Logique

- Numero 2
- Prof: Hémon Sébastien
- Date: 18/10/2017

3 Critères algorithmiques de correction d'écriture dans F0 polonais

Procèdure de vérification d'une formule de F0

1. Entrée: mot = $\phi \in (\nu \cup C)^*$
2. Procédure: ϕ = s1, s2, ..., sn (concaténation)

valuation υ des symboles:

υ: si $\in \nu$ -> -1 $\{\wedge, \vee, \Rightarrow, \Leftarrow\}$ -> 1 $\neg$ -> 0 $\top, \bot$ -> -1

Sommes cumulées: ($\sum \lim_{i=1} \omega \upsilon$(si) = (Sk)k $\preceq$ n) 3. Conditions d'arrêts: Stop si $\exists$ k $\preceq$ n Sk = -1, renvoye k si Sn est calculé

Proposition: $\phi \in$ F0 ssi la procédure s'arrête en remplissant mutuellement les deux conditions en polonais

Démonstration (correction de l'algo): Par induction sur la construction des formules * Atomes: Soit s $\in \nu \cup \{\top, \bot\}$, on a ϕ = s = s1 (n = 1) et υ(s) = -1. Arrêt à -1, on accepte $\phi \in$ F0. * Constructeurs: Supposons $\phi et \psi$ deux éléments de F0 validant le critère. *Par hypothèse d'induction*: Pour ϕ: s1 ... sn => υ(s1) -> -1 Pour ψ: θ 1 ... θ n => $\upsilon(\theta$ 1) -> -1 Considérons h = $\wedge \phi \psi$, en mettant h dans l'algo, on a Pour h: $\wedge$ s1 ... sn θ 1 ... θ 2 => 1 1 + υ(s1) -> 0 $\upsilon(\theta$ 1) -> -1 Notons que pour $\upsilon(\wedge) = \upsilon(\vee)$ d'où le raisonnement est de même pour les autres opérateurs.

Réciproque: Les cas pathologiques (ϕ !$\in$ F0) * ϕ contient pour i $preceq$ n un symbole si $\in$ C tel que si reçoit un argument de moins que prévu * ϕ contient un supplément de symboles malgré la cloture de chaque connecteur

Dans le 1er cas, l'algo s'arrête en n'ayant pas rencontré de -1. Dans le 2ème cas, l'algo s'arrête sur -1, avec k < n

Sémantique de F0

||ϕ|| = sémantique de ϕ On opte pour le point de vue de Tarski, par induction de la construction de F0: * Atomes: ||$\top$|| = vrai, ||$\bot$|| = Faux Pour chaque λ: ν -> {vrai, faux}. On se donne ||A||λ = λ(A) λ est appelée assignation des valeurs aux variables

N.B: on définit donc des classes de vérités et non une vérité unique Ainsi $||\top||\lambda$ = vrai et $||\bot||\lambda$ = faux qqsoit λ

- Constructeurs: $\wedge\vee$ => <=> $\neq$ $||\wedge\phi\psi||\lambda$ est vrai ssi $||\phi||\lambda$ est vrai et $||\psi||\lambda$ est vrai

On dit que ϕ et $\psi \in$ F0 sont sémantiquement équivalentes si $||\phi||\lambda$ = $||\psi||\lambda$, on note $||\phi||\lambda \equiv ||\psi||\lambda$

Broccoli-logic

Une broccoli-logic est toute logique dans laquelle quel que soit ♣ connecteur, on a $||$♣$\phi\psi||\lambda$ = vrai ssi $||\phi||\lambda$ = vrai broccoli $||\psi||\lambda$ = vrai

Prop: Logique F0 est une broccoli-logique.