Theorie des Langages

- Numero: 4
- Prof: Fabrizio Jonathan
- Date: 02 Novembre 2017

Rappelles:

Langage Rationnel → Expression rationnelle → ε-NFA → NFA → DFA

En faite:

Langage Rationnel → Expression rationnelle → ε-NFA ⊃ NFA ⊃ DFA

Creation d'un DFA

```
(a+b)*b(a+b)
```

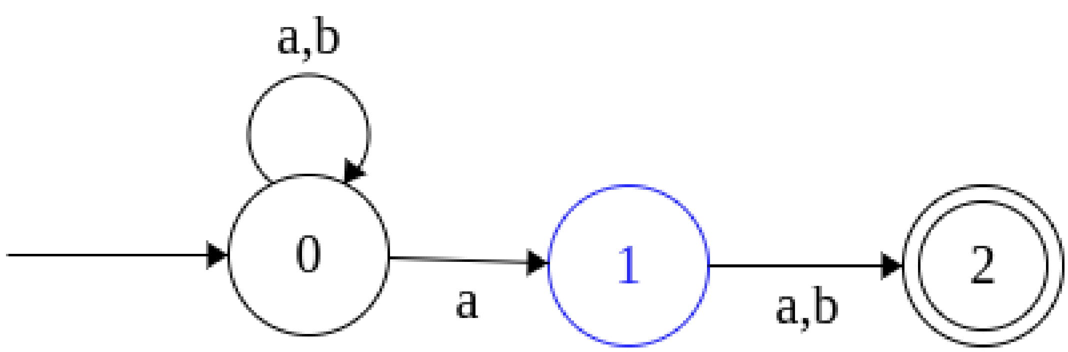

Figure 1: NFA

T	a	b
0	0	01
01	02	012
02	0	01

T	a	b
012	02	012

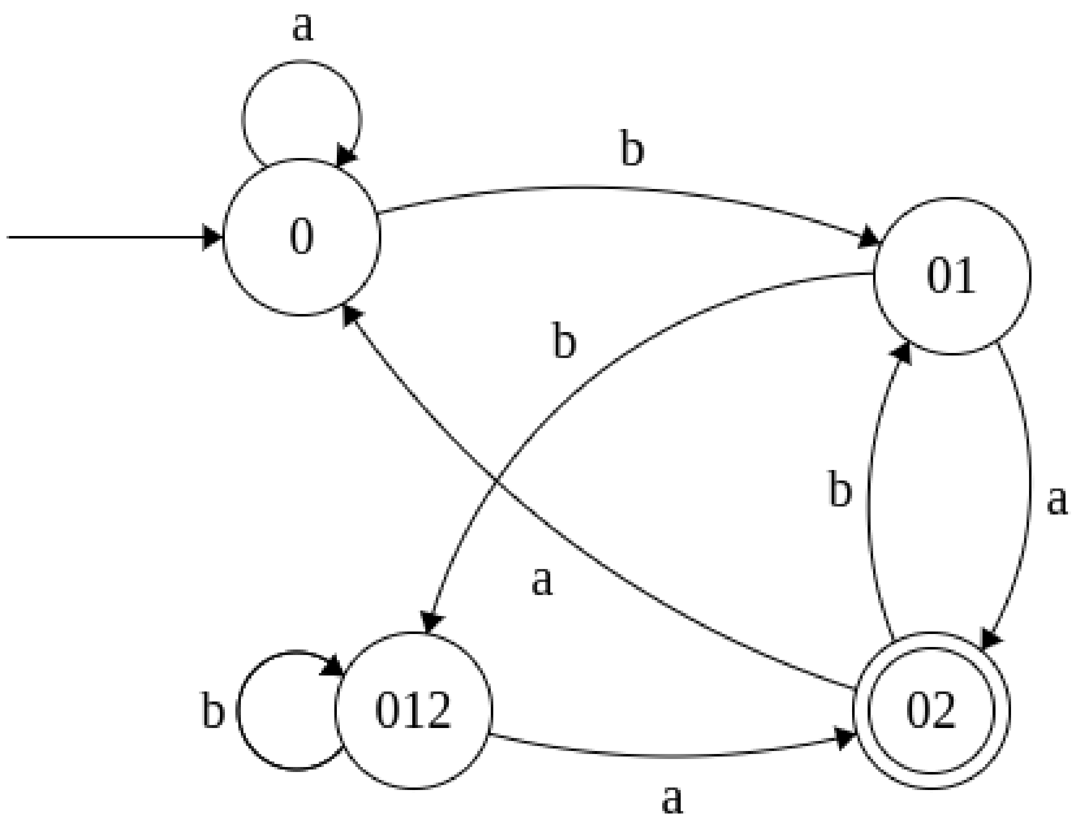

Figure 2: DFA

Langages non rationnels

Voici l'exemple d'un langage non rationnel:

$a^n b^n$

Pour determiner qu'un langage n'est rationnel on peut utiliser le lemme de pompage:

$m \in L \, \exists k \in \mathbb{N}, |m| > k \; m = uvw$ tq:

- $|v| \geq 1$
- $|uv| \leq k$

$\forall i \in \mathbb{N}, uv^i w \in L$

Exemple

Soit $L = a^n b^n$ avec $n \in \mathbb{N}$

$m = a^n b^n$ donc $a \ldots |ab| \ldots b$ $u = a^i$ $v = a^{n-i} b^{n-j}$ $w = b^j$

Cela ne marche pas car:

$uvvw \notin L$

Le probleme est que l'on ne peut pas trouver un motif qui respecte le lemme de pompage. Du coup L n'est pas un langage rationelle.

⚠Si un langage respecte le lemme de pompage on ne peut rien en conclure.

Proprietes

- Soit L un langage rationnel:

> $\overline{L}$ est rationelle.

- Soit L_1 et L_2 des langages rationnels:

> $L_1 \cup L_2$ est rationelle.

- Soit L_1 et L_2 des langages rationnels:

> $L_1 \cap L_2 = \overline{\overline{L_1} \cup \overline{L_2}}$ est rationelle.

Prefixe

Question: $Pref(L)$ est-il rationnel ?

- $Pref(\varnothing) = \varnothing$
- $Pref(\{\varepsilon\}) = \{\varepsilon\}$
- $Pref(\{a\}) = \{\varepsilon + a\}$

Hypothese: L_1 et L_2 Rationnels de plus $Pref(L_1)$ et $Pref(L_2)$ rationnels

- $Pref(L_1 \cup L_2) = Pref(L_1) \cup Pref(L_2)$ Donc rationel par hypothese.
- $Pref(L_1.L_2) = Pref(L_1) \cup L1.Pref(L_2)$ Rationnel

Du coup $Pref(L)$ est rationel (par recurence).

Inclusion

L'inclusion ne preserve pas la rationalite dans un sens comme dans l'autre.

ATTENTION: Il faut revoir les algos qui sont decrit dans le poly.