > 0$

若 $K_p=0$ (纯积分),系统是恒不稳定的,这就是结构不稳定问题。  
因此II型系统的开环传递函数必须具有有限零点才能稳定。



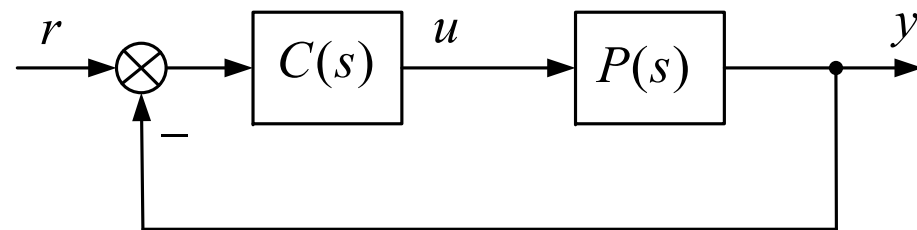
# 从三幅根轨迹图得到的结论

- $K_p$  选定后,  $K_I$  的取值必须满足  $K_I < 2\zeta\omega_n K_p$ , 否则闭环极点将进入RHP。
- 要使系统稳定且阶跃响应超调不大,  $K_p$  值不要选得过大。(由于采用了积分控制, 改善系统的稳态误差并不主要靠  $K_p$ , 可以适当减小  $K_p$  值)
- 加入纯积分控制, 相对于比例控制系统根轨迹向右移, 对稳定性不利。  $K_p=0$ , 系统是结构不稳定的。
- 以  $K_p$  为变量的根轨迹的渐近线轨迹与  $K_I$  无关。
- 欲使闭环系统一对复极点不太大,  $K_I$  值不应取很大值。





# 串联滞后-超前校正



- 超前或PD校正改变了交越频率附近幅频特性的斜率，可以提高交越频率处的相角裕度。
  - 滞后或PI校正装置可提高开环系统的低频增益，以改善系统的稳态跟踪误差和低频扰动抑制能力，但不改变系统在交越区的形状。
  - 两者是不是可以相补一下?----**取长补短**。
    - K的作用：？
    - 超前的作用：？
    - 滞后的作用：？
- $$C(s) = K \frac{Ts + 1}{bTs + 1} \frac{a\tau s + 1}{\tau s + 1}, b \geq a > 1, T \gg a\tau$$
- 利用超前校正改善动态性能(快速性和相对稳定性(平稳性))
  - 利用滞后校正提高稳态精度，同时通过改变参数b使校正后的交越频率变小，挖掘相角裕度储备，对原系统的交越区的幅频特性进行衰减
  - 比例K的作用主要是通过调整交越频率，使系统达到需要的带宽，用于满足校正后的系统负载扰动抑制、指令跟踪误差要求。

# PID控制形式

$$C(s) = K_1 \left( 1 + \frac{1}{T_i s} \right) \cdot K_2 \left( 1 + \frac{T_d s}{T_d s / N + 1} \right)$$

$$= K_p \frac{T_i s + 1}{T_i s} \frac{T_d s + T_d s / N + 1}{T_d s / N + 1} \quad (1)$$

$$= K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{T_d s / N + 1} + \frac{1}{T_i} \frac{T_d}{T_d s / N + 1} \right) \quad (2)$$

$N$ 值较大, 且  $T_i \gg T_d$

$$C(s) \approx K_p \frac{T_i s + 1}{T_i s} \frac{T_d s + 1}{T_d s / N + 1}$$

积式形式

$$C(s) \approx K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{T_d s / N + 1} \right)$$

和式形式

控制器运动方程: 
$$u(t) = K_p \left( e(t) + \frac{1}{T_i} \int e(t) dt + T_d \frac{de(t)}{dt} \right)$$

✓微分带有柔化能, 减低高频灵敏度

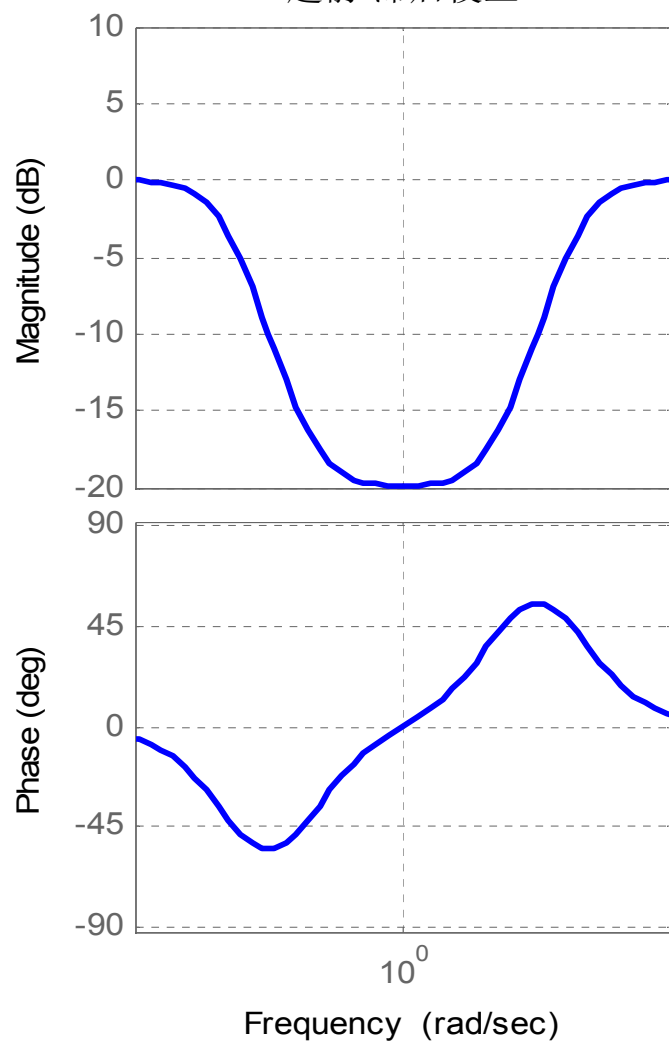
✓积分控制提高系统的型别, 满足稳态误差要求

✓比例主要用于调整交越频率, 以满足系统的带宽要求

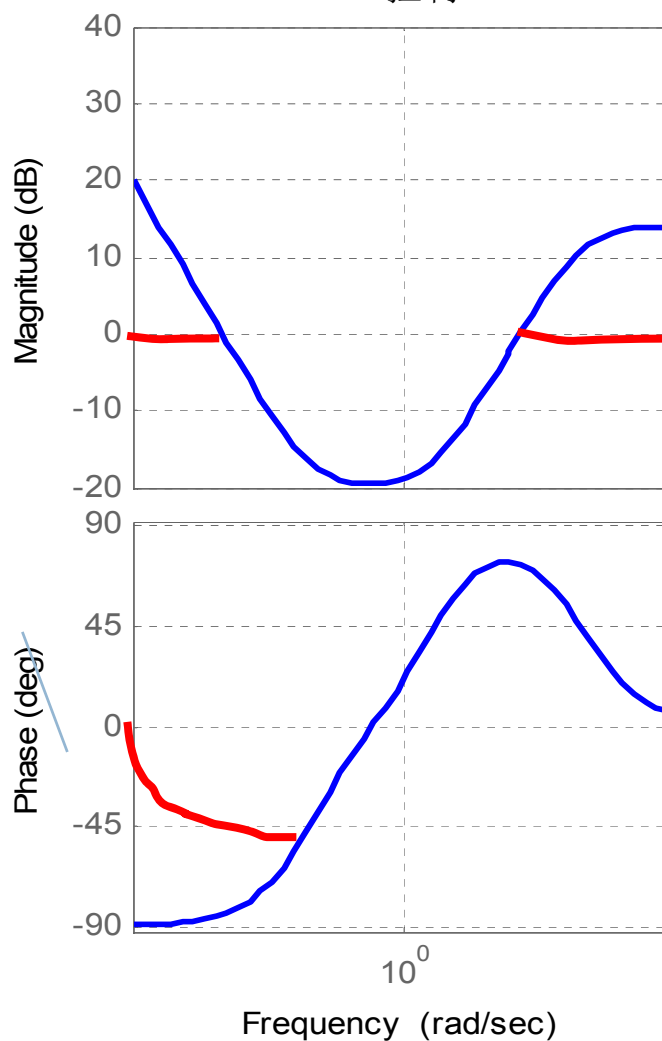
✓PID的三个参数的选取有学问

# 串联滞后-超前校正控制器的频率特性

超前-滞后校正



PID控制



✓从图上看，两者交越区与高频特性基本一致，只低频有些差异。

✓PID由于有纯积分的作用，在使其在低频有更高的增益，在某些情况下为了消除稳态误差必须采用PID控制

✓PID在低频部分相角也有较大的滞后

这一讲就到这里！



## 第四讲 最小相位系统期望频率特性综合法

在本章第二讲中已经给出了系统的期望特性的绘制方法，并且给出了一些常用的期望频率特性。本节将根据期望特性进行控制器计算。

# 一般情况下给定指标求控制器

- 假设校正前系统为  $P(s)$ ，已知校正后闭环系统指标，可以采用5.2节的方法绘制期望特性，进而得到校正后开环传递函数为  $L(s)$ ，引入串联校正控制器  $C(s)$ ，则

$$L(s) = P(s)C(s) \Rightarrow 20\lg|L(j\omega)| = 20\lg|P(j\omega)| + 20\lg|C(j\omega)|$$

$$20\lg|C(j\omega)| = 20\lg|L(j\omega)| - 20\lg|P(j\omega)|$$

- 在图中绘制出控制器的幅频特性曲线，写出对应的传递函数，便得控制器。



# 给定指标求控制器之例

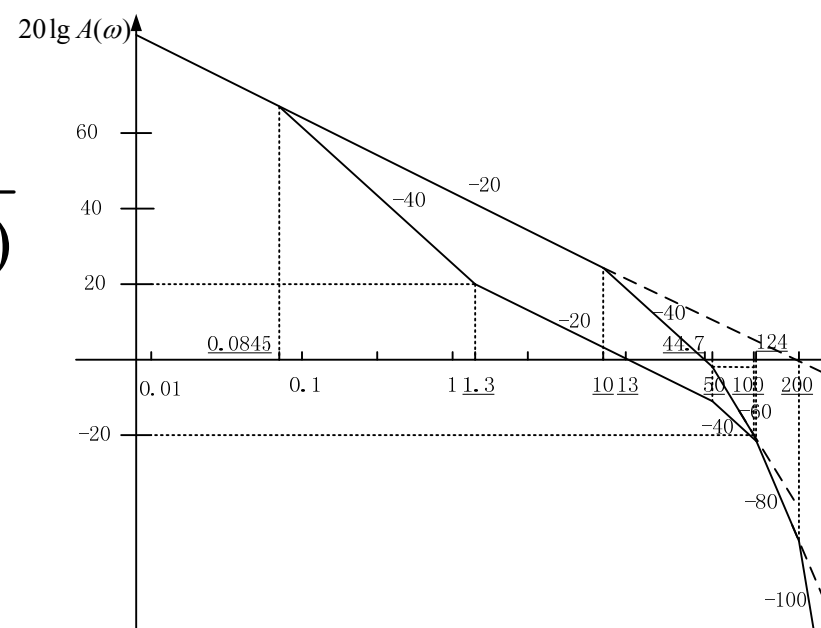
- 例：已知位置随动系统不可变部分的传递函数为

$$G(s) = \frac{K_v}{s(0.1s + 1)(0.02s + 1)(0.01s + 1)(0.005s + 1)}$$

- 要求满足性能指标：

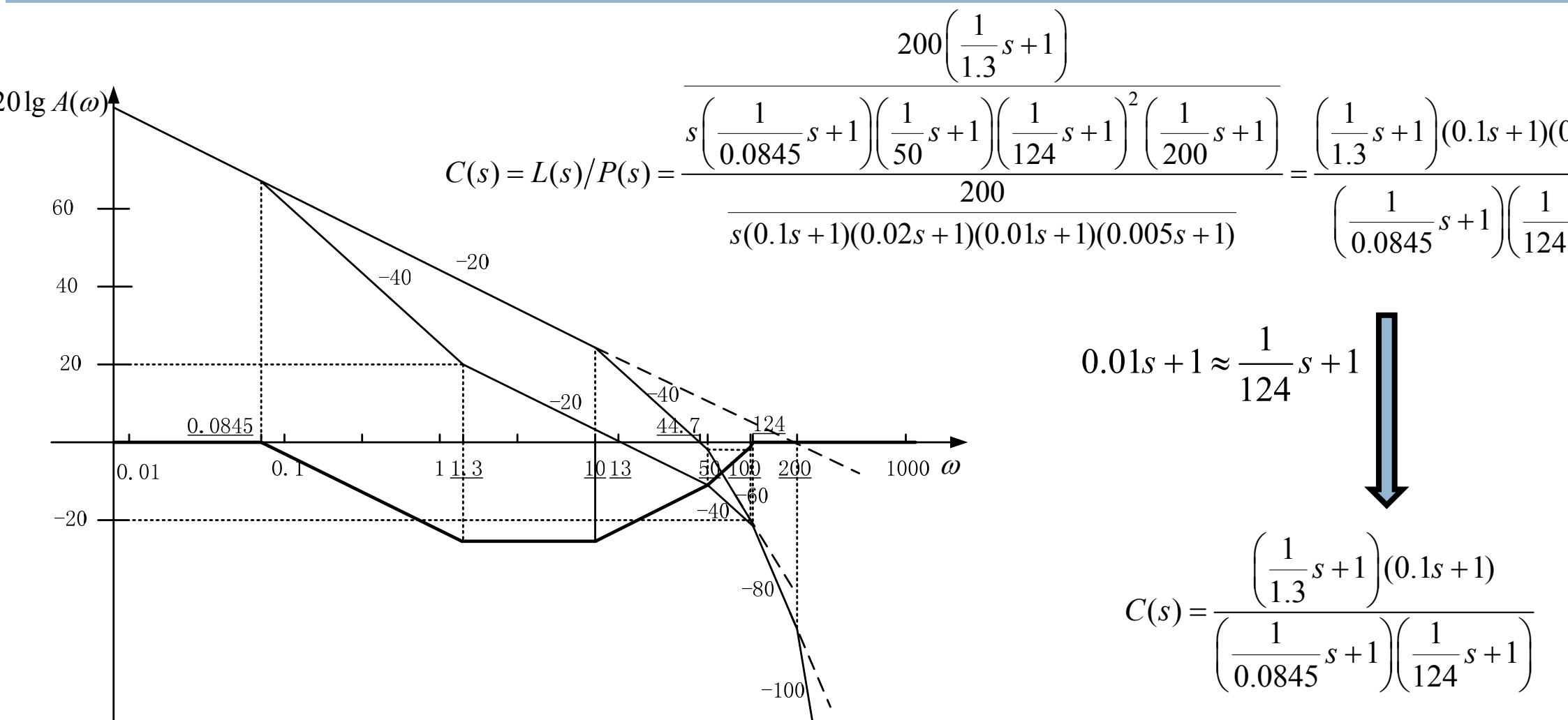
- 校正后开环系统的型别为1，且开环增益为200；
- 单位阶跃响应超调量小于等于30%；
- 单位阶跃响应的调整时间小于等于0.7s；
- 幅值裕度大于6dB。

- 在第二讲中已得到期望频率特性



$$L(s) = \frac{200 \left( \frac{1}{1.3} s + 1 \right)}{s \left( \frac{1}{0.0845} s + 1 \right) \left( \frac{1}{50} s + 1 \right) \left( \frac{1}{124} s + 1 \right) \left( \frac{1}{200} s + 1 \right)}$$

# 给定指标求控制器之例的结果





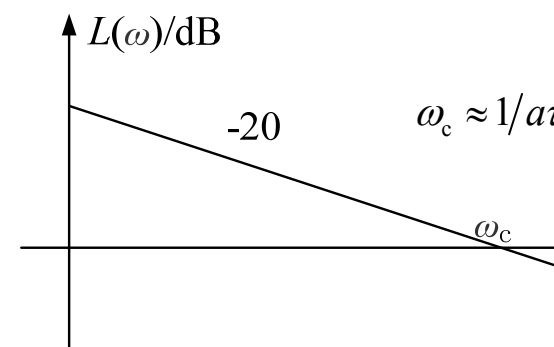
# 给定常用期望特性求控制器-1

$$\frac{1}{a\tau s(\tau s + 1)}, a > 1$$

## □ 按I型(二阶最佳)系统校正

### □ 期望开环传递函数为典型二阶系统传递函数

$$L(s) = \frac{\omega_n^2}{s(s + 2\zeta\omega_n)} = \frac{K}{s(\tau s + 1)} \quad K = \omega_n / 2\zeta, \tau = 1/2\zeta\omega_n$$



- 其剪切频率  $\omega_c = K$ ，只有其  $\omega_c = K < 1/\tau$  时才能使剪切频率段是 -20dB/dec，这样才有较好的相对稳定性，所以  $K$  是有限的，一般取  $1/a\tau$ 。特别是取  $a=2$  时，其Bode图如下图所示，此时有最佳性能  $\zeta = 0.707, \sigma_p = 4.3\%, \varphi_m = 65.5^\circ$ 。这时兼顾了快速性和相对稳定性。

对象为一阶惯性环节

$$G(s) = \frac{K_1}{\tau s + 1}$$

$$C(s) = \frac{L(s)}{G(s)} = \frac{1}{2K_1\tau s}$$

对象为两个惯性环节串联情况

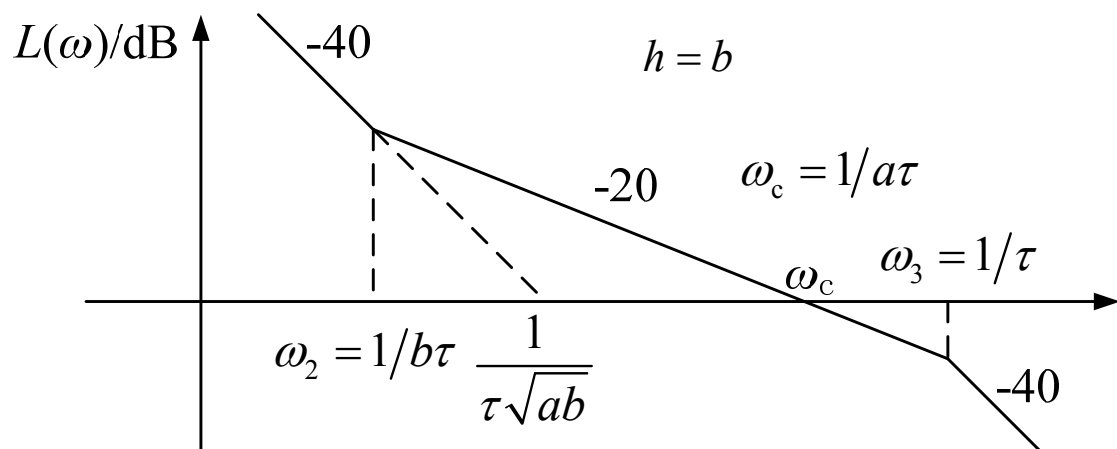
$$G(s) = \frac{K_1 K_2}{(\tau s + 1)(\tau_2 s + 1)}$$

$$C(s) = \frac{L(s)}{G(s)} = \frac{1}{\frac{2\tau s(\tau s + 1)}{K_1 K_2}} = \frac{(\tau_2 s + 1)}{2K_1 K_2 \tau s} = \frac{\tau_2}{2K_1 K_2 \tau} (1 + \tau_2 s)$$

# 给定常用期望特性求控制器-2

## 按最佳三阶系统校正

$$L(s) = \frac{K(T_1 s + 1)}{s^2(T_2 s + 1)}, T_2 < T_1 \xrightarrow{T_2 = \tau, T_1 = b\tau, K = 1/ab\tau^2} L(s) = \frac{(b\tau s + 1)}{ab\tau^2 s^2(\tau s + 1)}, b > a > 1$$



谐振最小

$$\frac{\omega_3}{\omega_c} = \frac{2h}{h+1}, \frac{\omega_c}{\omega_2} = \frac{h+1}{2} \Rightarrow L(s) = \frac{K(T_1 s + 1)}{s^2(T_2 s + 1)} = \frac{h+1}{2h^2\tau^2} \cdot \frac{h\tau s + 1}{s^2(\tau s + 1)}$$

角裕度最大

$$\frac{\omega_3}{\omega_m} = \sqrt{h} = \frac{\omega_m}{\omega_2}, \omega_c = \omega_m, \varphi_m = \varphi(\omega_c) = \gamma(\omega_m) = \arctan \frac{h-1}{2\sqrt{h}} \Rightarrow L(s) = \frac{1}{h\sqrt{h}\tau^2} \cdot \frac{h\tau s + 1}{s^2(\tau s + 1)}$$

## 设计例：按闭环谐振

$$\text{对象 } G(s) = \frac{K_2}{s(\tau s + 1)}$$

$$C(s) = \frac{L(s)}{G(s)} = K \cdot \frac{\tau}{K_2} \left(1 + \frac{1}{h\tau s}\right) = \frac{h+1}{2K_2 h\tau}$$

PI

取  $h=3 \sim 10$

$$\text{对象 } G(s) = \frac{K_2}{s(\tau s + 1)(T_3 s + 1)}$$

$$C(s) = \frac{(h+1)(h\tau + T_3)}{2h^2\tau^2 K_2} \left[1 + \frac{1}{(h\tau + T_3)s} + \frac{h\tau}{h\tau + T_3}\right]$$

PID 结

# 课外练习

- 设某单位负反馈校正系统的开环传递函数如下，分别用使闭环系统谐振最小和使相角裕度最大的方法设计PI调节器。

$$G(s) = \frac{40}{s(1 + 0.003s)}$$

这一讲就到这里！



## 第五讲 最小相位系统试探超前校正

超前校正的基本原理是利用相位超前特性去增大系统的相角裕度，以改善系统的暂态响应。因此在设计校正器时应使**最大的超前相位角**尽可能出现在校正后的系统交越频率处。

# 确定超前校正控制器中参数 $a$ 、 $K$ 和 $\tau$

$$C(s) = K \frac{a\tau s + 1}{\tau s + 1}$$

## 确定参数 $K$

由于校正器的静态增益是 $K$ ，而对于闭环系统，开环传递函数的静态增益影响的是稳态误差，所以确定参数 $K$ 值要根据稳态误差的要求。

## 确定参数 $a$ ----从最大超前角方面考虑

$$C(i\omega) = K \frac{1 + ia\omega\tau}{1 + i\omega\tau} = K \frac{1 + a\omega^2\tau^2 + i(a-1)\omega\tau}{1 + \omega^2\tau^2}$$

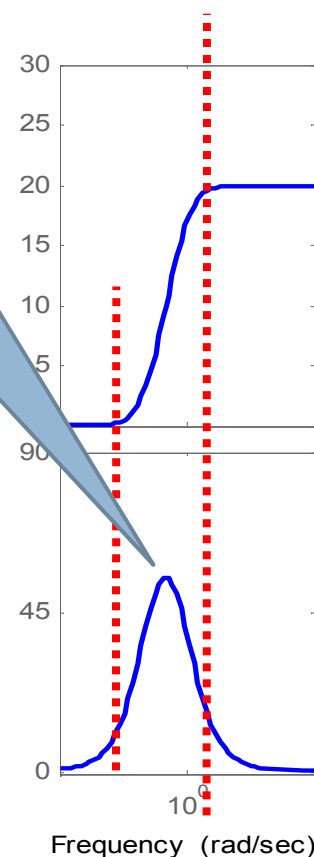
$$\gamma(\omega) = \arctan a\tau\omega - \arctan \tau\omega = \arctan \frac{(a-1)\tau\omega}{1 + a\tau^2\omega^2}$$

$$\frac{d\gamma(\omega)}{d\omega} = 0 \Rightarrow \omega_m = 1/(\tau\sqrt{a}) \Rightarrow 20\lg|C(i\omega_m)/K| = 10\lg a$$

$$\Rightarrow \gamma_m = \arctan \frac{a-1}{2\sqrt{a}} = \arcsin \frac{a-1}{a+1} \Rightarrow a = \frac{1 + \sin \gamma_m}{1 - \sin \gamma_m}$$

确定参数 $\tau$  ---- 令  $\omega_m = \omega_c$ ，由  $\omega_m = 1/(\tau\sqrt{a})$  求 $a$ 。

最大超前位置，正好是转折频率的几何中心



特点：

✓超前角不 $+90^\circ$ 。

✓增大中频频幅值，最 $20\lg aK$ 。

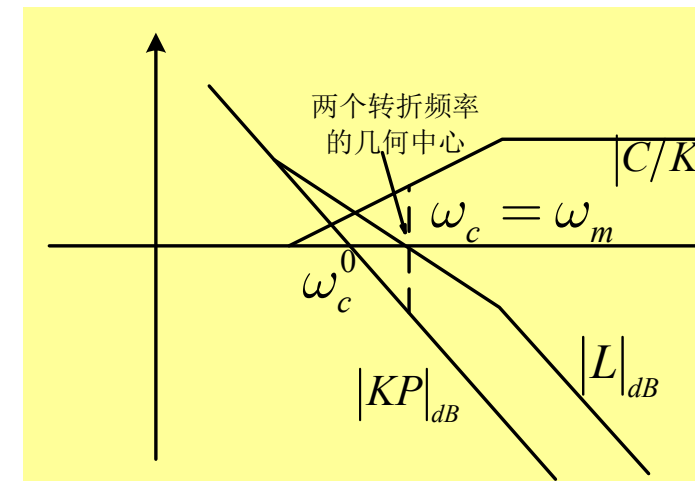
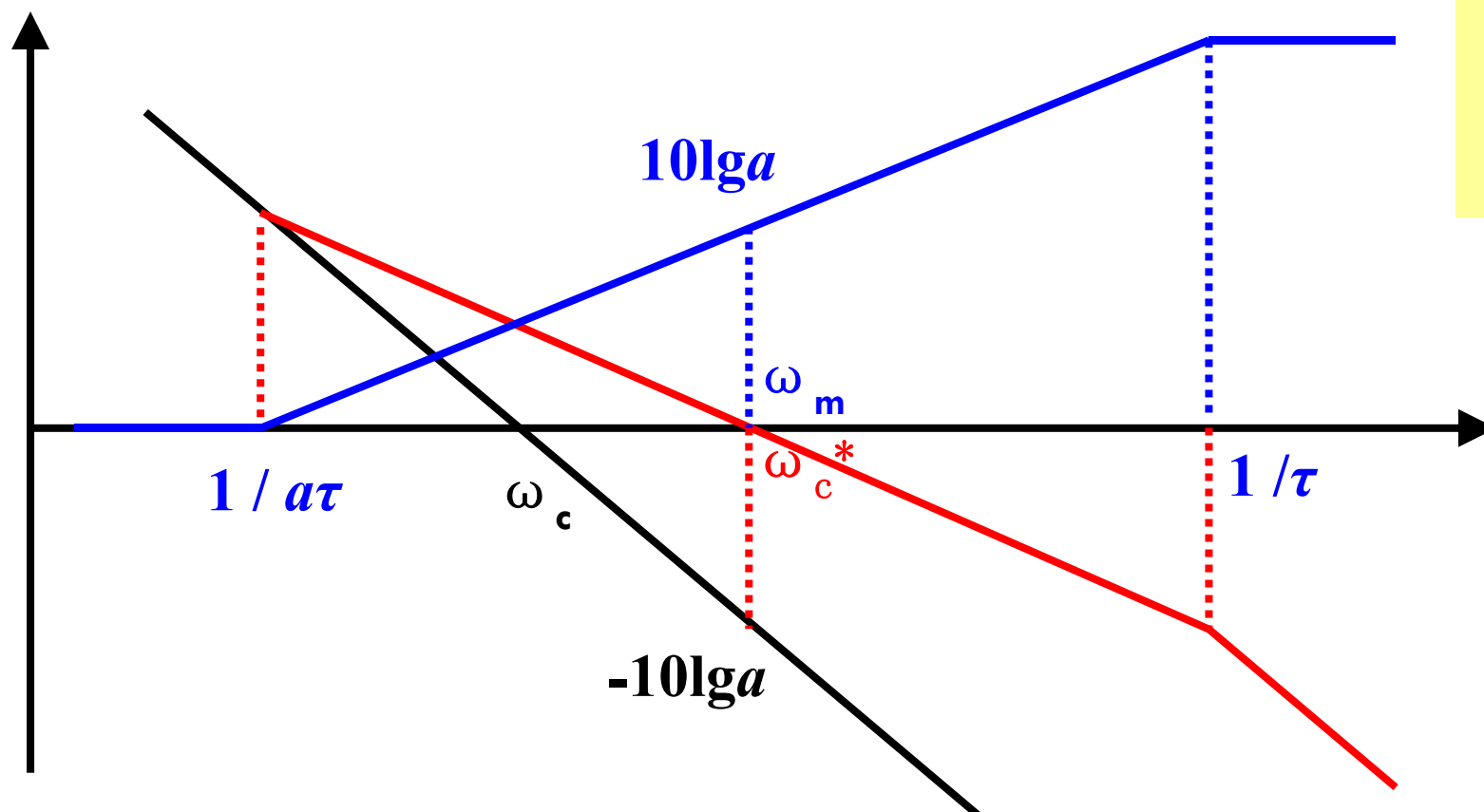
✓增大交越中频段斜率 $20\text{dB/dec}$ ，

提高，相角提高，改善系统的相对稳

✓系统高频高，抗高频能力下降。

# 超前校正过程展示

- 校正前(带上 $K$ )
- 校正装置(不带 $K$ )
- 校正后



- 1. 根据相角裕度确定
- 2. 根据  $a$  确定  $\omega_m$
- 3. 根据  $\omega_m$  和  $a$  确定

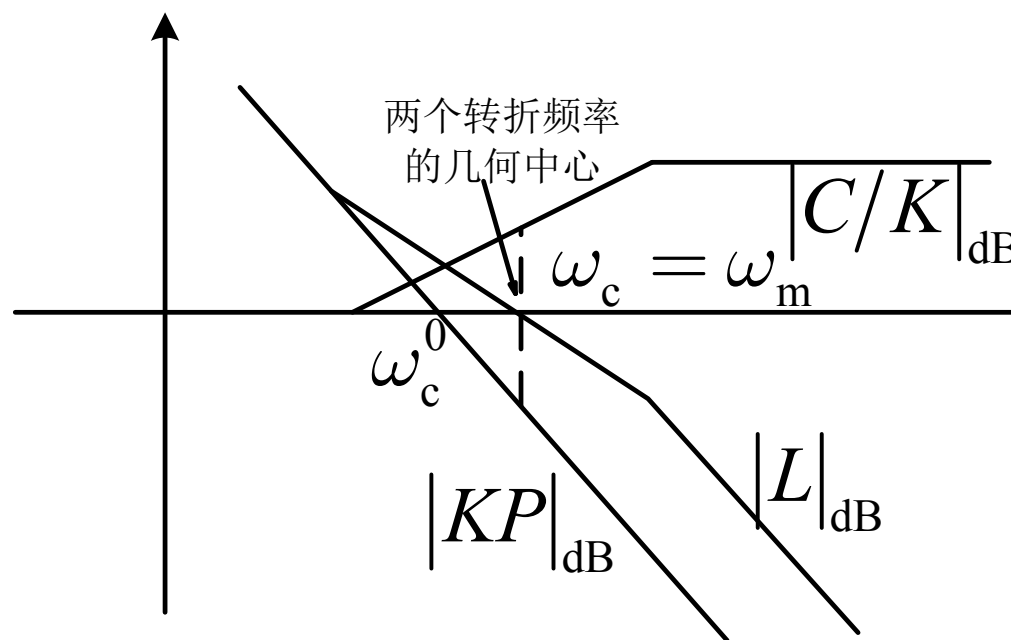
# 串联超前校正控制指标与需要考虑的问题

## 一般指标的给定

- 假设未校正系统的开环传递函数为 $P$ ，给定系统的稳态误差 $e_{ss}^*$ 、相角裕度 $\varphi_m^*$ 和增益裕度 $h_m^*$ 。允许 $\omega_c^0 < \omega_c^*$

## 需要考虑的问题

- 稳态误差 $e_{ss}^*$ 与哪个参数有关？
- 如何利用 $\varphi_m^*$ ？
- $\varphi_m^*$ 与控制器提供的相角 $\gamma_m$ 有何关系？
- $\gamma_m$ 可以确定什么？
- $h_m^*$ 的信息如何利用？





# 串联超前校正控制设计步骤

- 确定校正后系统的开环静态增益  $K$ 。
- 绘出  $KP(i\omega)$  的对数幅频特性曲线，计算交越频率  $\omega_c^0$  和相角裕度  $\varphi_m^0$ 。
- 根据要求的相角裕度，计算校正装置的最大超前角

$$\gamma_m = \varphi_m^* - \varphi_m^0 + \delta$$

为何引入  $\delta$ ?  $\delta$  的大小如何确定?

