Teoria della probabilità

Prime definizioni ed esempi

Esempio GPS Link Budget
Nella prima parte della lezione abbiamo visto un esempio di Link Budget. L'esperimento è presente nel file I.5

45:00

Teoria della Probabilità

Apriamo il capitolo con un esempio: il lancio della moneta.
Quando lanciamo una moneta non è possibile in alcun modo prevedere il risultato, perché ogni evento Non dipende dal risultato precedente.

Nel lancio della moneta, però possiamo avere solo 2 risultati: o testa o croce; allo stesso modo nel lancio del dado i risultati sono 6.

Questo insieme di tutte le uscite Sperimentali possibili viene detto SPAZIO DEI CAMPIONI e si indica con Ω. Questo è un vero e proprio insieme:

$\Omega \equiv \{T, C\}$ Lancio della moneta

$\Omega \equiv \{1, 2, \ldots, 6\}$ Lancio del Dado

Non è detto che Ω sia sempre FINITO: supponiamo di lanciare una moneta finché non otteniamo "Testa".
Le possibili uscite sperimentali quali sono?

In questo caso Ω è un insieme infinito: $\Omega \equiv \{T, CT, CCCT, \ldots\}$ ma è un "infinito particolare": se consideriamo l'insieme dei numeri naturali $\mathbb{N}$, questo è detto Numerabile. Se invece volessimo misurare un'area (ad esempio di un foglio) alla perfezione, non è possibile, perché tra due numeri Naturali, è sempre presente un numero Reale $\mathbb{R}$.

Quindi un insieme Numerabile (infinito o finito) è detto Discreto.
Qualora l'insieme non fosse numerabile è detto continuo.

Un secondo componente fondamentale della teoria della probabilità è il cosiddetto EVENTO, che in un certo senso è un sottoinsieme di Ω.

Se consideriamo $\Omega \equiv \{1, 2, 3, \dots 6\}$, un possibile evento è $E_1 = \{1, 3\}$ ovvero l'insieme delle uscite sperimentali 1 e 3. Un evento è VERIFICATO quando l'uscita sperimentale appartiene all'evento.

$$E_1 \ \{1, 3\}$$

uscite sperimentali

Se lanciando un dado esce 3, allora l'evento E_1 è verificato, mentre se esce 4 NO.

$w_1 = \{1\}$
$w_2 = \{2\}$
$\vdots$

> gli eventi che contengono una sola uscita sperimentale sono detti Eventi Elementari

Nel "costruire" il sistema della teoria della probabilità, è stato importante dare una struttura ben precisa ad ogni elemento:

Se prendiamo un evento E_1 appartenente ad un determinato spazio di eventi $\mathcal{E}$ $\Rightarrow$ $E_1 \in \mathcal{E}$, dobbiamo fare in modo che (ad esempio) l'operazione di Negazione di E_1 deve restituire sempre un evento.

Se $E_1 \equiv \{1, 3\}$ $\Rightarrow$ $\underbrace{\overline{E}_1 \equiv \{2, 4, 5, 6\}}_{\text{INSIEME COMPLEMENTO}}$ con $\mathcal{E} = \{1, 2, 3, \dots 6\}$

Quindi se $\boxed{E_1 \in \mathcal{E} \Rightarrow \overline{E}_1 \in \mathcal{E}}$ prima regola (Complemento)

Inoltre se $\boxed{E_1, E_2 \in \mathcal{E} \Rightarrow E_1 \cup E_2 \in \mathcal{E}}$ Seconda Regola (Unione)

Un esempio per chiarire il tutto

Se lancio una moneta, l'insieme delle u.s. è $\Omega \equiv \{T, C\}$.
Voglio costruire l'algebra degli eventi:

$$\mathcal{E} \equiv \{T, C, \Omega, \emptyset\}$$

complemento di testa

Unione di Testa e Croce

complemento di Ω

Quando costruisco l'algebra degli eventi devo rispettare le 2 regole:

Inserisco T > devo inserire anche il suo complemento C > Avendo inserito Testa e croce devo inserire anche la loro unione $\{T, C\} \equiv \Omega$ > avendo inserito Ω devo inserire anche la sua negazione $\emptyset$ > Ricorsivamente continuo, ma le regole sono già soddisfatte.