Il rumore

Il Rumore

Nella lezione precedente abbiamo visto come il rumore può limitare la quantità di dati leggibili, per via della bassa potenza ricevuta.

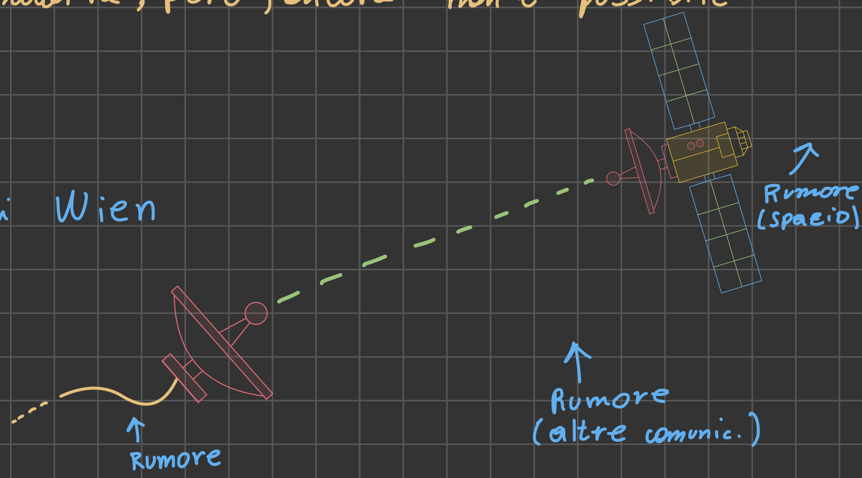
Il rumore può aumentare per via delle condizioni atmosferiche; ad esempio la pioggia attenua molto il segnale (ovviamente nel caso wireless).

Da dove proviene il rumore?

Il rumore può provenire da diverse fonti; Una di queste è sicuramente il canale di comunicazione stesso. Un'altra fonte di rumore può essere compreso con questo esempio: quando si punta una antenna verso un satellite, oltre al rumore proveniente da altre trasmissioni, l'antenna ricevente a terra riceve anche del rumore proveniente dal cielo, che è una fonte di rumore di per sé.

La parte più grossa di rumore proviene dal L.N.A Low Noise Amplifier. Ad esempio, nei sistemi satellitari domestici, questo amplificatore è presente direttamente sull'antenna, proprio per evitare che ulteriori attenuazioni peggiorino ancora di più il segnale già debole.

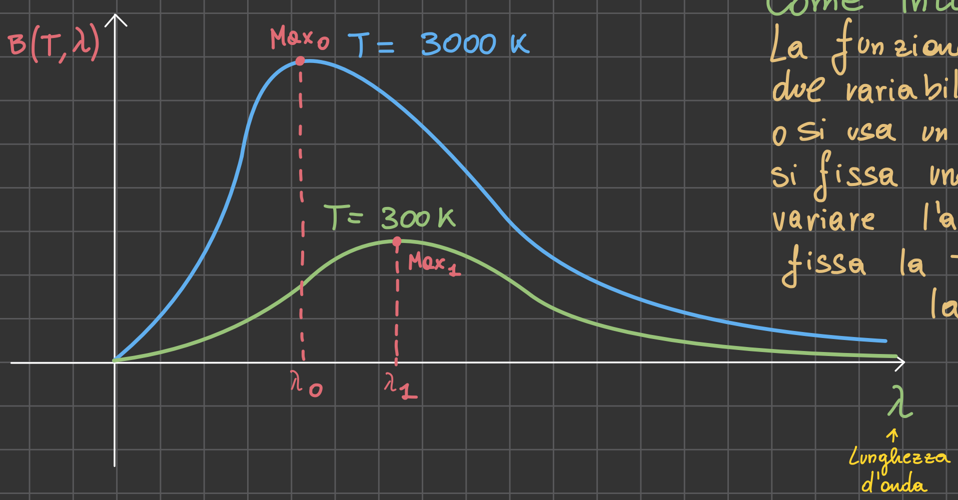
Mettendo insieme tutte le tecniche moderne, però, ancora non è possibile rendere trascurabile il rumore.



Un po di fisica — Legge di Wien

$$\boxed{B(T, f) = \frac{h f}{2\left(e^{hf/KT} - 1\right)}}$$

Dove:
- h Cost. di Planck
- K Cost di Boltzmann
- T Temperatura Ass. in Kelvin
- C Velocità della luce



Come interpretare questo grafico?

