

华中科技大学计算机科学与技术学院

“ 算法设计与分析 ” 考试试卷 (A 卷)

单击或点击此

考试方式 闭卷 考试日期 处输入日期。 考试时长 150 分钟

专业班级 学 号 姓 名

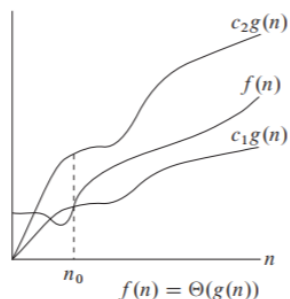
题号	一	二	三	四	五	六	七	总分	核对人
分值	20	8	21	12	14	10	15	100	
得分									

分 数	
评卷人	

一、简答题 (1、2 小题每小题 4 分，3、4 小题每小题 6 分，共 20 分)。

解答内容不得超过装订线

- 1) 已知 $g(n)$ 是 $f(n)$ 的一个渐近紧确界， $f(n)$ 和 $g(n)$ 的函数关系如下图所示，请说明该图所反映出的相关性质。



- 2) 什么是结点成本估计函数？在 $\hat{C}(x) = f(h(x)) + g(x)$ 中， $h(x)$ 的作用和意义是什么？

3) GREEDY_ACTIVITY_SELECTOR (活动选择问题的贪心算法) 的设计思想是什么?

已知 10 个活动 $\{a_1, a_2, \dots, a_{10}\}$ 的集合 S , 每个活动的开始时间 s_i 和结束时间 f_i 如下:

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
s_i	1	3	0	5	3	5	8	7	2	12
f_i	3	5	6	7	9	9	11	12	14	17

给出一个用 GREEDY_ACTIVITY_SELECTOR(s, f) 算法求解该活动选择问题所得到的解。

4) 对给定的流网络 G 和流量 f , 在由 f 所诱导的 G 的残存网络 G_f 中将存在哪些边? 如何计算它们的残存容量? 相比 Ford-Fulkerson 算法, Edmonds-Karp 算法的不同之处是什么? 带来了什么改进?

分 数	
评卷人	

二、(8 分) 求下列递归式的渐近紧确界。

要求: 写出必要的计算过程。

$$T(n) = 2T\left(\frac{n}{4}\right) + \sqrt{n}$$

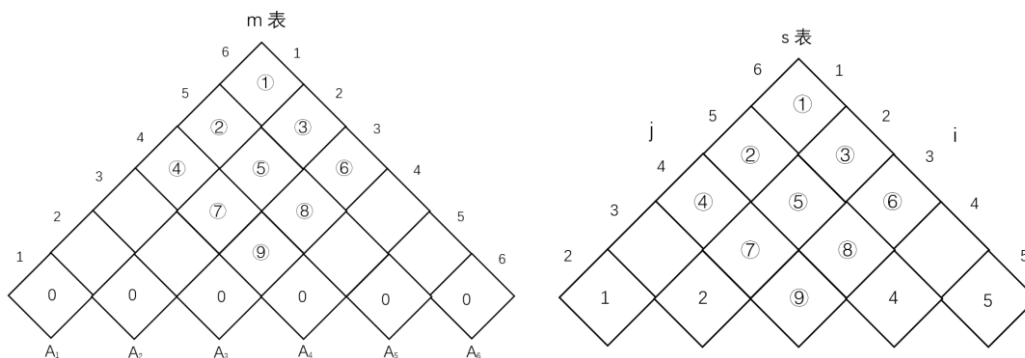
分 数	
评卷人	

三、（21 分）矩阵链乘问题：已知矩阵规模序列 $\langle 5,14,9,12,5,10,17 \rangle$ ，求该矩阵链乘问题的最优括号化方案。

提示：对 n 个矩阵的链 $\langle A_1, A_2, \dots, A_n \rangle$ ，记 $m[i, j]$ 为计算矩阵链 $A_{i:j}$ 所需的标量乘法运算次数的最小值：

$$m[i, j] = \begin{cases} 0 & \text{if } i = j, \\ \min_{i \leq k < j} \{m[i, k] + m[k+1, j] + p_{i-1}p_kp_j\} & \text{if } i < j. \end{cases}$$

算法要计算的 m 表和 s 表如下：



1) 请分别将以上 m 表和 s 表中编号①~⑨单元的计算结果填到下表对应的单元格中。(9 分)

编号	(9)	(8)	(7)	(6)	(5)	(4)	(3)	(2)	(1)
m									
s									

2) 给出其中 $m[3, 4]$ 和 $s[3, 4]$ 、 $m[2, 5]$ 和 $s[2, 5]$ 、 $m[1, 6]$ 和 $e[1, 6]$ 的计算过程。(9 分)

(1) $m[3, 4]$ 、 $s[3, 4]$ ：

(2) $m[2, 5]$ 、 $s[2, 5]$ ：

(3) $m[1, 6]$ 和 $e[1, 6]$

3) 推导该矩阵链乘的最优括号化方案，要求写出推导过程。(3 分)

分 数	
评卷人	

四、(12 分) 已知有向图如以下图 a 所示，执行 Bellman-Ford 算法求源点 s 到其它各结点的最短路径。请在图 b~图 e 中的各个结点内填写算法第一次至第四次松弛操作后各结点的 d 值。设每次松弛操作对边的处理次序都是：(t, x)、(t, y)、(t, z)、(x, t)、(y, x)、(y, z)、(z, x)、(z, s)、(s, t)、(s, y)。

