

Recobriment per Nodes

Segona pràctica d'Algorísmia Avançada

- *greedy* -

Grau en Enginyeria Informàtica

Tardor 2013

Universitat de Barcelona

1 El Problema del Mínim Recobriment per Nodes

Un recobriment per nodes d'un graf $G(V, E)$ és un subconjunt $S \subseteq V$, tal que qualsevol vèrtex del graf o bé és a S , o bé és veí d'algun vèrtex d' S . En altres paraules, un recobriment és un subconjunt de nodes $S \subseteq V$ tals que totes les arestes del graf tenen algun extrem dins S . I en llenguatge formal,

$$S \subseteq V \text{ és un recobriment de } G(V, E) \Leftrightarrow ij \in E \rightarrow i \in S \vee j \in S$$

El problema del mínim recobriment per nodes consisteix en trobar quin és el nombre mínim de nodes que recobreixen un graf.

$$\min_{S \subseteq V} \{|S| : S \text{ és un recobriment de } G\}$$

Per començar a familiaritzar-vos amb els problemes d'optimització, convé que us esforceu a distingir entre el cardinal d' S (que és $|S|$), i el conjunt S pròpiament dit. Lo primer és un número. Lo segon, un conjunt. És a dir, una cosa és quants nodes calen per recobrir un graf, i una altra quins són els nodes. A la primera quantitat li diem funció objectiu. Volem minimitzar el nombre de nodes. A la segona part, el conjunt S , li diem el conjunt de valors on es produeix el mínim. Noteu també que a partir del conjunt de valors on es produeix el mínim, és fàcil calcular el valor de la funció objectiu.

2 Enunciat

Es disposa d'un graf que representa un territori geogràfic, de manera que cada node correspon a una població. Les arestes ens indiquen tan sols que dos pobles són veïns, no representen distàncies. Per donar cobertura d'un servei qualsevol (telefonía, televisió, ràdio...) al territori complet, cal que cada població o bé tingui una antena repetidora, o si no, que sigui veïna d'alguna població que sí que en tingui una.

Implementeu un algorisme greedy en una funció, **antenes()**, per cobrir el territori sencer utilitzant el mínim nombre d'antenes.

Ha de ser en $\Theta(n)$, ja que aquesta pràctica és d'algorismes greedy.

La resposta de la funció donat un graf és un vector de valors lògics indicant les poblacions on calgui col·locar-les. Analitzeu-ne l'eficiència.

En aquest exercici, la sortida depèn de l'astúcia del vostre codi. Més endavant, en aquest mateix curs, sabrem donar solucions òptimes pel problema del recobriment, encara que potser trigaran molt a calcular-se. Per això, quan millor sigui el vostre codi ara, més ràpidament podrem solucionar el problema en el futur.

entrades i sortides

Seguidament es mostren dos exemples. A la primera columna hi ha el graf, a la segona el contingut del fitxer de text que el representa, i en la tercera, la solució òptima que no cal que el vostre programa aconsegueixi.

Si per al primer exercici el vostre programa aconsegueix un recobriment de tres nodes, o per al segon de quatre, podeu donar-vos per satisfets, encara que en la solució òptima podeu veure que el mínim recobriment pel primer cas té només dos nodes, i en el segon cas, també.

1.

```
1 2
2 3
3 4 5 6
7 4 5 6
```

[2,7]

2.

```
1 4
2 4
3 4
4 5
5 6 7 8
```

[4,5]

3 Lliurament

Caldrà entregar un fitxer zip. El nom del fitxer ha de tenir el format `grup_X_nom_cognom.zip`¹. Aquesta entrega s'haurà de fer abans del 17 de novembre al campus virtual.

Els fitxers que ha de contenir són:

1. Arxiu `grafs.py`, amb la solució a la pràctica de grafs.
2. Arxiu `greedy.py`, amb la solució aquesta pràctica de greedy.
3. Carpeta `proves_grafs` amb els arxius, `*.dat`, que continguin els jocs de proves utilitzats en la pràctica de grafs.
4. Carpeta `proves_greedy` amb els arxius, `*.dat`, que continguin els jocs de proves utilitzats en la pràctica de greedy.

¹grup A dl 10-12 sergio, grup B dl 10-12 carles, grup C dj 8-10 sergio, grup F dt 12-14 sergio