Teoria della probabilità

Per comprendere la teoria della probabilità possiamo iniziare proprio con un **esperimento aleatorio**, ovvero il **lancio della moneta**:

Quando lanciamo una moneta non è possibile in al cun modo prevedere il risultato, perchè ogni evento non dipende dal risultato precedente. In questo tipo di esperimento abbiamo **2 possibili risultati**: *Testa o Croce*.

Allo stesso modo, quando lanciamo un dato abbiamo **6 possibili risultati**: *{1, 2, 3, 4, 5, 6}*.

Insieme delle uscite sperimentali finito

L'insieme di tutte le **uscite sperimentali possibili** viene detto **Spazio dei campioni**, e si indica con **omega**:

- Per la moneta: $\Omega = \{T, C\}$
- Per il dado: $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Insieme delle uscite sperimentali infinito

Non è detto che omega sia sempre **finito**: supponiamo di lanciare una moneta **finchè non si ottiene testa**; in questo caso quali saranno le **uscite sperimentali**?

In questo caso Ω è un **insieme infinito**, perchè possiamo avere anche infinite uscite, che si traduce in: "esce sempre croce".
Questo tipo di infinito è un "infinito particolare": se consideriamo l'insieme dei numeri naturali N, questo è un insieme detto **numerabile**, perchè possiamo iterare sui suoi elementi **singolarmente**, anche se essi sono infiniti.

Se invece volessimo misurare, ad esempio, l'area di un foglio alla perfezione, questo non sarà possibile, perchè **tra due numeri reali ce ne sarà sempre un'altro!**

Gli insiemi **numerabili** (finiti o infiniti) vengono detti **discreti**; quando un insieme non è numerabile, esso è **continuo.**

Gli eventi

Un evento è un sottoinsieme di omega; in altre parole, esso è un insieme di esiti (uscite) che possono verificarsi a seguito di un esperimento aleatorio.

Se consideriamo come esperimento il lancio del dado, tutte le uscite sperimentali saranno: Ω = {1, 2, 3, 4, 5, 6}.

Un possibile **evento** di questo esperimento è E_1 = {1} oppure E_2 = {4}, questi vengono detti **eventi elementari**, perchè sono composti da una singola uscita sperimentale.

Possiamo anche creare degli eventi composti da più uscite: E_3 = {1, 3}; se lanciamo un dado ed esce '3', allora l'evento E_3 sarà verificato.

Costruzione del sistema della teoria della probabilità

Dobbiamo costruire il sistema della teoria della probabilità, è importante dare una struttura ben precisa ad ogni elemento; ad esempio, dobbiamo fare in modo che **l'operazione di negazione o complemento** applicata ad esempio ad un evento, dia come risultato tutti gli elementi di omega **meno quelli dell'evento**:

Regola del complemento

Se $E_1 = \{1, 3\} \Rightarrow \underbrace{\overline{E_1} = \{2, 4, 5, 6\}}_{\text{INSIEME COMPLEMENTO}}$ con $\mathcal{E} = \{1, 2, 3, \dots 6\}$

Quindi se $\boxed{E_1 \in \mathcal{E} \Rightarrow \overline{E_1} \in \mathcal{E}}$ prima regola (Complemento)

Regola dell'unione

Se due eventi appartengono alla stessa algebra degli eventi, anche la loro unione appartiene all'algebra degli eventi:

Inoltre se $\boxed{E_1, E_2 \in \mathcal{E} \Rightarrow E_1 \cup E_2 \in \mathcal{E}}$ Seconda Regola (Unione)

Facciamo un esempio:

Un esempio per chiarire il tutto

Se lancio una moneta, l'insieme delle v.s. è $\Omega \equiv \{T, C\}$.

Voglio costruire l'algebra degli eventi:

$\mathcal{E} \equiv \{T, C, \Omega, \emptyset\}$

complemento di testa

Unione di Testa e Croce

complemento di Ω

Quando costruisco l'algebra degli eventi devo rispettare le 2 regole:

Inserisco T > devo inserire anche il suo complemento C > Avendo inserito Testa e croce devo inserire anche la loro unione $\{T, C\} \equiv \Omega$ > avendo inserito Ω devo inserire anche la sua negazione $\emptyset$ > Ricorsivamente continuo, ma le regole sono già soddisfatte.