Proprietà della trasformata 2

Tutte le proprietà viste in questa lezione sono riportate nel file 3.2.3 - Proprietà della trasformata

Trasformata di un fasore

Proviamo ad effettuare la trasformata di Fourier di un fasore:

Trasformata di un fasore

$x(t) = A \cdot e^{j2\pi f_c t}$

Per effettuare la Trasformata di un fasore, invece di effettuare calcoli inutili, possiamo sfruttare le proprietà viste nella les precedente:

Sappiamo che un qualsiasi segnale moltiplicato per un fasore di frequenza f_c, trasformato, in frequenza sarà composto dallo spettro del segnale (quello moltiplicato per il fasore) **shiftato temporalmente**; possiamo sfruttare questa proprietà proclamando l'ampiezza del fasore **segnale a tutti gli effetti** (segnale costante), e quindi:

$$x(t) \cdot e^{j2\pi f_c t} \Longleftrightarrow X(f-f_c)$$

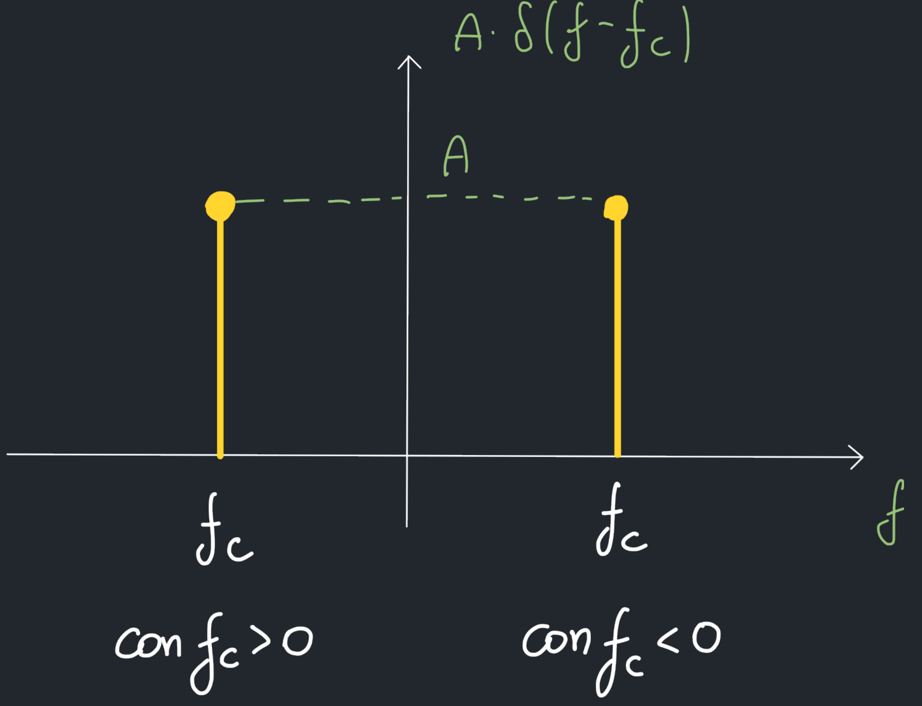
$\rightarrow$ in questo caso $\rightarrow$ $\underbrace{A}_{x(t)} \cdot \underbrace{e^{j2\pi f_c t}}_{\text{fasore}} = \mathcal{F}[A(f-f_c)]$

La trasformata del segnale costante è proprio un segnale delta di Dirac di ampiezza A:

Otteniamo che **la trasformata del fasore è proprio una delta di dirac, di ampiezza A e centrata in f_c!**

Siccome $A \rightleftharpoons A \cdot \delta(f) \Rightarrow A \cdot e^{j2\pi f_c t} \rightleftharpoons A \cdot \tilde{\delta}(f - f_c)$

Andando a graficare otteniamo:



Scambio alte-basse frequenze

Quando abbiamo l'espressione $(-1)^n$ possiamo scriverlo come **cos(π n)**, perchè?

Semplicemente perchè il coseno assume proprio valori {1, -1, 1, -1, ...} per valori di **π n**!

Scambio Alte - basse frequenze

Moduliamo il segnale $s(n) = x(n) \cdot (-1)^n$

$\Rightarrow$ Possiamo scrivere $(-1)^n$ come $\underbrace{(-1)^n}_{+1,-1,+1,\dots} = \cos(\pi n) = e^{j\pi n}$ perche' $e^{j\pi n} = \cos(\pi n) + \cancel{j\sin(\pi n)}$

Sempre zero per $k\pi$

Se dividiamo 'n' per 'T' (periodo) possiamo "decidere" ogni quanti valori di Pi il segnale deve ripetersi:

quindi $x(n)\cdot(-1)^n = x(n)\cdot\cos(\pi n)$

$\cos(\pi \frac{n}{T}) \Rightarrow T=1 \Rightarrow$ Si ripete ogni π

Se poniamo la frequenza discreta Ni come 1/2T otteniamo:

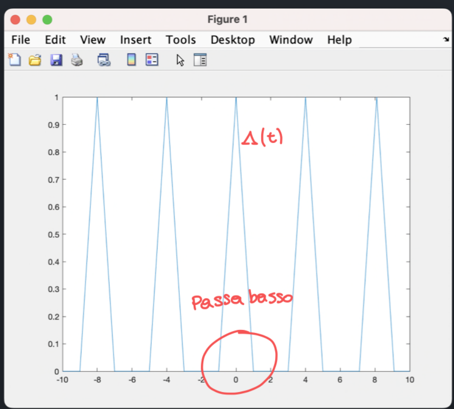
$$\text{poniamo } \nu_c = \frac{1}{2T} \Rightarrow x(n)\cdot\cos(\pi 2\nu_c n)$$

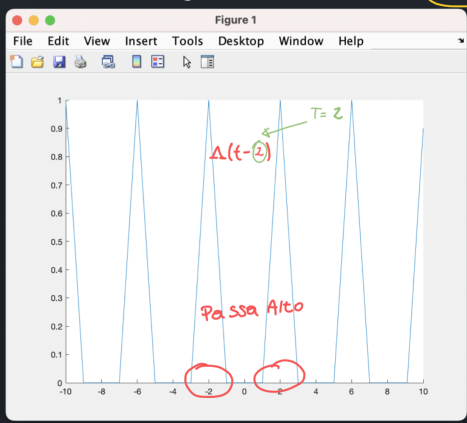
Conosciamo la proprietà di modulazione del coseno, quindi quando trasformiamo un segnale moltiplicato per un coseno, avremo lo sdoppiamento degli spettri del segnale:

Applichiamo la proprietà di modulazione : $x(n)\cdot\cos(2\pi\nu_c n) \rightleftharpoons X(\nu-\nu_c)$

Se poniamo la freq discreta ν_c pari a: $\nu_c = \frac{1}{2} \Rightarrow X(\nu-\nu_c) = X(\nu-\frac{1}{2})$

L'effetto in freq è la traslazione del segnale di $\frac{1}{2}T$





Il periodo della finestra triangolare è T= 2

Possiamo creare un filtro passa alto o passa basso a seconda del **periodo** della finestra!