# Logique

- Numero 1
- Prof: Hémon Sébastien
- Date: 11/10/2017

## Introduction

**Tarski** : *"N'est pas une phrase ce que l'on ne peut definir comme vrai ou faux."*

**Axiomes** : Maniere d'ecrire une propriete. Elles forment le contexte.

```
+-------------------+----------------------+
| Syntaxe (axiomes) | Semantiques (Verites) |
+-------------------+----------------------+
```

Une phrase est compose de mots, eux-memes composes de caracteres.

## 1 Induction

**Definition par induction d'un type (T)**:

- A : On se donne des atomes (pas des axiomes) a1, a2, …, an, consideres comme etant de type T
- O : On se donne des operateurs ou constructeurs $\square 1, \square 2, ..., \square n$ d'arites respectives r1, r2, …, rn et on considere :
  1. Chaque fois que t1, t2, …, ti sont de types T et $\square i$ est un constructeur d arite ri
  2. On aura $\square i$ t1, …, ti est de type T
- C : Condition d'arrêt:

  ```
                      1. un nombre d'étapes à ne pas dépasser ou non borné
                      2. condition logique
  ```

  **Notation** : condition d'arrêt $\omega$ correspond à accepter tout nb d'entiers fini d'étapes de constructions.

*Exemple :*

| | Etapes de constructions |
|---|---|
| A | $\lozenge$ integer |
| O | $\nearrow$ arité 1 |
| C | $\omega$ |

Ce type integer est équivalent à celui des entiers naturels.

## 2 Logique propositionnelle

On se donne les objets suivants:

- Lettres majuscules latines (éventuellement avec indices) dans $\Lambda$
- Connecteurs logiques : $\wedge$ (et); $\vee$ (ou); $\implies$ (implication); $\iff$ (équivalent); $\neg$ (négation), $\bot$ (bottom); $\top$ (top).

On définit par induction le type F0 "formule propositionnelle de la logique"

- A : tout élément de Lambda ainsi que Bottom et Top
- O : Si $\varphi$ et $\psi$ sont de types de F0, alors: $\vee\varphi\psi$, $\neg\varphi$, etc… sont de types F0 (dites "en polonais")
- C : condition d'arrêt $\omega$

### Remarque

On peut traduire l'ériture polonaise en écriture usuelle. Il faudra l'indiquer mais l'usage de () est restreint à la notation usuelle.