

# Come trovare la banda di un segnale data un'attenuazione



Il segnale  $x(t)$  deve essere campionato. A tale fine si calcoli la banda a -30 dB del segnale e la frequenza di campionamento che si ottiene considerando tale banda come banda del segnale.

$$x(t) = e^{-2\pi f_0 t} \cdot u(t) \quad \text{con } f_0 = 10 \text{ MHz} = 10^6 \text{ Hz}$$

• Di questo segnale conosciamo la Trasformata:  $e^{-at} \cdot u(t) \iff \frac{1}{a + j2\pi f}$

→ Il problema ci chiede, in formule:  $20 \log_{10} |X(B)| = 20 \log_{10} |X(0)| - 30$

Dobbiamo quindi Trasformare il segnale  $x(t)$

$$\rightarrow X(f) = \frac{1}{2\pi f_0 + j2\pi f} \quad \rightarrow \text{dividiamo per } 2\pi f_0 = \frac{\frac{1}{2\pi f_0}}{1 + j \frac{f}{f_0}} \quad X(f)$$

$$\rightarrow \text{Applichiamo } 20 \log_{10} |X(B)| = 20 \log_{10} |X(0)| - 30$$

$$\Rightarrow 20 \log_{10} \left( \frac{\left| \frac{1}{2\pi f_0} \right|}{\left| 1 + j \frac{f}{f_0} \right|} \right) = 20 \log_{10} (|X(0)|) - 30 \quad \rightarrow 20 \log_{10} \left( \frac{\frac{1}{2\pi f_0}}{\sqrt{1 + \left( \frac{f}{f_0} \right)^2}} \right) = 20 \log_{10} \left( \frac{1}{2\pi f_0} \right) - 30$$

Reale  
complesso!

$$\Rightarrow \text{Sfruttiamo la prop dei log: } \log\left(\frac{a}{b}\right) = \log(a) - \log(b)$$

$$\rightarrow 20 \log_{10} \left( \frac{1}{2\pi f_0} \right) - 20 \log_{10} \left( \sqrt{1 + \left( \frac{B}{f_0} \right)^2} \right) = 20 \log_{10} \left( \frac{1}{2\pi f_0} \right) - 30 \quad \rightarrow 20 \log_{10} \left( \sqrt{1 + \left( \frac{B}{f_0} \right)^2} \right) = 30$$

$$\Rightarrow \text{sfruttiamo } 10 \log_{10} (\sqrt{a}) = \log(a) \Rightarrow 10 \log_{10} \left( 1 + \frac{B^2}{f_0^2} \right) = 30 \rightarrow \log_{10} \left( 1 + \frac{B^2}{f_0^2} \right) = 3$$

$$\text{F. inversa del log base 10} = 10^{\log_{10}(a)} = a \Rightarrow 1 + \frac{B^2}{f_0^2} = 10^3 \rightarrow B^2 = \underbrace{(10^3 - 1)}_{1000 - 1} \cdot \underbrace{f_0^2}_{f_0 = 1 \text{ MHz}}$$

$$\Rightarrow B = \sqrt{999 \cdot 10^{12}} = \underbrace{31606961.26}_{\text{Risultato in Hz}} \quad \rightarrow \text{Per scriverlo in MHz ci basta dividere per } 10^6 = \frac{1}{1 \text{ MHz}}$$

$$\Rightarrow B = 31.6 \text{ MHz} = 3.16 \text{ GHz}$$

Q2: Sappiamo che per ricostruire un segnale, la frequenza di campionamento deve essere almeno uguale ( $\geq$ ) del doppio della Banda dello spettro

$$\Rightarrow f_c \geq 2B = 632 \text{ GHz}$$