- 根据最大超前角求出相应的  $a$  值:  $a = \frac{1 + \sin \gamma_m}{1 - \sin \gamma_m}$
- 由  $20\lg|KP(i\omega_m)| = -10\lg a$  解出  $\omega_m$ 。

- 求出  $\tau$  和校正装置:  $\tau = \frac{1}{\omega_m \sqrt{a}} \quad C(s) = K \frac{a\tau s + 1}{\tau s + 1}$

- 校验是否满足要求。不满足要求需回溯。

相角补偿量  $\delta$  是用于引入超前校正装置后频率增大所导致的  $KP$  角裕度的损失量。若角裕度较小，校正后频率增加较多， $\delta$  应一般取  $5^\circ \sim 20^\circ$ 。

# 串联超前校正控制设计例子-1

□ 例：设过程的传递函数为  $P(s) = 1/[s(s+1)]$ ，试设计校正装置，使校正后闭环系统满足：(1) 当  $r(t)=t$  时，稳态误差  $\leq 0.1$ ；(2) 相角裕度  $\geq 40^\circ$ 。

□ 分析与解：

▣ (1) 过程是 I 型系统，不要求消除斜坡输入的稳态误差(允许误差存在)，此不需增加积分环节，但可能需要增加开环增益。

■ 根据稳态误差要求，
$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s + sL(s)} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s + KF(s)} = \frac{1}{K} \leq 0.1, \text{ 得 } K \geq 10, \text{ 取 } 10$$

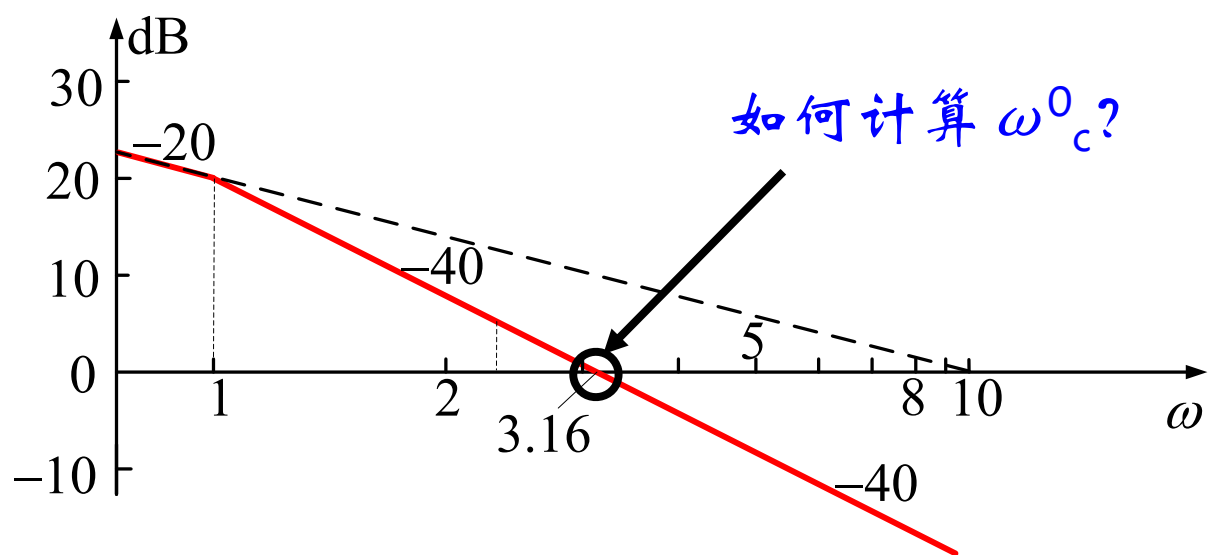
▣ (2) 开环增益增大的情况下，使相角裕度减小，所以要求保证相角裕度足够大，因此采用超前校正装置。(这一点还需要在求解时进行确认)

$$C'(s) = \frac{a\tau s + 1}{\tau s + 1} \longrightarrow \text{确定 } a, \tau$$

# 串联超前校正控制设计例子-2

□ 分析与解：

□ (3) 画  $KP$  的 Bode  $KP(s) = \frac{10}{s(1+s)} \Big|_{s=i\omega} = \frac{10}{i\omega(1+i\omega)}$



✓ 计算精确值

$$|KP(i\omega_c^0)| = \left| \frac{10}{i\omega_c^0(1+i\omega_c^0)} \right| = 1 \Rightarrow \omega_c^0 = 3.08$$

✓ 计算近似值

$$|KP(i\omega_c^0)| \approx \frac{10}{(\omega_c^0)^2} = 1 \Rightarrow \omega_c^0 = \sqrt{10} = 3.16$$

✓ 也可以用三角法求得此值

□ (4) 获得  $KP$  的相角裕度

$$180^\circ - 90^\circ - \arctan 3.16 = 17.56^\circ.$$

不满足要求，需要校正。

$$\frac{0-x}{\lg 10 - \lg 1} = -20 \Rightarrow x = 20$$

$$\frac{0-x}{\lg \omega_c^0 - \lg 1} = -40 \Rightarrow \omega_c^0 = 3.16$$

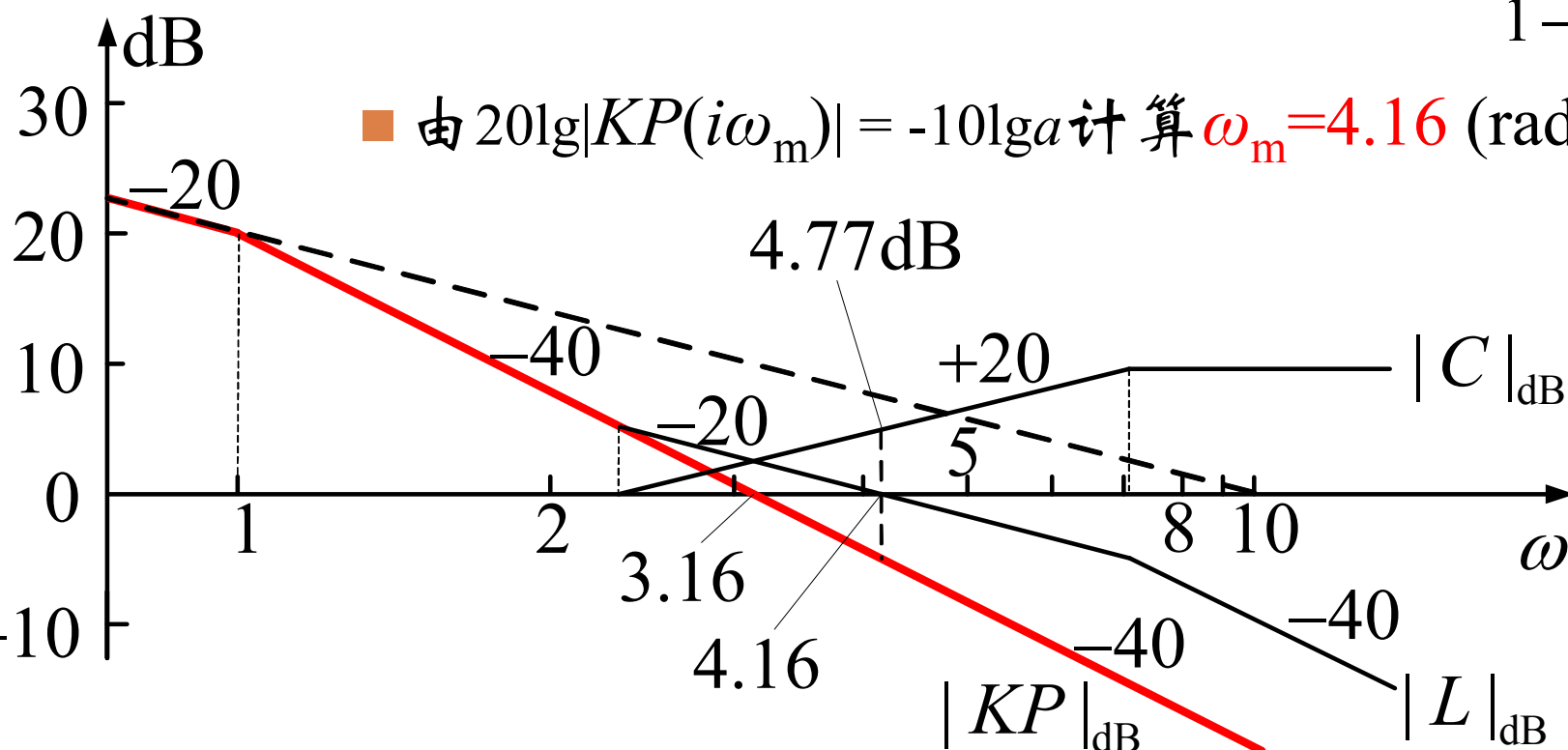
# 串联超前校正控制设计例子-3

□ 分析与解：(5)确定校正装置中的参数

■ 根据相角裕度要求，校正装置的最大超前角 $\geq 22.44^\circ$ ，取30

■ 根据最大超前角求出相应的  $a$  值  $a = \frac{1 + \sin \gamma_m}{1 - \sin \gamma_m} = 3$

■ 由  $20\lg|KP(i\omega_m)| = -10\lg a$  计算  $\omega_m = 4.16$  (rad/s)



■ 计算  $\tau$  值

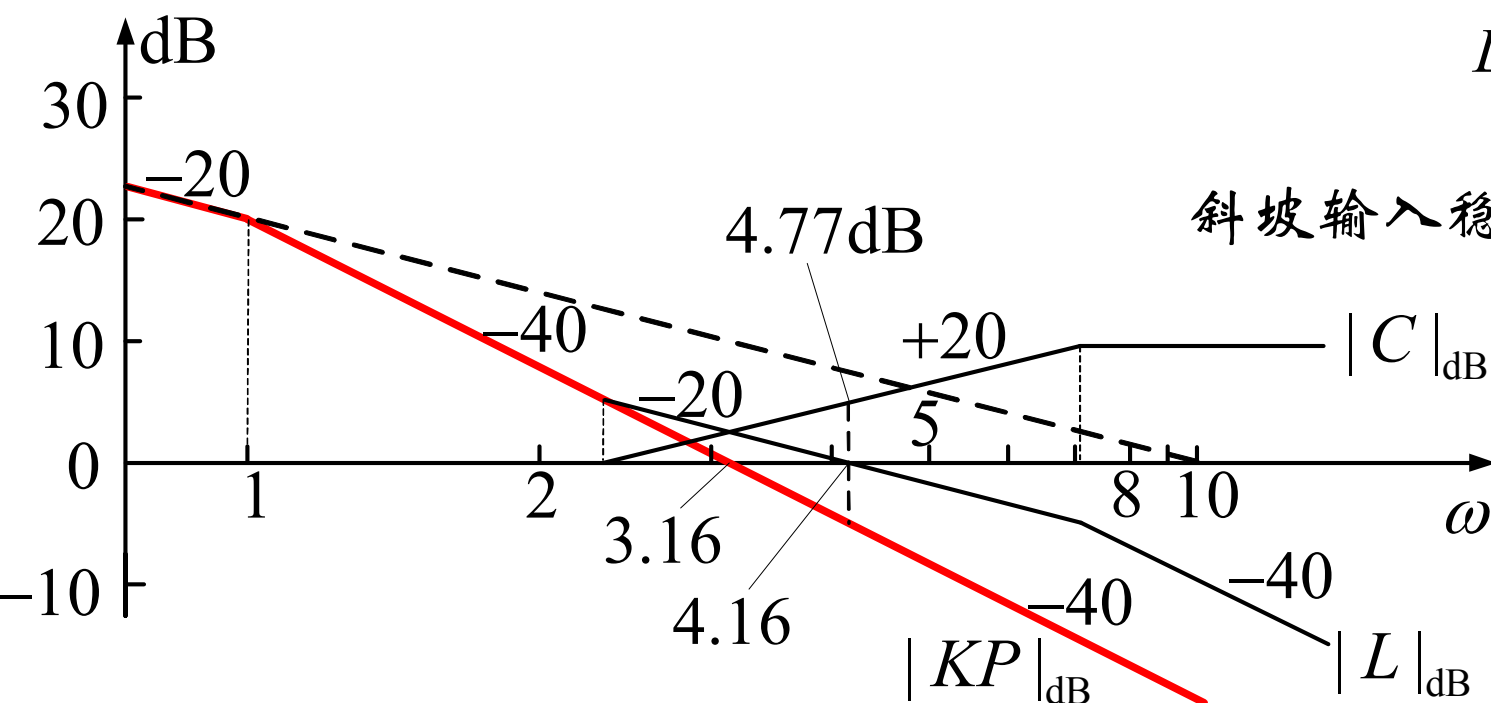
$$\tau = \frac{1}{\omega_m \sqrt{a}} = 0.$$

# 串联超前校正控制设计例子-4

□ 分析与解：

□ (6) 校正装置及校验  $C(s) = K \frac{a\tau s + 1}{\tau s + 1} = 10 \frac{0.42s + 1}{0.14s + 1}$

$$L(s) = P(s)C(s) = \frac{10(0.42s + 1)}{s(s + 1)(0.14s + 1)}$$



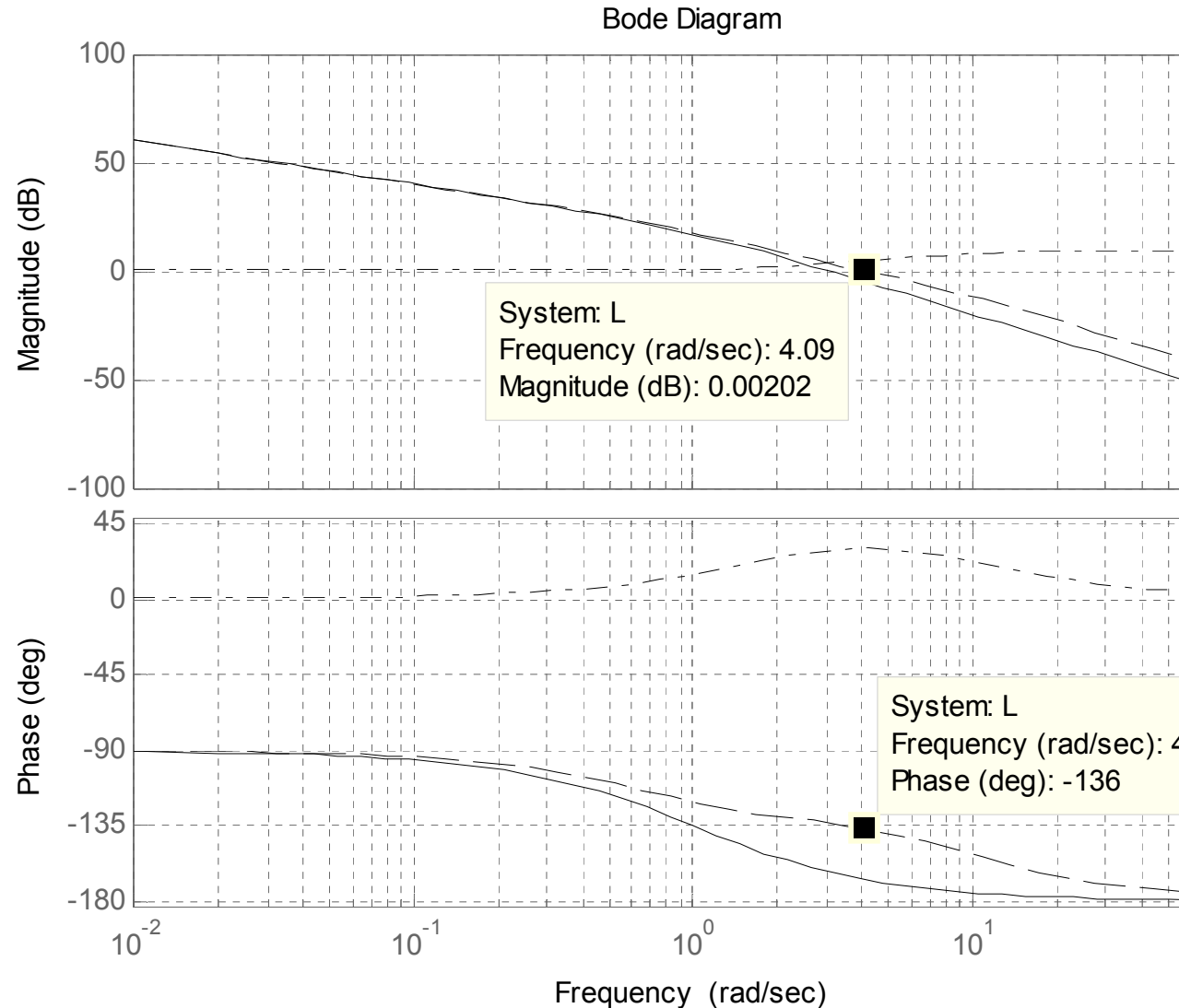
斜坡输入稳态误差为0.1。交越频率为

$$\begin{aligned} \varphi_m &= 180^\circ + \arctan(0.42 \times 4.16) - 90^\circ - \arctan 4.2 - \arctan(0.14 \times 4.16) \\ &= 43.5^\circ > 40^\circ. \end{aligned}$$

# 串联超前校正控制设计例子-5

## □ MATLAB数值计算结果

```
P=tf([1],[1 1 0]);  
KP=10*tf([1],[1 1 0]);  
margin(KP)  
  
Cb=tf([0.42 1],[0.14 1]);  
L=Cb*KP  
bode(KP,'k-',C,'k-.',L,'k--')  
margin(L)
```



# 超前校正总结

## □ 超前校正的效果：

- i. 使系统交越频率提高，快速性提高；据Bode幅相关系可知，中频段斜率增加将使相角裕度提高，改善了系统的相对稳定性。
- ii.  $KP$ 的低频段不变，不影响稳态误差；
- iii. 高频段增益提高，抗测量噪声能力变差。

## □ 串联超前校正限制：

- 若不允许提高交越频率，或者在交越频率附近的相角变化快，而要求的相角裕度又很大，即使采用多级超前校正，也难以满足要求，则不能使用超前校正。对此，可以考虑使用滞后校正。

# 课外练习

□ 例：设过程的传递函数为  $P(s) = 1/[s(s+1)]$ ，试设计PD校正装置，使校正后闭环系统满足：(1) 当  $r(t)=t$  时，稳态误差  $\leq 0.1$ ；(2) 相角裕度  $\geq 40^\circ$ 。

▣ 提示：PD校正从上述过程中令  $T_d = a\tau, N = a, K_p = K$  就可以得到。



这一讲就到这里！



图图网: [tutu001.com](http://tutu001.com)

## 第六讲 最小相位系统试探滞后校正

串联滞后校正的实质是利用滞后校正装置的高频幅值衰减特性(低通滤波器特性)，以压低交越区和交越频率为代价，使幅频特性的斜率变缓，**挖掘原系统固有的相角储备**，来满足校正后系统的相角裕度要求。另外，能过比例或积分时间常数提高低频响应的增益，减小稳态误差，基本保持暂态性能不变。注意，积分也会使响应变缓。

# 滞后校正的分析

$$C(s) = K \frac{Ts + 1}{bTs + 1}, b > 1$$

## 确定参数K

由于校正器的静态增益是K，而对于闭环系统，开环传递函数的静态增益影响的是稳态误差，所以确定参数K值要根据稳态误差的要求。

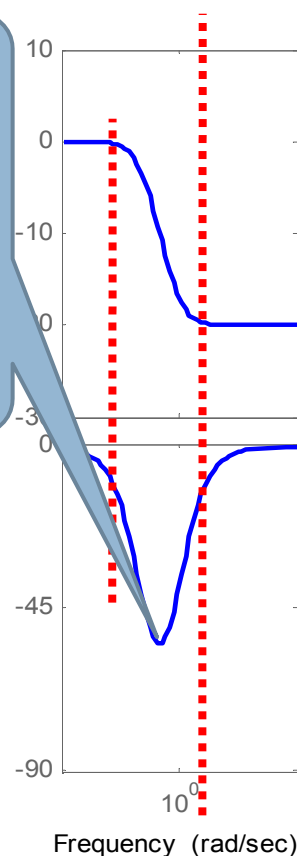
## 确定T和b

$$\gamma(\omega) = \arctan T\omega - \arctan bT\omega = \arctan \frac{(1-b)T\omega}{1+bT^2\omega^2}$$

$$\frac{d\gamma(\omega)}{d\omega} = 0 \Rightarrow \omega_m = \frac{1}{T\sqrt{b}} \Rightarrow \gamma_m = \arcsin \frac{1-b}{1+b} < 0$$

b值越大，滞后作用越强

最大滞后位置，正好是转折频率的几何中心



特点：

- ✓ 滞后角最小
- ✓ 减小中高频
- 最小值为20或20lgK。
- ✓ 减小了交越频率，从而增大实际裕度。
- ✓ PI提高低频
- 减小稳态误差
- 高稳态精度
- ✓ 改善系统
- ✓ 降低系统
- 快速性能受
- 时提高抗干

不用 $\omega_m$ 处的特性，应力求 $\omega_m$ 远离校正后的交越频率 $\omega_c$ 。

通常使第二个转折频率 $1/T$ 远小于 $\omega_c$ ，取 $1/T = (0.2 \sim 0.1)$

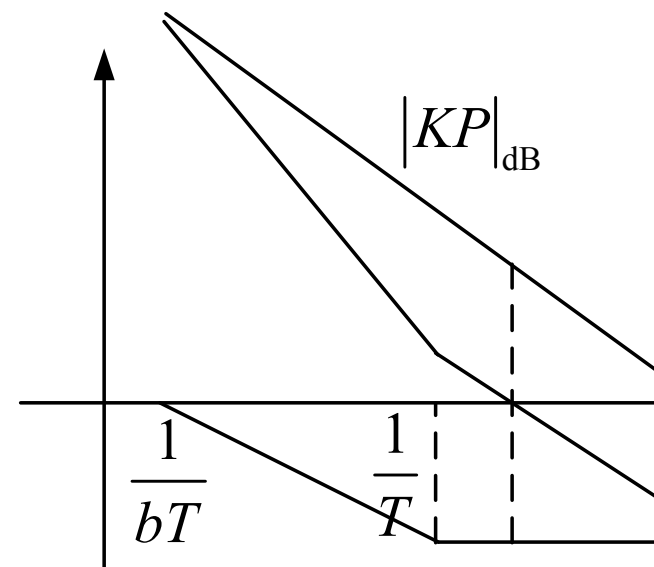
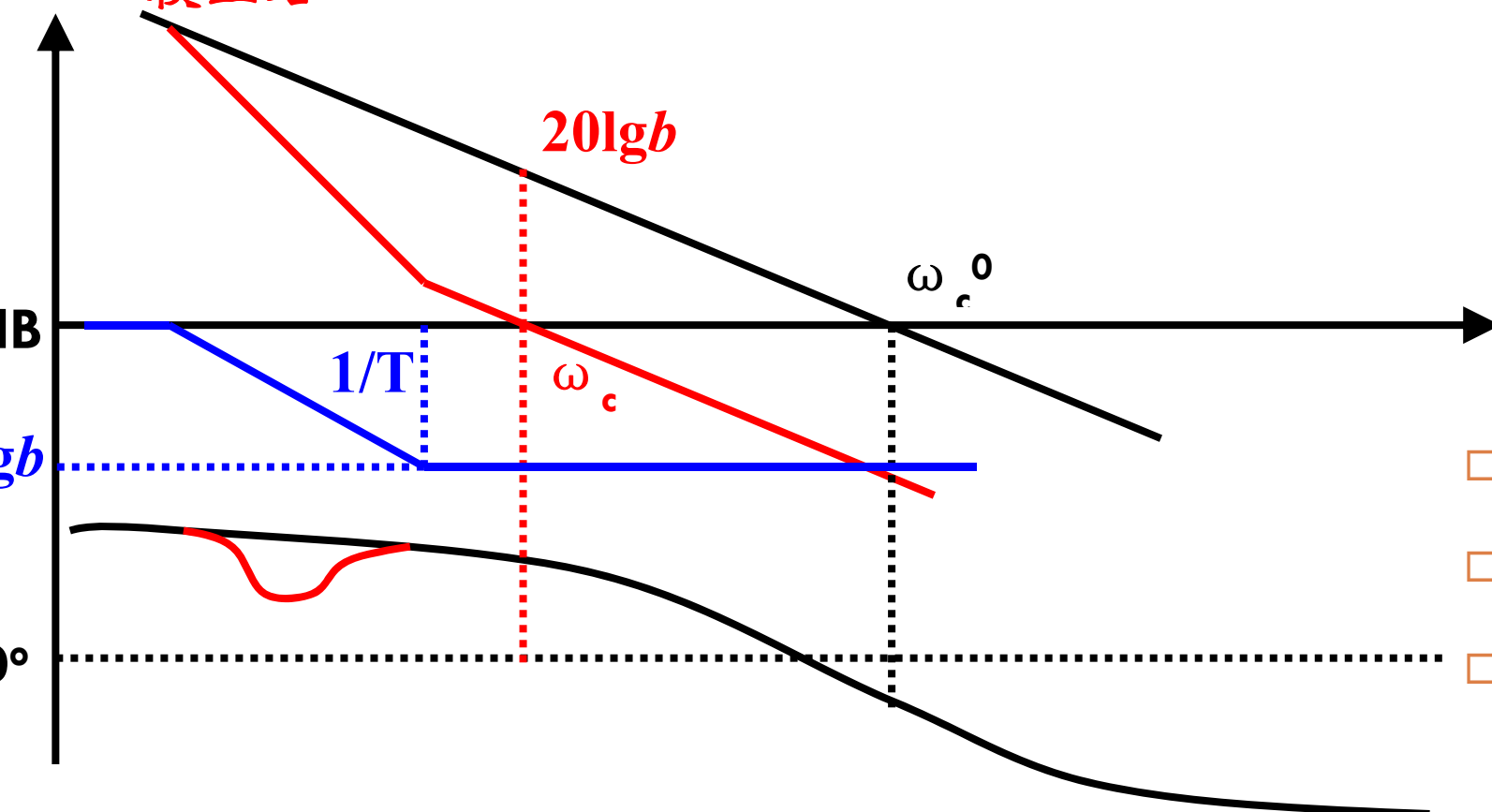
$\omega_c$ ，此时，滞后校正产生的相角滞后量为

$$\theta(\omega_c) = \arctan(T\omega_c) - \arctan(bT\omega_c) \Rightarrow \tan \theta(\omega_c) = \frac{(1-b)T\omega_c}{1+bT^2\omega_c^2}$$

$\theta(\omega_c) \approx \arctan[(0.1 \sim 0.2)(1/b - 1)]$  尽量小一些  $\Rightarrow b = 10 \sim 20$

# 滞后校正过程展示

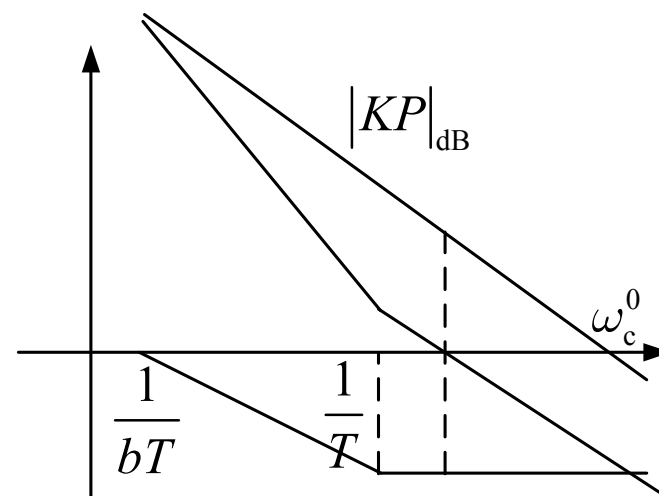
- 校正前(带上 $K$ )
- 校正装置(不带 $K$ )
- 校正后



1. 根据相角裕度确定
2. 根据  $\omega_c$  确定  $b$
3. 确定  $T$  远离  $1/\omega_c$

# 串联滞后校正控制设计步骤

- 确定校正后系统的开环静态增益  $K$ 。
- 绘出  $KP(i\omega)$  的对数幅频特性曲线，计算交越频率和相角裕度。
- 确定根据相角裕度的要求，确定校正后系统的交越频率  $\omega_c^*$ 。  
 $180^\circ + \angle KP(i\omega_c^*) \geq \varphi_m^* + \delta, = 5 \sim 20^\circ$
- 计算  $b = |KP(i\omega_c^*)|$ 。
- 计算  $T = (5 \sim 10) / \omega_c^*$ 。
- 校正装置  $C(s) = K \frac{Ts + 1}{bTs + 1}$
- 校核
  - 写出校正后系统的开环传递函数，验算相角裕度和增益裕度是否满足要求，否则返回重新进行设计



# 串联PI校正控制设计

## □ 由滞后校正的标准式到PI形式

$$C(s) = K \frac{T_s + 1}{bT_s + 1} \xrightarrow{b > 1} C(s) = K \frac{T_s + 1}{bT_s} \xrightarrow{K_p = K/b} C(s) = K_p \frac{T_s + 1}{T_s} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_s}\right)$$

## □ 按滞后校正 $T = (5 \sim 10) / \omega_c^*$ , 在 $\omega_c^*$ 处幅值 $|P(i\omega_c^*)|$ 由 $K_p$ 抵消, 即

$$20 \log \left| K_p \left(1 + \frac{1}{iT\omega_c^*}\right) \right| + 20 \log |P(i\omega_c^*)| = 0 \longrightarrow K_p \approx 1 / |P(i\omega_c^*)|$$

在PI控制中, 比例系数  $K_p$  的取值不再依据系统的稳态误差的要求, 而是选取适当的  $K_p$  和  $T$  使系统的开环传递有一个所需要的零点, 从而得到满意的暂态响应。

## □ 设计步骤: 只需要对滞后校正稍作修改, 即确定 $b$ 的步骤改成确定 $K_p$ 。同时将由稳态误差确定 $K$ 的步骤删掉。

# 串联滞后校正控制设计例子-1

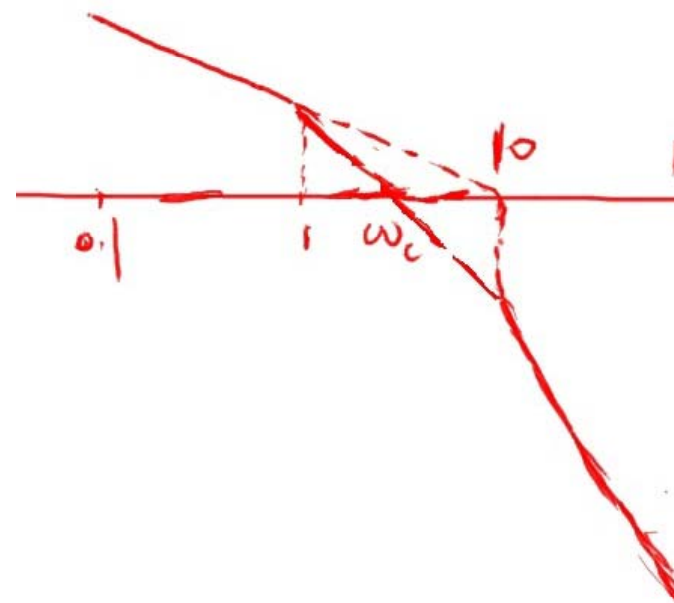
□ 例：设过程的传递函数为  $P(s) = \frac{10}{s(0.05s+1)(0.1s+1)(s+1)}$ ，试设计校正装置，使校正后闭环系统满足：(1)  $r(t)=t$  时稳态误差  $\leq 0.1$  (2) 相角裕度  $\geq 40^\circ$ 。

□ 分析与解：

▣ (1) 过程是 I 型系统，不要求消除斜坡输入的稳态误差(允许误差存在)，因此不需增加积分环节，但可能需要改变增益。根据稳态误差要求

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s + sL(s)} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s + 10KF(s)} = \frac{1}{10K} \leq 0.1 \quad \text{取 } K=1$$

▣ (2) 开环系统的转折频率顺序为 20, 10, 1。手绘幅频曲线，可得交越频率的范围  $1 \leq \omega_c \leq 10$ ，近似计算：令  $|KP(i\omega)| \approx 10/\omega^2 = 1$ ，得  $\omega_c = 3.2$  (rad/s)。或用三角法。



# 串联滞后校正控制设计例子-2

## □ 分析与解：

□ (3) 相角裕度为  $180^\circ - 90^\circ - \arctan 0.16 - \arctan 0.32 - \arctan 3.2 = 90^\circ - 9.1^\circ - 17.7^\circ - 72.4^\circ = -9.2^\circ$ 。不稳定，需要校正。

□ (4) 根据要求的相角裕度  $40^\circ$  加上补偿  $20^\circ$ ，确定校正后系统的交越频率  $\omega_c^*$ ，即令  $180^\circ - 90^\circ - \arctan 0.1\omega_c^* - \arctan \omega_c^* = 60^\circ$  (注意这里忽略了相对较小的  $\arctan 0.05\omega_c^*$ ) 得到

$$\arctan \frac{0.1\omega_c^* + \omega_c^*}{1 - 0.1\omega_c^* \cdot \omega_c^*} = 30^\circ \Rightarrow \frac{1.1\omega_c^*}{1 - 0.1\omega_c^{*2}} = 0.577 \Rightarrow \omega_c^* = 0.51$$

□ (5) 计算  $b = |KP(i\omega_c^*)| = 10 / (0.51 \times 1.12) = 17.5$ 。

□ (6) 计算  $T = 10 / \omega_c^* = 20$ 。

□ (7) 控制器  $C(s) = \frac{20s + 1}{350s + 1}$



# 串联PI校正控制设计例子-1

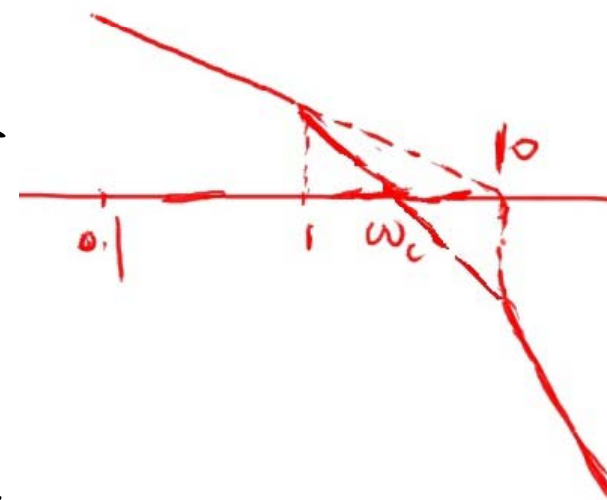
□ 例：设过程的传递函数为  $P(s) = \frac{10}{s(0.05s+1)(0.1s+1)(s+1)}$ ，试设计校正装置，使校正后闭环系统满足：(1)  $r(t)=t$  时稳态误差  $\leq 0.1$  (2) 相角裕度  $\geq 40^\circ$ 。(与前面的例题一样)

