

Theorie des Langues

- Numero: 4
- Prof: Fabrizio Jonathan
- Date: 02 Novembre 2017

Rappelles:

Langage Rationnel \rightarrow Expression rationnelle $\rightarrow \epsilon$ -NFA \rightarrow NFA \rightarrow DFA

En faite:

Langage Rationnel \rightarrow Expression rationnelle $\rightarrow \epsilon$ -NFA \supset NFA \supset DFA

Creation d'un DFA

1 $(a+b)^*b(a+b)$

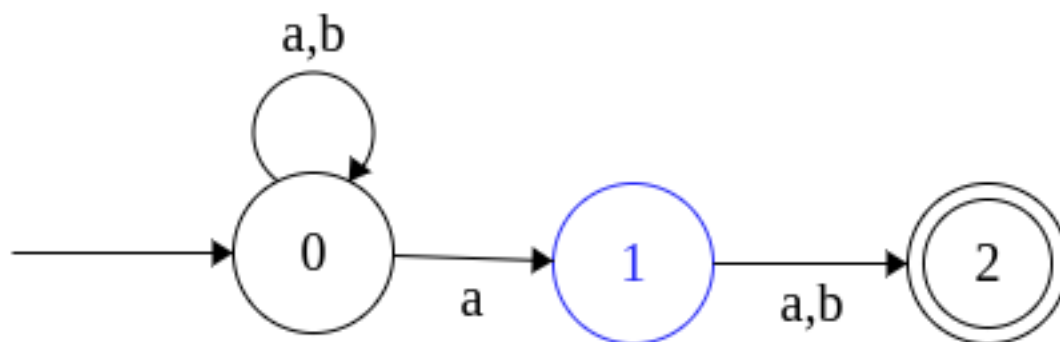


Figure 1: NFA

T	a	b
0	0	01
01	02	012
02	0	01

T	a	b
012	02	012

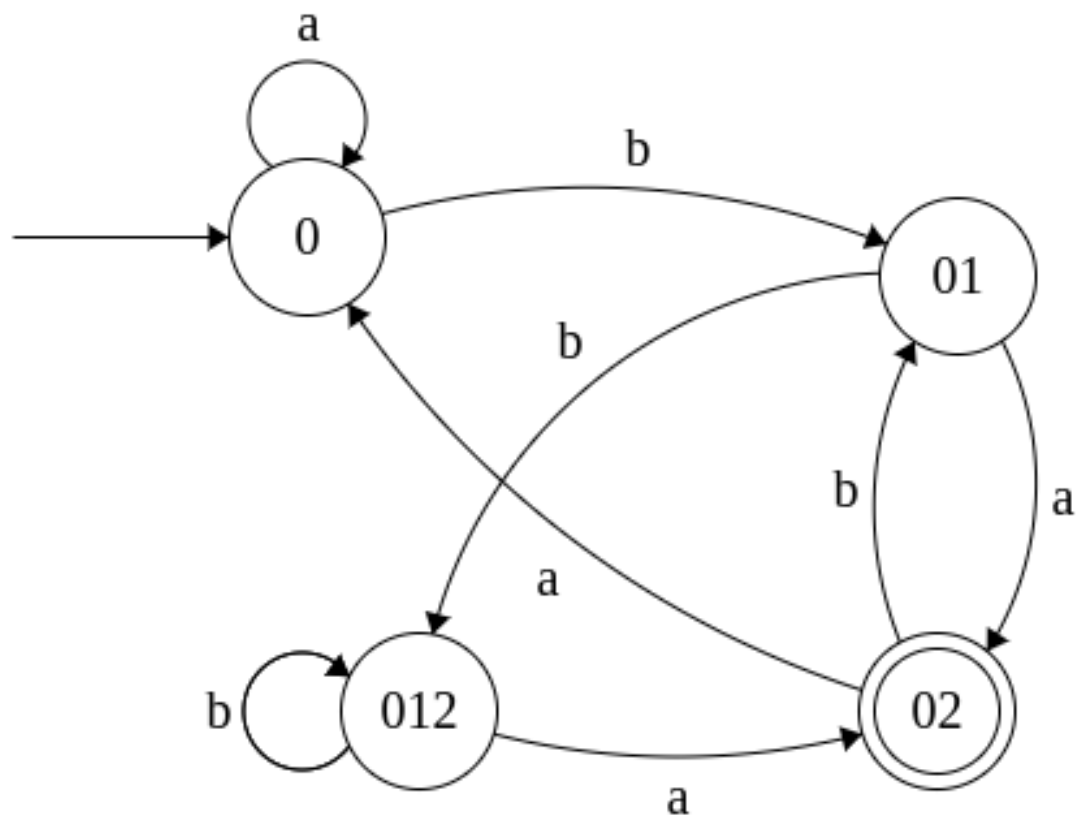


Figure 2: DFA

Langages non rationnels

Voici l'exemple d'un langage non rationnel:

$$a^n b^n$$

Pour déterminer qu'un langage n'est rationnel on peut utiliser le lemme de pompage:

$m \in L \exists k \in \mathbb{N}, |m| > k \ m = uvw$ tq:

- $|v| \geq 1$
- $|uv| \leq k$

$$\forall i \in \mathbb{N}, uv^i w \in L$$

Exemple

Soit $L = a^n b^n$ avec $n \in \mathbb{N}$

$$m = a^n b^n \text{ donc } a \dots |ab| \dots b \quad u = a^i \quad v = a^{n-i} b^{n-j} \quad w = b^j$$

Cela ne marche pas car:

$$uvvw \notin L$$

Le probleme est que l'on ne peut pas trouver un motif qui respecte le lemme de pompage. Du coup L n'est pas un langage rationnelle.

⚠ Si un langage respecte le lemme de pompage on ne peut rien en conclure.

Proprietes

- Soit L un langage rationnel:

\bar{L} est rationnelle.

- Soit L_1 et L_2 des langages rationnels:

$L_1 \cup L_2$ est rationnelle.

- Soit L_1 et L_2 des langages rationnels:

$L_1 \cap L_2 = \overline{\overline{L_1} \cup \overline{L_2}}$ est rationnelle.

Prefixe

Question: $Pref(L)$ est-il rationnel ?

- $Pref(\emptyset) = \emptyset$
- $Pref(\{\varepsilon\}) = \{\varepsilon\}$
- $Pref(\{a\}) = \{\varepsilon + a\}$

Hypothese: L_1 et L_2 Rationnels de plus $Pref(L_1)$ et $Pref(L_2)$ rationnels

- $Pref(L_1 \cup L_2) = Pref(L_1) \cup Pref(L_2)$ Donc rationnel par hypothese.
- $Pref(L_1.L_2) = Pref(L_1) \cup L_1.Pref(L_2)$ Rationnel

Du coup $Pref(L)$ est rationnel (par recurrence).

Inclusion

L'inclusion ne preserve pas la rationalite dans un sens comme dans l'autre.

ATTENTION: Il faut revoir les algos qui sont decrit dans le poly.