# Formelsammlung Mathematik

Mario Felder, Michi Fallegger

20. Dezember 2013

# Inhaltsverzeichnis

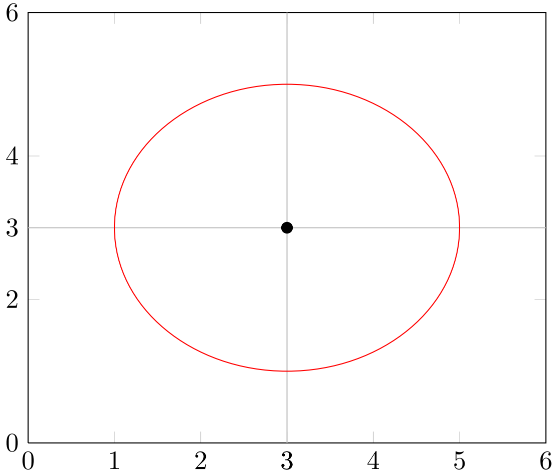
# Kapitel 1

# Repetition

## 1.1 Kreisgleichung

Der Mittelpunkt des Kreises wird mit $x_0$ und $y_0$ angegeben.

$$\boxed{(x - x_0)^2 + (y - y0)^2 = r^2}$$



Rotation um die z-Achse

$$\boxed{z = f(x, y) = g(\sqrt{x^2 + y^2}}$$

# Kapitel 2

# Partielle Ableitung

## 2.1 Partielle Ableitung??

# Kapitel 3

# Differential Funktionen

## 3.1 Tangentialebene, Linearisierung, totales Differential

Die Gleichung der Tangentialebene an die Fläche $z = f(x, y)$ im Punkt$(x_0, y_0, z_0)$, $z_0 = f(x_0, y_0)$ lautet:

$$\boxed{z = f(x_0, y_0) + f\prime_x(x_0, y_0)(x - x_0) + f\prime_y(x_0, y_0)(y - y_0)}$$

Der Funktionswert ändert sich linearisiert um das totale Differential von f(x,y).

$$\mathrm{d}z = f\prime_x(x_0, y_0)\mathrm{d}x + f\prime_y(x_0, y_0)\mathrm{d}y$$

Es wird $\mathrm{d}x = \Delta x$ und $\mathrm{d}y = \Delta y$ gesetzt.

## 3.2 Implizit Ableiten

Neue Methode um Funktionen einfacher implizit Ableiten. Durch $F(x, y) = 0$ werde implizit eine Funktion $y = f(x)$ definiert. Dann gilt für die

Ableitung von $f$ an der Stelle (x,y) des Graphen:

$$\boxed{y' = -\frac{F\prime_x(x,y)}{F\prime_x(x,y)}}$$

## 3.3 Kettenregel

Mit Hilfe der Kettenregel kann eine verschachtelte Funktion wie $z(t) = f(x(t), y(t))$ nach t abgeleitet werden.

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} = f\prime_x(x(t), y(t)) \cdot \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + f\prime_y(x(t), y(t)) \cdot \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}}$$

## 3.4 Extremalwert (ohne Nebenbedingungen)

Der Punkt $(x_0, y_0)$ ist eine Extremstelle von $z = f(x, y)$, falls $f\prime_x(x_0, y_0) = 0$ und $f\prime_y(x_0, y_0) = 0$ und zusätzlich:

$$\Delta = f\prime_{xx}(x_0, y_0) \cdot f\prime_{yy}(x_0, y_0) - f\prime_{xy}(x_0, y_0)^2 > 0 gilt.$$

Gilt zusätzlich:
$f\prime_{xx}(x_0, y_0) < 0$, so liegt ein Max. vor.
$f\prime_{xx}(x_0, y_0) > 0$, so liegt ein Min. vor.

Ist $\Delta$ negativ, so ist $(x_0, y_0)$ ein Sattelpunkt. Falls $\Delta = 0$ ist, so kann man nicht entscheiden.

