Dati i due segnali

$x_1(t) = \sin(2\pi 10 t)$ Q1: Verificare se sono ortogonali e calcolare $\tau_{xy}(\tau)$

$x_2(t) = \Pi\left(\frac{t}{10}\right)$

Q1 A: Due segnali sono ortogonali se il loro prodotto scalare è nullo

$\Rightarrow \langle x(t), y(t)\rangle = 0$ il prodotto scalare è dato da:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\cdot y^*(t)\,dt$$

Teniamo a mente la rel di Parseval che dice che il prodotto scalare nel dominio del tempo è lo stesso del prodotto scalare in frequenza.

$\Rightarrow$ Potrebbe essere più facile fare il prodotto in frequenza.

Procediamo nel tempo: $\int_{-\infty}^{+\infty} \sin(2\pi 10 t)\cdot \Pi\left(\frac{t}{10}\right) dt = \int_{-5}^{5} \sin(2\pi 10 t)\,dt = -\cos(2\pi 10 t)\Big|_{-5}^{5}$

Il coniugato non opera

$= -\cos(2\pi 10\cdot 5) + \cos(2\pi 10(-5))$ Il coseno è pari $\Rightarrow \langle x(t)\cdot y(t)\rangle = \emptyset$

Q1 A: Strada Alternativa: usiamo Parseval

$$\Rightarrow \langle x(t), y(t)\rangle = \langle X(f), Y(f)\rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} X(f)\cdot Y^*(f)\,df$$

• $X(f) =$ Sappiamo che $\cos(w) = \frac{1}{2}\left[e^{-jwt_0} + e^{jwt_0}\right] \Rightarrow \mathcal{F} = \underbrace{\frac{1}{2}\left[\delta(t-t_0)+\delta(t+t_0)\right]}_{\text{Proprietà di modulazione}}$

Il sin si può scrivere come:

Siccome $\cancel{\cos(wt_0)} + i\sin(wt_0) - \left[\cancel{\cos(wt_0)} - i\,\overline{\sin(wt_0)}\right] = 2i\,\overline{\sin}(wt_0)$

$\Rightarrow \overline{\sin}(wt_0) = 2i\sin(wt_0) \Rightarrow \sin(wt_0) = \frac{1}{2i}\overline{\sin}(wt_0)$

Siccome $\sin(wt_0) = e^{jwt_0} - e^{-jwt_0}$

otteniamo $\sin(2\pi 10 t) = \frac{1}{2j}\left[e^{j2\pi 10 t} - e^{-j2\pi 10 t}\right]$

la Trasformata sarà complessa

$\Rightarrow \mathcal{F}\left[\sin(2\pi 10 t)\right] = \frac{1}{2j}\left[\delta(t-10) + \delta(t+10)\right] = X_1(f)$

Cmplx

• $X_2(f) = 10\,\mathrm{sinc}(10f)$

$$\Rightarrow \frac{5}{j}\int_{-\infty}^{+\infty}\left[\delta(t-10)+\delta(t+10)\right]\cdot \mathrm{sinc}(10f)\,df = \frac{5}{j}\int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{sinc}(10f)\,\delta(t-10)\,df + \frac{5}{j}\int_{-\infty}^{+\infty}\mathrm{sinc}(10f)\,\delta(t+10)\,df$$

$$\Rightarrow \frac{5}{j}\int_{-\infty}^{+\infty}\mathrm{sinc}(100)\,df + \frac{5}{j}\int_{-\infty}^{+\infty}\mathrm{sinc}(-100)\,df$$

$\rightarrow$ Sappiamo che la Sinc è pari, quindi

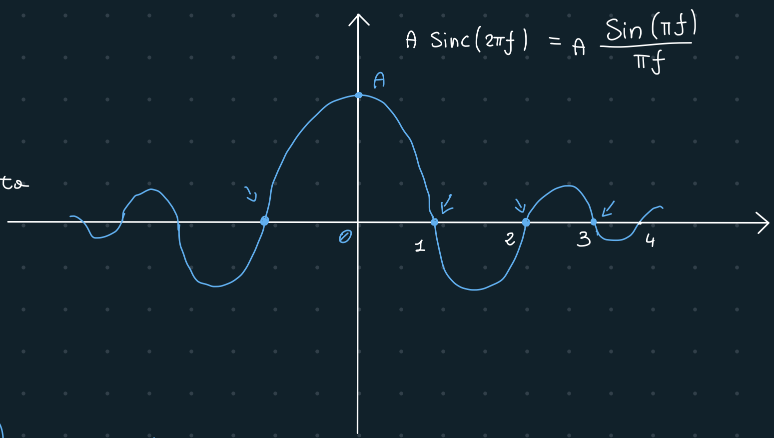
$$\Rightarrow \quad 2 \cdot \frac{5}{J} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{Sinc}(100)\, df$$

a questo punto dobbiamo ricordarci dove la sinc vale zero:

Dove sono gli zeri?

$$\mathrm{Sin}(kf) \overset{?}{=} 0 \quad \rightarrow \quad \mathrm{Sinc}(k) \begin{cases} k = 0 \\ k = \pi \end{cases}$$

Siccome $\mathrm{Sinc}(\pi t) = \dfrac{\mathrm{Sin}(\pi t)}{\pi t}$ ← Normalizzata



$\Rightarrow \mathrm{Sinc}(\pi t) = 0$ per $t = \pm[1, 2, 3, \dots, N]$

$$\Rightarrow \mathrm{Sinc}(100) = 0 \quad \Rightarrow \quad 2 \cdot \frac{5}{J} \int 0 \, df = \emptyset$$

I segnali sono ortogonali!

Q_1 B: $\quad r_{xy}(\tau) = \langle x_1(t), x_2(t-\tau) \rangle = \displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot x_2^*(t-\tau)\, dt$ $\quad$ x_2 è Reale $\rightarrow$ il coniugato non opera

$$\Rightarrow r_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} \sin(2\pi 10 t) \cdot \Pi\left(\frac{t-\tau}{10}\right) dt$$