

VARIABILI ALEATORIE



Variable Aleatoria

La variabile Aleatoria e' una **funzione**, ma il suo insieme di definizione e' un **EVENTO**: la variabile produce un numero reale in corrispondenza del risultato di un evento.

Esempio:

Supponiamo di lanciare 2 monete in sequenza. Le possibili uscite sperimentali sono:

$\left\{ \begin{array}{l} TT \\ TC \\ CT \\ CC \end{array} \right\}$

Consideriamo gli eventi elementari come $w = \{T, T\}$ o $w = \{T, C\}$. Andiamo poi a costruire una funzione che al risultato di un evento, ci dia un valore numerico.

$$x(\{T, T\}) = 1$$

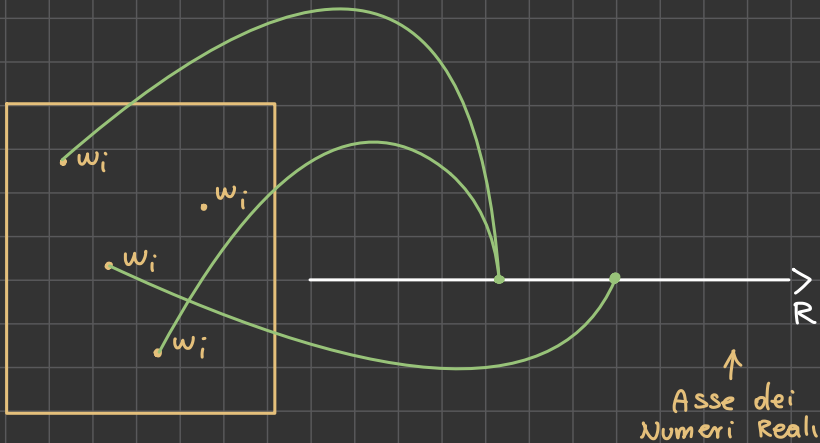
$$x(\{C, T\}) = 3$$

$$x(\{C, C\}) = 2$$

$$x(\{T, C\}) = 4$$

costruiamo $x(w) \in \mathbb{R}$

↑
Produce un numero Reale



- Ad ogni uscita sperimentale associamo un numero reale
- Due o piu' uscite sperimentali possono associare lo stesso numero

A cosa serve?

Le V.A. ci permettono di "saltare" la definizione di tutte quelle componenti preliminari come lo spazio campione, e definire direttamente la variabile Aleatoria.

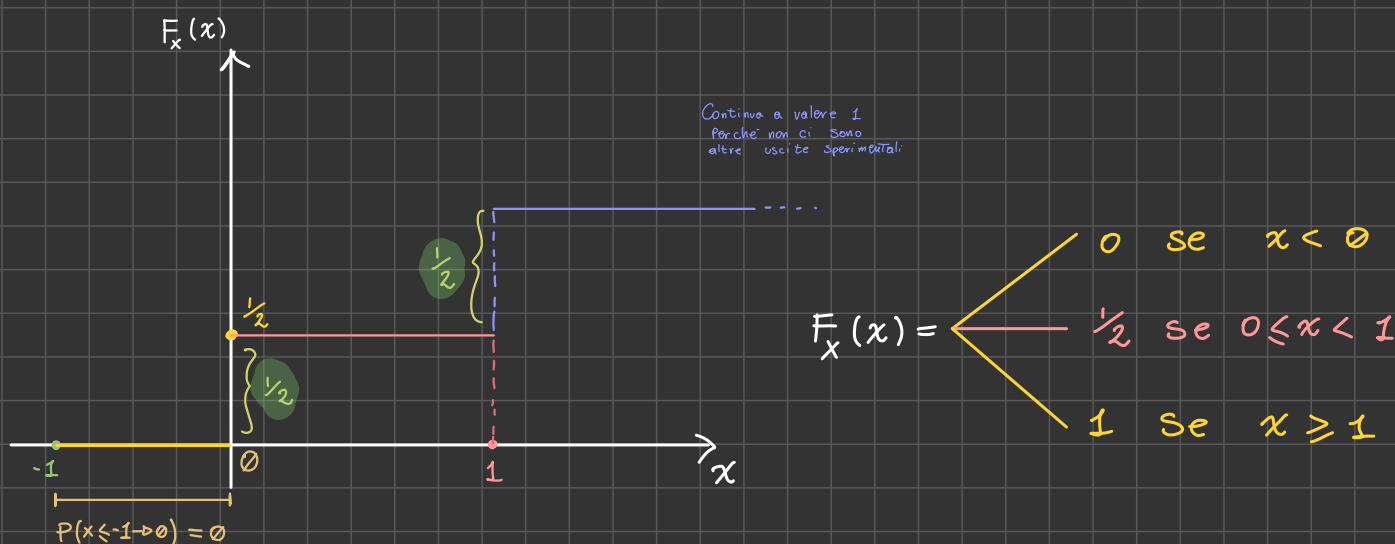
Variabile Aleatoria Indicatore di un evento

I_E è la variabile indicatrice dell'evento E .

Come è definita?

Essa è uguale ad 1 se si verifica, mentre è uguale a zero se non si verifica.

Esempio - Funzione di distribuzione cumulativa: lancio della moneta



Esempio - Funzione di distribuzione cumulativa: lancio di un dado

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \Rightarrow P(\text{faccia}_n) = 1/6$$

Associamo una Variabile Aleatoria

$$X(\{1\}) = 1$$

\vdots

$$X(\{6\}) = 6$$

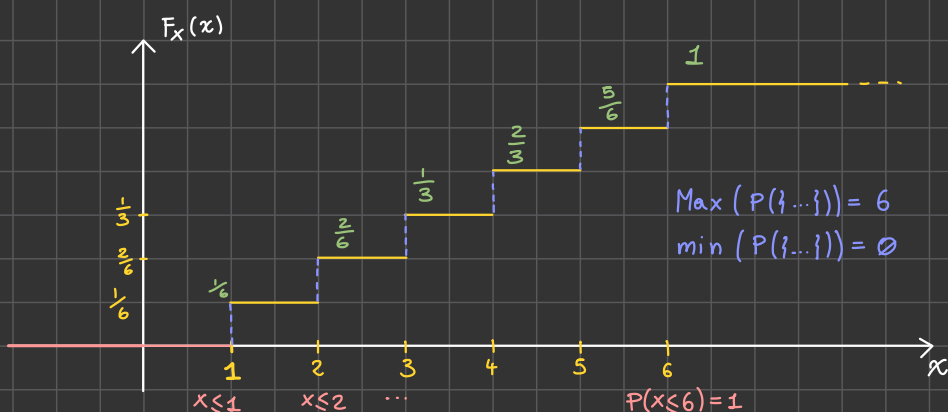
Uscita
Sperimentale

Numero

$$P(\{X=1\}) = 1/6$$

\vdots

$$P(\{X=6\}) = 1/6$$



$$\begin{aligned}
 X(\{T\}) &= 1 \\
 X(\{C, T\}) &= 2 \\
 &\vdots \\
 X(\{C, C, \dots, T\}) &= n
 \end{aligned}$$

qual è la probabilità che:

- $P(X \leq 2) = P(X=1 \cap X=2) = P(X=1) + P(X=2) = \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2$
- $P(X \leq 3) = \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3$
- $P(X \leq n) = \frac{1}{2} + \dots + \left(\frac{1}{2}\right)^n$

Sempre più
PICCOLE

Per $n \rightarrow \infty$ il salto diventa sempre più piccolo:

