Logique

- Numero 1
- Prof: Hémon Sébastien
- Date: 11/10/2017

Introduction

Tarski : *"N'est pas une phrase ce que l'on ne peut definir comme vrai ou faux."*

Axiomes : Maniere d'ecrire une propriete. Elles forment le contexte.

```
+-------------------+-----------------------+
| Syntaxe (axiomes) | Semantiques (Verites) |
+-------------------+-----------------------+
```

Une phrase est compose de mots, eux-memes composes de caracteres.

1 Induction

Definition par induction d'un type (T):

- A : On se donne des atomes (pas des axiomes) a1, a2, …, an, consideres comme etant de type T
- O : On se donne des operateurs ou constructeurs $\Box 1, \Box 2, \ldots, \Box n$ d'arites respectives r1, r2, …, rn et on considere :
    1. Chaque fois que t1, t2, …, ti sont de types T et $\Box i$ est un constructeur d arite ri
    2. On aura $\Box i$ t1, …, ti est de type T
- C : Condition d'arrêt:

    ```
                        1. un nombre d'étapes à ne pas dépasser ou non borné
                        2. condition logique
    ```

    Notation : condition d'arrêt ω correspond à accepter tout nb d'entiers fini d'étapes de constructions.

Exemple :

	Etapes de constructions
A	$\Diamond$ integer
O	$\nearrow$ arité 1
C	ω

Ce type integer est équivalent à celui des entiers naturels.

2 Logique propositionnelle

On se donne les objets suivants:

- Lettres majuscules latines (éventuellement avec indices) dans Λ
- Connecteurs logiques : $\wedge$ (et); $\vee$ (ou); $\implies$ (implication); $\iff$ (équivalent); $\neg$ (négation), $\bot$ (bottom); $\top$ (top).

On définit par induction le type F0 “formule propositionnelle de la logique”

- A : tout élément de Lambda ainsi que Bottom et Top
- O : Si φ et ψ sont de types de F0, alors: $\vee\varphi\psi$, $\neg\varphi$, etc… sont de types F0 (dites “en polonais”)
- C : condition d’arrêt ω

Remarque

On peut traduire l’ériture polonaise en écriture usuelle. Il faudra l’indiquer mais l’usage de () est restreint à la notation usuelle.