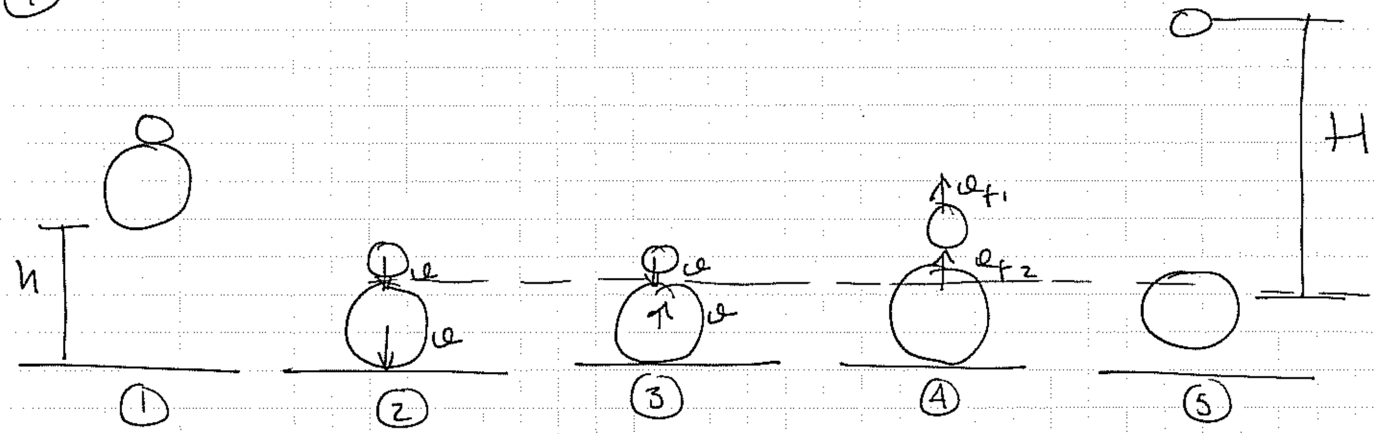
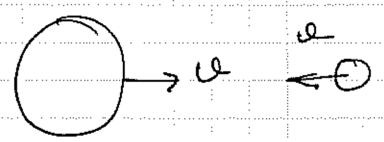
Solución bono (Física I, Abril 2016)

①

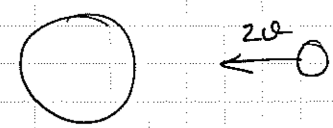


En ① ambas pelotas empiezan del reposo. En ② al caer una altura h ambas tienen velocidad $v = \sqrt{2gh}$ (conservación de la energía)

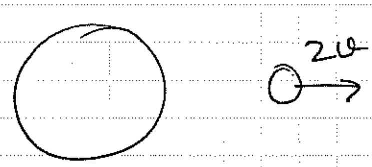
Ahora podemos pensar que M rebota en el piso y se encuentra con m con la misma velocidad, pero en la dirección opuesta. Y este momento lo vamos a pensar como una colisión para encontrar las velocidades finales en ④ v_{f1} y v_{f2}.



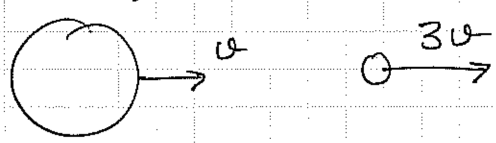
esta situación vista desde M se ve como:



Cuando la pelota m rebota, si M es grande M>>m, es como si lo hiciera ~~desde~~ con una pared, así que al final.



esta situación vista desde "afuera" (ya no desde M) es esta:



así que $v_{f1} = 3v$, por conservación de energía entre ④ y ⑤.

$$\frac{\cancel{m}}{2}v_{f1}^2 = \cancel{m}gH \qquad \frac{1}{2}(3v)^2 = gH \quad \text{, pero} \quad v = \sqrt{2gh}.$$

así que $$\frac{1}{2}\left(3\sqrt{2gh}\right)^2 = gH \quad , \quad \boxed{9h = H}$$

Solución bono (Física I - abril 2016)

(2) Por conservación de energía

$$\cancel{m}gh = \cancel{m}g2R + \frac{1}{2}\cancel{m}v_A^2$$

así que en (A)

$$v_A^2 = 2gh - 4gR$$

$$\boxed{v_A = \sqrt{2g(h-2R)}}$$

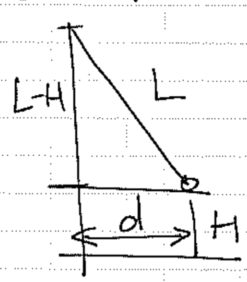
la altura mínima estará dada cuando v_A sea mínima, así que haciendo $v_A = 0$

$$\sqrt{2g(h_{min}-2R)} = 0$$

$$\boxed{h_{min} = 2R}$$

(3) El trabajo que hace F es $F \cdot d$, donde d es el desplazamiento en la dirección de F.

Por trigonometría



$$L^2 = (L-H)^2 + d^2$$

$$d = \sqrt{L^2 - (L-H)^2}$$

$$d = \sqrt{\cancel{L^2} - \cancel{L^2} + 2LH - H^2}$$

$$d = \sqrt{2LH - H^2}$$

Por otro lado $Fd = \Delta E$, donde E es el cambio de energía. Al ser H el punto máximo la velocidad debe ser cero. Así que el único cambio de energía es potencial.

$$F\sqrt{2LH - H^2} = mgH \quad \text{, elevando al cuadrado}$$

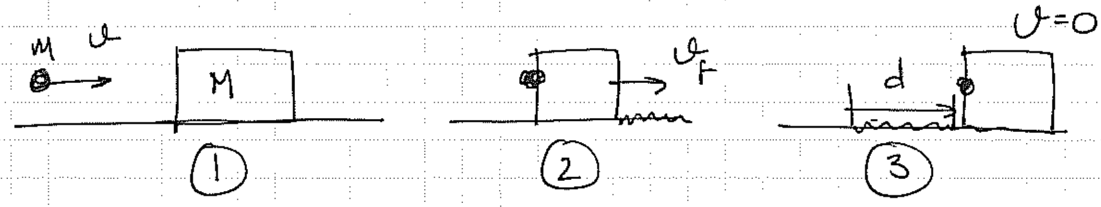
$$F^2(2L\cancel{H} - H^{\cancel{2}}) = m^2g^2H^{\cancel{2}} \quad , \quad F^2(2L - H) = m^2g^2H$$

despejando H

$$\boxed{H = \frac{2L}{\left(1 + \frac{m^2g^2}{F^2}\right)}}$$

Solución bono (Física I - Abril 2016)

(4)



Primero pasemos de (2) a (3).

El cambio de energía debe ser igual al trabajo hecho por la fricción:

$$W = \Delta E \quad , \quad -\mu \cancel{(M+m)}\, g d = -\frac{1}{2} \cancel{(M+m)}\, v_f^2$$

De esta manera $\quad v_f^2 = 2\mu g d \quad (1)$

Entre (1) y (2) no hay conservación de energía (choque inelástico) pero sí de momentum

$$p_i = p_f \quad , \quad m v = (m+M) v_f \quad (2)$$

~~Desp~~ Reemplazando v_f de (1) en (2)

$$m v = (m+M)\sqrt{2\mu g d}$$

$$\boxed{v = \left(\frac{m+M}{m}\right)\sqrt{2\mu g d}}$$