□ 分析与解：

□ (1) 过程是 I 型系统，这里采用 PI 校正消除斜坡输入的稳态误差同样也满足要求，即采用 PI 结构控制器

$$C(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{Ts}\right) \quad \text{确定两个参数 } K_p \text{ 和 } T$$

□ (2) 开环系统的转折频率顺序为 20, 10, 1。手绘幅频曲线，可得交越频率的范围  $1 \leq \omega_c \leq 10$ ，近似计算：令  $|KP(i\omega)| \approx 10/\omega^2 = 1$ ，得  $\omega_c = 3.2$  (rad/s)。或用三角法。



# 串联滞后校正控制设计例子-2

## □ 分析与解：

□ (3) 相角裕度为  $180^\circ - 90^\circ - \arctan 0.16 - \arctan 0.32 - \arctan 3.2 = 90^\circ - 9.1^\circ - 17.7^\circ - 72.4^\circ = -9.2^\circ$ 。不稳定，需要校正。

□ (4) 根据要求的相角裕度  $40^\circ$  加上补偿  $20^\circ$ ，确定校正后系统的交越频率  $\omega_c^*$ ，即令  $180^\circ - 90^\circ - \arctan 0.1\omega_c^* - \arctan \omega_c^* = 60^\circ$  (注意这里忽略了相对较小的  $\arctan 0.05\omega_c^*$ ) 得到

$$\arctan \frac{0.1\omega_c^* + \omega_c^*}{1 - 0.1\omega_c^* \cdot \omega_c^*} = 30^\circ \Rightarrow \frac{1.1\omega_c^*}{1 - 0.1\omega_c^{*2}} = 0.577 \Rightarrow \omega_c^* = 0.51$$

□ (5) 计算  $K_p = 1 / |P(i\omega_c^*)| = (0.51 \times 1.12) / 10 = 0.057$ 。

□ (6) 计算  $T = 10 / \omega_c^* = 20$ 。

□ (7) 控制器  $C(s) = \frac{0.057(20s + 1)}{20s}$

此时斜坡输入的稳态误差为0。

# 串联滞后校正与PI校正的MATLAB数值计算程序

- clear all
- clear figures
- numP=10;
- denP=conv([0.05 1 0],conv([0.1 1],[1 1]));
- P=tf(numP,denP)
- margin(P);hold on
- %标准滞后校正
- numPC=10\*[20 1]
- denPC=conv([0.05 1 0],conv([0.1 1],conv([1 1],[350 1])));
- PC=tf(numPC,denPC)
- margin(PC);

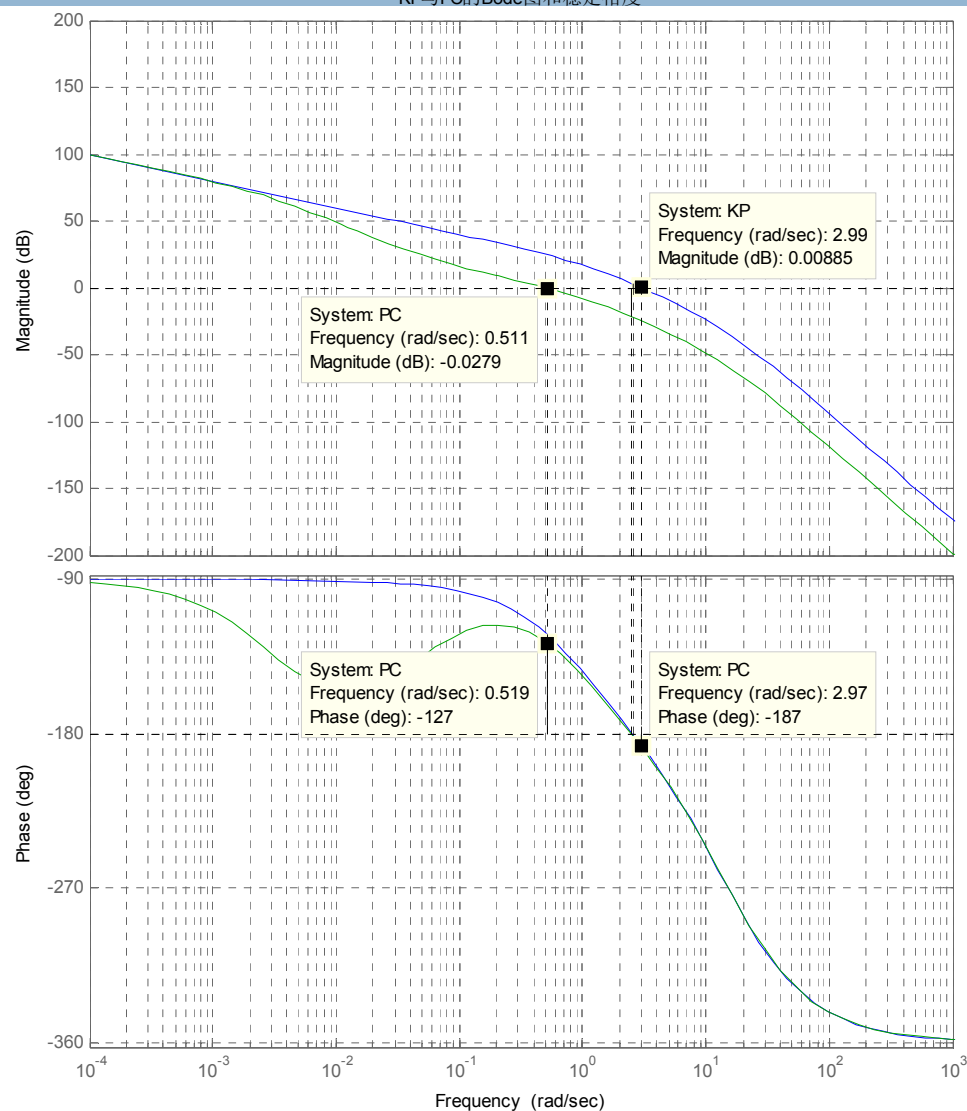
$$\text{std\_lag} : P(s)C(s) = \frac{10}{s(0.05s+1)(0.1s+1)(s+1)} \frac{20s+1}{350s+1}$$

$$\text{PI\_lag} : P(s)C(s) = \frac{10}{s(0.05s+1)(0.1s+1)(s+1)} \frac{0.057(20s+1)}{20s}$$

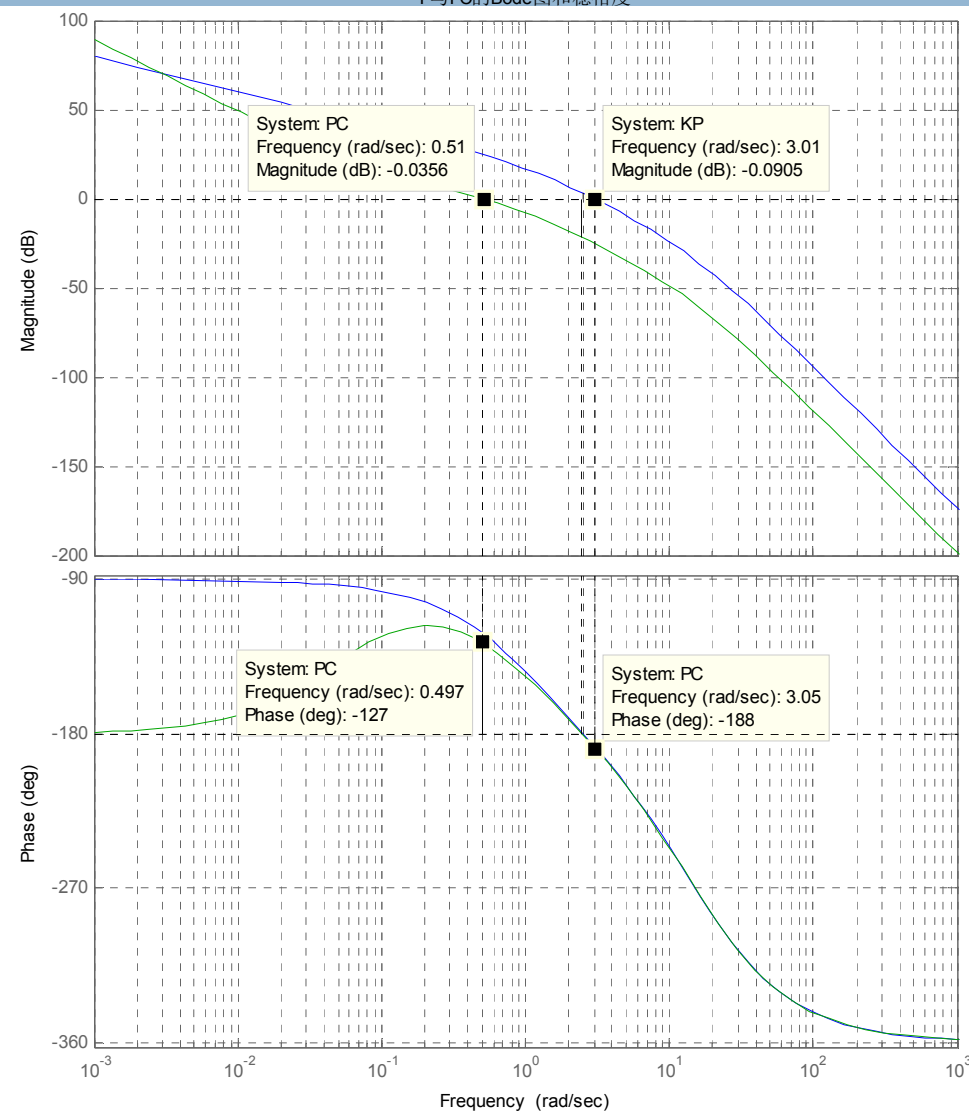
- %PI校正
- numPC=0.57/20\*[20 1]
- denPC=conv([1 0],conv([0.05 1 0],conv([0.1 1],[1 1])));
- PC=tf(numPC,denPC)
- margin(PC);

# 串联滞后校正与PI校正的MATLAB数值计算结果

KP与PC的Bode图和稳定裕度

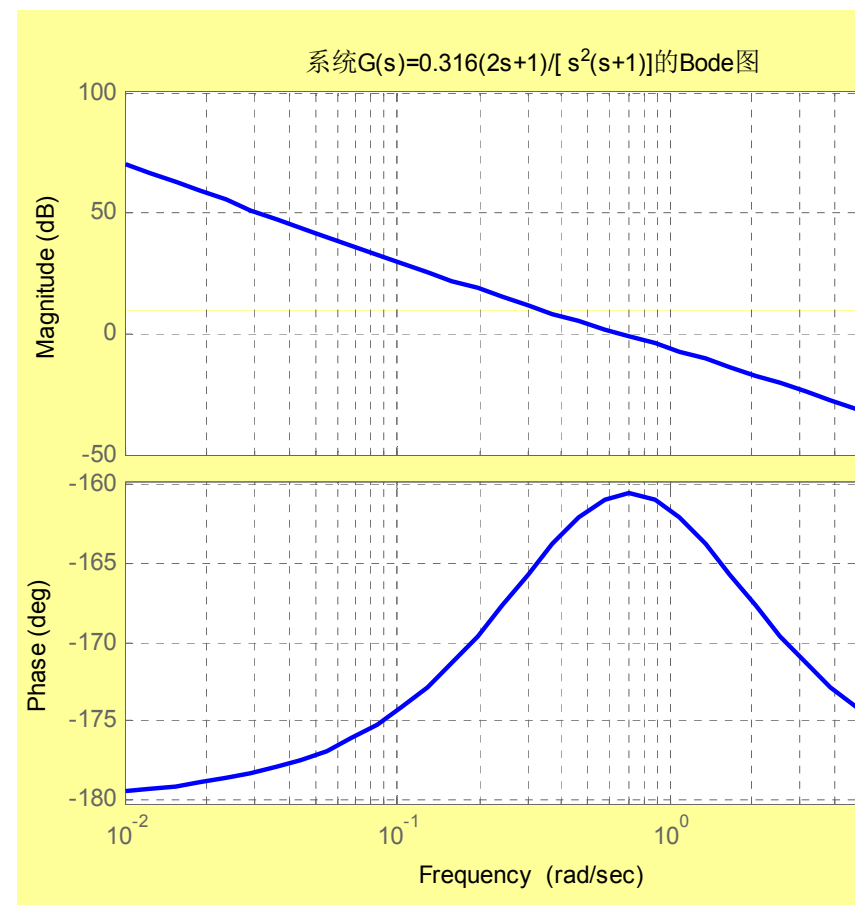


P与PC的Bode图和稳定裕度



# 滞后校正总结

- PI参数可以由滞后校正获得(从前面近似公式)
- 滞后校正的效果:
  - ▣ 增加相角裕度, 提高系统相对稳定性;
  - ▣ 抬高低频分贝数, 减少稳态误差;
  - ▣ 系统带宽降低, 系统快速性能受限。
- 使用PI校正可实现无稳态误差补偿。  
为降低稳态误差, 推荐使用PI校正。
- 串联超前校正限制
  - ▣ 如果被控对象的相角储备不足, 例如含有双积分环节时, 或者不允许降低系统的带宽时, 不能使用滞后校正和PI控制。



这一讲就到这里！



## 第七讲 最小相位系统试探滞后-超前校正

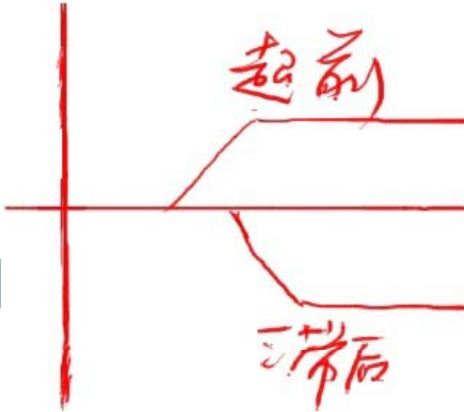
超前校正由于在交越频率处增加超前相角，改善相角稳定裕度，同时也提高系统的带宽，增加了响应的快速性，获得满意的响应特性，但对高频测量噪声敏感。

滞后校正通过提高低频段的增益，在保持稳定裕度和响应特性不变的前提下改善稳态误差精度，同时也降低系统的带宽，抑制高频测量噪声、降低系统的快速性。

结合超前校正与滞后校正的优点，取长补短，折衷设计滞后-超前校正控制器。



# 超前与滞后校正的比较



## 串联超前(或PD)校正和滞后(或PI)校正的比较

校正方式	超前或PD校正	滞后或PI校正
方法	在交越频率处增加超前相角	提高低频段的增益
目的	改善相角稳定裕度和响应性能	在保持稳定裕度和响应特性不变的前提下改善稳态误差精度
应用	对快速性有要求的场合	对稳态精度有特别的要求
结果	提高系统的带宽	减低系统的带宽
优点	获得满意的响应特性	抑制高频测量噪声
	提高快速性	提高稳态精度
缺点	对高频测量噪声敏感	降低系统的快速性
限制	不允许提高交越频率、或交越频率附近相角急剧下降时无法使用	不允许降低系统带宽、或降低频率无法提高相角裕度时不能使用



# 滞后-超前校正和PID控制

$$C(s) = K \frac{Ts + 1}{bTs + 1} \frac{a\tau s + 1}{\tau s + 1}$$



$$C(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{T_d s / N + 1} \right)$$

- 比例系数  $K$  用于抑制指令跟踪误差。
- 超前部分设置在中频段，用于提高相角裕度  $\varphi_m$ 。
- 滞后部分设置在低频段，用于抑制高频噪声，并调整交越频率  $\omega_c$ 。
- 控制器的参数
  - $K$  ----和稳态误差相关
  - $T$  ----和剪切频率相关
  - $\tau$  ----和剪切频率相关
  - $a$ 、 $b$  ----和相角裕度相关

- 微分部分作用于中频段，用于提高相角裕度。
- PI 部分作用于低频段，用于消除稳态误差。
- 比例系数  $K_p$  用于调整交越频率  $\omega_c$ 。
- 控制器的参数
  - $K_p$  (比例)
  - $T_i$  (积分时间常数)
  - $T_d$  (微分时间常数)

# 串联滞后-超前校正的步骤-1

原系统为  $P$ ，要求校正后的系统指标

$$e_{ss}^*, \omega_c^*, \varphi_m^*(s_m^*), h_m^*$$

$s_m^*$  is transformed to  $\varphi_m^*$  by using  $\varphi_m^* \geq 2 \arcsin s_m^*$

- 确定校正后系统的开环静态增益  $K$ 。
- 绘出的  $KP(i\omega)$  的对数幅频特性曲线，计算交越频率和相角裕度。
- 适合滞后校正吗？满足  $180^\circ + \angle KP(i\omega_c^*) > \varphi_m^* + (5^\circ \sim 20^\circ)$  足够的相角储备
- 适合超前校正吗？满足  $\gamma_m' = \varphi_m^* - \varphi_m^0 + (5^\circ \sim 20^\circ) < 60^\circ$  要求控制器提供的相角不要太大
- 否则，进行滞后-超前校正。

## 串联滞后-超前校正的步骤-2

□ 选定校正后的交越频率  $\omega_c = \omega_m = \omega_c^*$

□ 计算超前部分  $C_1(s) = \frac{a\tau s + 1}{\tau s + 1}$  的**最大超前角**、 **$a$** 和 **$\tau$** 。

$$\gamma_m = \phi_m^* - [180^\circ + \angle P(i\omega_c)] + \delta, \quad \delta = 5^\circ \sim 20^\circ \quad a = \frac{1 + \sin \gamma_m}{1 - \sin \gamma_m} \quad \tau = \frac{1}{\omega_m \sqrt{a}}$$

□ 为了使  $KPC_1$  在  $\omega_c(\omega_m)$  处的幅值拉到1, 引入滞后校正  $C_2(s) = \frac{Ts + 1}{bTs + 1}$

$$20\lg |KP(i\omega_c)| + 20\lg \left| \frac{a\tau s + 1}{\tau s + 1} \right| + 20\lg \left| \frac{Ts + 1}{bTs + 1} \right| = 0$$

$$T = (5 \sim 10) / \omega_c \quad \downarrow \quad \tau = \frac{1}{\omega_c \sqrt{a}}$$

$$T = (5 \sim 10) /$$

$$20\lg b = |KP(i\omega_c)|_{\text{dB}} + 10\lg a \quad \Rightarrow \quad \left| \frac{K \cdot \sqrt{a} \cdot P(i\omega_c)}{b} \right| = 1 \quad \Rightarrow \quad \text{参数 } b$$

## 串联滞后-超前校正的步骤-3

- 为减小高频噪声的影响，可以附加高频二阶环节，使系统具有**高频滚降特性**：

$$C_3(s) = \frac{1}{(T_0 s)^2 + 2T_0 \zeta_0 s + 1} \quad \zeta_0 = 0.5 \quad T_0 = 0.1 / \omega_c$$

- 写出**校正装置**并验证性能指标

$$C(s) = K \frac{Ts + 1}{bTs + 1} \frac{a\tau s + 1}{\tau s + 1} \frac{1}{(T_0 s)^2 + 2T_0 \zeta_0 s + 1}$$

**注意：**若系统含有小阻尼谐振环节，应使用模裕度参数进行校核，以防误判。

# 串联滞后-超前校正例子-1

- 例：针对单位反馈系统，假定被控对象为具有机械谐振环节的机电系统，其开环传递函数为

$$P(s) = \frac{s^2 + 0.12s + 1.1}{s(s+2)(s^2 + 0.08s + 1)}$$

- 试设计滞后-超前校正装置，使校正后系统的速度误差系数 $K_v = 10$ ，模裕度 $s_m^* \geq 0.5$ ，交越频率 $\omega_c^* \geq 5 \text{ rad/s}$ 。
- 分析与解：(1)被控对象含有阻尼分别为0.057和0.04的谐振环节

$$s^2 + 0.12s + 1.1$$

$$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2$$

$$\zeta = 0.057$$

$$s^2 + 0.08s + 1$$



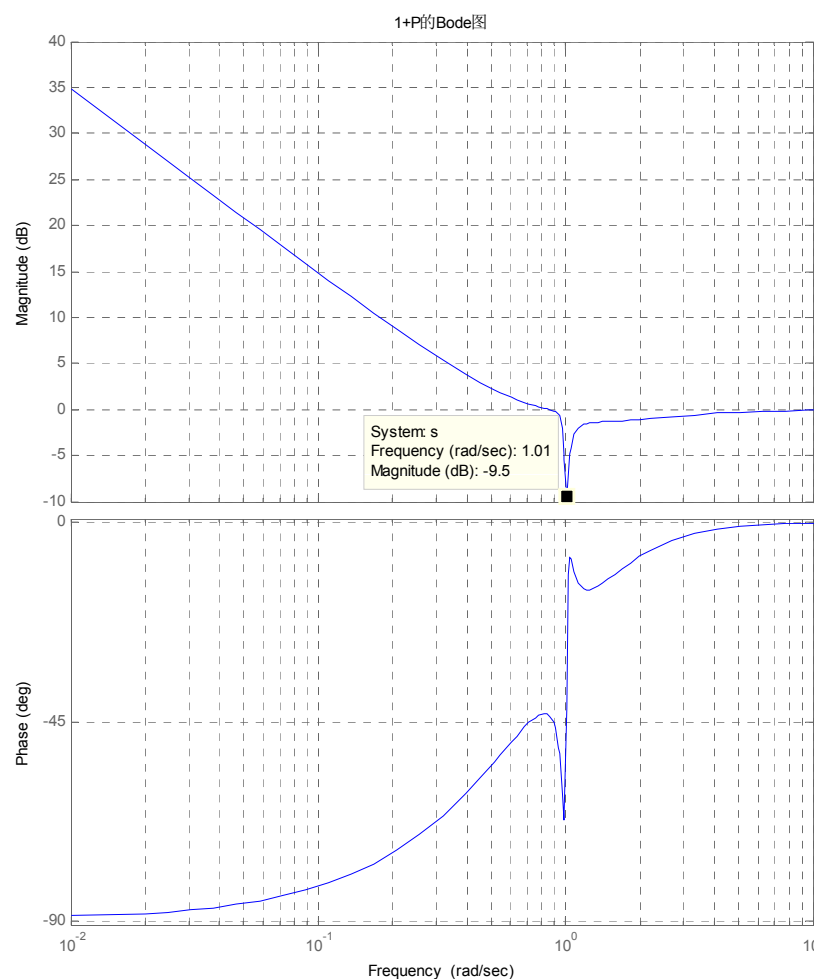
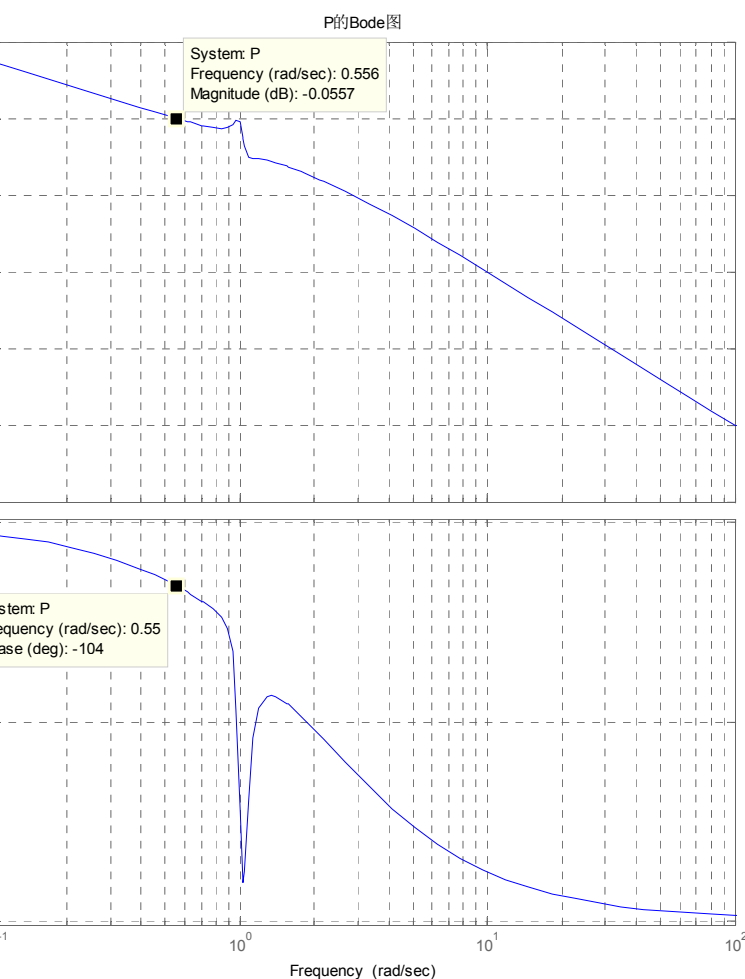
$$\zeta = 0.04$$



要考虑模裕度

# 串联滞后-超前校正例子-2

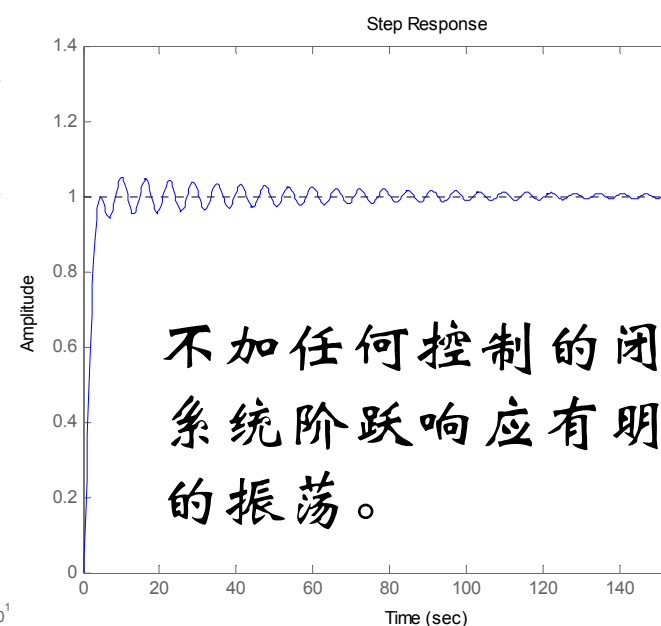
□ 分析与解：(2) 其原始频率特性如下



从图中可以看出：

- ✓ 交越频率为  $0.55 \text{ rad/sec}$
- ✓ 模裕度为  $-9.5 \text{ dB} = 0$

两者均不符合期望性能指标。



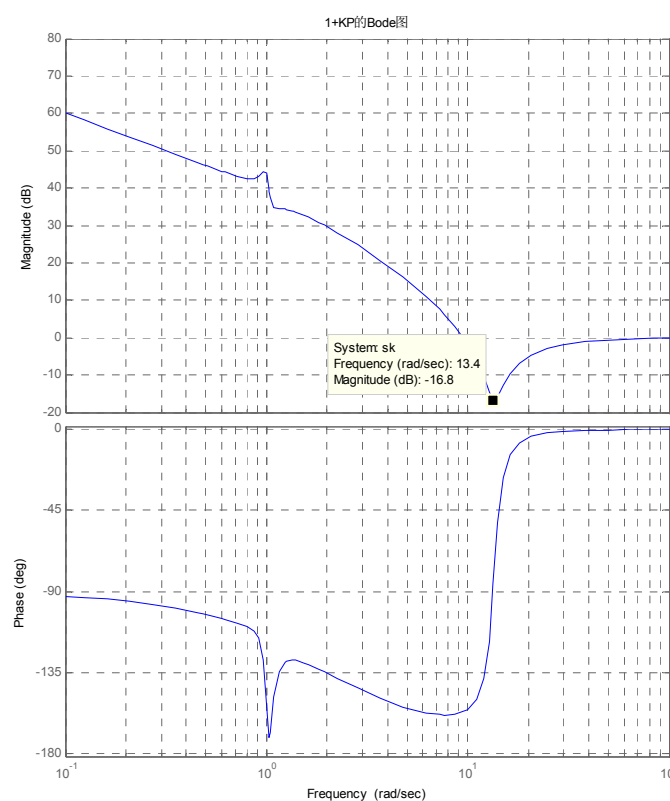
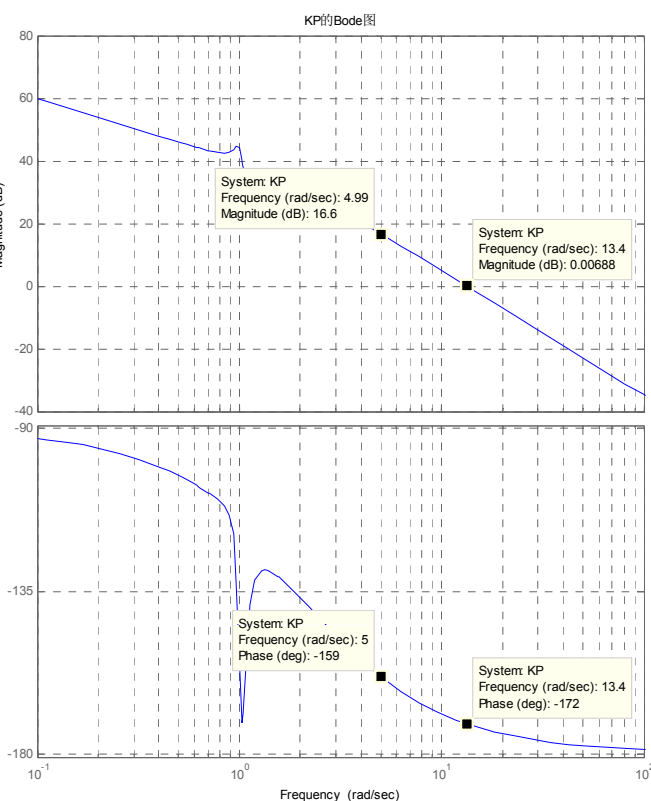
不加任何控制的闭环系统阶跃响应有明显的振荡。

# 串联滞后-超前校正例子-3

□ 分析与解：(3) 由校正后系统的稳态误差要求，确定校正控制器的静态增益

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sKP(s) = K_v^* = 100 \rightarrow \frac{1.1}{2 \times 1} K = 100 \rightarrow K = 181.8$$

□ (4) 画出KP的Bode图，确定校正前的系统的 $\omega_c^0$ ， $\varphi_m^0$



从图中可以看出：

✓ 交越频率为13.4rad/s

✓ 相角裕度为 $8^\circ$

✓ 模裕度为-16.8dB=0.145

虽然交越频率满足要求，  
但模裕度却相差更远了。

# 串联滞后-超前校正例子-4

□ 分析与解： (5)选择校正方式

□ 由模裕度要求，由  $\varphi_m^* \geq 2 \arcsin \frac{S_m^*}{2} \geq 28.9573^\circ$ ，可取  $\varphi_m^* = 35^\circ$ 。

$180^\circ + \angle KP(i\omega_c^*) = 180^\circ - 159^\circ = 21^\circ > \varphi_m^* + (5^\circ \sim 20^\circ) = 35^\circ + (5^\circ \sim 20^\circ)$  不成立

$\gamma'_m = \varphi_m^* - \varphi_m^0 + (5^\circ \sim 20^\circ) = 35^\circ - 8^\circ + (5^\circ \sim 20^\circ) < 60^\circ$  成立

说明不能单用滞后，但似乎可以单用超前控制器，不过下面采用**滞后-超前校正**。

□ (6)确定超前部分 取  $\omega_c = \omega_m = \omega_c^*$

取超前补偿角  $\gamma_m = \varphi_m^* - (180^\circ + \angle KP(i\omega_c^*)) + (5^\circ \sim 20^\circ) = 35^\circ - 21^\circ + 16^\circ = 30^\circ$

$$a = \frac{1 + \sin \gamma_m}{1 - \sin \gamma_m} = 3$$

$$\tau = \frac{1}{\omega_m \sqrt{a}} = \frac{1}{5 * \sqrt{3}} = 0.1155s$$

$$C_1(s) = \frac{0.3464s + 1}{0.1155s + 1}$$



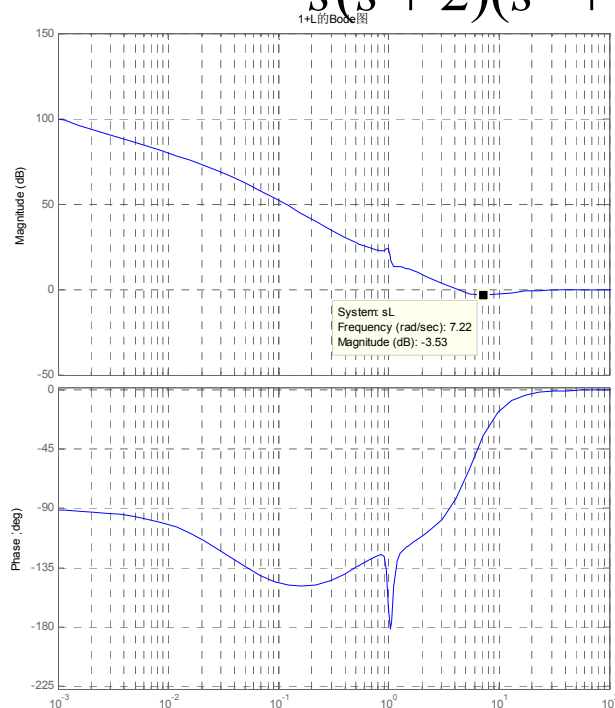
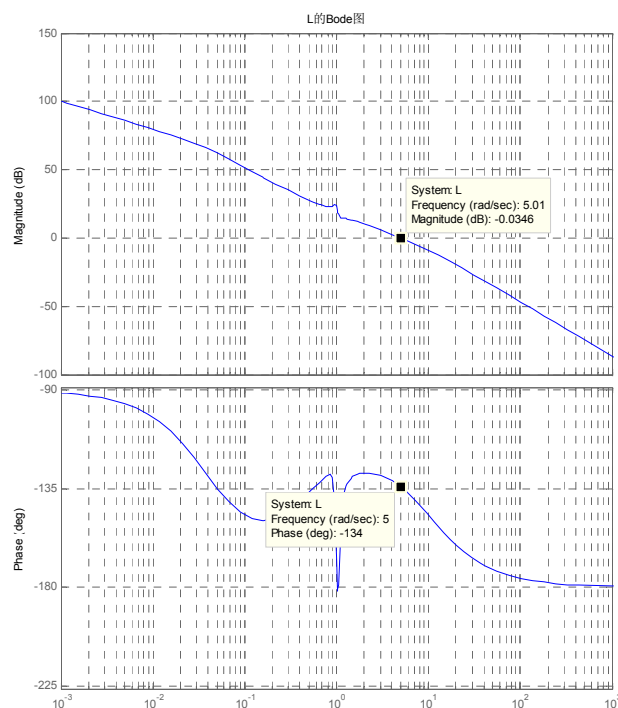
# 串联滞后-超前校正例子-5

$$T = 10 / \omega_c = 2s \implies C_2(s) = \frac{2s + 1}{23.420s + 1}$$

□ 分析与解： (6) 确定滞后部分

$$\left| \frac{\sqrt{a} \cdot KP(i\omega_c)}{b} \right| = 1 \implies 20 \lg b = 10 \lg a + 20 \log |KP(i\omega_c)| = 4.7712 + 16.6 = 21.3712 \implies b = 11.7$$

