EX. 2

Dato il segnale $x(t)$ avente densità spettrale di energia

$$S_x(f) = f^2\ \Pi\left(\frac{f}{12}\right)$$

calcolare

a. L'energia del segnale.

b. La banda all'interno della quale è compresa il 90% dell'energia.

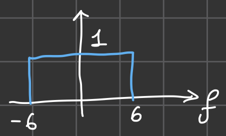
$S_x(f) = f^2\, \pi\left(\frac{f}{12}\right)$

Q1: $\mathcal{E}_x = ?$ Sappiamo che $\mathcal{E}_x = \mathcal{E}_x(t)$ e che $\mathcal{E}_x(t) \rightleftharpoons S_x(f)$

⇒ Trasformiamo $S_x \to \mathcal{E}_x$? NO → come trasformiamo f^2 ?

→ Si fa prima ad integrare $S_x(f)$ ⇒ $\mathcal{E}_x = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2\, dt = \int_{-\infty}^{+\infty} S_x(f)\, df$

⇒ $\mathcal{E}_x = \int_{-\infty}^{+\infty} f^2\, \pi\left(\frac{f}{12}\right) df$ grafichiamo $S(f) = \pi\left(\frac{f}{12}\right)$ →



⇒ $\mathcal{E}_x = \int_{-6}^{6} f^2\, df = \frac{f^3}{3}\Big|_{-6}^{6} = 72\,\frac{\cancel{216}}{\cancel{3}} + \frac{\cancel{216}}{\cancel{3}}\,72 = 144$ $\mathcal{E}_x$

Q2: B all'interno del quale e' compresa il 90% dell'$\mathcal{E}$

ovvero, in formule: B. $\mathcal{E}(B) = 0.9 \cdot \mathcal{E}_x$

→ $\int_{-B}^{B} S_x(f)\, dB = 0.9 \int_{-\infty}^{+\infty} S_x(f)\, df$ → $\int_{-B}^{B} f^2\, dB = 0.9 \cdot 144$

→ $\frac{f^3}{3}\Big|_{-B}^{B} = 129.6$ ⇒ $\frac{B^3}{3} + \frac{B^3}{3} = 129.6$ → $\frac{2}{3} B^3 = 129.6$ → $B^3 = 129.6 \cdot \frac{3}{2}$

$\overset{?}{\Rightarrow}$ $B = \sqrt[3]{129.6 \cdot \frac{3}{2}} = \sqrt[3]{194.4} = 5.79 < B_x$

Ans