

# Pràctica d'Algorismes Voraços

Algorísmica Avançada

Grau en Enginyeria Informàtica  
Primer Quadrimestre Curs 2014-2015  
Universitat de Barcelona

## 1 El Problema de les Gasolineres

Un cotxe ha d'anar de Sitges a Ondarroa. Surt de Sitges amb el dipòsit ple. Tenim un mapa amb el recorregut que ha de fer el cotxe. I també amb les  $n$  benzineres que hi ha en aquest recorregut i les distàncies entre cada una d'elles. El cotxe, que és un trasto vell, no pot fer més de cent quilòmetres sense repostar. El problema és minimitzar el nombre de parades que haurà de fer el cotxe, satisfent que la distància entre parades ha de ser inferior a  $D = 100$ .

Feu un programa en python que ens digui a quines gasolineres cal repostar. Com entrada ha de rebre primer el nombre  $D$  que és un enter, i després un vector de nombres reals que indica distàncies de les estacions de servei a l'inici. És òptima la vostra solució? Si és així, doneu-ne la demostració, i si no, doneu-ne un contraexemple. Escriviu tot això al final del mateix arxiu de nom `gasolineres.py`. L'explicació final no ha d'ocupar més de cinc línies.

## 2 El Problema de la Motxilla

El problema de la motxilla (*the knapsack problem*) és molt conegut. Des dels inicis de la investigació operativa i la programació lineal hi ha bibliografia específica d'aquest problema. Ha estat un dels problemes emblemàtics de diverses disciplines. Va ser un problema pioner de la programació lineal, i també ho ha estat en algorismes genètics, xarxes neuronals, o de colònies de formigues. I també, sens dubte, de la programació dinàmica.

Tothom s'ha plantejat el problema de la motxilla en algun moment. A l'omplir el maleter del cotxe, o una caixa de cartró en una mudança. Diu així.

*Problema de la Motxilla.* D'entre  $n$  objectes que tenen pesos  $w_i \in \mathbb{R}$ , per  $i = \{1, \dots, n\}$ , i valors  $v_i \in \mathbb{R}$ , també per  $i = \{1, \dots, n\}$ , aconseguir el màxim valor possible, sempre que el pes total no superi la capacitat de pes  $W$  de la motxilla.

Formalment, diem  $x$  a un vector d'enters de dimensió  $n$ . Enters, ja que no es pot agafar mig objecte. Cada component  $x_i$  ens indica la quantitat d'objectes del tipus  $i$  que ficarem a la motxilla, per  $i = \{1, \dots, n\}$ . Tenim així que el problema pot ser expressat com, donats  $n$  pesos  $w_i \in \mathbb{R}$  i  $n$  valors  $v_i \in \mathbb{R}$ , per  $i = \{1, \dots, n\}$ ,

$$\begin{aligned}
\text{(MOTXILLA)} \quad & \text{maximitzar } v_1x_1 + v_2x_2 + \cdots + v_nx_n \\
& \text{satisfent } w_1x_1 + w_2x_2 + \cdots + w_nx_n \leq W \\
& x_i \geq 0, x_i \in \mathbb{Z}, i = \{1, \dots, n\}
\end{aligned} \tag{1}$$

En notació vectorial, si  $v, w \in \mathbb{R}^n$ , la formulació polièdrica del problema de la motxilla es pot descriure com segueix.

$$\begin{aligned}
\text{(MOTXILLA)} \quad & \text{maximitzar } vx \\
& \text{satisfent } wx \leq W \\
& x \geq 0, x \in \mathbb{Z}^n
\end{aligned} \tag{2}$$

Codifiqueu en python una solució voraç per al problema de la motxilla. Com entrada ha de rebre primer un nombre enter que significa la capacitat de la motxilla, i dos vectors de nombres reals que indiquen els valors i els pesos de la motxilla. És òptima la vostra solució? En cas afirmatiu demostreu l'optimalitat. Si no ho és, doneu un exemple en el que no dongui l'òptima. En qualsevol cas, no heu d'utilitzar més de cinc línies per l'explicació. L'arxiu ha d'anomenar-se `motxilla.py`.

### 3 El Problema del Viatjant.

El *Travelling Salesman Problem* és un altre problema de referència que ha suposat un repte a moltes generacions. Si busqueu informació sobre el tema veureu la gran quantitat de material que s'ha elaborat al respecte. Diu així.

A partir d'una funció real no negativa de costos definida sobre les arestes del graf no dirigit complet d' $n$  elements,  $c: E(\mathcal{K}_n) \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ , trobar un cicle simple de mínim cost que contingui tots els nodes.

Feu en python una programa voraç que proporcioni una solució heurística al problema del viatjant. També en aquest cas, doneu la demostració d'optimalitat o bé un contraexemple en el que l'algorisme donat no dongui l'òptim. Feu-ho, com abans, en cinc línies màxim. L'arxiu ha d'anomenar-se `viatjant.py`.

### 4 Lliurament

Aquests exercicis s'hauran d'entregar en un arxiu comprimit que contingui una carpeta amb el vostre nom i cognoms separats per guions baixos. Tant l'arxiu com la carpeta s'han d'anomenar igual. El contingut de la carpeta, ha de ser els tres arxius en python, amb les respostes textuais de no més de cinc línies com a comentaris al final.

El termini de lliurament acabarà el proper diumenge 9 de novembre. I juntament amb aquesta, també s'entregarà la pràctica de grafs.