□ (7) 验算  $L(s) = KPC_1(s)C_2(s) = 181.8 \frac{s^2 + 0.12s + 1.1}{s(s+2)(s^2 + 0.08s + 1)} \frac{0.3464s + 1}{0.1155s + 1} \frac{2s + 1}{23.420s + 1}$



从图中可以看出：

✓ 交越频率为5rad/s

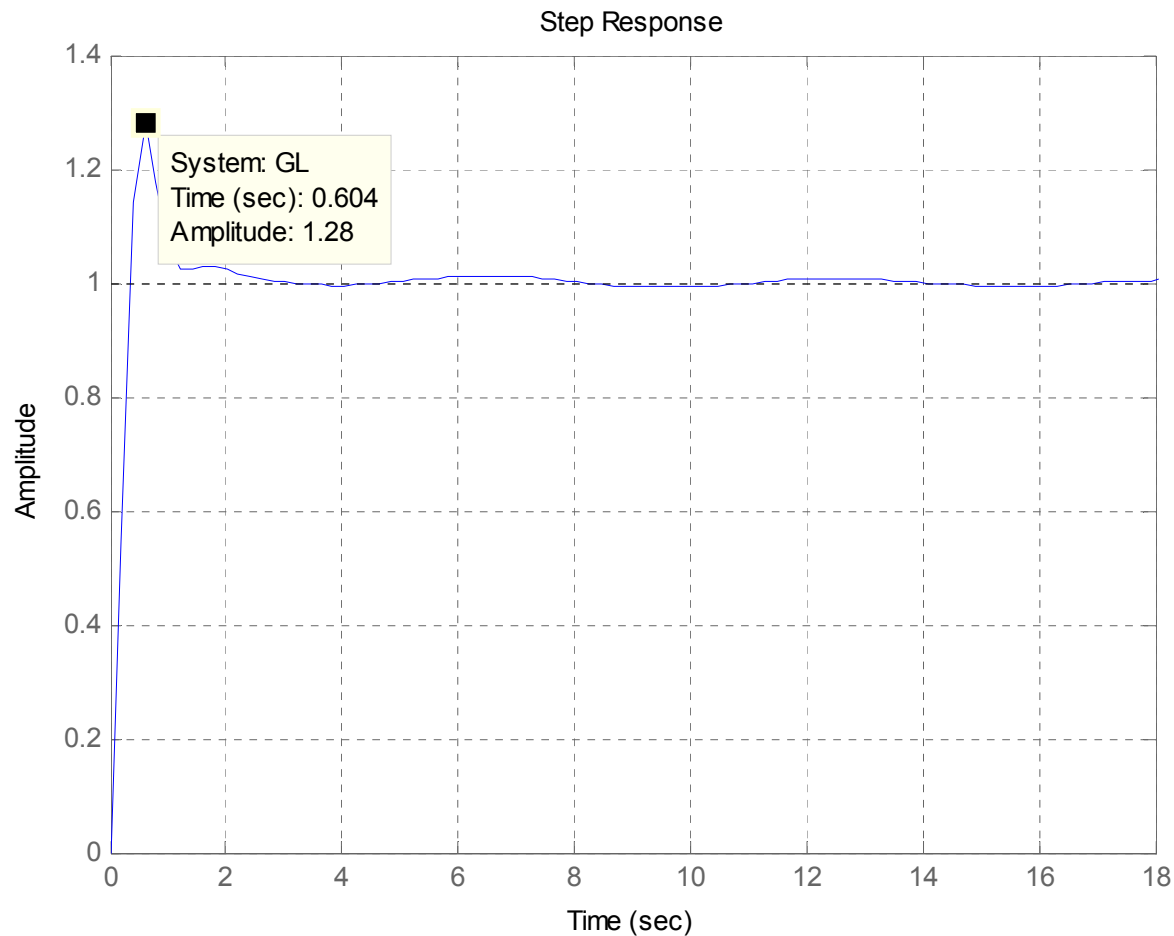
✓ 相角裕度为46°

✓ 模裕度为-3.53dB=0.66

各项指标满足要求。

# 串联滞后-超前校正例子-6

## □ (8) 阶跃响应



闭环系统阶跃响应的振荡明显降低，但这是以较大超调量(达28%)为代价的。若要进一步减少超调，还需寻求改善途径。

# 串联PID校正的步骤-1

原系统为 $P$ ，要求校正后的系统指标

$$e_{ss}^*, \omega_c^*, \varphi_m^*(s_m^*), h_m^*$$

$s_m^*$  is transformed to  $\varphi_m^*$  by using  $\varphi_m^* \geq 2 \arcsin s_m^*$

- 绘出的  $P(i\omega)$  的对数幅频特性曲线，计算交越频率和相角裕度。
- 适合PI校正吗？满足  $180^\circ + \angle KP(i\omega_c^*) > \varphi_m^* + (5^\circ \sim 20^\circ)$  足够的相角储备
- 适合PD校正吗？满足  $\gamma_m' = \varphi_m^* - \varphi_m^0 + (5^\circ \sim 20^\circ) < 60^\circ$  要求控制器提供的超前相角不要太大
- 否则，进行滞后-超前校正。

## 串联PID校正的步骤-2

- 选定校正后的交越频率  $\omega_c = \omega_m = \omega_c^*$
- 计算超前部分  $C_1(s) = \frac{T_d s + 1}{T_d s / N + 1}$  的最大超前角、 $a$  和  $\tau$ 。

$$\gamma_m = \phi_m^* - [180^\circ + \angle P(i\omega_c)] + \delta, \quad \delta = 5^\circ \sim 20^\circ \quad N = \frac{1 + \sin \gamma_m}{1 - \sin \gamma_m} \quad T_d = \frac{\sqrt{N}}{\omega_m}$$

- 为了使  $KPC_1$  在  $\omega_c(\omega_m)$  处的幅值拉到1, 引入滞后校正  $C_2(s) = K_p(1 + \frac{1}{T_i s})$

$$20\lg |P(i\omega_c)| + 20\lg \left| \frac{T_d s + 1}{T_d s / N + 1} \right| + 20\lg \left| K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} \right) \right| = 0$$

$$T_i = (5 \sim 10) / \omega_c \quad \downarrow \quad T_d = \frac{\sqrt{N}}{\omega_m}$$

$$T_i = (5 \sim 10) / \omega_c$$

$$|P(i\omega_c)|_{dB} + 10\lg N + 20\lg K_p = 0 \Rightarrow |K_p \cdot \sqrt{N} \cdot P(i\omega_c)| = 1 \Rightarrow \text{参数 } K_p$$

## 串联PID校正的步骤- 3

- 为减小高频噪声的影响，可以附加高频二阶环节，使系统具有**高频滚降特性**：

$$C_3(s) = \frac{1}{(T_0 s)^2 + 2T_0 \zeta_0 s + 1} \quad \zeta_0 = 0.5 \quad T_0 = 0.1 / \omega_c$$

- 写出**校正装置**并验证性能指标

$$C(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s}\right) \frac{T_d s + 1}{T_d s / N + 1} \frac{1}{(T_0 s)^2 + 2T_0 \zeta_0 s + 1}$$

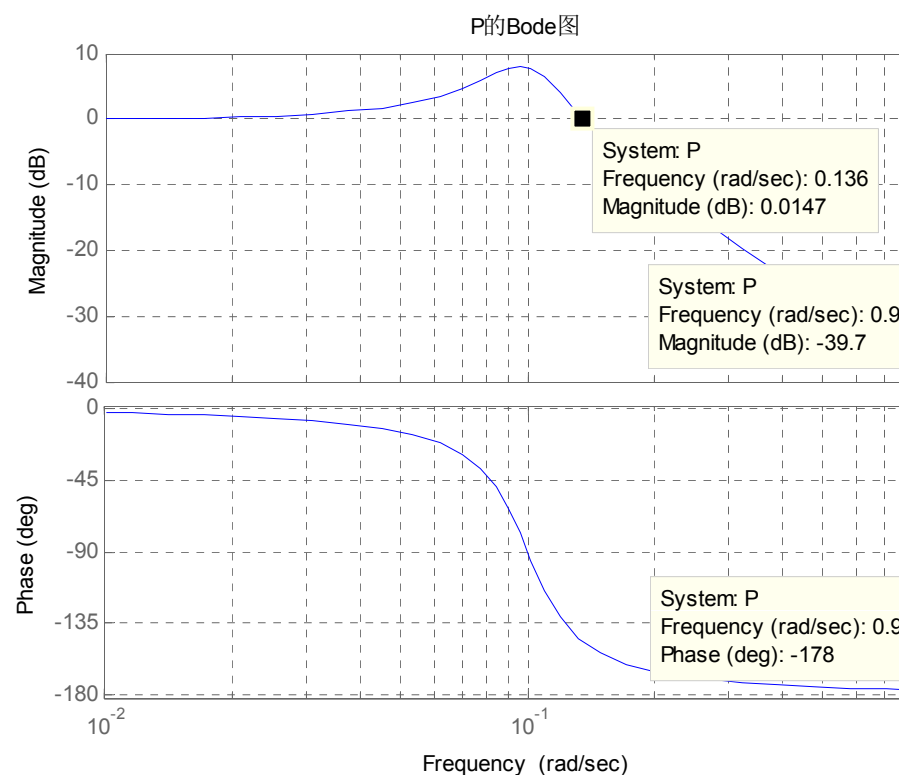
**注意：**若系统含有小阻尼谐振环节，应使用模裕度参数进行校核，以防误判。

# 串联PID校正例子-1

□ 例：设过程的传递函数为  $P(s) = \frac{1}{100s^2 + 4s + 1}$ ，试设计校正装置，使校正后闭环系统满足：(1) 消除恒值扰动；(2) 交越频率为 1 rad/s；(3) 相角裕度  $\geq 45^\circ$ ；(4) 具有高频 -80dB/dec 滚降特性。

□ 分析与解：

- 要消除恒值扰动，在校正装置中必须含有积分，在此应使用PI。
- 同时考虑到原过程的交越频率  $\omega_c^0 = 0.136 \text{ rad/s} < \omega_c^* = 1 \text{ rad/s}$ ，帮控制器中还应含有超前校正，在此采用PD
- 故这里采用**PID校正**



# 串联PID校正例子-2

□ 分析与解：选择校正后的交越频率  $\omega_c = \omega_m = \omega_c^* = 1 \text{ rad/s}$

□ PD部分

$$\gamma_m = \phi_m^* - [180^\circ + \angle P(i\omega_c)] + \delta = 45^\circ - 2^\circ + 12^\circ = 55^\circ \quad N = \frac{1 + \sin \gamma_m}{1 - \sin \gamma_m} = 10 \quad T_d = \frac{\sqrt{N}}{\omega_m} =$$

$$C_1(s) = \frac{T_d s + 1}{T_d s / N + 1} = \frac{3.16s + 1}{0.316s + 1}$$

□ PI部分  $T_i = 10 / \omega_c = 10 \text{ s}$

$$|P(i\omega_c)|_{\text{dB}} + 10 \lg N + 20 \lg K_p = 0 \Rightarrow 20 \lg K_p = 40 - 10 = 30 \Rightarrow K_p = 31.6$$

$$C_2(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s}\right) = 31.6 \left(1 + \frac{1}{10s}\right)$$

□ 高频滚降

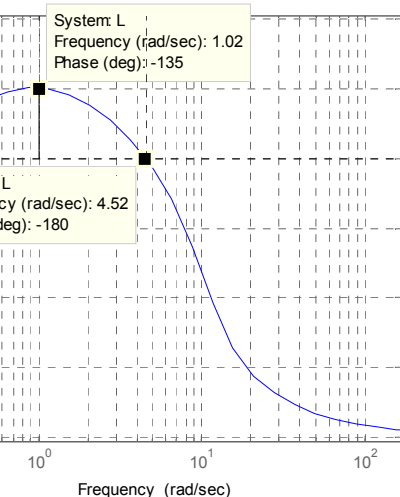
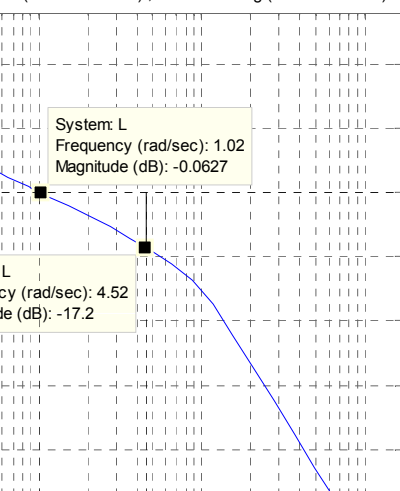
$$C_3(s) = \frac{1}{(T_0 s)^2 + 2T_0 \zeta_0 s + 1} \xrightarrow{\zeta_0 = 0.5 \quad T_0 = 0.1 / \omega_c = 0.1 \text{ s}} C_3(s) = \frac{1}{0.01s^2 + 0.1s + 1}$$

# 串联PID校正例子-3

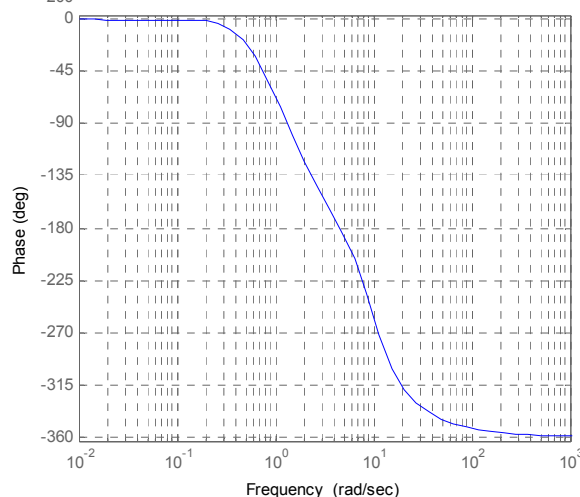
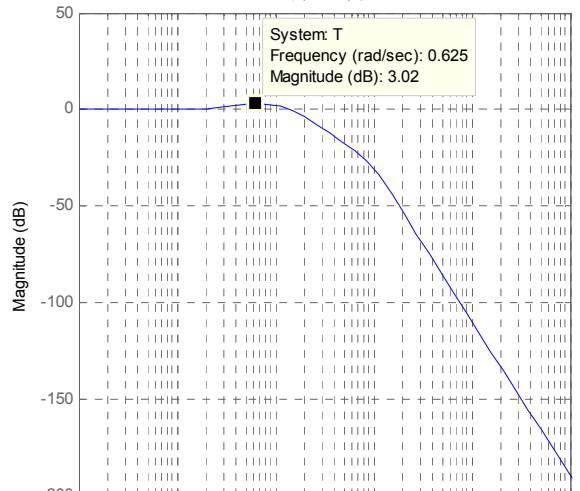
□ 验算

$$L(s) = PC_1(s)C_2(s)C_3(s) = 31.6 \frac{1}{100s^2 + 4s + 1} \frac{3.16s + 1}{0.316s + 1} \left(1 + \frac{1}{10s}\right) \frac{1}{0.01s^2 + 0.1s + 1}$$

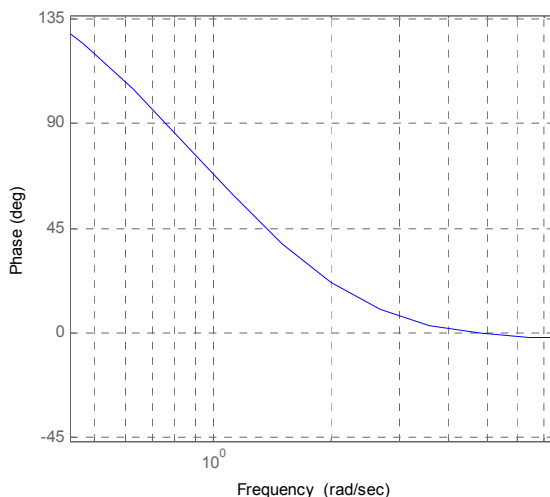
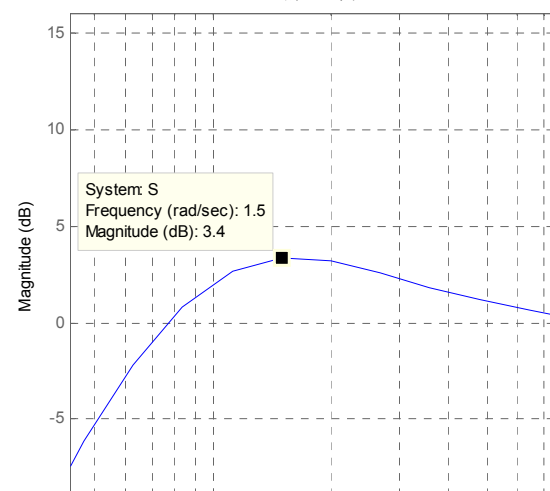
Bode Diagram  
dB (at 4.57 rad/sec), Pm = 45.7 deg (at 1.02 rad/sec)



T的Bode图



S的Bode图



$L(s)$ 含有谐振，故要用模裕

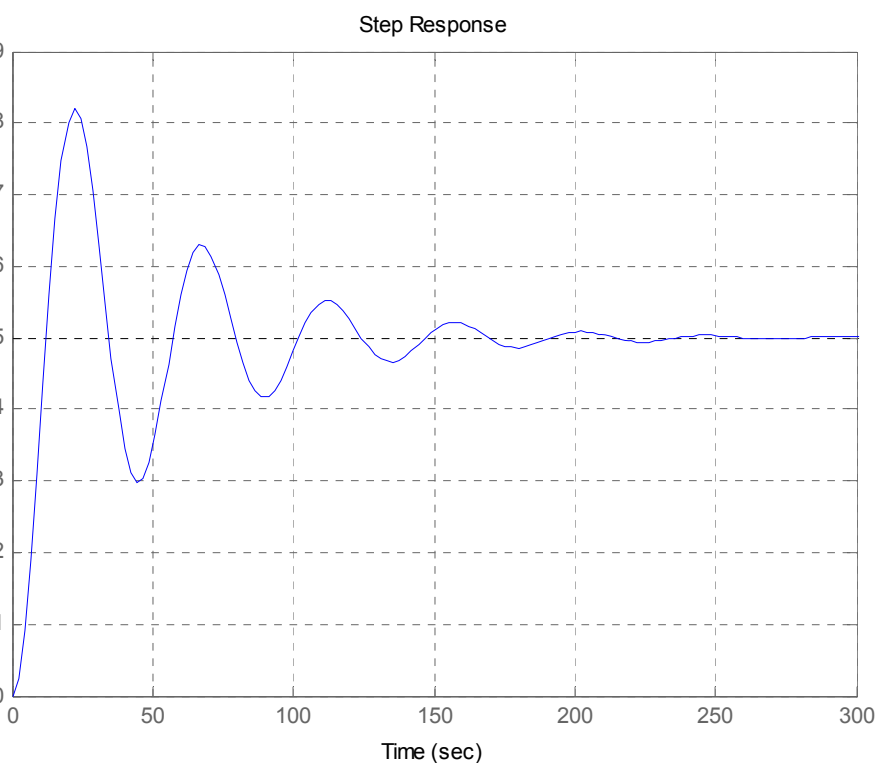
从图中可以看出：

- ✓ 交越频率为1rad/sec
  - ✓ 相角裕度为45.7°
  - ✓ 幅值裕度17.3dB
  - ✓  $1/\sin(\varphi_m/2)=1.29$
  - ✓  $M_r=3.04\text{dB}=1.42$
  - ✓  $M_s=3.4\text{dB}=1.48$
  - ✓ 模裕度为  $1/M_s=0.67$
- 符合已有关系，并  
项指标满足要求，  
有较好的鲁棒性。

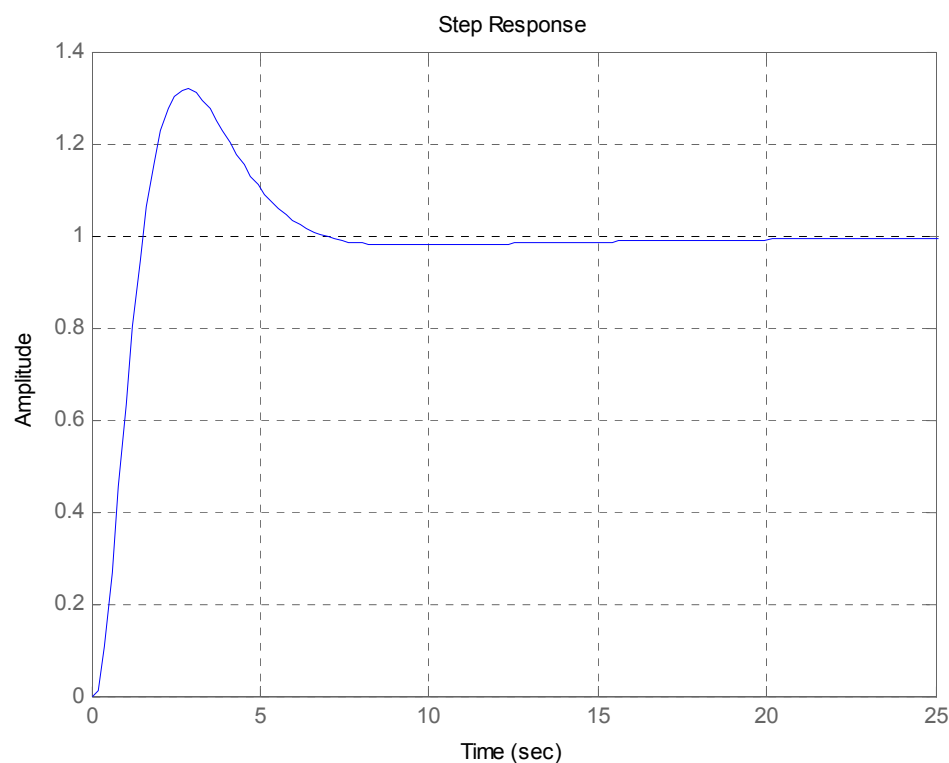


# 串联PID校正例子-4

## □ 阶跃响应



不校正的闭环系统



校正后的闭环系统

闭环系统阶跃响应消除了稳态差，振荡明显低，但这是以大超调量(达30%)为代价的。若进一步减少超调，还需寻求改善途径。

# 课外练习

## □ 永磁他励电枢控制式直流电机对象

$$G(s) = \frac{\Theta(s)}{U(s)} = \frac{K_d}{s(T_{em}s + 1)} \quad \begin{aligned} K_d &= k_t / (Rb + k_e k_t) \\ T_{em} &= JR / (Rb + k_e k_t) \end{aligned}$$

- (1) 标称参数取  $J=0.001\text{kgm}_2$ ,  $b=0.01\text{Nm}$ ,  $k_t=k_e=0.1\text{Nm/A}$ ,  $R=1\Omega$ 。在单位斜坡输入下  $e_{ss}^* \leq 0.02$ , 相角裕度  $\varphi_m^* \geq 50^\circ$ 。分别用超前校正和滞后校正设计。
- (2) 若标称参数取  $J=0.001\text{kgm}_2$ ,  $b=0.01/6\text{Nm}$ ,  $k_t=0.1\text{Nm/A}$ ,  $k_e=0.1/6\text{Nm/A}$ ,  $R=1\Omega$ 。在单位斜坡输入下  $e_{ss}^* \leq 0.02$ , 相角裕度  $\varphi_m^* \geq 50^\circ$ 。采用滞后-超前策略进行设计。
- (3) 接(2)问, 若要求校正后的开环系统交越频率大于  $50\text{rad/s}$ , 相角裕量  $\varphi_m^* \geq 60^\circ$ ; 闭环系统在给定为跃阶信号时无稳态误差; 负载扰动为阶跃信号时无稳态差。根据要求, 选择某一种方法设计校正控制器。

这一讲就到这里！



图图网 : tutu001.com

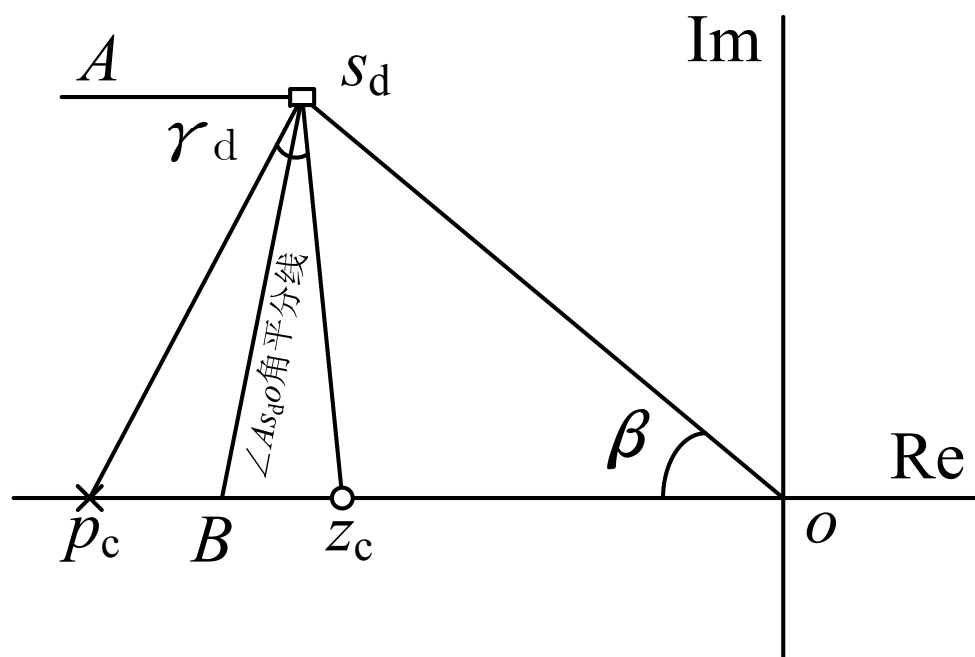
## 第八讲 基于根轨迹的最小相位系统超前校正

采用根轨迹法进行校正设计，主要的性能指标包括超调量、调节时间、稳态误差和期望的闭环极点。其主要思想是，假定期望闭环系统具有一对期望主导极点，系统的动态响应主要由这对主导极点决定。

串联超前校正主要用来改善系统的稳定性和动态特性。  
当原系统的阻尼比较小，相角裕度不够时，而期望闭环主导极点位于未校正系统根轨迹的左边时，可以采用串联超前校正。

# 基于根轨迹的超前校正基本思想

- 假设对原系统  $P(s)$  采用超前校正控制器形如  $C_1(s) = K_1 \frac{1}{a} \cdot \frac{aTs + 1}{Ts + 1} = K_1 \frac{s + 1/aT}{s + 1/T}$   
 其提供的超前角为  $\gamma_1 = \angle(s + 1/aT) - \angle(s + 1/T)$   $a > 1$   
 $= K_1 \frac{s - z_c}{s - p_c}$
- 假定期望闭环系统具有一对期望共轭主导极点  $s_d$
- 超前校正的零极点及主导极点分布图
- 由根轨迹相角条件



$$\angle C_1(s) + \angle P(s) = \gamma_1 + \angle P(s) = (2k + 1)\pi$$

要使  $s_d$  是根轨迹上的点，

$$\gamma_d = \angle C_1(s_d) = (2k + 1)\pi - \angle P(s_d)$$

为方便，取  $\angle As_d o$  的角平分线，其两边各取  $\gamma_d/2$  确定超前校正的极点和零点，如图所示。--- 非唯一取法

# 基于根轨迹的超前校正步骤

- 根据给出的性能指标求出相应的一对闭环主导极点
- 绘制未校正系统的根轨迹图。若根轨迹不通过期望的闭环主导极点，则表明仅通过调整增益不能满足性能指标，进一步若未校正系统的根轨迹位于期望闭环主导极点的右侧，则可以引入串联超前校正，使根轨迹向左移动。

- 加入校正装置后，应使期望闭环主导极点  $s_d$  位于根轨迹上，即校正装置提供的超前相角满足

$$C_1(s) = K_1 \frac{1}{a} \cdot \frac{aTs + 1}{Ts + 1} = K_1 \frac{s + 1/aT}{s + 1/T}$$
$$= K_1 \frac{s - z_c}{s - p_c}$$

$$\gamma_d = \angle C_1(s_d) = (2k + 1)\pi - \angle P(s_d) > 0$$

注意：满足条件的超前校正零极点位置选择不唯一，通常需要据未校正系统的零极点位置并计及易实现性确定。

- 校验：重新绘制加入校正装置后的系统根轨迹，检验是否满足要求。若不满足，则需要重新选择校正装置零极点的位置。

# 基于根轨迹的超前校正例题-1

□ 例：一控制系统如图所示，现要求满足下列性能指标，设计校正器

▣ 阶跃响应的最大超调量  $\sigma_p \leq 20\%$  ；

▣ 阶跃响应的调整时间  $t_s(5\%) \leq 1s$  ；

□ 解：

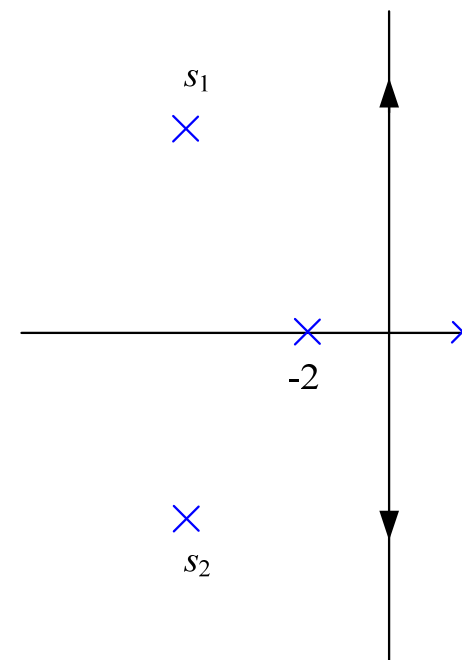
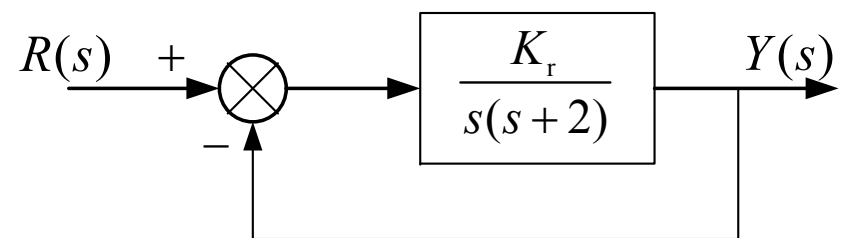
▣ (1) 首先确定闭环主导极点

$$\sigma_p = e^{-\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2}} \leq 20\% \Rightarrow \zeta \geq 0.46 \quad t_s = \frac{3}{\zeta\omega_n} \leq 1s$$

$$\omega_n = 6 \text{ rad/s} \quad \zeta = 0.5 \quad s_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} = -3 \pm j3\sqrt{3}$$

