

Certificat de Mathématiques – Programme Pédagogique

Le programme de l'évaluation pour le certificat de mathématiques couvre 5 grands items, listés et détaillés ci-dessous. Ces items sont évalués sur deux aspects : les savoirs (définitions, applications directes de définition, hypothèses et contenus de théorèmes) et les savoirs-faire (calcul formel, calcul numérique).

1. Trigonométrie, calcul algébrique et nombres complexes

○ Trigonométrie

- Cercle trigonométrique,
- Fonctions circulaires cosinus et sinus,
- Formules d'addition, de duplication,
- Fonction tangente,
- Équations et inéquations trigonométriques,

○ Calcul algébrique

- Identités remarquables,
- Factorielle et coefficients binomiaux,
- Factorisation,

○ Nombres complexes

- Définition et représentation de \mathbb{C} ,
- Forme cartésienne et trigonométrique,
- Exponentielle complexe et formules d'Euler,
- Conjugaison,
- Inégalité triangulaire,
- Formules de De Moivre,
- Racines n-ièmes.

2. Analyse

○ Fonctions réelles

- Définition et représentation graphique d'une fonction réelle,
- Parité, imparité, périodicité,
- limites,

○ Calcul différentiel

- Dérivée d'une fonction
- Dérivées d'une somme, produit et composée,
- Dérivées des fonctions usuelles,
- Tableau de variation, étude pratique d'une fonction,
- Règle de L'Hôpital

○ Primitives et intégrales

- Primitives d'une fonction,
- Calcul de primitives, applications au calcul d'intégrales,
- Intégration sur un intervalle de \mathbb{R} ,
- Intégration par partie, par changement de variable,
- Intégrales de Riemann
- Relation de Chasles
- Intégration d'une fonction paire ou impaire sur un intervalle symétrique

- Intégration d'une fonction périodique sur un nombre entier de périodes
- Théorème de convergence monotone
- Théorème de convergence dominée
- **Développements limités**
 - Développement limité à l'ordre n d'une fonction,
 - Formule de Taylor-Young pour une fonction \mathcal{C}^n ,
 - Développement limité et parité/impairité,
 - Analyse asymptotique,
- **Polynômes et fractions**
 - Polynômes et fractions rationnelles,
 - Racines et pôles,
 - Décomposition en éléments simples,
 - Racine d'un trinôme du 2nd degré
- **Analyse vectorielle**
 - Champ scalaire,
 - Opérateurs vectoriels : gradient, divergence, rotationnel, laplacien,
 - Composition des opérateurs,
 - Intégration : théorèmes d'Ostrogradsky-Green et de Stokes.
- **Suites et séries**
 - Expression du terme général d'une suite arithmétique
 - Somme de n termes consécutifs d'une suite arithmétique (au moins pour la suite des n premiers entiers naturels)
 - Expression du terme général d'une suite géométrique
 - Somme de n termes consécutifs d'une suite géométrique
 - Comportement à l'infini d'une suite géométrique selon sa raison q
 - Étude du comportement d'une suite arithmético-géométrique ?
 - Développement en séries entières usuels (à minima $1/(1-x)$)
 - Rayon de convergence d'une série entière
 - Règle de d'Alembert (pour l'étude de la convergence)
 - Somme de deux séries entières
 - Dérivation et intégration d'une série entière d'une variable réelle

3. Équations Différentielles Linéaires

- Équations différentielles (ED) – définitions,
- Conditions initiales et unicité de la solution,
- Résolution d'une ED d'ordre 1 à coefficients constants,
- Résolution d'une ED d'ordre 2 à coefficients constants,
- Recherche d'une solution particulière d'une ED sous la forme du second membre.

4. Algèbre et matrices

- Matrices et applications linéaires,
- Produit matriciel,
- Noyau, image et rang d'une matrice,
- Systèmes linéaires,
- Changement de base,
- Inversion de matrice,
- Déterminant d'une matrice,
- Valeurs propres, vecteurs propres et décomposition
- Diagonalisation,
- Matrices de rotation.

5. Arithmétique, puissances et fonctions usuelles

- **Arithmétique**

- Divisibilité dans \mathbb{Z} , diviseur, multiples,
- Division Euclidienne,
- Relation de congruence,
- Opération sur les congruences,
- Énumération, combinaisons,
- Combinaisons sans répétitions, coefficient binomial,

- **Puissances,**

- Puissances de 2 et de 10,
- Fonction Puissance
- Fonctions exponentielles et logarithmes – définitions,
- Relations de sommes et produits pour les fonctions puissances, exponentielles logarithmes.