Logique

- Numero 4
- Prof: Hémon Sébastien
- Date: 15/11/2017

Relations d'equivalence

Def: Soit E un ensemble et R relation d'equivalence sur E pour Z = {e ∈ E | ekx}.
On nomme $\bar{a}$ classe d'équivalence de x selon k.

Notation: $k_{\mathbb{Z}}$ avec k ∈ $\mathbb{Z}$ désigne les k multiples dans $\mathbb{Z}$

Remarque: si xky, alors $\bar{x}=\bar{\bar{y}}$

Definition: L'ensemble des classes d'équivalences de E selon R est appelé quotient de E par k, noté E/k.

Propriété: la relation $\equiv_{F0}$ est une relation d'équivalence. Toute équalité
x = y est une relation de congruence et n'est donc pas forcément vrai. Elle est liée au langage.

Théorème: On peut assimiler par correspondance bijective une relation k d'équivalence sur E à une partition de E.

Définition:(partition) Soit Ω un univers. On appelle partition de cet univers une famille d'ensemble / événements (Ai), i ∈ I vérifiant:
∪Ai = Ω; ∀ i ≠ j, Ai ∩ Aj = ∅; I = ensemble ordonné

Considérons (Ai) comme partition de E, on définit sur E la relation R par xRy ⇔

Reflexivité

Soit x ∈ E, on a ∪ Ai = E donc x ∈ E ⇔ x ∈ ∪Ai ⇔ ∃ i ∈ I
x ∈ Ai d'où xRx ⇔ ∃ I ∈ I x ∈ Ai ∧ x ∈ Ai ≡ ∃ i ∈ I x ∈ Ai

Symmetrie dans F0, A ≡ A or A ∧ B ≡ B ∧ A, on pose A = x ∈ Ai et B = y ∈ Ai