▣ (2) 绘制未校正系统根轨迹如图。未校正系统的根轨迹位于期望闭环主导极点的右侧，所以要引入串联超前校正

$$C_1(s) = K_1 \frac{s - z_c}{s - p_c}$$



# 基于根轨迹的超前校正例题-2

解：

$$P(s) = \frac{K_r}{s(s+2)}$$

$$C_1(s) = K_1 \frac{s - z_c}{s - p_c}$$

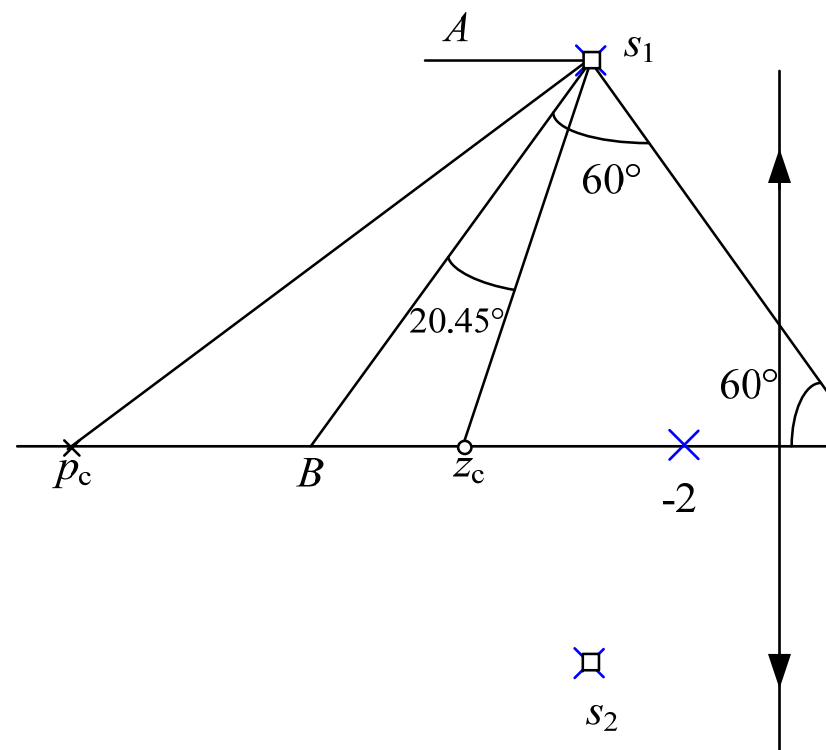
▣ (3) 校正装置提供的超前相角满足

$$\gamma_d = \angle C_1(s_1) = (2k+1)\pi - \angle P(s_1) = -180^\circ - \angle s_1 - \angle(s_1 + 2) = -180^\circ - (-120^\circ) - (-100.9^\circ) = 40.9^\circ$$

▣ (4) 画水平线  $As_1$ ，作角  $\angle As_1O$  平分线，其两边各取  $\gamma_d/2$  确定超前校正的极点和零点，由正弦定理

$$\frac{6}{\sin 80.45} = \frac{-z_c}{\sin 39.55}, \quad \frac{6}{\sin 39.55} = \frac{-p_c}{\sin 80.45}$$

得  $s_1 p_c$  与负实轴交于 -9.2922， $s_1 z_c$  与负实轴交于 -3.8742。





# 基于根轨迹的超前校正例题-3

解：

(5) 画出校正后根轨迹，求 $s_1$ 点根轨迹增益

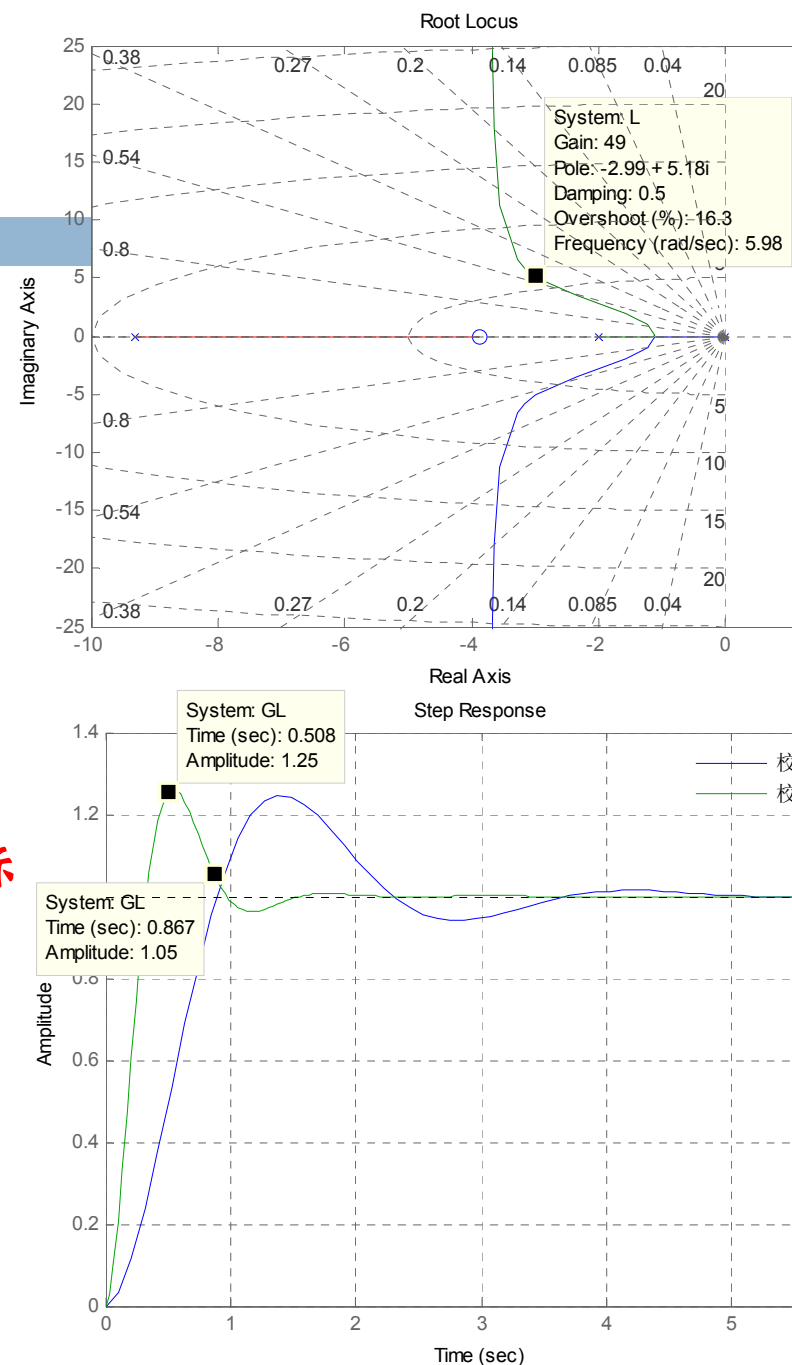
$$K_r K_1 = \frac{|\lambda_1| \cdot |\lambda_1 + 2| \cdot |\lambda_1 + 9.2922|}{|\lambda_1 + 3.8742|} = 49.1697$$

(6) 验证性能指标是否达到----**不满足性能指标**

$$C(s)P(s) = \frac{49.1697(s + 3.8742)}{s(s + 2)(s + 9.2922)}$$

$$\Phi(s) = \frac{49.1697(s + 3.8742)}{s(s + 2)(s + 9.2922) + 49.1697(s + 3.8742)}$$

怎么办？



# 课外练习

- 对例题重新选择超前校正控制器，使其满足性能指标。
  - ▣ 提示：从开环零点与极点对根轨迹的影响角度考虑，请参考第三章的第十四讲

这一讲就到这里！



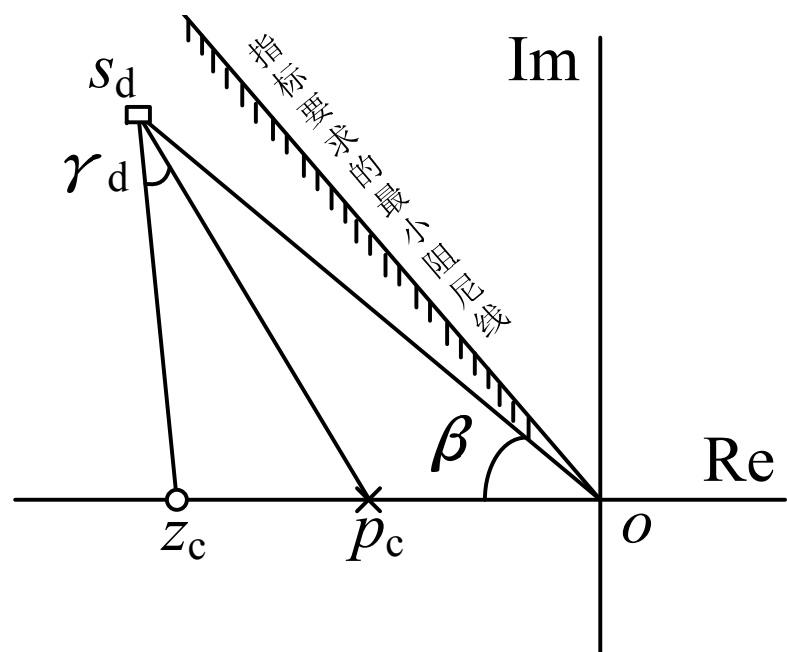
## 第九讲 基于根轨迹的最小相位系统滞后校正

采用根轨迹法进行校正设计，主要的性能指标包括超调量、调节时间、稳态误差和期望的闭环极点。其主要思想是，假定期望闭环系统具有一对期望主导极点，系统的动态响应主要由这对主导极点决定。

串联滞后校正主要用于改善系统的稳态性能，主要指开环增益。当系统有较为满意的暂态响应，但稳态性能有待提高时，可以采用串联滞后校正。

# 基于根轨迹的滞后校正基本思想

- 假设对原系统 $P(s)$ 采用滞后校正控制器形如  $C_2(s) = K_2 \frac{Ts+1}{bTs+1} = K_2 \frac{1}{b} \frac{s}{s - \frac{1}{bT}}$
- 其提供的滞后角(负值)为  $\gamma_2 = \angle(s+1/T) - \angle(s+1/bT)$   $b > 1$   $= K_2 \frac{1}{b}$
- 假定闭环系统期望共轭主导极点 $s_d$ 在未校正系统的根轨迹上
- 滞后校正的零极点及主导极点分布图 □ 由根轨迹相角条件



$$\angle C_2(s) + \angle P(s) = \gamma_2 + \angle P(s) = (2k+1)\pi$$

要使 $s_d$ 是根轨迹上的点, 必须

$$\gamma_d = \angle C_2(s_d) = (2k+1)\pi - \angle P(s_d)$$

一般使用滞后校正增加开环偶极子, 不影响远处根轨迹形状以及相应点处的根增益, 但可能影响根轨迹上各点开环比例系数。故滞后零极点分别与主导极点连线的夹角小于6度, 且距离原点很近, 通常取 $\angle z_c s_d O = 10^\circ$ 。---并非唯一

# 基于根轨迹的滞后校正步骤

- 绘制未校正系统的根轨迹图，根据给出的性能指标选择合适的参数使闭环主导极点 $s_d$ (近似)在此根轨迹上。----满足动态指标
- 若主导极点处开环增益 $K_{\text{original}}$ 不满足静态指标，则用滞后校正装置
- 加入滞后校正装置后，应使期望闭环主导极点 $s_d$ 位于根轨迹上，即校正装置提供的超前相角满足

$$\gamma_d = \angle C_2(s_d) = (2k+1)\pi - \angle P(s_d) < 0$$

$$\begin{aligned} C_2(s) &= K_2 \frac{Ts+1}{bTs+1} = K_2 \frac{1}{b} \frac{s+1/T}{s+1/bT} \\ &= K_2 \frac{1}{b} \frac{s-z_c}{s-p_c} \end{aligned}$$

注意：满足条件的超前校正零极点位置选择不唯一，通常以离原点较近的偶极子形式给出。

$$z_c = -1/T = \left(\frac{1}{5} \sim \frac{1}{10}\right) \text{Re}(s_d), b \geq \frac{K_{\text{excepted}}}{K_{\text{original}}}, K_2 = b$$

- 校验：重新绘制加入校正装置后的系统根轨迹，检验是否满足要求。若不满足，则需要重新选择校正装置零极点的位置。

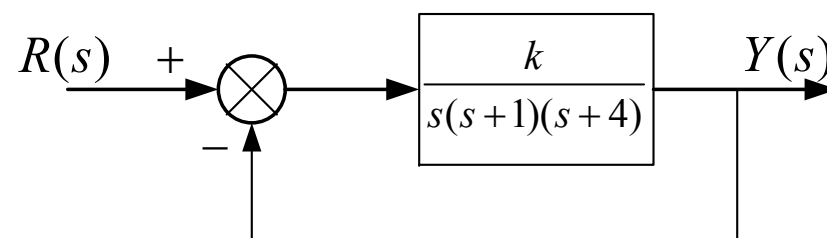
# 基于根轨迹的滞后校正例题-1

□ 例：系统如图所示，设其原有部分的开环传递函数为 $P(s)$ ，要求设计串联校正 $C(s)$ ，以满足

▣ 阶跃响应的最大超调量 $\sigma_p \leq 20\%$ ；

▣ 阶跃响应的调整时间 $t_s(5\%) \leq 10s$ ；

▣ 斜坡响应的稳态误差 $e_{ss} \leq 0.3$ 。



□ 解：取 $e_{ss} = 0.2$ ，将斜坡响应的稳态误差要求转化成 $K_{\text{expected}} \geq 5$ 。

▣ (1) 由给定性能指标，可求系统的阻尼比与自然频率分别为

$$\sigma_p = e^{-\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2}} = 16\% \Rightarrow \zeta = 0.5$$

$$t_s = \frac{4}{\zeta\omega_n} = 10s \Rightarrow \omega_n = 0.8 \text{ rad/s}$$

$$s_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} = -4 \pm j0.693$$

# 基于根轨迹的滞后校正例题-2

□ 解：

□ (2) 绘制未校正系统的根轨迹图，将期望主导极点代入根轨迹相角条件有

$$(-a \tan \frac{0.693}{0.4} + 180^\circ) + a \tan \frac{0.693}{0.6} + a \tan \frac{0.693}{3.6} = 180^\circ$$

在根轨迹上

□ (3) 求主导极点处的根轨迹增益为

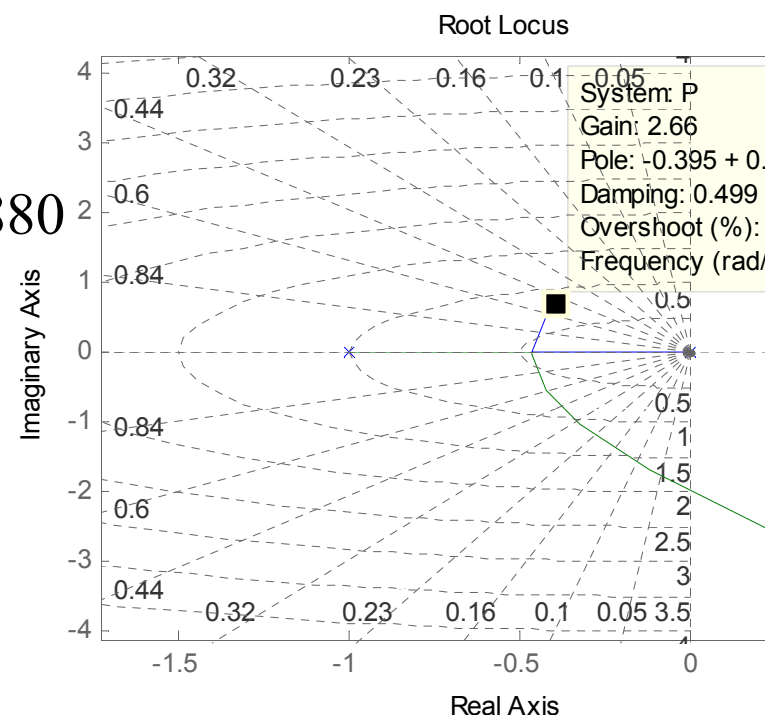
$$k = |-0.4 + i0.693| \cdot |-0.4 + i0.693 + 1| \cdot |-0.4 + i0.693 + 4| = 2.6880$$

□ (4) 对应的静态增益为  $K_{\text{original}} = k/4 = 0.672$ ,

显然不满足  $K_{\text{expected}} \geq 5$  的要求，为此引入串联  
滞后校正

$$C_2(s) = K_2 \frac{1}{b} \frac{s - z_c}{s - p_c}$$

按上述的取  $K_{\text{original}}$  的方法， $K_2$  可以令其为  $b$ 。

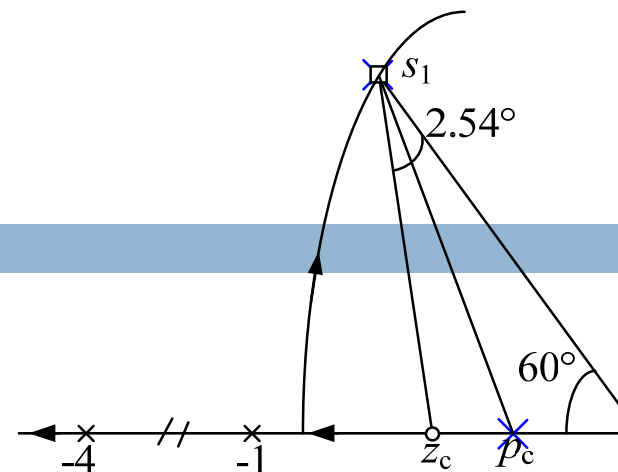




# 基于根轨迹的滞后校正例题-3

解：

$$C_2(s) = \frac{s - z_c}{s - p_c}$$



## □ (5) 选择滞后校正参数

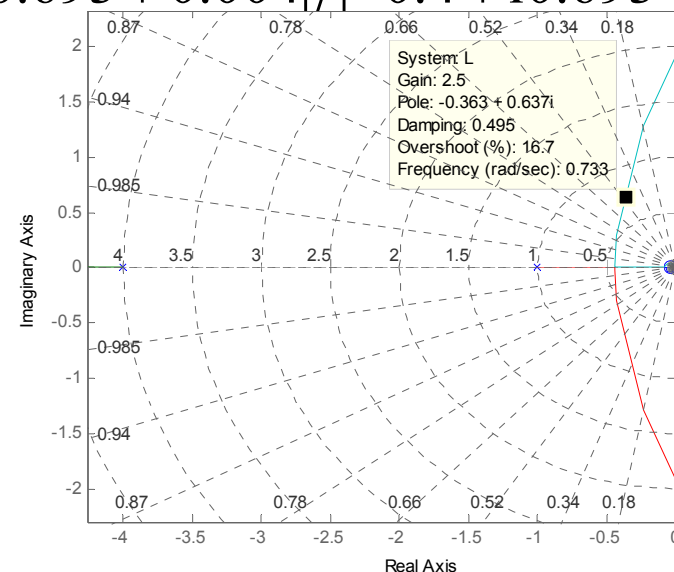
■ 从s1点引一直线，与阻尼线夹角为 $2.5425^\circ$ ，利用正弦定理，得与负实轴的交点为-0.04，即 $z_c = -1/T = -0.04$ 。而  $b \geq K_{\text{excepted}} / K_{\text{original}} = 7.44, b = 10$

## □ (6) 再次求主导极点处的根轨迹增益为

$$k = \frac{|-0.4 + i0.693| \cdot |-0.4 + i0.693 + 1| \cdot |-0.4 + i0.693 + 4| \cdot |-0.4 + i0.693 + 0.004|}{|-0.4 + i0.693|} = 2.7473$$

## □ (7) 验证静态性能指标是否达到----符合要求

$$C(s)P(s) = \frac{2.7473(s + 0.04)}{s(s + 1)(s + 4)(s + 0.004)} \Rightarrow K = 6.86825$$

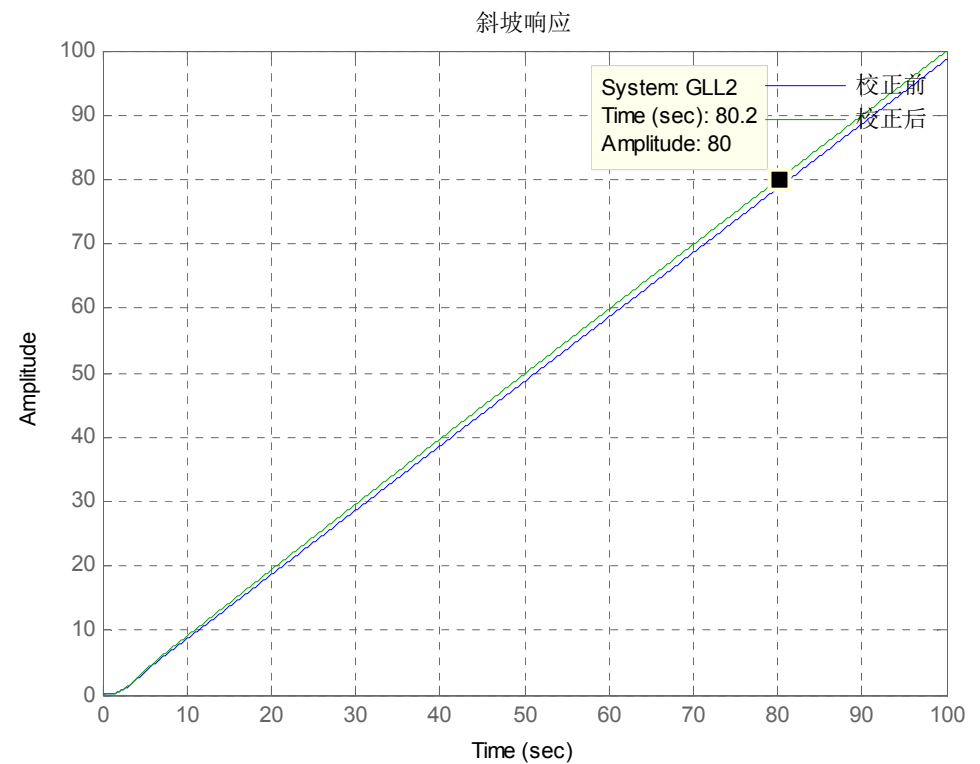
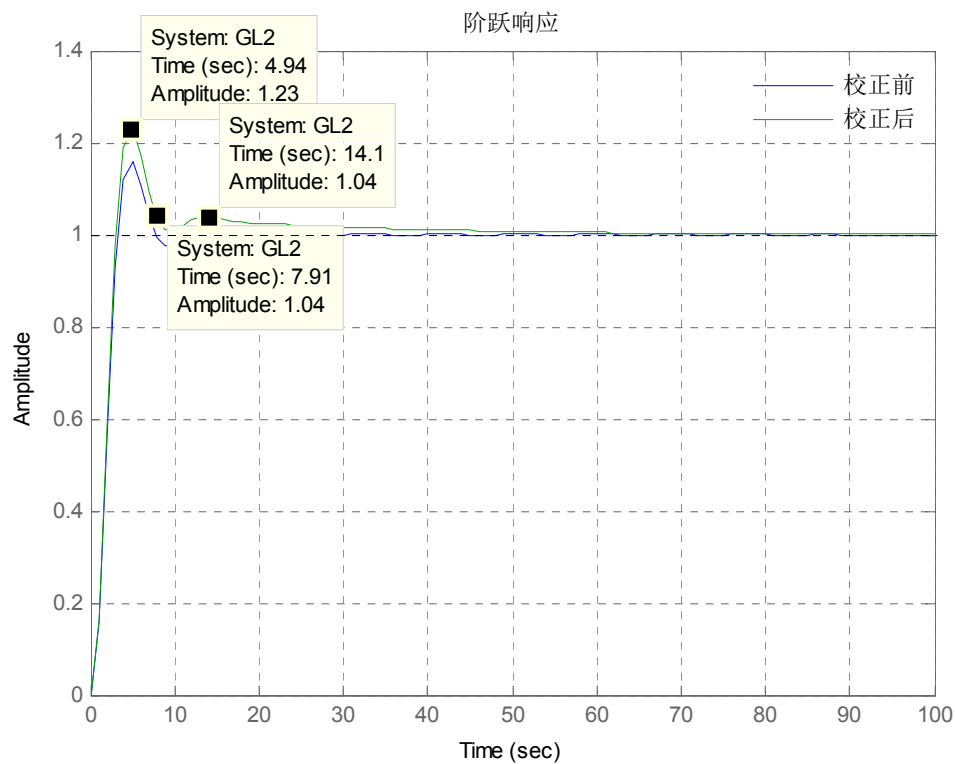


# 基于根轨迹的滞后校正例题-4

解：

(7) 响应情况---符合要求

$$\Phi(s) = \frac{2.7473(s + 0.04)}{s(s + 1)(s + 4)(s + 0.004) + 2.7473(s + 0.04)}$$



这一讲就到这里！



图图网 : tutu001.com

## 第十讲 基于根轨迹的最小相位系统滞后-超前校

采用根轨迹法进行校正设计，主要的性能指标包括超调量、调节时间、稳态误差和期望的闭环极点。其主要思想是，假定期望闭环系统具有一对期望主导极点，系统的动态响应主要由这对主导极点决定。

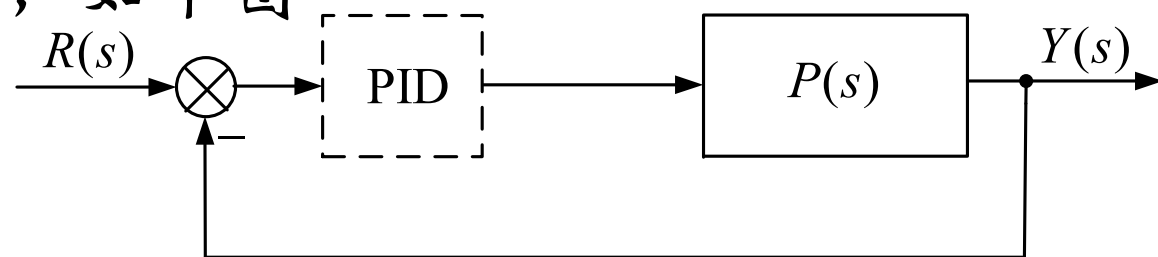
滞后-超前校正给要超前校正与滞后校正，可以在主导极点基本不变情况下提高开环静态增益，从而兼顾动态特性与静态特性。工业中常用的滞后超前校正正是PID。本讲从根轨迹角度讲实际PID控制器的设计。

# PID控制器的组合

- 在本章第三讲中已给出PID控制器的复域基本形式

$$C(s) \approx K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{T_d s / N + 1} \right) \approx K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \Rightarrow \begin{matrix} P \\ I \\ PI \\ PD \\ PID \end{matrix}$$

- 将PID控制器串联在对象之前，如下图



- 其开环传递函数

$$L(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) P(s) = \left( K_p + \frac{K_p}{T_i s} + K_p T_d s \right) P(s) = \left( K_p + K_I \frac{1}{s} + K_D s \right) P(s)$$

工业仪表与仪器用这种参数

$\left\{ \begin{array}{l} K_p - \text{比例系数;} \\ T_i - \text{积分时间常数;} \\ T_d - \text{微分时间常数} \end{array} \right.$

$K_p$ 、 $T_i$ 、 $T_D$ 三个参数分别为比例、积分、微分系数，它们均影响闭环系统根，这个内容在第三讲已讲述了，课后复习一下。

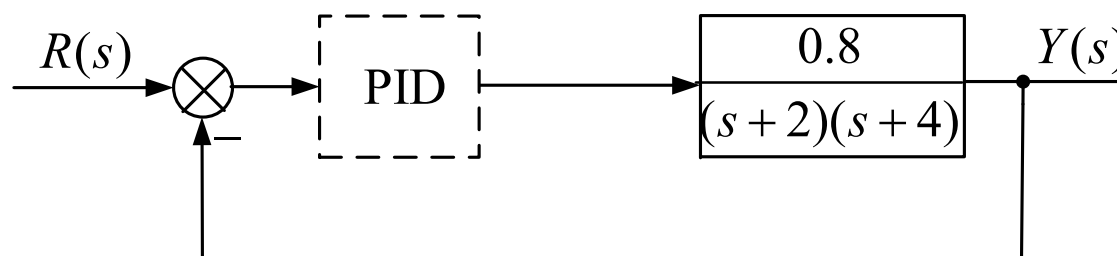
# PID控制器设计例子----课后练习

□ 例：已知某控制系统的如图所示，设计PID控制器，要求满足

▣ 阶跃响应的最大超调量  $\sigma_p \leq 5\%$  ；

▣ 阶跃响应的调整时间  $t_s(2\%) \leq 2s$  ；

▣ 阶跃响应的稳态误差  $e_{ss} \leq 0.1$  。



□ (1) 用P控制

□ (2) 用I控制

□ (3) 用PI控制

□ (4) 用PD控制

□ (5) 用PID控制

提示：从性能指标与闭环特征多项式出发，计及各参数对根轨迹的影响，合适选择P、I、D参数！

P ----关注的是当下

I ----关注的是历史

D ----关注的是将来

这一讲就到这里！



图图网 : tutu001.com



# 第十一讲 PID控制器及其再解释

PID控制器几乎是在反馈控制理论产生的同时出现的，尽管控制理论经历了经典控制理论、现代控制理论、大系统控制理论、智能化与鲁棒性控制理论等不同阶段的发展，PID控制器的应用至今仍很广泛，不仅工业生产过程控制系统，而且机电控制系统及电气传动系统采用PID控制模式也不少，而且即使是现代控制理论的新成果也没有取代PID调节器。

将比例P、积分I、微分D三方面的调节当作不可分割的整体来分析可以更易于理解PID内在的实质与道理，同时，它具有优化的结构、天生的鲁棒性、初步的人工决策功能，这些也正是其在许多的应用中PID调节器表现令人满意的原因。PID的参数整定至今仍然是一个未完美解决的问题。本讲给出PID参数整定的Ziegler-Nichols法则和经验试凑规律。本讲还对PID应用进行了总结与展望。



# 回顾PID在控制系统中的作用

## □ PID的复域形式

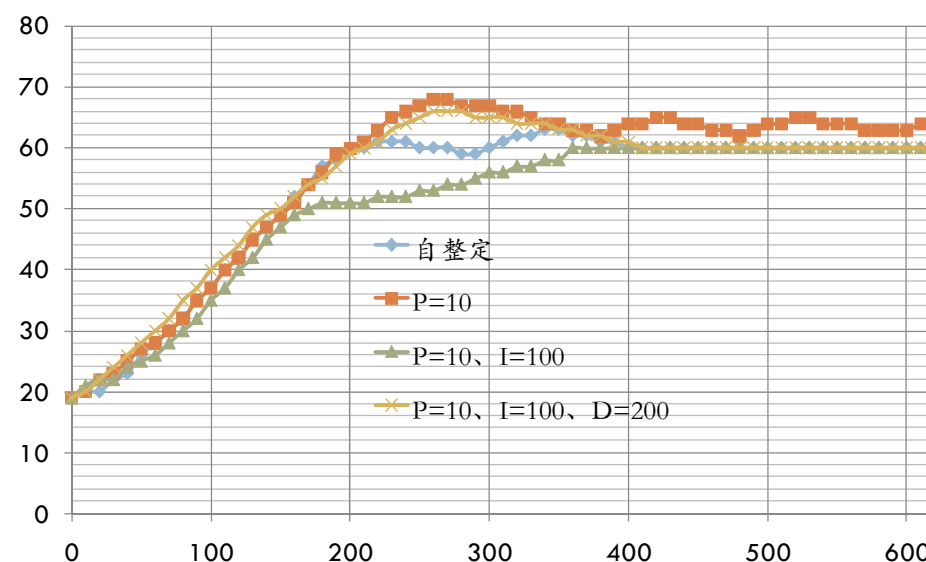
$$C(s) \approx K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{T_d s / N + 1} \right) \approx K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$$

## □ PID的时域形式

$$u(t) = K_p \left( e(t) + \frac{1}{T_i} \int e(t) dt + T_d \frac{de(t)}{dt} \right)$$

## □ PID的作用

- 比例调节作用：按比例反应系统的偏差变化产生调节作用用以减少偏差。比例大，加快调节，减少误差，但是过大的比例，使稳定性下降。
- 积分调节作用：使系统消除稳态误差，提高无差度。加入积分调节可使系统稳定性下降，态响应变慢。
- 微分调节作用：微分作用反映系统偏差信号的变化率，能预见偏差变化的趋势，在偏差还未形成之前，已被微分调节作用消除。因此，可以改善系统的动态性能。



# PID的内在特征

## □ PID的整体性

- ▣ 将比例P、积分I、微分D三方面的调节当作不可分割的整体来分析可以更容易理解PID内在的实质与道理，同时也从理论与实践上分析在许多的应用中PID调节器表现令人满意的原因。

## □ PID具有本质的系统鲁棒性

- ▣ 低频符合Doyle鲁棒性条件

## □ PID具有本质的优化结构

- ▣ 误差的 $H_2$ 范数指标品质好

## □ PID具有初步的人工决策功能

- ▣ 仿人工动作前的决策过程

透过现象  
看本质



# PID的整体性-1

- 设被控对象为带电抗器的他激直流电动机，且电抗器电感足够大使电机电枢回路电流连续。电机电枢供电由脉宽调制变换器提供。

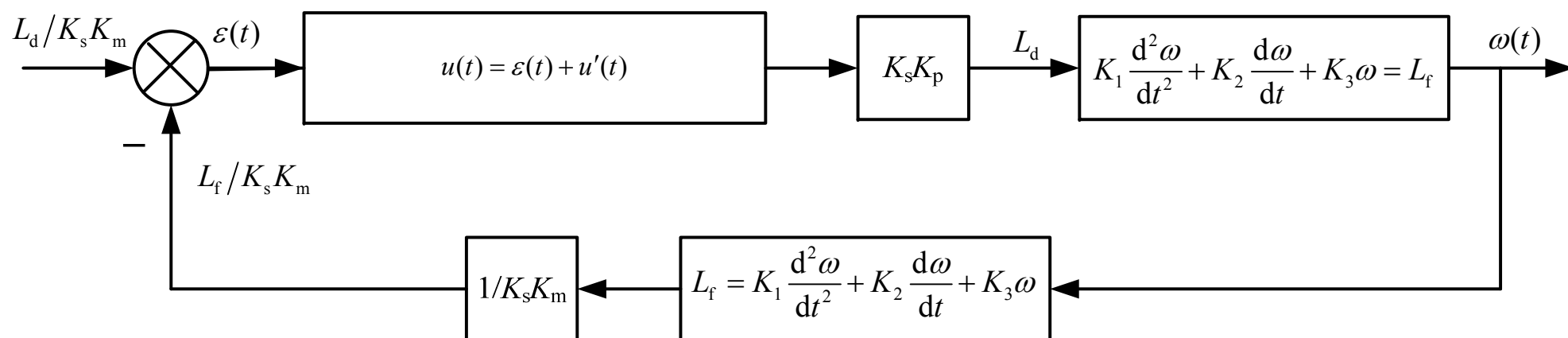
$$K_1 \frac{d^2 \omega}{dt^2} + K_2 \frac{d\omega}{dt} + K_3 \omega = K_0 u - K_4 T_1 - K_5 \frac{dT_1}{dt} = L_f$$

