Solución parcial 3, Física I (Abril 2016)

(1)

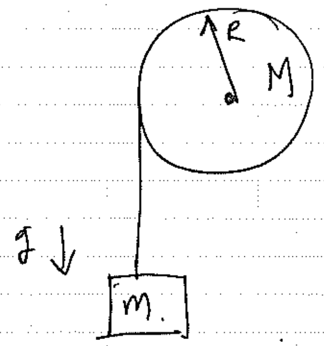
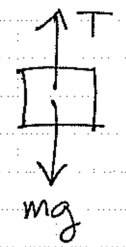


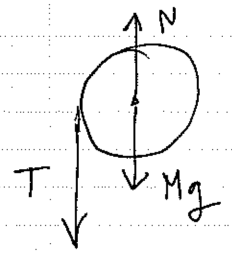
Diagrama de cuerpo libre sobre m:



Por segunda ley de Newton

$$T - mg = -ma \quad (1)$$

Diagrama de cuerpo libre sobre M:



Por segunda ley de Newton

$$N - T - Mg = 0$$

Calculando suma de torques:

$$TR = I\alpha \quad \text{con} \quad I = \frac{MR^2}{2}.$$

así

$$TR = \frac{MR^2}{2}\alpha, \quad \text{con} \quad \alpha = \frac{a}{R}$$ (condición de giro sin deslizamiento)

$$TR = \frac{MR^2}{2}\frac{a}{R} \qquad T = \frac{Ma}{2} \quad (2)$$

Despejando a de (1) para reemplazarla en (2)

$$T = \frac{M}{2}\frac{(mg - T)}{m}, \qquad 2mT = Mmg - MT$$

$$, \; 2mT + MT = Mmg \qquad T(2m + M) = Mmg$$

$$\rightarrow \boxed{T = \frac{Mm}{(2m+M)}g}$$

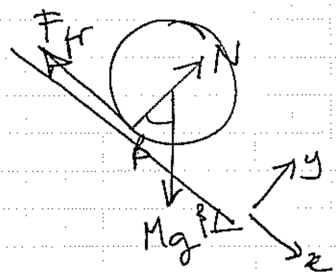
Reemplazando este resultado en (2)

$$\frac{\cancel{M}m}{(2m+M)}g = \frac{\cancel{M}a}{2} \qquad a = \frac{2m}{(2m+M)}\cdot g$$

$$\boxed{a = \frac{1}{\left(1 + \frac{M}{2m}\right)}g}$$

Sol. P3. FI (Abril 2016)

(2) Diagrama de cuerpo libre sobre el cilindro



Por segunda Ley de Newton:

$$Mg \sin\beta - F_{fr} = Ma \qquad (1)$$

Sumando torques alrededor del centro de masa:

$$F_{fr}\, b = I\alpha \quad \text{con} \quad I = \frac{Mb^2}{2} \quad y$$

por condición de ~~rotamiento sin~~ rotación sin deslizamiento $\alpha = a/b$, así:

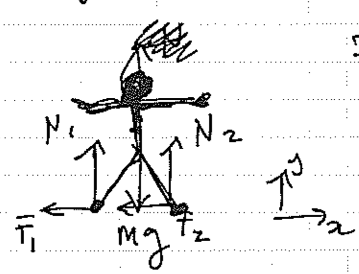
$$F_{fr}\, \cancel{b} = \frac{M b^{\cancel{2}}}{2}\frac{a}{\cancel{b}} \quad , \quad F_{fr} = \frac{Ma}{2} \qquad (2)$$

Reemplazando (2) en (1)

$$\cancel{M}g \sin\beta - \frac{\cancel{M}a}{2} = \cancel{M}a \quad , \quad g\sin\beta = \frac{3}{2}a.$$

$$\rightarrow \boxed{a = \frac{2}{3} g \sin\beta}$$

(3) Diagrama de cuerpo libre sobre la persona (F_1 y F_2 son fricciones).



Por segunda Ley de Newton.

$$N_1 + N_2 - mg = 0 \qquad (1)$$

$$F_1 + F_2 = \frac{m\omega^2}{R} \qquad (2) \qquad (\text{asumiendo } d \ll R)$$

Sumando torques alrededor del centro de masa:

$$F_1 L + F_2 L + N_1\left(\frac{d}{2}\right) - N_2\left(\frac{d}{2}\right) = 0 \qquad (3)$$

Reemplazando $F_1 + F_2$ en (3)

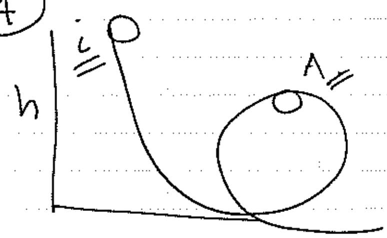
$$\frac{m\omega^2}{R}L + N_1\frac{d}{2} - N_2\frac{d}{2} = 0 \quad , \quad N_1 - N_2 = -2\frac{m\omega^2 L}{Rd} \qquad (4)$$

Sumando (1) y (4) y Restando (4) de (1):

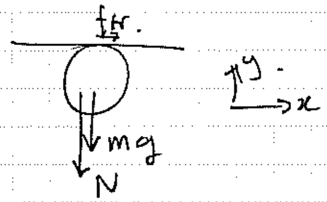
$$2N_1 = mg - \frac{2m\omega^2 L}{Rd} \quad , \quad \boxed{N_1 = \frac{mg}{2} - \frac{m\omega^2 L}{Rd}} \qquad \boxed{N_2 = \frac{mg}{2} + \frac{m\omega^2 L}{Rd}}$$

Sol. P3 FI (Abril 2016)

(4)



Haciendo un diagrama de cuerpo libre en el punto A:



Por segunda ley de newton:

$$mg + N = \frac{mv^2}{R} \quad (1)$$

Para que en ese punto la esfera se mantenga en trayectoria circular, se debe mantener la condición (1). La mínima velocidad con la que podría llegar a ese punto se da cuando $N=0$.

$$mg = \frac{m v_{min}^2}{R} \qquad v_{min}^2 = gR. \quad (2)$$

Por conservación de energía entre el punto inicial (i) y (A)

$$mgh_{min} = \frac{1}{2}mv_{min}^2 + \frac{1}{2}I\omega_{min}^2 + mg2R$$

con $I = \frac{2}{3}mr^2$ y por rotación sin deslizamiento $\omega_{min} = \frac{v_{min}}{r}$

$$\cancel{m}gh_{min} = \frac{1}{2}\cancel{m}v_{min}^2 + \frac{1}{2}\frac{2}{3}\cancel{m}\cancel{r^2}\frac{v_{min}^2}{\cancel{r^2}} + \cancel{m}g2R$$

Reemplazando (2) en esta ecuación

$$\cancel{g}h_{min} = \frac{1}{2}\cancel{g}R + \frac{1}{2}\frac{2}{3}\cancel{g}R + 2\cancel{g}R$$

$$h_{min} = \frac{1}{2}R + \frac{2}{6}R + 2R = \boxed{\frac{17}{6}R}$$

(En el caso de haber tomado ~~[illegible]~~ $I = mr^2$ entonces. $\boxed{h_{min} = 3R}$).