## 3.5 Extremalwert (mit Nebenbedingungen)

Gesucht ist die Extremstelle von $z = f(x, y)$ unter der Nebenbedingung $\varphi(x, y) = 0$.

<u>*Lagrange* :</u>

Ist ($x_0$,$y_0$) eine Extremstelle, so erfüllt ($x_0$,$y_0$) das Gleichungssystem:

$$\begin{vmatrix} L'_x(x,y,\lambda)=0 \\ L'_y(x,y,\lambda)=0 \\ L'_\lambda(x,y,\lambda)=0 \end{vmatrix}$$

mit:
$L(x,y,\lambda) = f(x,y) + \lambda \cdot \varphi(x,y)$
$f(x,y) =$ Zielfunktion
$\varphi(x,y) =$ Nebenbedignung

Die Lagrange Methode kann für mehrere Variablen und beliebig vielen Nebenbedignungen angepasst werden.

Zielfunktion: $f(x_1, x_2, x_3, ..)$

Nebenbedingungen:

$$\varphi_1(x_1, y_1) = 0, \qquad \varphi_2(x_2, y_2) = 0$$

$L(x_1, x_2, x_3, ..., \lambda, \mu, ..) = f(x_1, x_2, x_3) + \lambda \cdot \varphi_1(x_1, x_2, x_3) + \mu \cdot \varphi_2(x_1, x_2, x_3)$

$L'_{x1} = 0$
$L'_{x2} = 0$
$L'_{x3} = 0$
$L'_\lambda = 0$
$L'_\mu = 0$

# Kapitel 4

# Integrale

## 4.1 Allgemeine Flächenintegrale

Schwerpunkt einer Fläche:

$$s_x = \frac{\iint x \mathrm{d}A}{A}$$

$$s_y = \frac{\iint y \mathrm{d}A}{A}$$

## 4.2 Doppelintegrale

$$I = \int\limits_{x=a}^{b} Q(x) \mathrm{d}x = \int\limits_{x=a}^{b} \left( \int\limits_{y=f_{u(x)}}^{f_{o(x)}} f(x,y) \mathrm{d}y \right) \mathrm{d}x$$

Integrationsreihenfolge vertauschen:

$$\iint f(x,y) \mathrm{d}A = \int\limits_{y=\alpha}^{\beta} \left( \int\limits_{x=g_{l(y)}}^{g_{r(y)}} f(x,y) \mathrm{d}x \right) \mathrm{d}y$$

Integrieren mit Polarkoordinaten:

$$x = r \cdot \cos\varphi$$

$$y = r \cdot \sin\varphi$$

$$\int\limits_{\varphi=\varphi_1}^{\varphi_2} \left( \int\limits_{r=r_{u(\varphi)}}^{r_{o(\varphi)}} f(r \cdot \cos\varphi, r \cdot \sin\varphi) r \cdot \mathrm{d}r \right) \mathrm{d}\varphi$$

Volumenintegrale:

# Kapitel 5

# Fehlerfortpflanzung

## 5.1 Fehlerrechnung

Fehlerfortplanzung bei Funktionen mit 1 Variablen

$$y = f(x) \to \Delta y = |f'(x)|\Delta x$$

Fehlerrechnung bei Funktionen mit 2 Variablen.
Fehlerfortpflanzungsgesetz: Ändert x um $\Delta x$ und y um $\Delta y$ so ändert der Funktionswert z um:
—–>Formel
$\Delta x \geqslant 0, \Delta y \geqslant 0$

Der maximale Fehler von $z = f(x, y)$ lautet:

$$\boxed{\Delta z = |f\prime_x(x_0, y_0)|\Delta x + |f\prime_y(x_0, y_0)|\Delta y}$$

Relativer Fehler:

$$\frac{\Delta z}{z} = \%$$

Absoluter Fehler:

$$\Delta z = \% \cdot z$$