- 设计控制器，其控制目标是使直流电动机转速稳定为某恒定值 $\omega_0$ 。
  - ▣ 所谓控制电机转速 $\omega$ ，就是通过随时不断地改变电机电枢电压 $u$ 来达到目的，实际上就是改变 $L_f$ 。因此此问题就变成当系统受扰后，如何通过改变 $u$ 来调节 $L_f$ ，使方程的解 $\omega$ 很快趋近 $\omega_0$ 。于是可以这样说，对转速 $\omega$ 的控制实际上是对 $L_f$ 进行调节，更进一步，对给定转速 $\omega_0$ 的跟踪可以变换为对 $L_f$ 的给定 $L_d$ 的跟踪。

# PID的整体性-2

按给定 $L_d/K_s K_m$ 的方式控制方框图

在稳态条件下,  $L_f=L_d$ , 方程的解恒



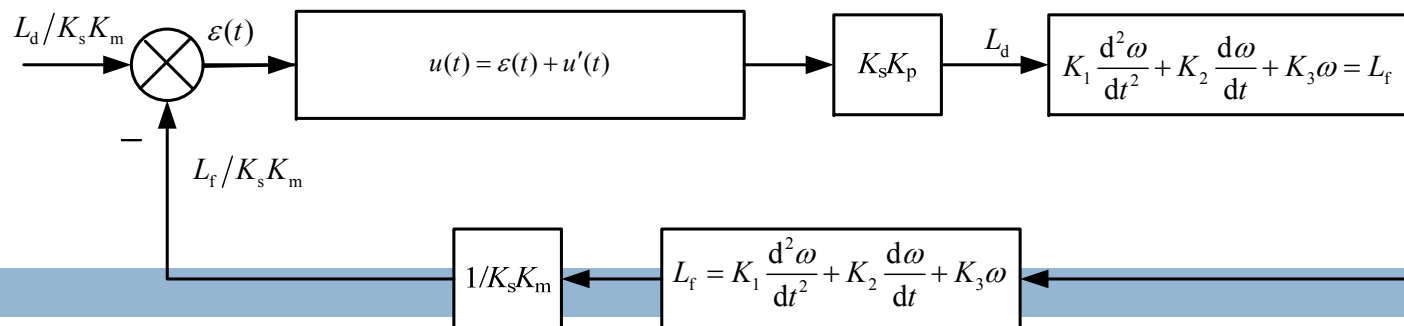
$$\frac{L_d}{K_s K_m} = \frac{K_1}{K_s K_m} \frac{d^2}{dt^2} \left( \frac{L_d}{K_3} \right) + \frac{K_2}{K_s K_m} \frac{d}{dt} \left( \frac{L_d}{K_3} \right) + \frac{K_3}{K_s K_m} \frac{L_d}{K_3}$$

$$e(t) = \frac{L_d}{K_s K_m} - \frac{L_f}{K_s K_m} = \frac{K_1}{K_s K_m} \frac{d^2}{dt^2} \left( \frac{L_d}{K_3} - \omega \right) + \frac{K_2}{K_s K_m} \frac{d}{dt} \left( \frac{L_d}{K_3} - \omega \right) + \frac{K_3}{K_s K_m} \left( \frac{L_d}{K_3} - \omega \right)$$

$$e = L_d / K_3 - \omega = \omega_0 - \omega$$

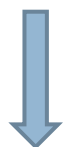
$$\varepsilon(t) = \frac{K_1}{K_s K_m} \frac{d^2 e}{dt^2} + \frac{K_2}{K_s K_m} \frac{de}{dt} + \frac{K_3}{K_s K_m} e$$

# PID的整体性-3



- 每一步控制量的差值均由上式计算得到，将此控制量差值与上一次控制量相加便得到期望的控制量  $L_d/K_s K_p$
- 令转速采样与采样相等，采样周期为  $T$ ，当用差商近似上式时，有

$$\varepsilon(k) = \frac{K_1}{K_s K_m T^2} (e(k) - 2e(k-1) + e(k-2)) + \frac{K_2}{K_s K_m T} (e(k) - e(k-1)) + \frac{K_3}{K_s K_m} e(k)$$



$$K_D = \frac{K_1}{K_s K_m T^2}, K_P = \frac{K_2}{K_s K_m T}, K_I = \frac{K_3}{K_s K_m}$$

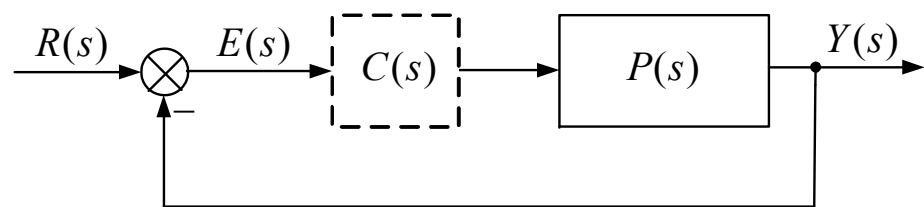
$$\varepsilon(k) = K_P \nabla e(k) + K_I e(k) + K_D \nabla^2 e(k)$$



$$u(k) = \varepsilon(k) + u(k-1)$$

！由此可以看出PID调节的整体特性！

# PID具有本质的系统鲁棒性



$$L(s) = P(s)C(s) \quad G_{\text{er}}(s) = \frac{1}{1 + P(s)C(s)} = S(s)$$

$$T(s) = \frac{P(s)C(s)}{1 + P(s)C(s)} \quad T(s) + G_{\text{er}}(s) = 1 \quad C(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i} \right)$$

- PID控制器在频率很低时,  $|C(i\omega)|$  很大,  $|T(i\omega)| \rightarrow 1$ ,  $|G_{\text{er}}(i\omega)| \rightarrow 0$
- PID控制器在频率很高时,  $|C(i\omega)| \rightarrow 0$ ,  $|T(i\omega)| \rightarrow 0$ ,  $|G_{\text{er}}(i\omega)| \rightarrow 1$
- 相当宽的频带范围内  $|T(i\omega)| \rightarrow 1$ , 保证了低频  $R(s)$  与  $Y(s)$  的一致性。
- 假设实际对象与标称对模型的参数摄动模型为  $\Delta P(i\omega)$ , 根据鲁棒性条件
$$\left| \frac{\Delta P(i\omega)}{P(i\omega)} \right| < \left| \frac{1}{T(i\omega)} \right| \Rightarrow \left| \frac{\Delta P(i\omega)}{P(i\omega)} T(i\omega) \right| \leq \left| \frac{\Delta P(i\omega)}{P(i\omega)} \right| \cdot |T(i\omega)| < 1$$
- 可知: 在低频段, 只要对象摄动变化  $|\Delta P(i\omega)| < |P(i\omega)|$ , 系统鲁棒稳定性有保证。

# PID具有本质的优化结构

- 取 $R(s)$ 为单位阶跃信号，据 $H_2$ 性能指标

$$\|E(i\omega)\|_2^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left| \frac{1}{1 + P(i\omega)C(i\omega)} \right|^2 |R(i\omega)|^2 d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |1 - T(i\omega)|^2 \frac{1}{\omega^2} d\omega$$

- 由于控制系统闭环具有一定的低通滤波特性，即  $|T(i\omega)| = \begin{cases} 1, \omega < \omega_c \\ 0, \omega > \omega_c \end{cases}$

$$\|E(i\omega)\|_2^2 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\omega_c} |1 - T(i\omega)|^2 \frac{1}{\omega^2} d\omega + \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_c}^{+\infty} |1 - T(i\omega)|^2 \frac{1}{\omega^2} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_c}^{+\infty} \frac{1}{\omega^2} d\omega = \frac{1}{2\pi\omega_c}$$

- 所以系统具有相当好的 $\|E(i\omega)\|_2$ 品质指标，该范数代表了系统对能量有界信号的传递特性，与最优控制密切相关。

# PID具有初步的人工决策功能

- PID的控制决策依据是误差信号、误差信号变化与误差信号的积累效果三者的加权和，如下式

$$C(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) = K_p + K_I \frac{1}{s} + K_D s$$

- 三种控制功能有仿人动作，对当下、历史和将来初步综合考虑，形成粗调、细调和提前调操作。
- 这为神经网络PID控制器提供了理论实施的依据，为经常性达到系统优化状态提供了技术途径。
- 智能控制的最基础单元



# PID参数整定

## □ 历史

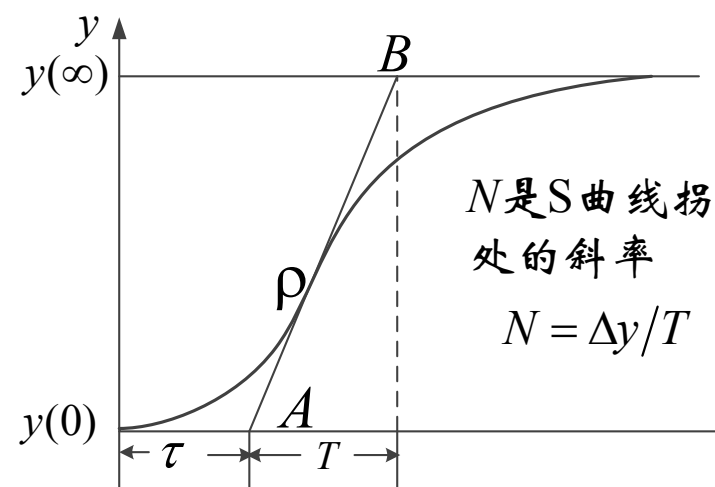
- ▣ 1942年，Ziegler J G和Nichols N B提出PID控制器参数整定法则
- ▣ 该法是建立在阶跃响应实验基础上的
- ▣ 其目标是在阶跃响应中，使许多典型被控过程的控制系统达到平均25%的超调量

## □ 工程整定方法

- ▣ 飞升曲线法
- ▣ 临界比例度法
- ▣ 基于继电器自动整定----产生临界比例度，仍然用临界比例度法----以后讲

# 飞升曲线法

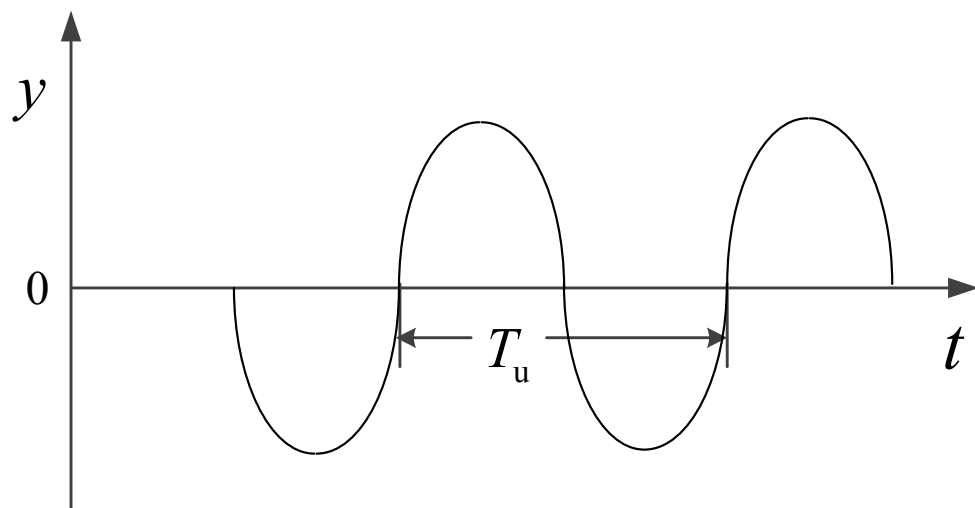
- 飞升曲线法是开环实验整定方法，又称为S曲线法
- 适用范围：被控对象中不含积分，又不含主导共轭复极点，则此时的单位阶跃响应呈现S型曲线
- 将被控过程的传函近似为  $G_p(s) = \frac{K}{Ts+1} e^{-\tau s}$
- 各参数确定
  - ▣ 增益 $K$ 是增量之比  $K = \Delta y / \Delta u$
  - ▣ 时滞时间 $\tau$ 和时间常数 $T$ 可由飞升曲线测定
- Z-N的PID参数整定表



类型	$K_p$	$T_i$	$T_d$
P	$\frac{T}{K\tau} = \frac{\Delta u}{N\tau}$	$\infty$	0
PI	$0.9 \frac{T}{K\tau} = 0.9 \frac{\Delta u}{N\tau}$	$\frac{\tau}{0.3}$	0
PID	$1.2 \frac{T}{K\tau} = 1.2 \frac{\Delta u}{N\tau}$	$2\tau$	$0.5\tau$

# 临界比例度法

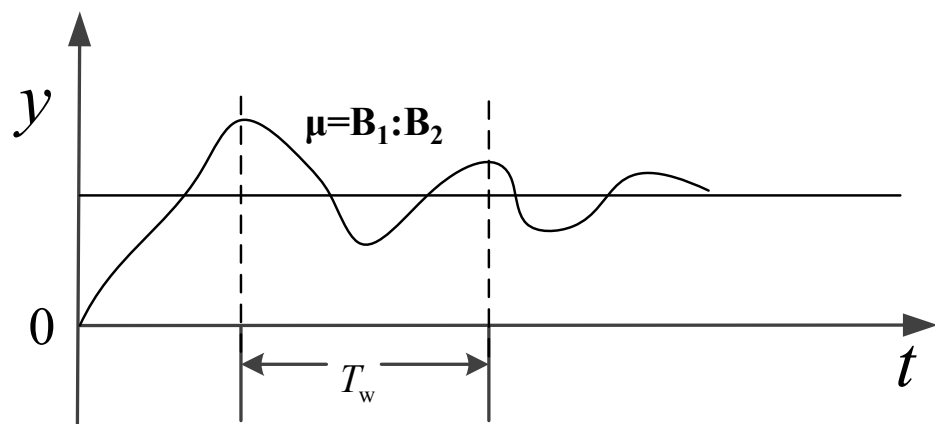
- 临界比例度，即基于仅有比例控制时的闭环系统在出现临界振荡时（临界比例度法不能用于不允许振荡的过程）得到临界比例值 $K_u$ （临界比例度 $PB=100/K_u$ ），同时测定振荡周期 $T_u$ 。
- Z-N的PID参数整定表



类型	$K_p$	$T_i$	$T_d$
P	$0.5K_u$	$\infty$	0
PI	$0.45K_u$	$\frac{T_u}{1.2}$	0
PID	$0.6K_u$	$0.5T_u$	$0.125T_u$

# 衰减比例度法

- 临界比例度法的变种是衰减比例度法(加扰动前, 控制系统必须稳定), 将比例系数 $K_p$ 由小变大, 观察相应的响应, 使系统的过渡过程达到4:1的衰减振荡, 此时得到 $K_w$ , 同时测定振荡周期 $T_w$ 。
- Z-N的PID参数整定表



类型	$K_p$	$T_i$	$T_d$
P	$K_w$	$\infty$	0
PI	$\frac{K_w}{1.2}$	$0.5T_w$	0
PID	$1.25K_w$	$0.3T_w$	$0.1T_w$

# 依经验进行调整(试凑)

- 参数整定找最佳，从小到大顺序查；
- 先是比例后积分，最后再把微分加；
- 曲线振荡很频繁，比例度盘要放大；
- 曲线漂浮绕大弯，比例度盘往小扳；
- 曲线偏离回复慢，积分时间往下降；
- 曲线波动周期长，积分时间再加长；
- 曲线振荡频率快，先把微分降下来；
- 动差大来波动慢。微分时间应加长；
- 理想曲线两个波，前高后低4比1；

目的

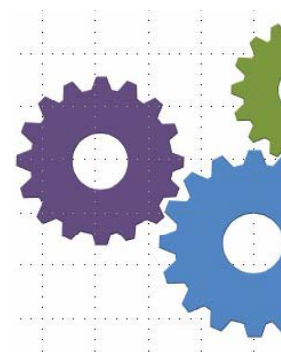
粗调-细调-提前调

粗调方法

细调方法

提前调方法

调整目标



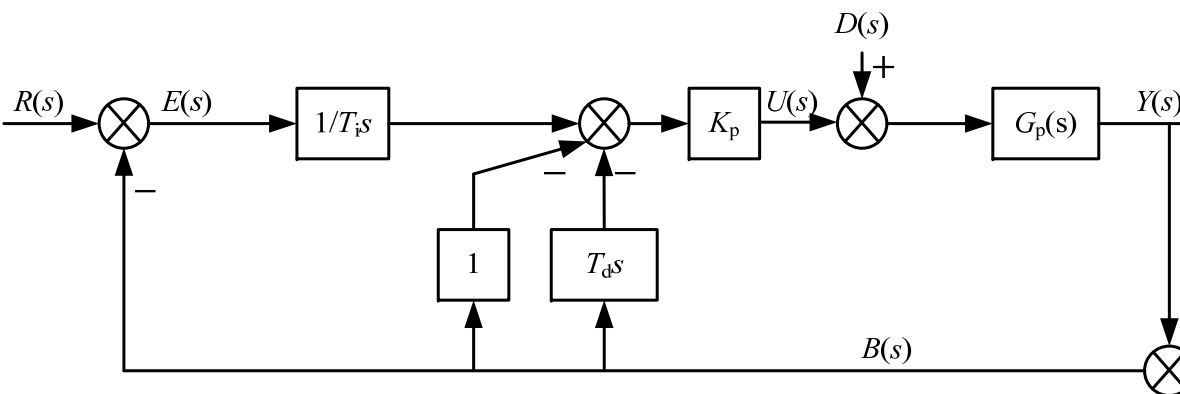
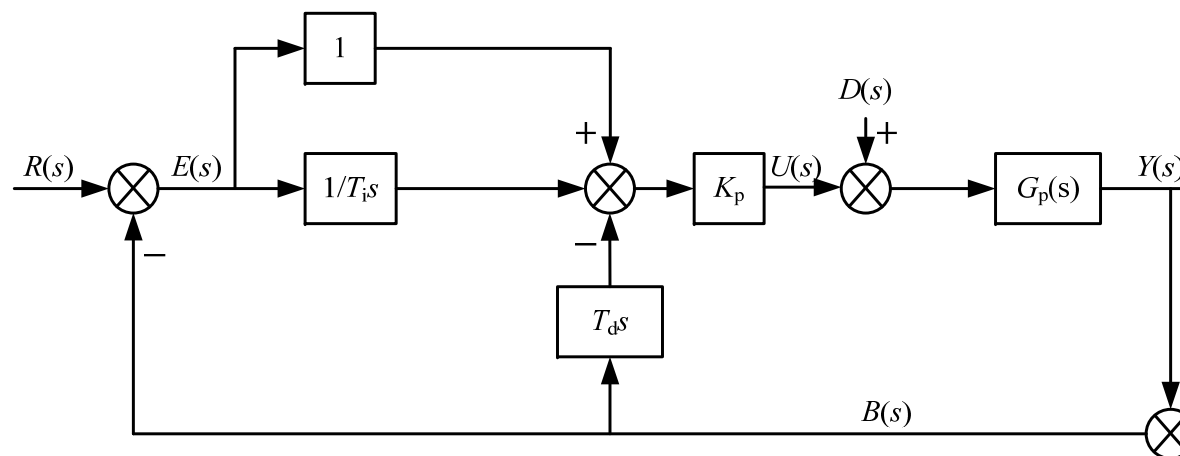
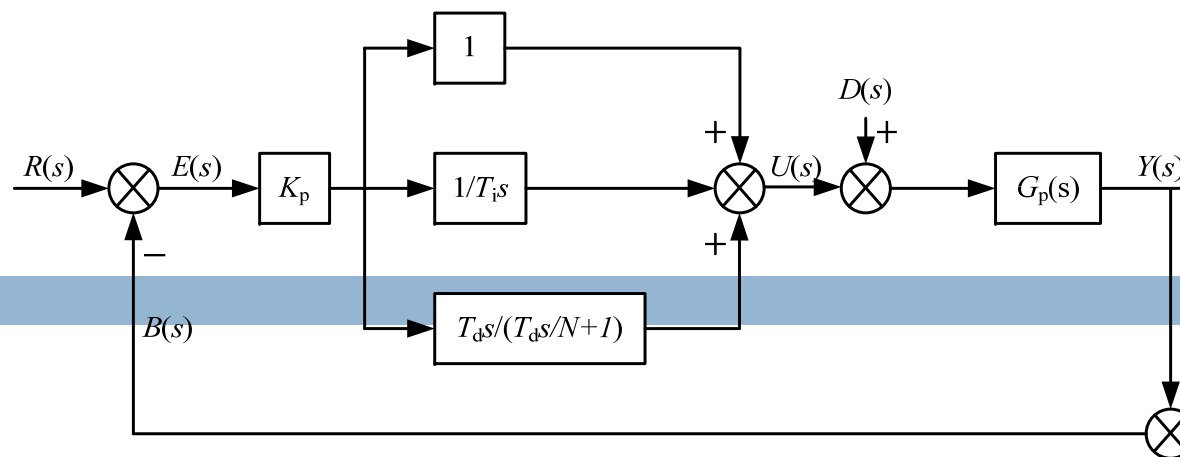
# 应对设定点突变的PID

- 参考输入是阶跃信号时，由于PID控制作用中存在微分，使控制信号中包含冲击函数，这种冲击称为设定点冲击，对性能影响较大。
- 针对设定点冲击致使控制性能下降问题，目前发展了三种变形PID：

- 不完全微分PID

- PI-D

- I-PD

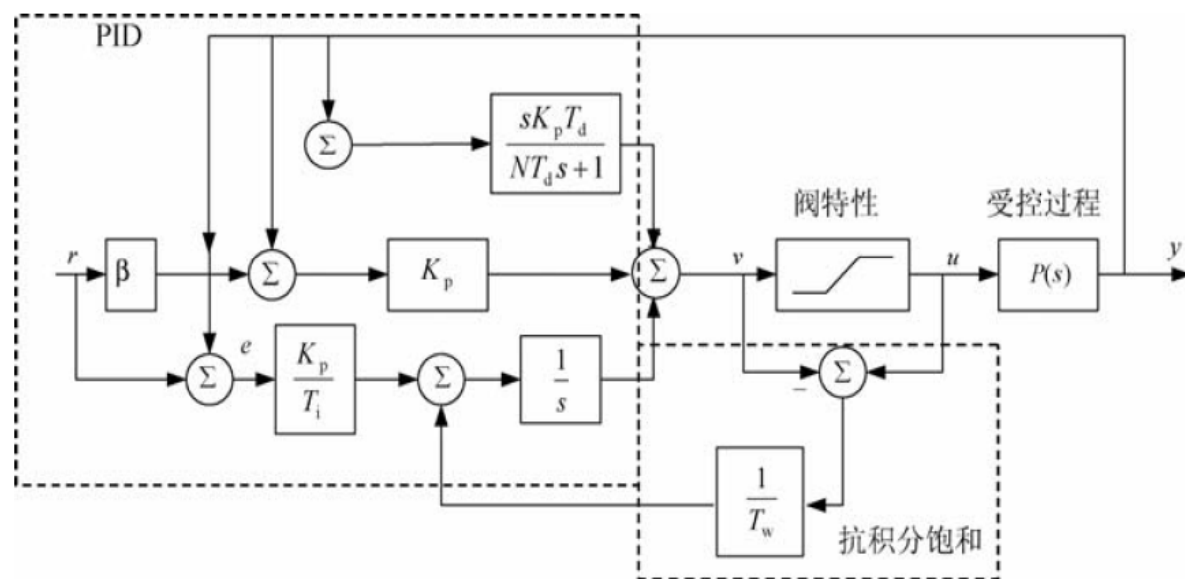


# 抗积分饱和PID

- 任何装置或过程总是存在物理上的限制，控制约束必然客观存在。
  - ▣ 一旦确定了管道口径，流经其内的流量最大值则一定，安装在管道上的调节阀通过开关动作调整流量大小，只能在其最大最小值范围内进行。
  - ▣ 晶闸管电流、电机速度等常用的调整器件都有约束限制。
- 调节部件一旦饱和，其输出不受输入变化的影响而停留在约束极限值上，负反馈回路被断开(系统开环)。
- 从饱和状态退出也可能要花费一段时间，这段时间使控制系统的稳定性和性能出现潜在的问题。
- 抗积分饱和的方案：“预防”和“治疗”

# 抗积分饱和的方案

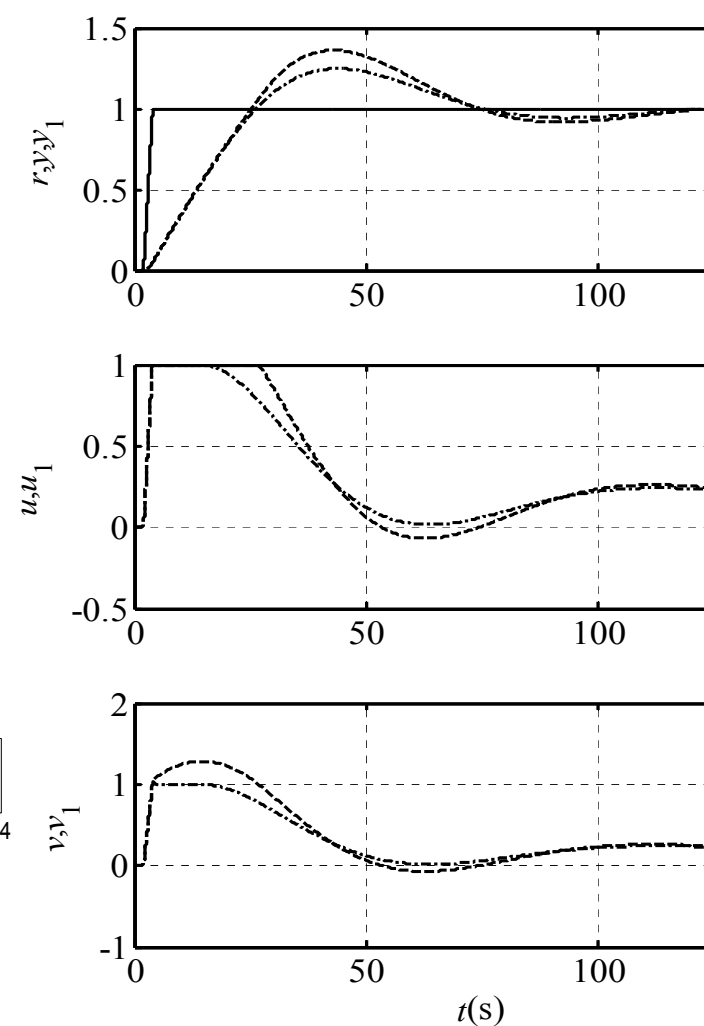
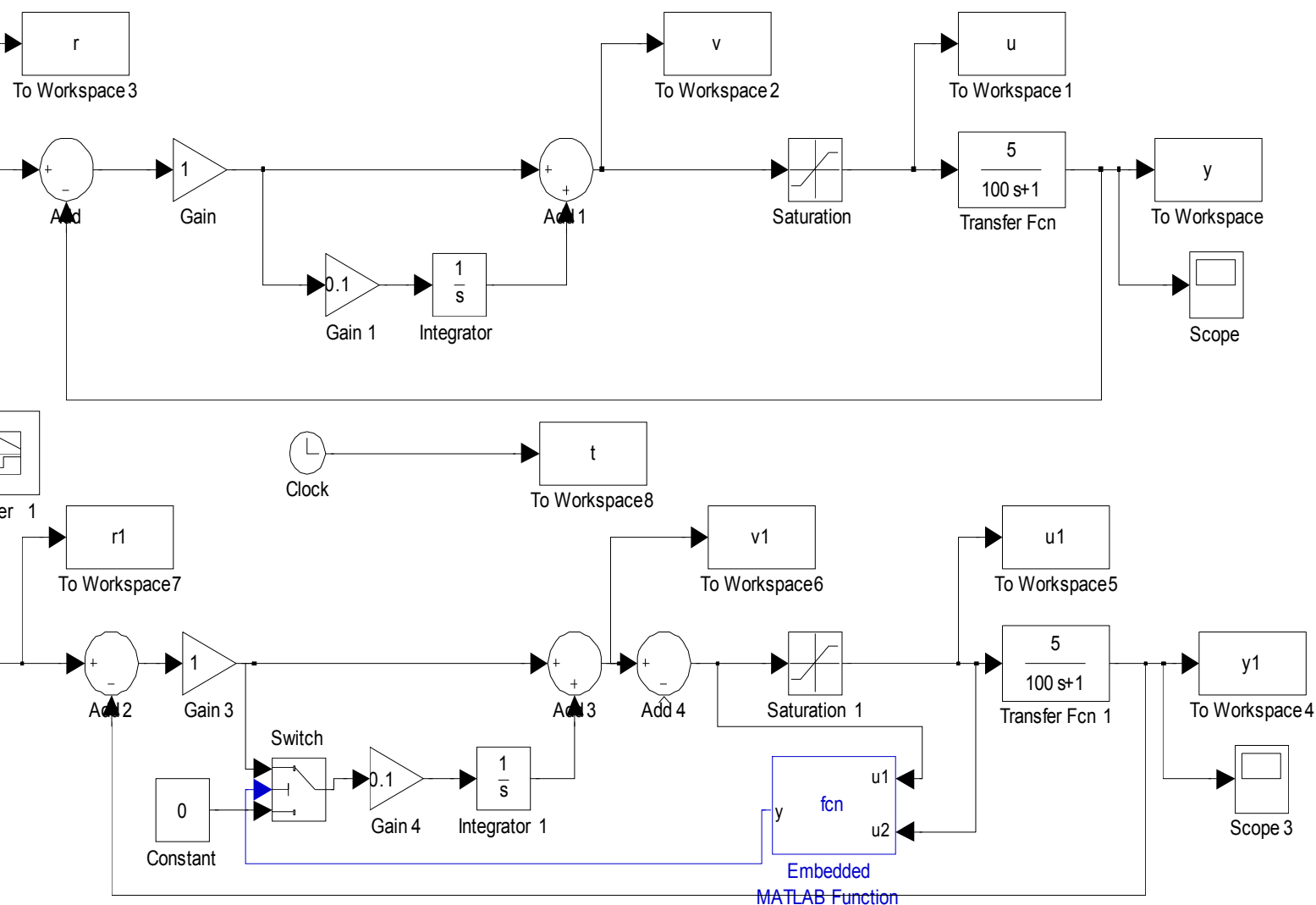
- “预防”是基于积分的好处仅在于能提高控制的稳态精度，因此在调节过程中偏差较大时切除积分作用，只有在接近设定值时才让积分发挥功能。
- “治疗”的思想是在发生积分饱和后，限制积分继续累加至深度饱和，正常退出时所花费的时间缩短。



- ✓一是只对输出的变化施加微分作用，可以避免因设定值阶跃调整造成跟踪误差大而可能引起的积分饱和。
- ✓二是针对比例和积分项采用了不同的设定值加权， $\beta$ 是0~1之间的数，取0时设定值的变化只引发积分环节的输出变化。
- ✓三是设立抗积分饱和环节----可以有多种方案。



# 积分饱和影响与抗积分饱和的例子



# PID总结

- PID控制的精髓在于当前情况、历史背景、发展趋势的三者加权
- PID调节是一个有机的整体，将三方面的调节当作不可分割的整体来分析更易于理解PID内在的实质与道理，它具有本质的系统鲁棒性、本质的优化结构、初步的人工决策功能。这些特点决定了PID的长用长胜、长用长新。
- PID控制器为应对设定点突变的控制量脉冲冲击大使控制性能下降，提出了三种变形PID：不完全微分PID、PI-D、I-PD
- PID控制器的应用范围已很难划其界限
  - ▣ 传统低频过程控制
  - ▣ 高频运动控制----数控机床控制与电梯控制
  - ▣ 分布式电源转换与控制
  - ▣ 智能化PID控制拓展PID应用范围
- 不可否认PID 也有其固有的缺点



这一讲就到这里！



## 第十二讲 常用的模拟(无源和有源)校正装置与特

校正装置根据本身是否另接电源分有源和无源两类。

无源校正装置负载效应比较突出，需要加跟随器。

有源装置的特性好坏与实际的运算放大器有直接关系，有些装置可能达不到实际的效果。

# 无源校正装置的形式

- 采用无源校正装置，其理想的传递函数形式为

$$C(s) = K \frac{a\tau s + 1}{\tau s + 1} = K_1 \frac{s - z_c}{s - p_c}, K_1 = Ka$$

- $a > 1$  是超前校正， $a < 1$  是滞后校正， $a = 1$  是比例校正

- 多个环节的串联构成较复杂的校正环节

- 无源校正装置的形式

- 比例

- 微分

- 惯性环节

- 振荡环节(低通滤波器)