La funzione in questione è una f di due variabili, quindi per rappresentarlo o si usa un asse a 3 dimensioni, oppure si fissa una delle 2 variabili e si fa variare l'altra. In questo caso si fissa la Temperatura e si fa variare la lunghezza d'onda (che è una funzione della frequenza e dipende da essa.)

Cosa ci dice il grafico?

Ci dice che il punto di massima irradiazione ad una temperatura fissata (ad es 3000 K) sarà Maggiore e si verificherà ad una Lunghezza d'onda (frequenza) minore rispetto allo stesso corpo ma avente temperatura minore.

In parole povere

Questo è il motivo per cui un pezzo di metallo incandescente ci appare rosso (perché emette radiazioni che rientrano nelle frequenze visibili) e perché lo stesso metallo a temperatura ambiente non è rosso (le frequenze che emette sono più alte e non rientrano nelle frequenze/luce visibile)

A cosa ci serve tutto questo?

Questa legge ci fa capire che se puntiamo un'antenna verso il cielo, per forza di cose riceveremo delle radiazioni Solari, che nella nostra applicazione si traduce in rumore.

Analisi quantitativa - Esempio

$h = 6.6 \times 10^{-34}\ J \cdot s$

$K = 1.38 \times 10^{-23}\ J/K_{elvin}$

$f = 10\ GHz = 10 \times 10^{9} = 10^{10}$

$$\Rightarrow \frac{hf}{KT} = \frac{6.66 \times \cancel{10^{-34}} \cdot \cancel{10^{10}}}{1.38 \times \cancel{10^{-23}} \cdot 3\cancel{00}} = 10^{-3} \cdot 1.6$$

Temp. Standard 300 K

$\Rightarrow$ Dai calcoli capiamo che $\frac{hc}{KT}$ è una quantità molto piccola; Per farla "salire" dobbiamo aumentare molto la temperatura.

$\Rightarrow$ Siccome è una quantità molto piccola nei pressi di $x=0$ $(\lambda=0)$ possiamo approssimarla con la serie di Taylor (o Mclaurin):

Siccome: $$\frac{//}{2\left(e^{\frac{hf}{KT}}-1\right)} \quad \sim e^{x}$$

$$\Rightarrow e^{x} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \dots$$

Visto che siamo vicino allo zero (0^+) la x è piccola $(0 < x < 1)$
$\Rightarrow$ i termini Successivi ad $n=1$ sono molto piccoli $\Rightarrow$ Trascurabili
$\Rightarrow$ possiamo fermarci ad $n=1$

$$\Rightarrow e^{x} = 1 + x \Rightarrow e^{\frac{hf}{KT}} = 1 + \frac{hf}{kt} \Rightarrow \frac{hf}{2\left(e^{\frac{hf}{KT}}-1\right)} \sim \frac{\cancel{hf}}{2\left(\cancel{1} + \frac{\cancel{hf}}{KT} - \cancel{1}\right)}$$

$$\Rightarrow \boxed{B(T,f) = \frac{KT}{2}}$$

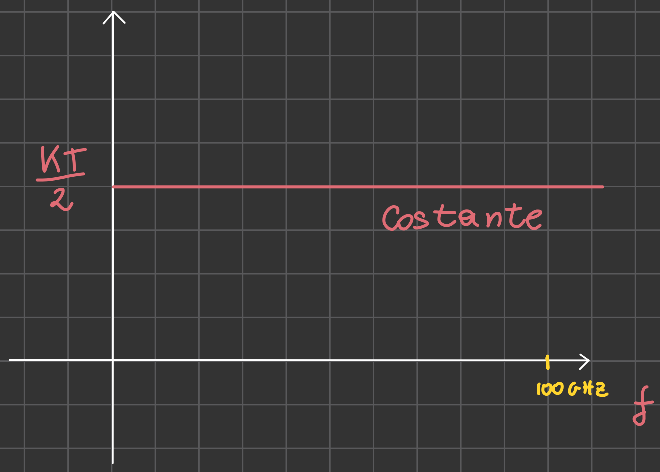
Non dipende più dalla frequenza

0 $\rightarrow$ 100 GHz

Perché?

Se la frequenza è relativamente bassa, possiamo approssimarla con la serie di taylor e tramite delle trasf. Algebriche, giungere a questa nuova formula.

A meno che la Temperatura cambi, il Rumore Termico rimane costante.



