Theorie des Langages

- Numero: 4
- Prof: Fabrizio Jonathan
- Date: 02 Novembre 2017

Rappelles:

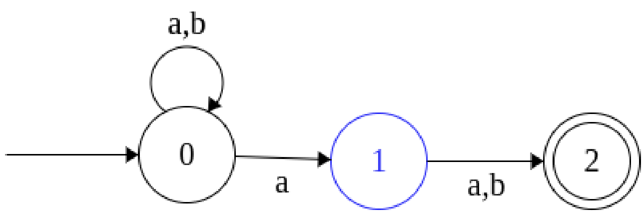
Langage Rationnel $\longrightarrow$ Expression rationnelle $\longrightarrow$ ε-NFA $\longrightarrow$ NFA $\longrightarrow$ DFA

En faite:

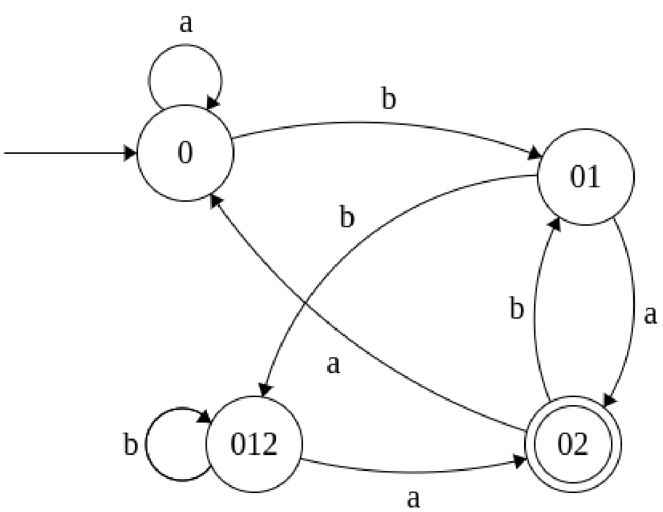
Langage Rationnel $\longrightarrow$ Expression rationnelle $\longrightarrow$ ε-NFA $\supset$ NFA $\supset$ DFA

Creation d'un DFA

```
(a+b)*b(a+b)
```



T	a	b
0	0	01
01	02	012
02	0	01
012	02	012



Langages non rationnels

Voici l'exemple d'un langage non rationnel:

$a^n b^n$

Pour determiner qu'un langage n'est rationnel on peut utiliser le
lemme de pompage:

$m \in L\$
$\exists k \in \mathbb{N}, |m| > k\$
$m = uvw$ tq:

- $|v| \geq 1$
- $|uv| \leq k$

$\forall i \in \mathbb{N},$
$uv^i w \in L$

Exemple

Soit $L = a^n b^n$ avec $n \in \mathbb{N}$

$m = a^n b^n$ donc $a\dots|ab|\dots b\$
$u = a^i\$
$v = a^{n-i}b{n-j}\$
$w = b^j$

Cela ne marche pas car:

$uvvw \notin L$

Le probleme est que l'on ne peut pas trouver un motif qui respecte le lemme de pompage. Du coup L n'est pas un langage rationelle.

\danger Si un langage respecte le lemme de pompage on ne peut rien en conclure.

Proprietes

- Soit L un langage rationnel:

> L est rationelle.

- Soit L_1 et L_2 des langages rationnels:

> $L_1 \cup L_2$est rationelle.

- Soit L_1 et L_2 des langages rationnels:

> $L_1 \cap L_2 = L_1 \cup L_2$est rationelle.

Prefixe

Question: $\text{Pref}(L)$ est-il rationnel ?

- $\text{Pref}(\emptyset) = \emptyset$
- $\text{Pref}(\{\varepsilon\}) = \{\varepsilon\}$
- $\text{Pref}(\{a\}) = \{\varepsilon + a\}$

Hypothese: L_1 et L_2 Rationnels de plus $\mathrm{Pref}(\mathrm{L}_1)$ et $\mathrm{Pref}(\mathrm{L}_2)$ rationnels

- $\mathrm{Pref}(\mathrm{L}_1 \cup \mathrm{L}_2) = \mathrm{Pref}(\mathrm{L}_1) \cup \mathrm{Pref}(\mathrm{L}_2)$ Donc rationel par hypothese.
- $\mathrm{Pref}(\mathrm{L}_1 . \mathrm{L}_2) = \mathrm{Pref}(\mathrm{L}_1) \cup \mathrm{L1} . \mathrm{Pref}(\mathrm{L}_2)$ Rationnel

Du coup $\mathrm{Pref}(\mathrm{L})$ est rationel (par recurence).

Inclusion

L'inclusion ne preserve pas la rationalite dans un sens comme
dans l'autre.

\danger Il faut revoir les algos qui sont decrit dans le poly.