

EX. 2

Dato il segnale campionato

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \text{sinc}(3kT) \delta(t - kT).$$

Calcolare il suo spettro e la frequenza minima di campionamento $f_c = 1/T$ per la ricostruibilità del segnale.

D. 1

Definire il concetto di ortogonalità tra segnali considerando sia la rappresentazione nel dominio del tempo che quella nel dominio della frequenza.

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \text{Sinc}(3kT) \delta(t - kT)$$

Q1: $X(f) = ?$ Sappiamo che $\tilde{x}_\delta(t) \Leftrightarrow \text{rep}_T[X(f)]$ con $f = \frac{1}{T}$

Dalle proprietà della δ sappiamo che il segnale generatore è

$$s(t) = \text{Sinc}(3t)$$

$$\Rightarrow \text{Possiamo trasformare sapendo che } AT \text{Sinc}(ft) \Leftrightarrow A \Pi\left(\frac{t}{T}\right) \Rightarrow \text{Sinc}(3t) \Leftrightarrow \frac{1}{3} \Pi\left(\frac{f}{3}\right)$$

\rightarrow Trasformiamo $x(t)$

$$\sum_{k=-\infty}^{+\infty} \text{Sinc}(3t) \cdot \delta(t - kT) \Leftrightarrow \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{T} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \Pi\left(\frac{f}{3}\right) \cdot \delta\left(f - \frac{k}{T}\right) = \frac{1}{3T} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \Pi\left(\frac{f - \frac{k}{T}}{3}\right)$$

La Teoria ci dice che affinché un segnale riprodotto resti "intatto" la frequenza di campionamento dovrà essere almeno quanto la durata del segnale ovvero il doppio della Banda:

$$f_c \geq 2B, \quad f_c \geq T_{x(f)} \quad \text{ovvero} \quad f_c \geq 3$$