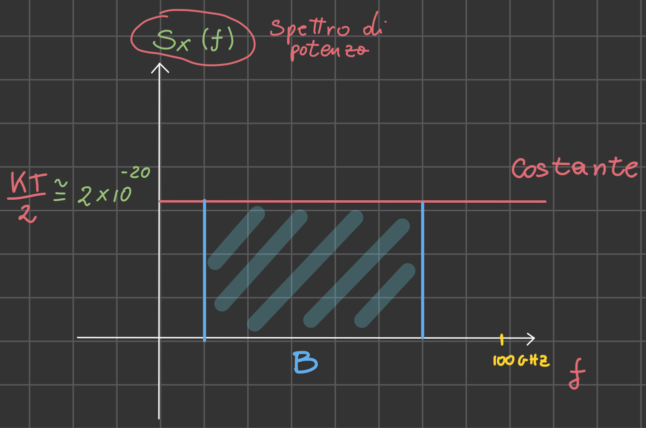
🚩 53:00

Ora che sappiamo calcolare il rumore, che in frequenza è costante, calcoliamolo in condizioni standard (300 K):

$$= \frac{1.38 \times 10^{-23} \cdot 300}{2} = \underbrace{\frac{1.38 \cdot 3}{2}}_{\sim 2} \cdot 10^{-21} = 2 \times 10^{-21}$$

numero molto piccolo

Questa formula ci dice come lo spettro di potenza è distribuito; come abbiamo visto, in questo caso è costante



Una volta calcolato lo spettro di potenza possiamo calcolare la Potenza effettiva integrando ponendo come estremi di integrazione la Banda del sistema di Ricezione (B).

Ovviamente ogni Tipo di segnale ha la sua banda, come ad esempio segnale Televisivo, radio, ecc.

Esempio Banda di 1 MHz

$$\Rightarrow P = \int_{B_0}^{B_1} \underbrace{\frac{KT}{2}}_{\text{Cost}} df = 2 \times 10^{-21} \int_{B_0}^{B_1} df = \text{costante} \times \text{larghezza di banda}$$

$$= 2 \times 10^{-20} \; 10^{6} \sim 10^{-14}$$

Quindi.. Cosa ci dice la legge di PLANCK?
La legge, nella sua forma "classica" è leggermente diversa da quella appena vista, perchè le unità di misura sono diverse; però è una quantità che esprime una densità di potenza rispetto a delle quantità:

potenza $\to$ W $\Rightarrow$ Se la potenza viene distribuita su una superficie, abbiamo una densità di pot. superficiale

Indicata con $\frac{W}{m^2}$

Se la potenza distribuita sulla superficie $\left(\frac{W}{m^2}\right)$ viene individuata [...]
(concetto molto complicato, se serve un approfondimento la si trova a 1:00:00)

Esempio: Segnali GPS (calcolo di link Budget)

Siamo interessati a capire la potenza Trasmessa da un satellite.

R = Distanza/Raggio = 20.200 Km

$P_T G_T$ = Potenza trasmessa compresa del guadagno = 26.8 dB/W

Perchè $\frac{dB}{W}$?

Quando si effettuano questi calcoli si lavora solitamente con numeri molto grandi e/o molto piccoli, quindi si tende a lavorare con scale logaritmiche. Questo sia perchè prodotti e divisioni, con i logaritmi, si trasformano in somme e sottrazioni, sia perchè un numero molto piccolo in scala log è un numero "maneggiabile".

Piccola Parentesi

Il dB è dato dalla quantità:

$$P_T(dB) = 10 \log_{10}(P_T)$$

Questa formula, però, non risolve tutti i nostri problemi, perchè se P_T è 1000, il risultato della funzione è 30, ma senza unità di misura!

=> L'unità di misura usata, quindi, è dB/W, per far capire che ci si riferisce ai watt.

Quindi l'equazione della P_T (vista nella lez 4) diventa:

$$P_R = \frac{P_T G_T G_R}{\left(\frac{4\pi R}{\lambda}\right)^2} = P_R\Big|_{dB} = P_T\Big|_{dB} + G_T\Big|_{dB} + G_R\Big|_{dB} - A_L\Big|_{dB}$$

