

# Математическая статистика для специальности ИУ7, 6-й семестр. Вопросы для подготовки к рубежному контролю №1

## 1. Теоретические вопросы

1. Сформулировать и доказать первое неравенство Чебышева.
2. Сформулировать и доказать второе неравенство Чебышева.
3. Для последовательности случайных величин сформулировать определения сходимости по вероятности и слабой сходимости. Сформулировать закон больших чисел.
4. Сформулировать закон больших чисел. Доказать закон больших чисел в форме Чебышева.
5. Сформулировать закон больших чисел в форме Чебышева. Доказать следствие этого закона для одинаково распределенных случайных величин и закон больших чисел в форме Бернулли.
6. Сформулировать центральную предельную теорему. Доказать интегральную теорему Муавра-Лапласа.
7. Сформулировать определение случайной выборки и выборки, вариационного ряда. Записать и обосновать выражения для функций распределения случайной выборки и крайних членов вариационного ряда.
8. Сформулировать определение начальных и центральных выборочных моментов порядка  $k$ , выборочного среднего и выборочной дисперсии. Являются ли эти статистики несмещенными оценками своих теоретических аналогов?
9. Сформулировать определения эмпирической функции распределения и выборочной функции распределения. Сформулировать и доказать теорему о сходимости выборочной функции распределения.
10. Понятия интервального статистического ряда, эмпирической плотности, гистограммы, полигона частот.
11. Постановка задачи идентификации неизвестных параметров закона распределения случайной величины. Определение точечной оценки. Определение несмещенной точечной оценки. Показать, что выборочная дисперсия является смещенной оценкой дисперсии. Записать формулу для исправленной выборочной дисперсии.
12. Постановка задачи идентификации неизвестных параметров закона распределения случайной величины. Определение точечной оценки. Определение состоятельной оценки. Привести примеры состоятельной и несостоятельной оценок (с обоснованием).
13. Постановка задачи идентификации неизвестных параметров закона распределения случайной величины. Определение точечной оценки. Определение эффективной оценки. Показать, что выборочное среднее является эффективной оценкой математического ожидания в классе линейных оценок.
14. Постановка задачи идентификации неизвестных параметров закона распределения случайной величины. Определение точечной оценки. Определение эффективной оценки. Сформулировать теорему о единственности эффективной оценки.
15. Постановка задачи идентификации неизвестных параметров закона распределения случайной величины. Определение точечной оценки. Определение эффективной оценки. Определение количества информации по Фишеру. Сформулировать теорему о неравенстве Рао-Крамера.
16. Постановка задачи идентификации неизвестных параметров закона распределения случайной величины. Определение точечной оценки. Определение эффективной оценки. Показать, что выборочное среднее является эффективной оценкой математического ожидания нормальной случайной величины при известной дисперсии.
17. Постановка задачи идентификации неизвестных параметров закона распределения случайной

величины. Определение точечной оценки. Описать метод моментов построения точечной оценки. Привести пример.

18. Постановка задачи идентификации неизвестных параметров закона распределения случайной величины. Определение точечной оценки. Описать метод максимального правдоподобия построения точечной оценки. Привести пример.
19. Постановка задачи идентификации неизвестных параметров закона распределения случайной величины. Сформулировать определение  $\gamma$ -доверительного интервала. Сформулировать определение центральной статистики и изложить общий алгоритм построения  $\gamma$ -доверительного интервала для скалярного параметра.
20. Постановка задачи идентификации неизвестных параметров закона распределения случайной величины. Сформулировать определение  $\gamma$ -доверительного интервала. Сформулировать определение центральной статистики. Изложить и обосновать метод построения доверительного интервала для математического ожидания нормальной случайной величины в случае известной дисперсии.
21. Постановка задачи идентификации неизвестных параметров закона распределения случайной величины. Сформулировать определение  $\gamma$ -доверительного интервала. Сформулировать определение центральной статистики. Изложить и обосновать метод построения доверительного интервала для математического ожидания нормальной случайной величины в случае неизвестной дисперсии.
22. Постановка задачи идентификации неизвестных параметров закона распределения случайной величины. Сформулировать определение  $\gamma$ -доверительного интервала. Сформулировать определение центральной статистики. Изложить и обосновать метод построения доверительного интервала для дисперсии нормальной случайной величины.

## 2. Типы задач

1. Неравенства Чебышева.
2. Закон больших чисел, теорема Чебышева.
3. Центральная предельная теорема и интегральная теорема Муавра-Лапласа.
4. Проверка несмещенности и состоятельности точечных оценок.
5. Проверка эффективности по Рао точечных оценок.
6. Построение доверительных интервалов.

## Образец билета

### БИЛЕТ № 0

1. Сформулировать центральную предельную теорему. Доказать интегральную теорему Муавра-Лапласа.

2. По результатам многолетних наблюдений среднее число баллов, набираемых студентами специальности ИУ7 по дисциплине "Математическая статистика" по основной ведомости, равно 50. Оценить вероятность того, что случайно выбранный студент этой специальности получит зачет по основной ведомости (то есть наберет не менее 60 баллов). Как изменится эта оценка, если дополнительно известно, что среднеквадратичное отклонение количества набранных баллов равно 7?

3. Построить доверительный интервал уровня  $\gamma = 0.95$  для математического ожидания нормальной случайной величины  $X$ , если после  $n = 21$  наблюдения получены следующие оценки:  $\bar{x} = -2.34$ ,  $S^2(\bar{x}) = 1.21$ .

№ вопроса	1	2	3	$\Sigma = \max$	min
Баллы	12	11	11	34	20