- 高通(滤波器)环节

- 相位超前校正

- 相位滞后校正

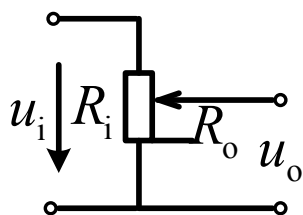
- 相位滞后-超前校正

- 无源带通滤波器

- 无源带阻滤波器

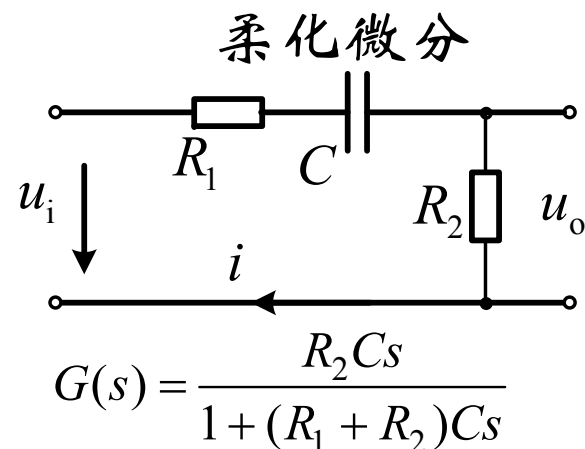
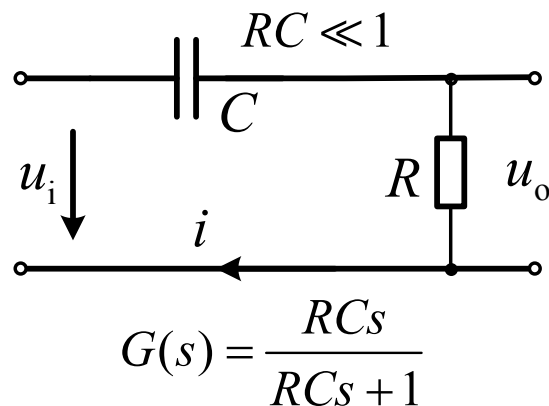
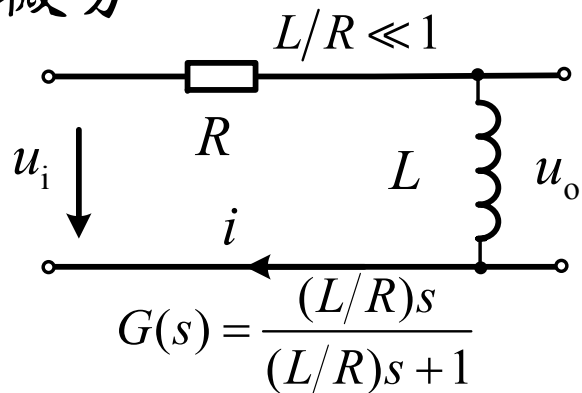
# 比例、微分、惯性环节

## 比例

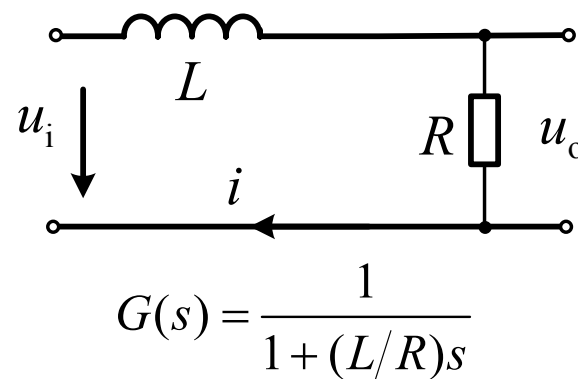
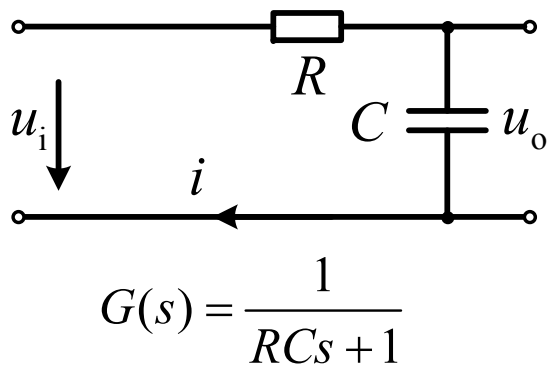


$$K = R_o / R_i \leq 1$$

## 微分

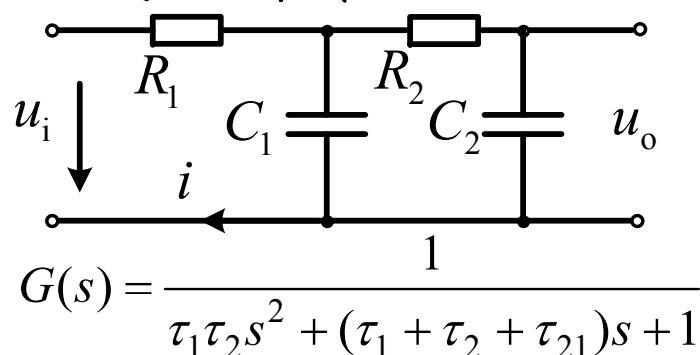


## 惯性

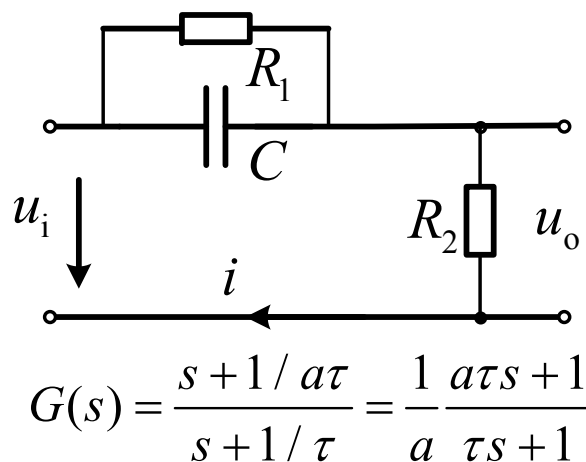


# 低、高通滤波器与校正环节

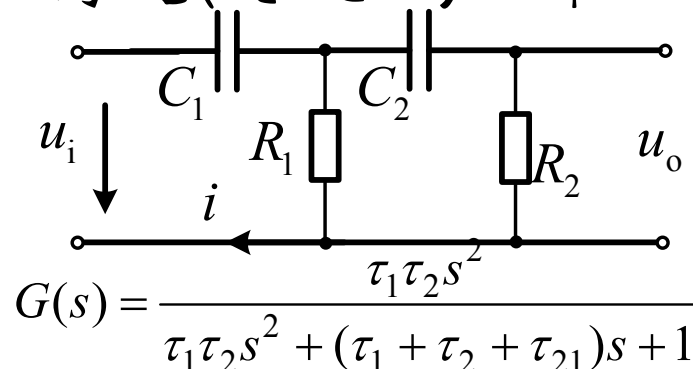
## 振荡环节(低通滤波器)



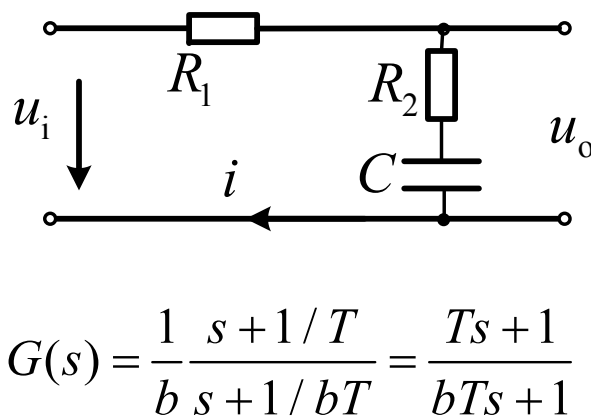
## 相位超前校正



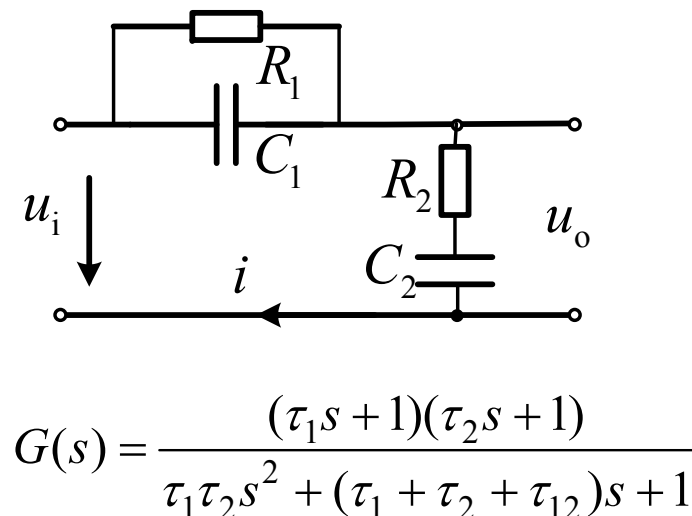
## 高通(滤波器)环节



## 相位滞后校正

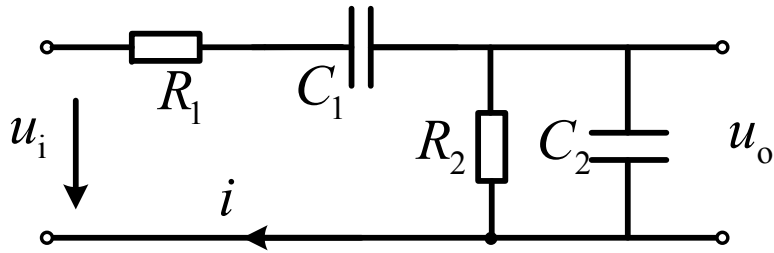


## 相位滞后-超前校正



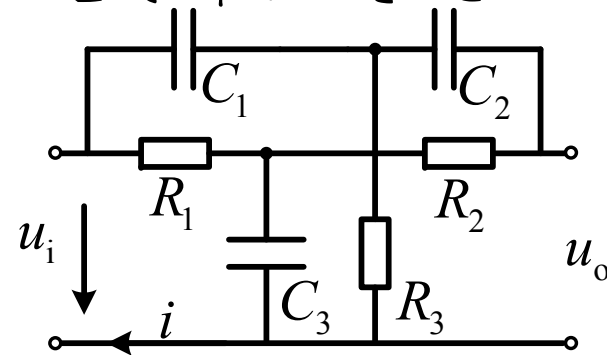
# 无源带通、带阻滤波器

## □ 无源带通滤波器



$$G(s) = \frac{\tau_{21}s}{\tau_1\tau_2s^2 + (\tau_1 + \tau_2 + \tau_{21})s + 1}$$

## 无源带阻滤波器



$$G(s) = \frac{\tau^2s^2 + 1}{\tau^2s^2 + 4\tau s + 1}$$



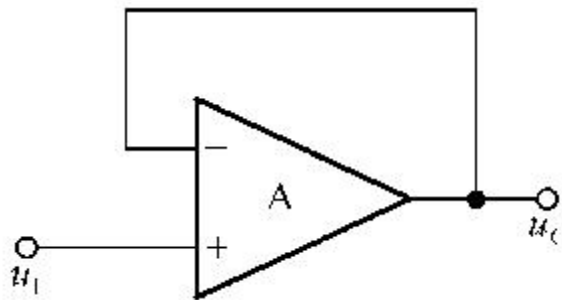
# 无源校正装置的特点

## □ 无源校正装置传递函数成立条件

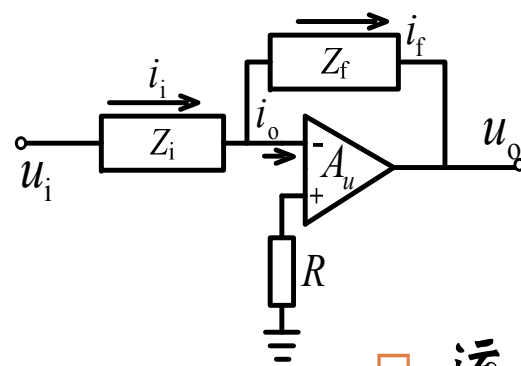
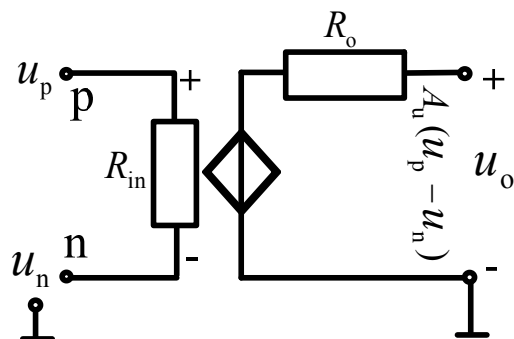
▣ 输入阻抗为0，输出阻抗为无限大→前后端电阻匹配困难。

□ 负载效应：无源校正装置都有衰减，开环增益很难保持，环节的输出信号不仅取决于输入信号及环节本身的结构与参数，而且与环节的外接负载有关。

□ 克服方法：希望负载效应在控制系统中尽量小一些，其克服方式是在负载与无源电路环节间加入有源放大器(跟随器)隔离。



# 有源校正装置中的有源放大器



$$u_o = -\frac{Z_f}{Z_i} u_i$$

□ 运算放大器是理想的，即满足

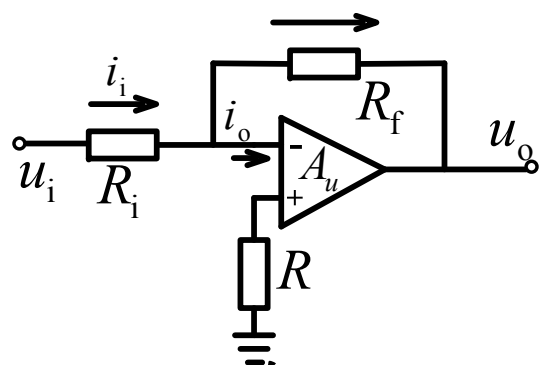
- 输出电压的饱和极限值等于运放的电源电压。
- 运放的开环增益很高，可认为是无穷大。
- 输入阻抗很高，而输出电阻很低。
- 带宽为无穷大。
- 无论输入是何值，输出与输入呈线性关系。
- 输出与输入间无相移。
- 运用平衡电阻  $R$  来调节失调电压

□ 运算放大器输入输出特性

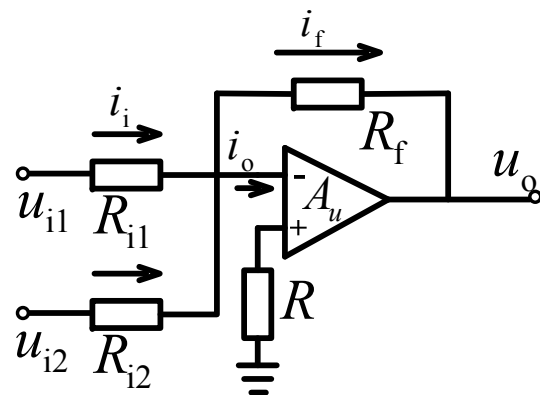
- 输出信号和输入信号是反的；
- 输出电压和输入电压之比等于反馈阻抗与输入阻抗之比；
- 此式是近似式，只有放大比例值很大时，才能减小误差。

# 有源校正装置的形式-1

## 比例环节

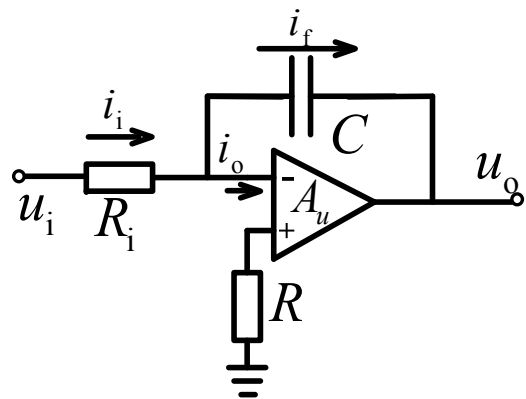


$$u_o = -\frac{R_f}{R_i} u_i$$



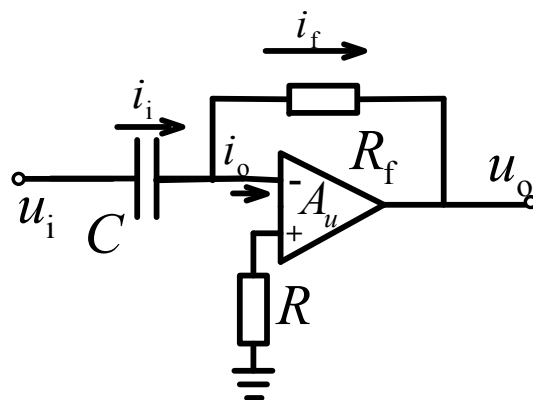
$$u_o = -\left( \frac{R_f}{R_{i1}} u_{i1} + \frac{R_f}{R_{i2}} u_{i2} \right)$$

## 积分环节

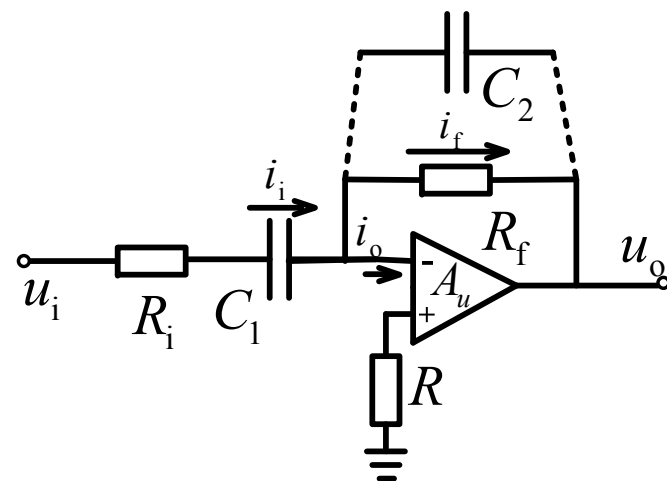


$$G(s) = -\frac{1}{R_i C s}$$

## 微分环节

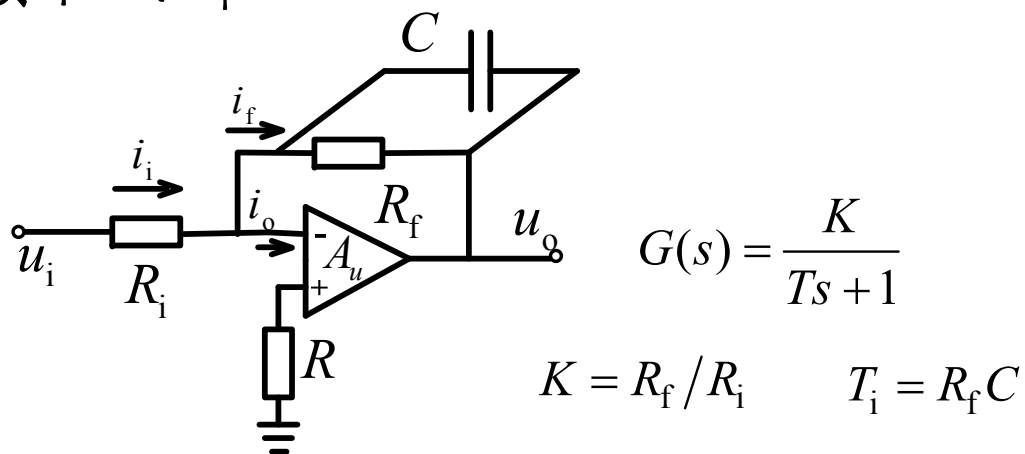


$$G(s) = -R_f C s$$

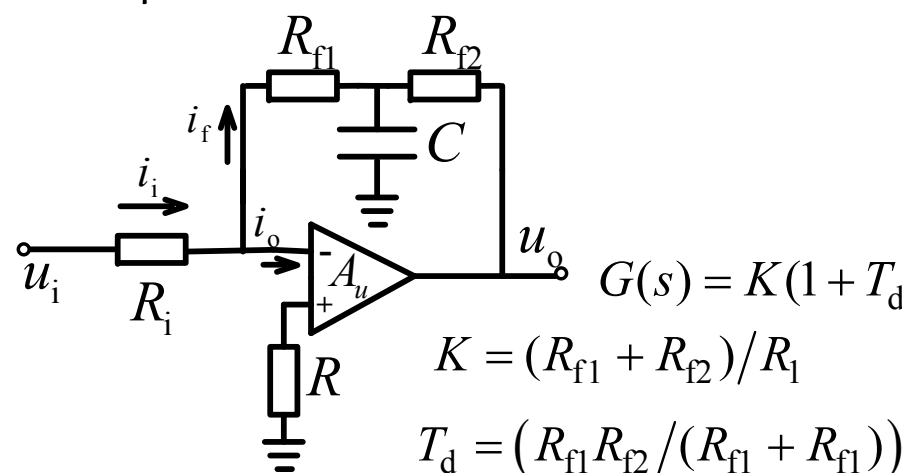


# 有源校正装置的形式-2

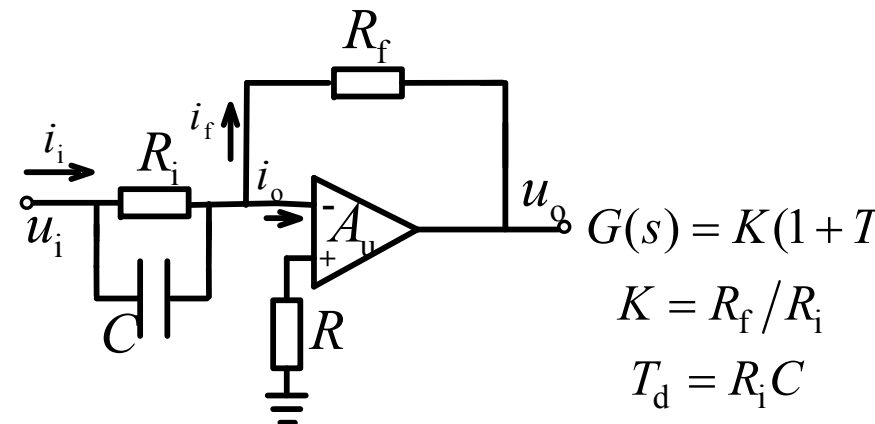
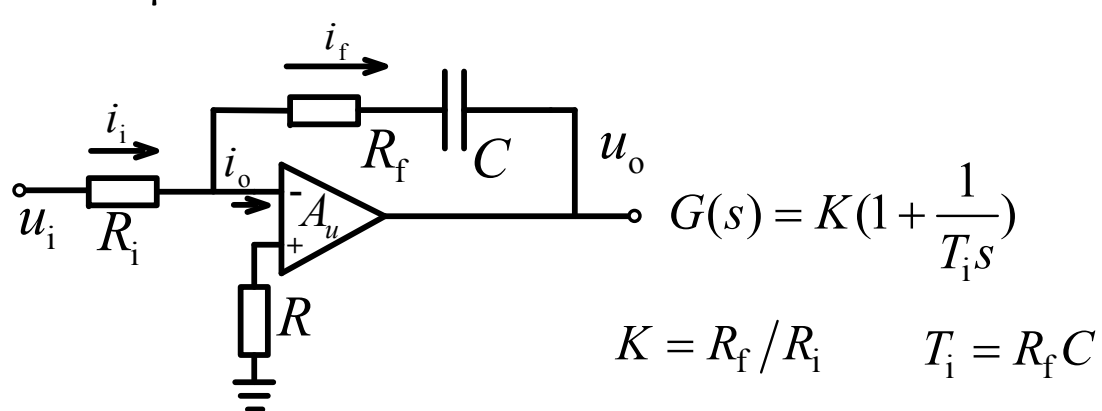
## □ 惯性环节



## □ PD环节



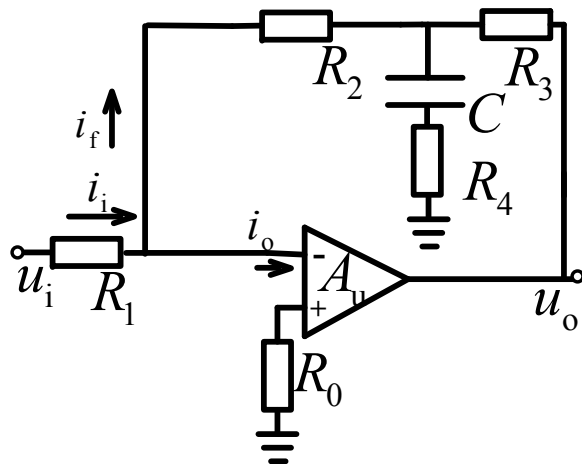
## □ PI环节



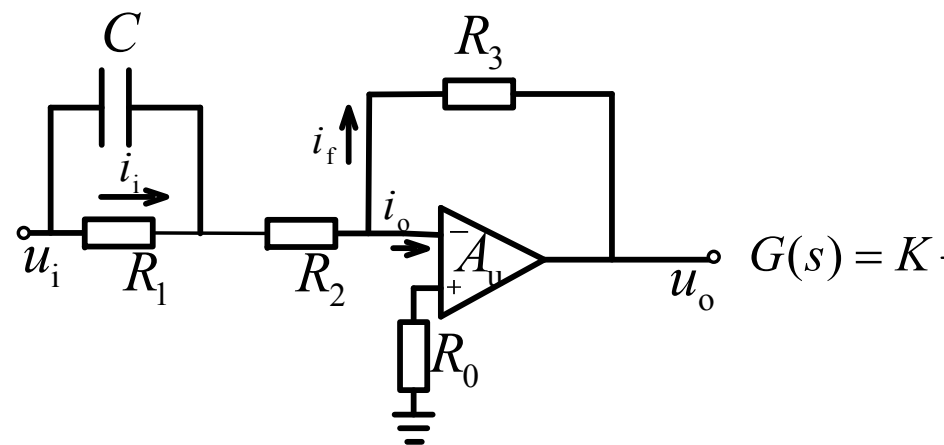
# 有源校正装置的形式-3

## 超前控制器

$$G(s) = K \frac{\alpha Ts + 1}{Ts + 1}$$



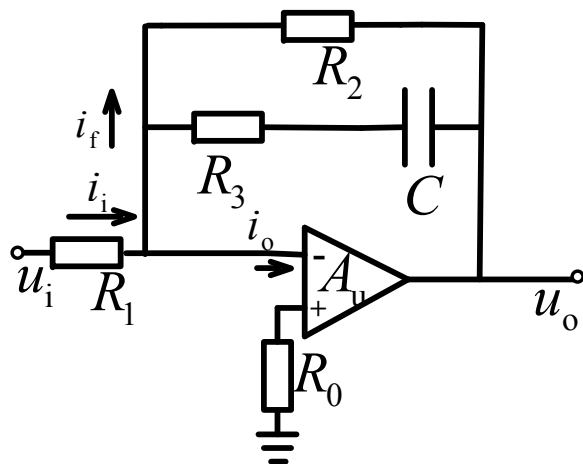
$$K = (R_2 + R_3)/R_1, \quad T = R_4 C, \quad \alpha = 1 + R_2 // R_3 / R_4 > 1$$



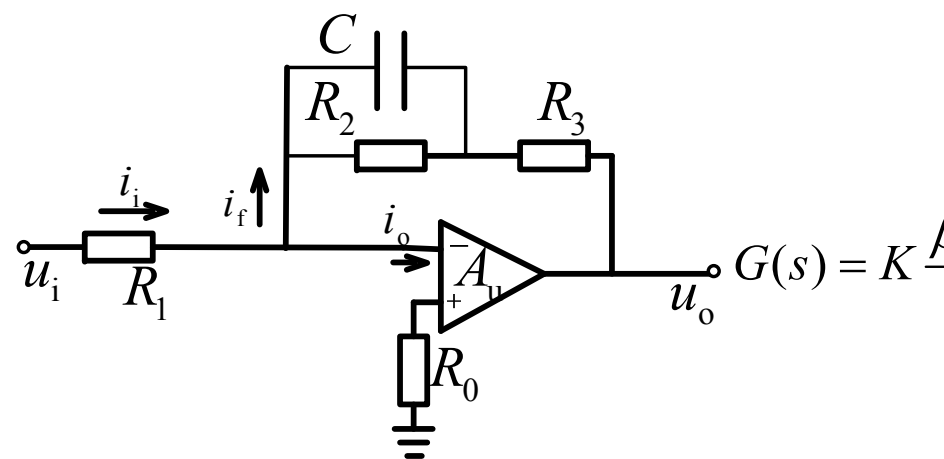
$$T = R_1 C, \quad \beta = R_2 / (R_2 + R_1) < 1, \quad K = R_3 / (R_2 + R_1)$$

## 滞后控制器

$$G(s) = K \frac{Ts + 1}{\alpha Ts + 1}$$



$$K = R_2 / R_1, \quad T = R_3 C, \quad \alpha = 1 + R_2 / R_3 > 1$$

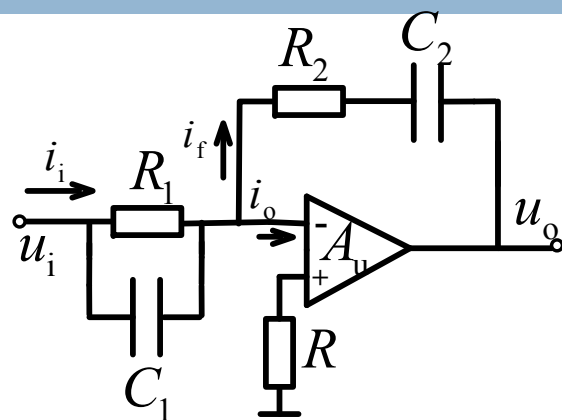


$$T = R_2 C, \quad \beta = R_3 / (R_3 + R_2) < 1, \quad K = (R_3 + R_2) / R_1$$

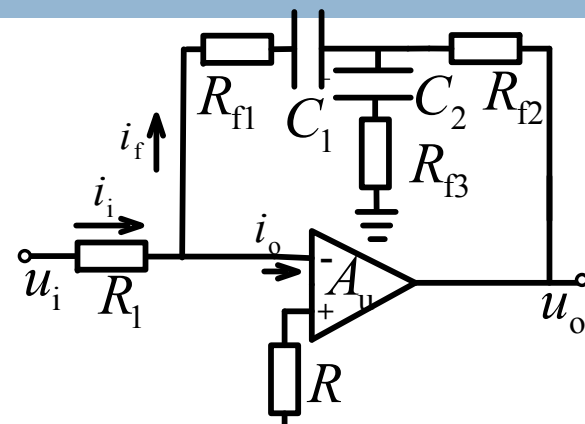
# 有源校正装置的形式-4

## PID 环节

$$G(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$$



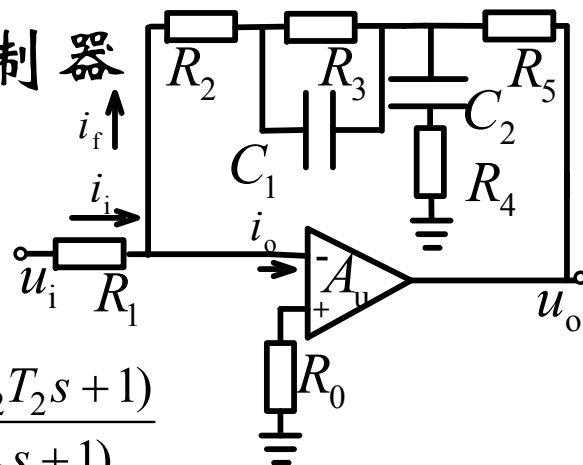
$$T_d = \frac{R_1 R_2 C_1 C_2}{R_2 C_2 + R_1 C_1}, T_i = R_2 C_2 + R_1 C_1, K_p = \frac{R_2}{R_1} + \frac{C_1}{C_2}$$



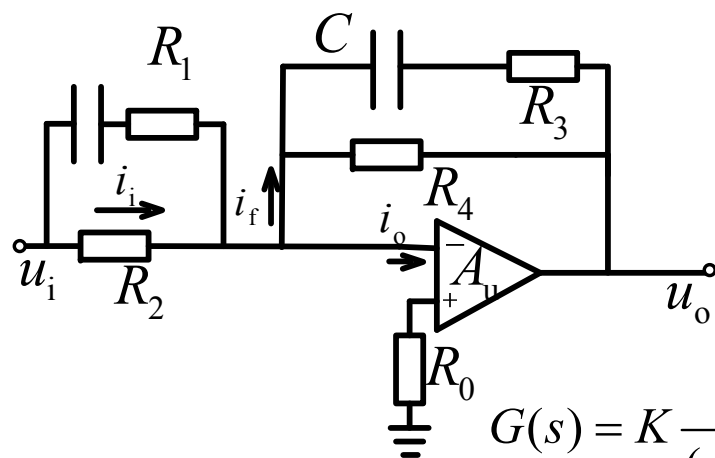
$$G(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$$

$$T_d = \left( \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_3 \right) C_2, T_i = (R_1 + R_2) C_1, K_p = \frac{R_1 + R_2}{R_0}$$

## 滞后-超前控制器



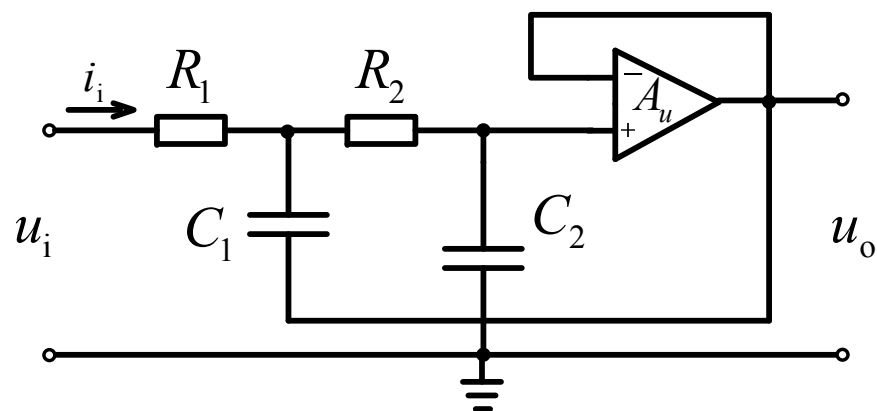
$$G(s) = K \frac{(\alpha_1 T_1 s + 1)(\alpha_2 T_2 s + 1)}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$$