Attenuazioni/perdite

$$A_L = \left(\frac{4\pi R}{\lambda}\right)^2$$

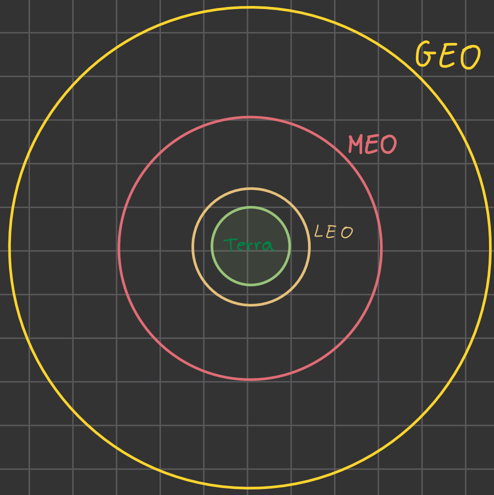
λ = Lunghezza d'onda = 19 cm = 0.19 m = 19×10^{-1} m $\sim$ 1.5 GHz

G_R = 3 dB = Guadagno in Ricezione tipico di un'antenna. Perchè 3 e non 1 (1 = schifezza, 3 = "già è qualcosa")? L'antenna è sì omni-direzionale, ma solo verso un emisfero (dalla terra non dobbiamo trasmettere nulla).

B = Banda = 2.5 MHz

Fine lezione 5

Nel GPS il Ricevitore Rx è posizionato solitamente sulla Terra, e la distanza dalla orbita media dei satelliti GPS è di



- ORBITA BASSA 300/400 km → 800/900 km
- ORBITA MEDIA 1000 km → ...
- ORBITA GEO STAZIONARIA ~ 36.000 km

Formula vista prima:

$$P_R|_{dB} = P_T G_T|_{dB} + G_R|_{dB} - 10 \log_{10}\left(\frac{4\pi R}{\lambda}\right)^2 \quad A_L|_{dB}$$

$$\Rightarrow P_R = \underset{dB/W}{26.8} + \underset{dB}{3} - A_L$$

$$= 26.8 + 3 - 182.6 \, dB$$

$$\cong -156 \, dB/W$$ Molto piccola

$$A_L = 20 \log_{10}\left(\frac{4\pi \, 20.200 \times 10^3}{0.19}\right) = 182.5 \, dB$$ Perdita per propagazione nello spazio libero

Ora calcoliamo

$B = 2.5 \, MHz$

P_n = Potenza del rumore $= \frac{KT}{2} \cdot B$ Visto nella prima parte della lez 5

$$= \frac{1.38 \times 10^{-23} \cdot 300 \, K}{2} \cdot 2.5 \times 10^6 \, Hz$$

$$P_n|_{dB/W} \cong 10 \log_{10}\left(\frac{1.38 \cdot 3}{2} \cdot 5 \times 10^{-15}\right) = 10 \log_{10}\left(5 \cdot 10^{-15}\right)$$

$$\cong -140 \, dB$$ RUMORE

Tiriamo le somme

Segnale ricevuto $= P_R = -156 \, dB/W$

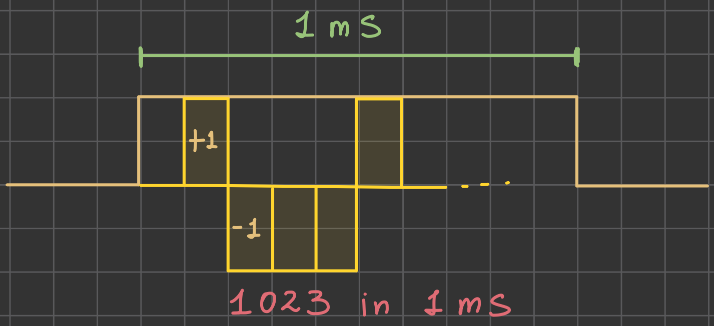
Rumore in ricezione $= P_n = -140 \, dB/W$

$\Rightarrow P_R > P_N \Rightarrow$ Probabilità di errore ~ 1 (molto male)

Come Si risolve?

Innanzitutto il segnale trasmesso è un determinato segnale detto Sequenza di Pseudo-Rumore (PN); Queste tipo di sequenze sono ognuna lunga 1 millisecondo (ms), che viene ripetuto ogni 1ms (lo stesso).

Questo segnale non è costante, ma viene moltiplicato per un codice che "moltiplica" il segnale, ottenendo qual cose del genere:



Questa tecnica permette di far arrivare il segnale nonostante il rumore.

Ogni 20 sequenze (ognuna contenente 1023 sottoseq) viene trasmesso 1 singolo bit di informazione del GPS. Ci rendiamo conto che è una trasmissione molto molto lenta.

Ulteriore spiegazione a 1:00