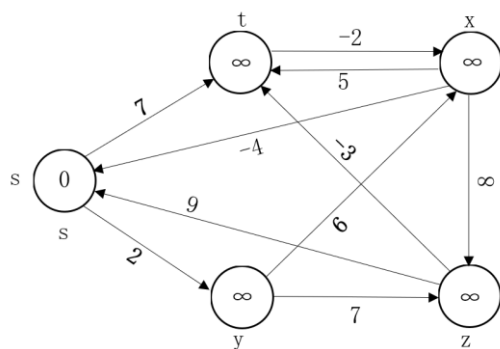


图 a

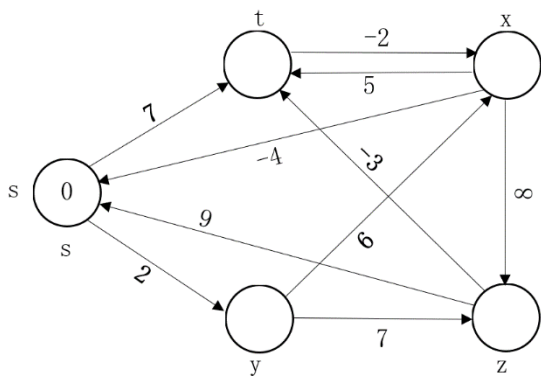


图 b

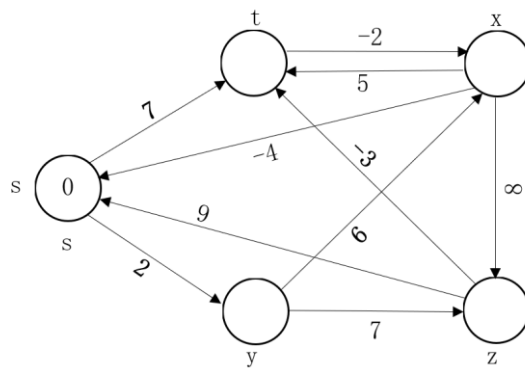


图 c

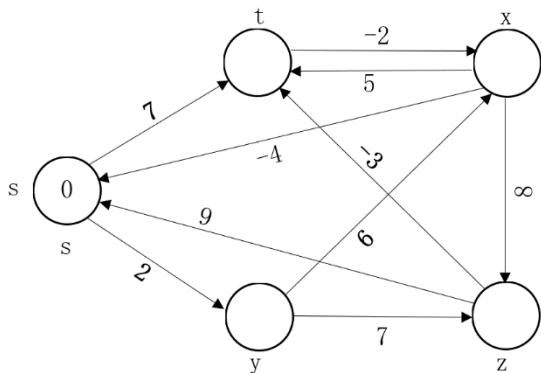


图 d

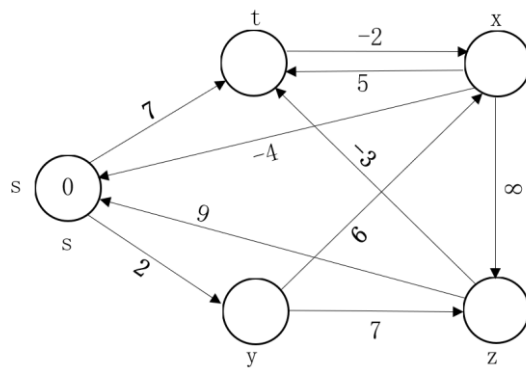


图 e

分 数	
评卷人	

五、（14 分）。给定两个集合 A 和 B。各包含 n 个正整数。你可以按需要任意重排每个集合。重排后，令 a_i 为集合 A 的第 i 个元素， b_i 为集合 B 的

第 i 个元素。于是你得到回报 $\prod_{i=1}^n a_i^{b_i}$ 。设计一个贪心算法最大化你的回

报（只描述算法思想，不要求伪代码描述）。证明你的算法是正确的，并分析运行时间。

解
答
内
容
不
得
超
过
装
订
线

分 数	
评卷人	

六、（10 分）0/1 背包问题是指：已知各有重量 (w_1, w_2, \dots, w_n) 和效益值 (p_1, p_2, \dots, p_n) 的 n 件物品，及一个可容纳 M 重量的背包，一件物品在背包有足够剩余容量时可以选择装或不装，但如果装，就必须装入它的全部，不能只装它的一部分（注：没有足够剩余容量时不能装）。问怎样装包才能在不超过背包容量 M 的前提下，使得装入背包的物品的总效益最大（这里设所有的 $w_i > 0$, $p_i > 0$, $1 \leq i \leq n$ ）。问题的解用向量 (x_1, x_2, \dots, x_n) 表示，其中， x_i 表示物品 i 被放入背包的比例（对于 0/1 背包问题， x_i 的取值只能是 1 或者 0），物品 i 对背包效益的贡献是 $p_i x_i$ ，同时占用 $w_i x_i$ 的重量。

记 $f_i(X)$ 为在背包有剩余容量 X 时，只考虑物品 $1 \sim i$ 装包所能带来的最大效益，则 $f_n(M)$ 即为对容量为 M 的背包， n 件物品装包所可能带来的最大效益。

- 1) 证明 0/1 背包问题满足最优子结构性。
- 2) 请写出基于 $f_i(X)$ 的状态转移方程。

分 数	
评卷人	

七、（15 分）将 n 个作业分配给 k 个处理机并行处理。任意作业 i ($1 \leq i \leq n$) 的开始时间和结束时间不限，但一旦开始，将以不可抢占方式运行 r_i 时间，然后结束。

（1）请使用分支-限界法设计一个算法，求将这 n 个作业分配给 k 个处理机并使得完成全部作业总用时最短的调度方案，即从 t_0 时刻开始执行第一个作业，到最后一个作业完成的时刻，总用时最少的调度方案，要求给出算法的伪代码描述。

（2）如果用回溯法求解该问题，试从时间和空间两个角度分析两种算法的异同和优劣（不要求具体写出回溯算法，仅从性质上讨论二者的异同即可）。