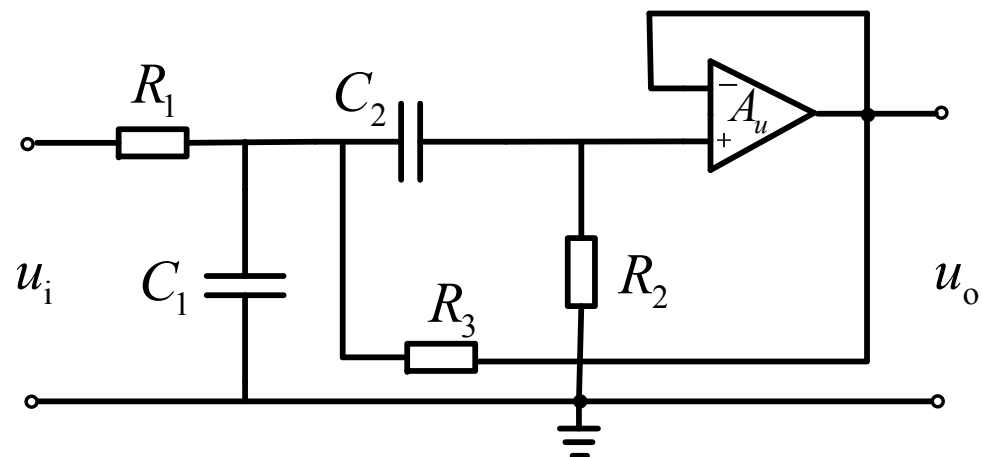
$$G(s) = K \frac{(T_2 s + 1)(T_1 s + 1)}{(a T_2 s + 1)((T_1/a) s + 1)}$$

# 有源校正装置的形式-5

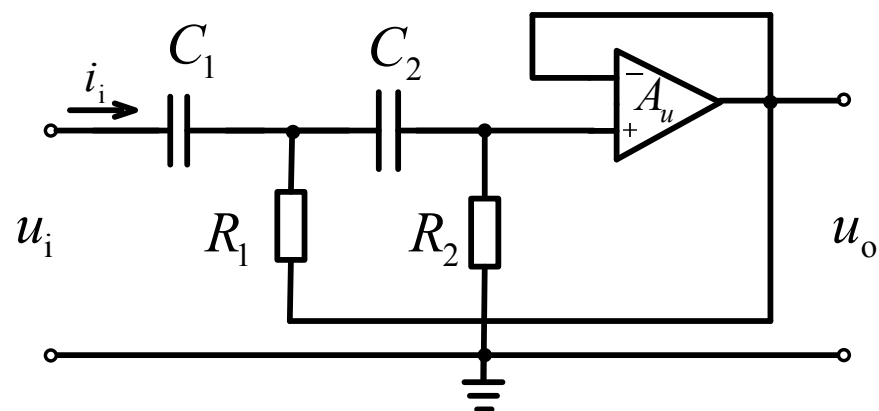
## 有源低通滤波器



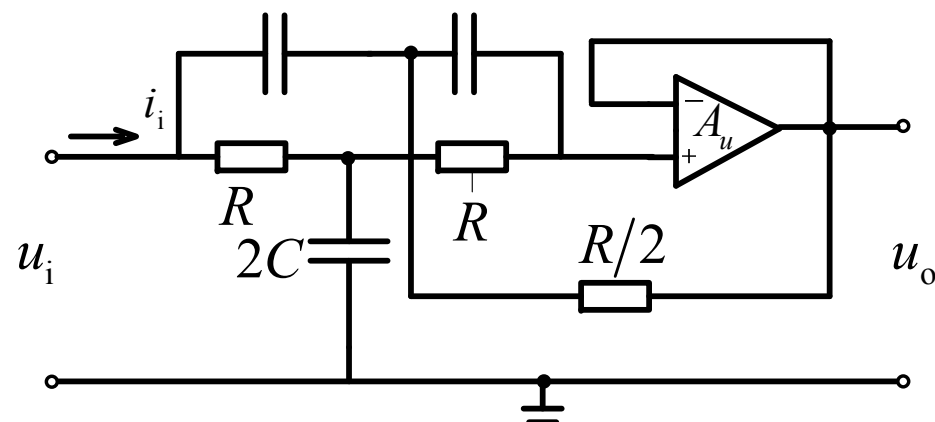
## 有源带通滤波器



## 有源高通滤波器



## 有源带阻滤波器



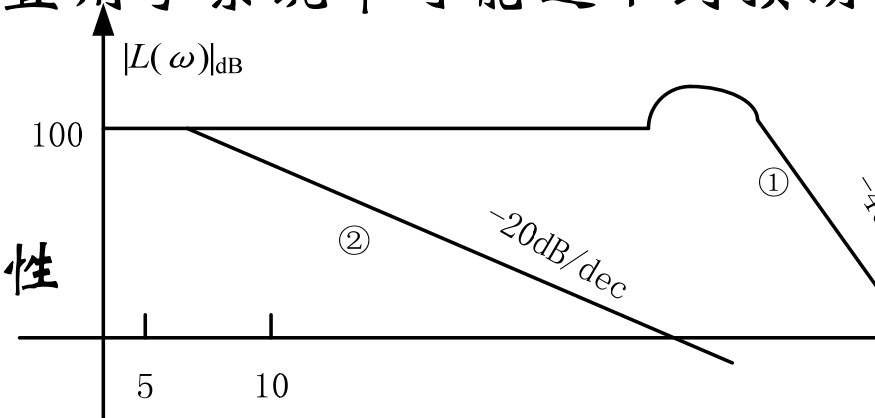
# 有源校正装置的特点-1

## 有源校正装置传递函数成立条件

- 运放需要是理想的。
- 若运放不理想，像微分或比例微分校正装置用于系统中可能达不到预期效果。

## 运放的幅频特性

- ①是不考虑已在内部的校正装置的幅频特性
- ②是考虑内部校正装置后的幅频特性
- 对①的情况，采用有源PD控制器电路，将其输出通过一定的网络接到反向输入端形成闭环，系统基本不是不稳定的。
- 所以在设计制造时加入了校正装置得到②的特性，此时形成的闭环才可能稳定。





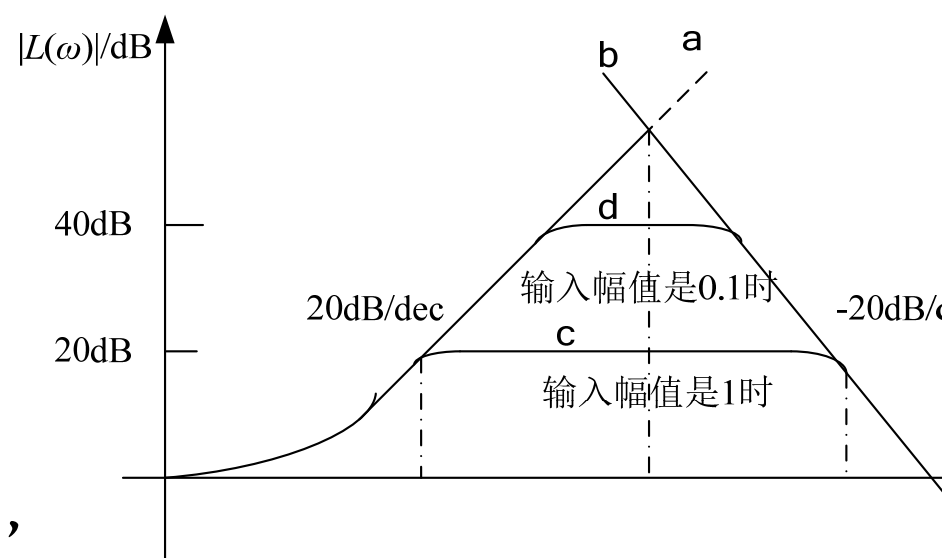
# 有源校正装置的特点-2

□ 实际运放的输入与输出线性关系受放大器电源的限制

▣ 如果供电是 $\pm 15V$ ，其输出电压最高值一般是 $\pm 10V$ ，在之内的一段范围内是线性的，超过这个范围将渐近饱和。

□ 有源PD控制器的Bode图

▣ 微分在输入信号突变时瞬间输出具有无穷大能量的信号，这是不可能做到的，在实际中只可能尽量，但这势必要求提高功率放大器的容量，增加成本与体积，而且往往受到饱和非线性特性的限制，使校正发挥不了作用。



$$C(s) = K \frac{\tau s + 1}{(\omega_a^{-1}s + 1)(\omega_b^{-1}s + 1)}$$

这一讲就到这里！



图图网: tutu001.com

## 第十三讲 最小相位系统的反馈校正

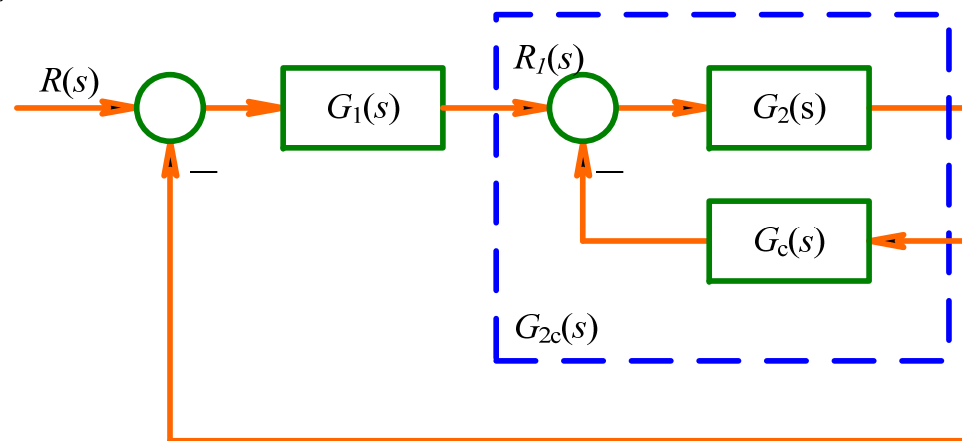
为了改善系统性能，反馈校正也被除数广泛应用。系统进行反馈校正后，除了可以得到与串联校正相同的校正效果外，还可以获得某些改善系统性能的特殊功能。

# 反馈校正结构

- 反馈校正采用局部反馈包围系统前向通道中的一部分环节以实现校正，其系统方框图如图。

$$G(s) = G_1(s) \frac{G_2(s)}{1 + G_2(s)G_c(s)} \approx \begin{cases} G_1(s)G_2(s) & , |G_2(j\omega)G_c(j\omega)| \ll 1 \\ \frac{G_1(s)}{G_c(s)} & , |G_2(j\omega)G_c(j\omega)| \gg 1 \end{cases}$$

- 当局部反馈回路的开环增益远小于 1 时，该反馈可认为开路，已校正系统与未校正系统特性几乎一致；
- 当局部反馈回路的开环增益远大于 1 时，局部反馈回路的特性主要取决于反馈校正装置，校正后系统的特性几乎与被反馈校正装置包围的环节无关。

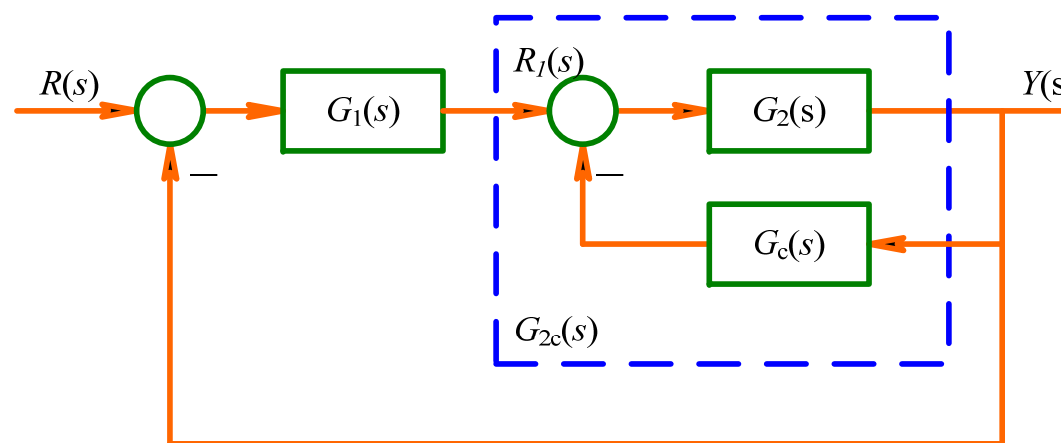


# 反馈校正基本原理

## 反馈校正基本原理

- 用反馈校正装置包围待校正系统中对动态性能改善有重大妨碍作用的环节，形成一个局部反馈回路，在局部反馈回路的开环幅值远大于1的条件下，局部反馈回路的特性主要取决于反馈校正装置，而与包围部分无关；适当选择反馈校正装置的形式和参数，可以使已校正系统的性能满足给定指标的要求。

$$G(s) \approx \frac{G_1(s)}{G_c(s)}, \quad |G_2(j\omega)G_c(j\omega)| \gg 1$$

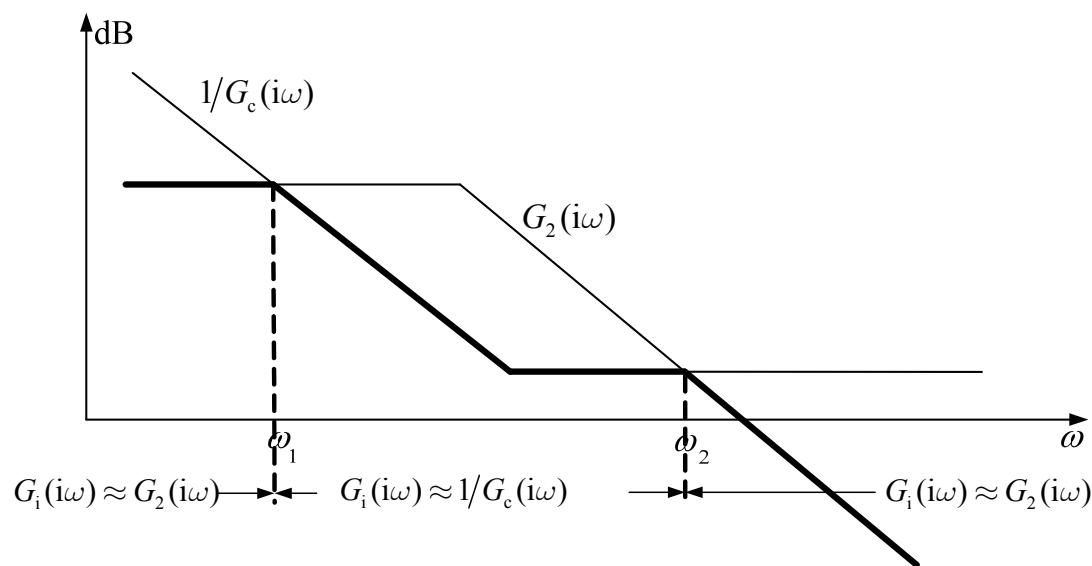


# 局部反馈校正频率特性近似

## □ 内环传递函数在 $|G_2(i\omega)G_c(i\omega)|=1$ 附近的形式

$$G_i(i\omega) \approx G_2(i\omega), |G_2(i\omega)G_c(i\omega)| < 1$$

$$G_i(i\omega) \approx 1/G_c(i\omega), |G_2(i\omega)G_c(i\omega)| > 1$$



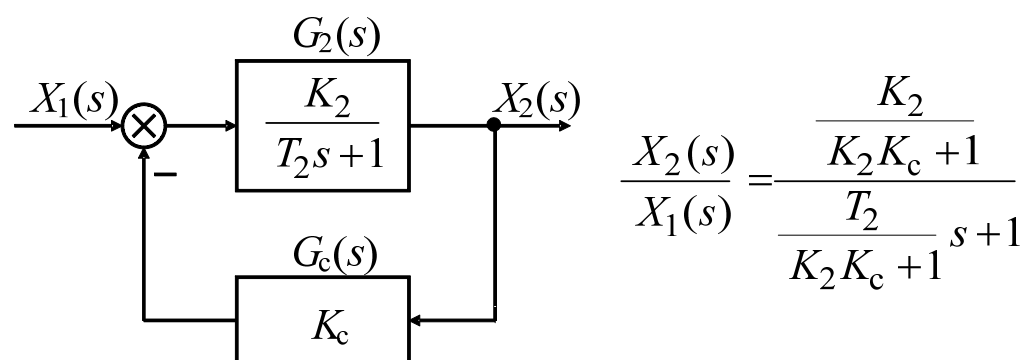
说明:

(1) 图中粗线为内环的近似频率特性。由此特性知, 利用反馈校正可在一定程度上保持原系统的低频和高频特性不变, 即系统的稳态性能和抗干扰能力不变。通过将中频段改造为  $G_1(s)/G_c(s)$ , 达到改善系统动态性能的目的。

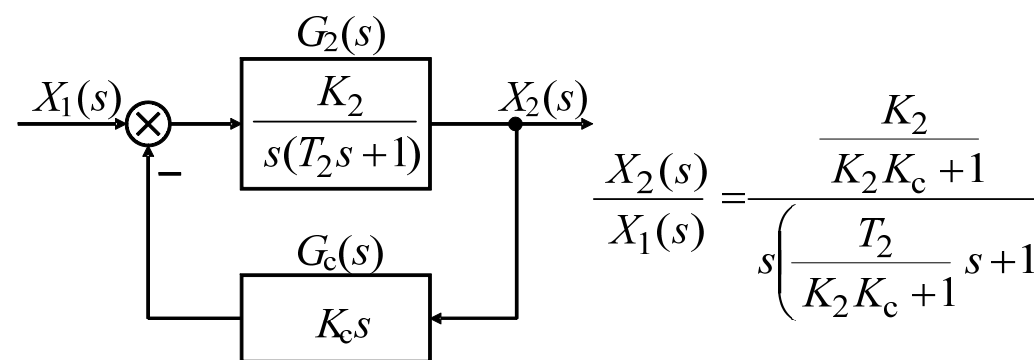
(2) 应当指出, 在  $\omega_1$  的频率上及其附近频段, 上述关系是不真实的。与绘制渐近Bode图不同, 对于上述频率的误差没有直接可用的修正方案。为减小误差, 工程上的办法是使交越频率远离上述频率点。

# 反馈校正的基本作用-减小系统的时间常数

## □ 针对一阶系统位置反馈



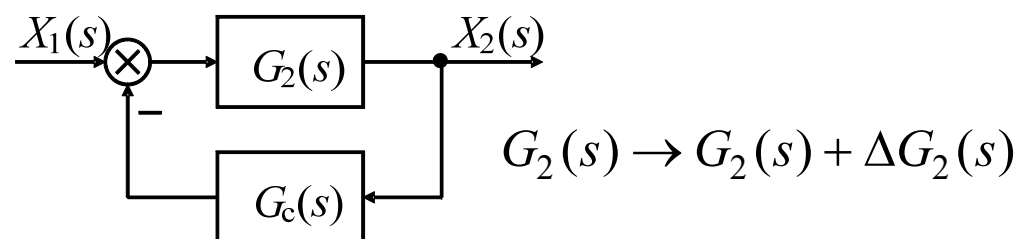
## □ 针对二阶系统的速度反馈



等效环节仍为原来的形式，但开环增益及时间常数均减小 $1+K_2K_c$ 倍。

# 反馈校正的基本作用-降低参数变化的敏感性

## □ 局部反馈



对于系统中部分环节由线性工作状态进入非线性工作状态时，相当于系统的参数摄动变化。

## □ 无局部反馈时，

$$X_2(s) = G_2(s)X_1(s)$$

$$\Delta X_2(s) = \Delta G_2(s)X_1(s)$$

## □ 引入反馈校正后，

$$X_2(s) = \frac{G_2(s)}{1 + G_2(s)G_c(s)} X_1(s)$$

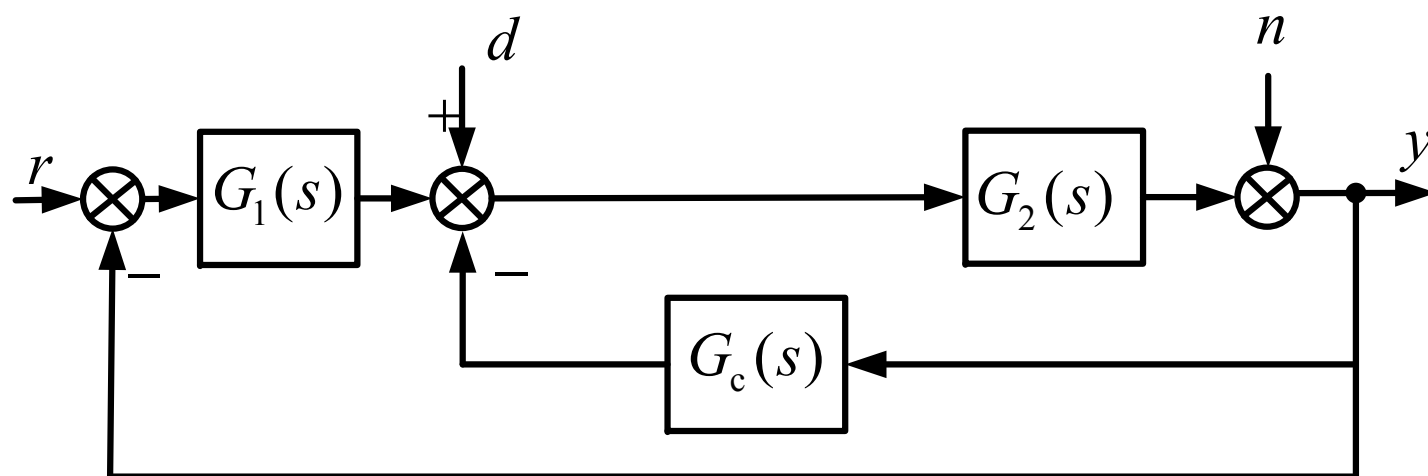
$$\Delta X_2(s) \approx \frac{\Delta G_2(s)}{1 + G_2(s)G_c(s)} X_1(s)$$

由  $G_2(s)$  的变化引起输出变化量比校正前减小了  $|1 + G_2(s)G_c(s)|$  倍



# 反馈校正的基本作用-抑制噪声与扰动的影响

## □ 扰动到输出、噪声到输出的传递函数

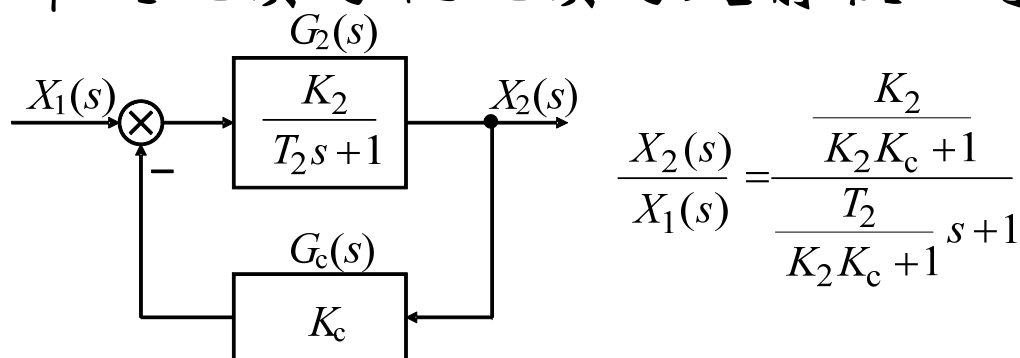


由传递关系可以看出：  
当存在局部反馈时，在  
条件  $|G_2(i\omega)G_c(i\omega)| > 1$   
下，可以更进一步减少  
噪声和扰动对系统的影  
响。

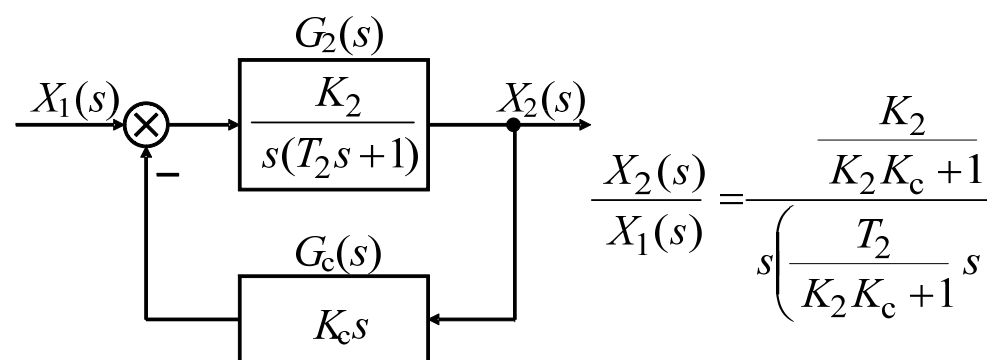
$$\frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{G_2}{1 + (G_1G_2 + G_cG_2)}, \quad \frac{Y(s)}{N(s)} = \frac{1}{1 + (G_1G_2 + G_cG_2)}$$

# 反馈校正的基本作用-等效替代串联校正-1

## □ 局部硬反馈与软反馈与超前校正等效



$$\begin{aligned} \frac{X_2(s)}{X_1(s)} &= \frac{1}{K_2K_c+1} \cdot \frac{T_2s+1}{\frac{T_2}{K_2K_c+1}s+1} \cdot \frac{K_2}{T_2s+1} \\ &= \frac{1}{a} \cdot \frac{T_2s+1}{\frac{T_2}{a}s+1} \cdot G_2(s) \end{aligned}$$

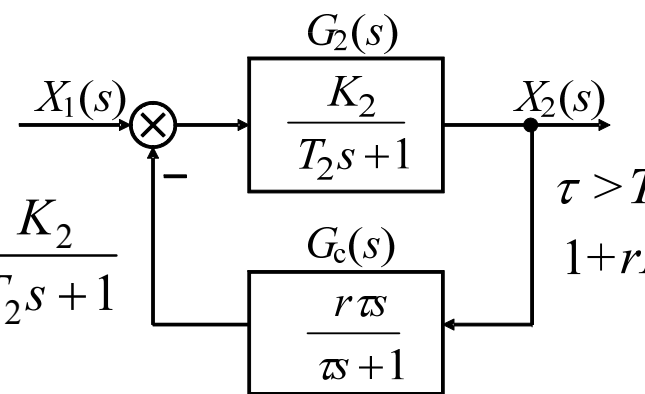


$$\begin{aligned} \frac{X_2(s)}{X_1(s)} &= \frac{1}{K_2K_c+1} \cdot \frac{T_2s+1}{\frac{T_2}{K_2K_c+1}s+1} \cdot \frac{K_2}{s(T_2s+1)} \\ &= \frac{1}{a} \cdot \frac{T_2s+1}{\frac{T_2}{a}s+1} G_2(s) \end{aligned}$$

# 反馈校正的基本作用-等效替代串联校正-2

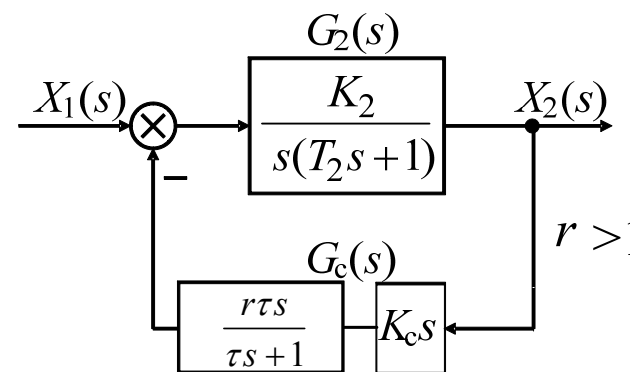
## □ 一阶系统的相角超前反馈校正

$$\frac{X_2(s)}{X_1(s)} = \frac{K_2(\tau s + 1)}{\tau T_2 s^2 + [(1 + rK_2)\tau + T_2]s + 1} = \frac{\tau s + 1}{(1 + rK_2)\tau s + 1} \cdot \frac{T_2 s + 1}{\frac{T_2}{1 + rK_2}s + 1} \cdot \frac{K_2}{T_2 s + 1}$$



## □ 二阶系统的测速-相角超前反馈校正

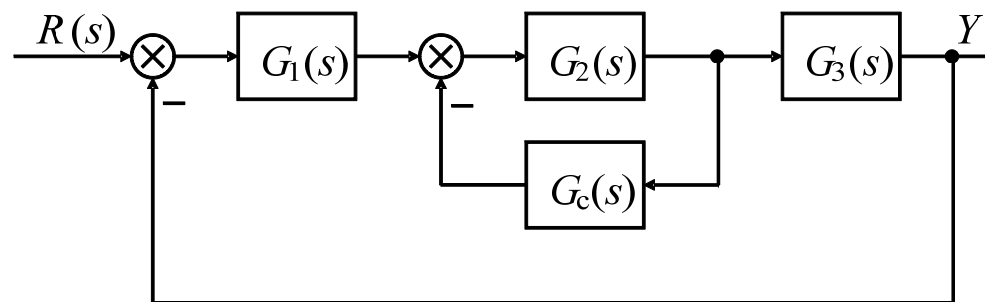
$$\frac{X_2(s)}{X_1(s)} = \frac{\tau T_2 s^2 + (\tau + T_2)s + 1}{\tau T_2 s^2 + ((rK_2 K_c + 1)\tau + T_2)s + 1} \cdot \frac{K_2}{s(T_2 s + 1)}$$



这两种系统的上述反馈形式等价于串联滞后超前校正，既可提高系统的响应速又不会降底系统增益，同时对系统元件特性的稳定性要求较低。

# 反馈校正的方法-期望特性综合法

- 采用反馈校正的控制系统必然是多环系统，并且需要注意内回的稳定性。
- 若反馈校正参数选择不当造成内回路不稳定，则整个系统也难以稳定可靠工作，且不利于开环调试。
- 基于期望特性的反馈校正
- 未局部校正时系统的开环传递函数



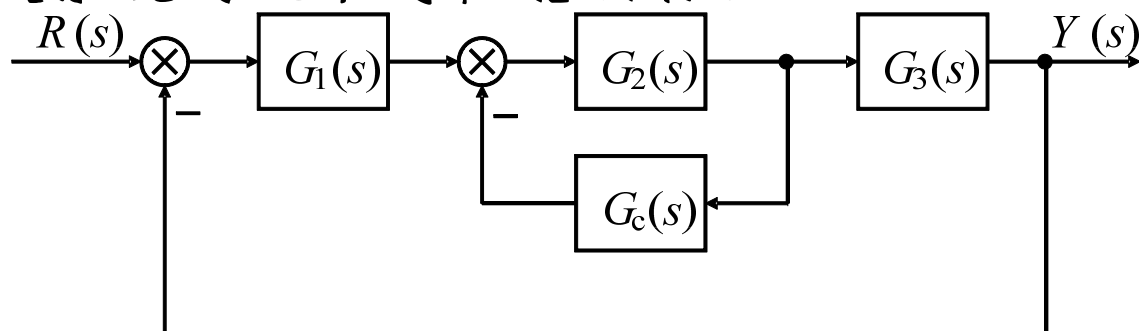
$$G_0(s) = G_1(s)G_2(s)G_3(s)$$

- 加入反馈校正后系统的开环传递函数

$$G(s) = \frac{G_0(s)}{1 + G_2(s)G_c(s)} \approx \begin{cases} G_0(s) & , |G_2(j\omega)G_c(j\omega)| \ll 1 \\ \frac{G_0(s)}{G_2(s)G_c(s)} & , |G_2(j\omega)G_c(j\omega)| \gg 1 \end{cases} \Rightarrow G_c(s) \approx \frac{\overset{\text{known}}{G_1(s)}}{\underset{\text{excepted}}{G_2(s)G(s)}}$$

# 反馈校正的例题-课外练习

- 例：设系统结构图如下， $K_1$ 在6000以内可调，试设计反馈校正装置特性 $G_c(s)$ 使系统满足下列性能指标：



$$G_1(s) = \frac{K_1}{0.014s + 1}, G_2(s) = \frac{0.0025}{s},$$
$$G_3(s) = \frac{12}{(0.1s + 1)(0.02s + 1)}$$

- 静态速度误差系数 $K_v \geq 150$ ;
- 单位阶跃输入下的超调量 $\sigma_p \leq 40\%$ ;
- 单位阶跃输入下的调节时间 $t_s \leq 1s (\Delta = 2\%)$ 。

这一讲就到这里！



图图网 : tutu001.com

## 第十四讲 最小相位系统的复合校正

串联校正和反馈校正在一定程度上可以命名系统满足给定的性能指标。然而，若系统中存在强扰动，特别是低频扰动，或系统的稳态精度和响应要求很高，还需要将前馈控制与反馈控制结合起来，如高速、高精度火炮系统，惯性导航，飞行器的轨道控制以及各类高精度的伺服系统，这种校正方式称为复合校正(二自由度控制)。复合校正的前馈装置是按不变性原理进行设计的。





# 最少拍系统

---

这一讲就到这里！



图图网 : tutu001.com

## 第十六讲 过程输入信号幅值与模型摄动边界约束

环路整形是一种基于开环频域指标的校正方法，通过控制器（补偿器） $C$ 或 $H$ 的变化对开环频率特性产生影响，使其具有希望的形状，从而得到期望闭环系统 $T$ 的性能，它是所有不同校正方法的基础。。

环路整形的思路：

闭环性能指标  $\rightarrow$  期望的开环频率特性  $\rightarrow$  控制器

闭环性能指标要考虑到指令跟踪性能、噪声和扰动抑制、鲁棒性、实际系统约束等。



## 第十五讲 非最小相位系统的性能约束

环路整形是一种基于开环频域指标的校正方法，通过控制器（补偿器） $C$ 或 $H$ 的变化对开环频率特性产生影响，使其具有希望的形状，从而得到期望闭环系统 $T$ 的性能，它是所有不同校正方法的基础。----系统的带宽受限

环路整形的思路：

闭环性能指标  $\rightarrow$  期望的开环频率特性  $\rightarrow$  控制器

闭环性能指标要考虑到指令跟踪性能、噪声和扰动抑制、鲁棒性、实际系统约束等。



这一讲就到这里！



这一讲就到这里！

