Variabili aleatorie

Variabile Aleatoria

La variabile Aleatoria è una funzione, ma il suo insieme di definizione è un EVENTO: la variabile produce un numero reale in corrispondenza del risultato di un evento.

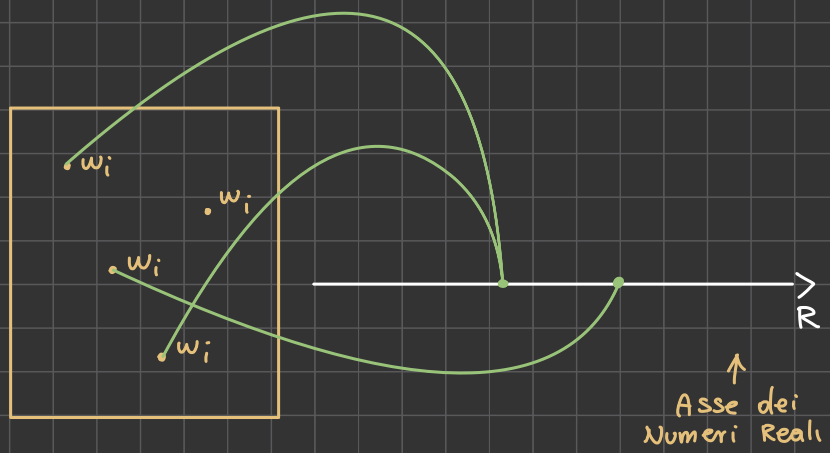
Esempio:
Supponiamo di lanciare 2 monete in sequenza. Le possibili uscite Sperimentali sono:

$$\Omega = \left\{ \begin{matrix} T & T \\ T & C \\ C & T \\ C & C \end{matrix} \right\}$$

Consideriamo gli eventi elementari come $w = \{T,T\}$ o $w = \{T,C\}$. Andiamo poi a costruire una funzione che al risultato di un evento, ci dia un valore numerico.

$$\left.\begin{matrix} x(\{T,T\}) = 1 & x(\{C,T\}) = 3 \\ x(\{C,C\}) = 2 & x(\{T,C\}) = 4 \end{matrix}\right] \text{ Costruiamo } x(w) \in \mathbb{R}$$

Produce un numero Reale



- Ad ogni uscita sperimentale associamo un numero reale
- Due o più uscite sperimentali possono associare lo stesso numero

A cosa serve?
Le V.A. ci permettono di "Saltare" la definizione di tutte quelle componenti preliminari come lo spazio campione, e definire direttamente la variabile Aleatoria.

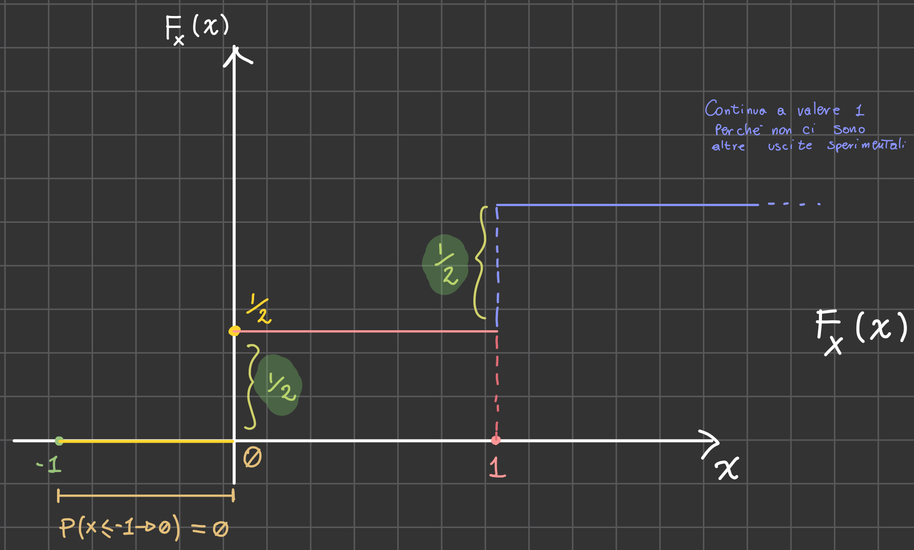
Variabile Aleatoria Indicatore di un evento

I_E è la variabile indicatrice dell'evento E.

Come è definita?

Essa è uguale ad 1 se si verifica, mentre è uguale a zero se non si verifica.

Esempio – Funzione di distribuzione cumulativa: lancio della moneta



$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < \emptyset \\ \frac{1}{2} & \text{se } 0 \le x < 1 \\ 1 & \text{se } x \ge 1 \end{cases}$$

Esempio – Funzione di distribuzione cumulativa: lancio di un dado

$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \Rightarrow P(\text{faccia}_n) = \frac{1}{6}$

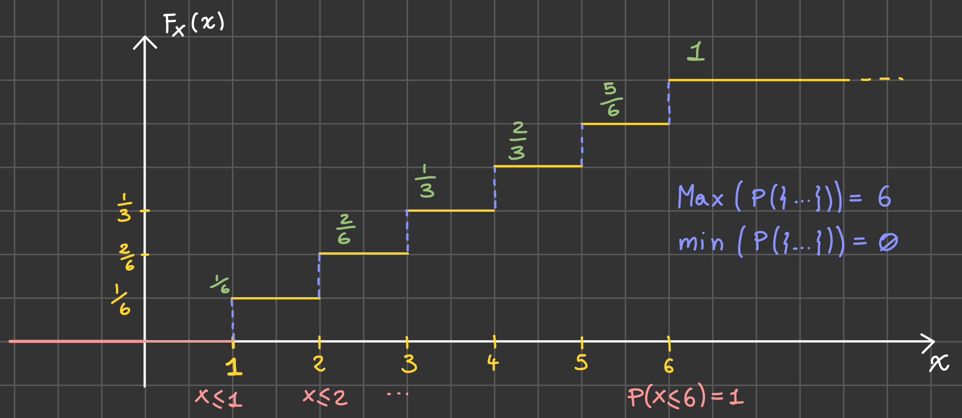
Associamo una variabile Aleatoria

$X(\{1\}) = 1 \qquad P(\{X = 1\}) = \frac{1}{6}$

$\vdots \qquad\qquad\qquad \vdots$

$X(\{6\}) = 6 \qquad P(\{X = 6\}) = \frac{1}{6}$

Uscita Sperimentale — Numero



$X(\{T\}) = 1$
$X(\{C,T\}) = 2$
$\vdots$
$X(\{C,C,\dots,T\}) = n$

qual è la probabilità che:

- $P(X \leq 2) = P(X=1 \cap X=2) = P(X=1) + P(X=2) = \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2$
- $P(X \leq 3) = \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3$
  $\vdots$
- $P(X \leq n) = \frac{1}{2} + \dots + \left(\frac{1}{2}\right)^n$

sempre più PICCOLE

Per $n \to \infty$ il salto diventa sempre più piccolo: