

FACULTAD DE INGENIERÍA
UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES

PROYECTO DE TESIS DE INGENIERÍA
ELECTRÓNICA

Diseño de un miniradar y caracterización en radio frecuencia de cuerpos

Autor:

José Francisco Soler

Director:

Ing. Adrián Rosa

Co Director:

Ing. Pablo Marino

Departamento de electrónica



UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES

Abstract

Faultad de Ingeniería

Departamento de electrónica

Proyecto de tesis de ingeniería electrónica

Diseño y calibración de una antena polarimétrica por acoplamientos mutuos

por José Francisco SOLER

completar el maldito abstract, quizás robar algo de la otra tesis :D

Agradecimientos

Quiero agradecer enormemente a toda mi familia, quienes me apoyaron durante todos estos años. A mis hermanas, que me recibieron en su casa durante tantos fines de semana y por sobre todas las personas a mis queridos padres. No tengo palabras para expresar la enorme gratitud que tengo dado que nunca perdieron la fe en mí, siempre me apoyaron y siempre estuvieron ahí cuando los necesité. También quiero agradecer a todos los amigos que fui haciendo durante los años facultativos y en especial a Leandro y Ezequiel, quienes siempre me dieron palabras de aliento para los peores momentos. Y por último, quiero agradecer a Pablo, quien sin él este trabajo no hubiese sido posible...

Índice general

Abstract	I
Agredecimientos	II
Contenidos	III
Lista de figuras	IV
Lista de cuadros	V
1. Procesamiento de la señal de un radar FMCW	1
A. Cálculos auxiliares	4
A.1. Cantidad de acoplamientos mutuos	4
B. Definiciones Matemáticas	6
B.1. Propiedades de las Matrices	6
B.1.1. Dependencia e independencia lineal	6
B.1.2. Rango de una matriz	7
B.1.3. Determinate de una Matriz	7
B.1.3.1. Propiedades	8
B.2. Cuadrados mínimos	8
B.3. Matriz Hadamard	9
B.3.1. Construcción de Sylvester	10
B.4. Parámetros S	10
B.4.1. Definición de “ondas de potencia”	11
B.4.2. La matriz de parámetros S	12
B.4.3. La matriz de transferencia	13
B.4.4. Conversión entre parámetros T y S	14
B.4.5. Propiedades de la matriz de parámetros S	14
C. Ejemplos de modelizaciones	16
C.1. Modelización física de la antena	16

Bibliografía

23

Índice de figuras

1.1. señal diente de sierra en frecuencia.	2
A.1. Acoplamientos mutuos entre módulos radiantes	4
B.1. Ejemplo de una red de 2 puertos: circuito serie	11
C.1. configuración de la antena. (a) RFDN del panel para una polarización. (b) Frente del panel.	16

Índice de cuadros

1.1. Configuración de la antena común para todos los ensayos.	1
---	---

Acrónimos

FMCW Onda Continua Modulada en Frecuencia (del inglés)

PRT Tiempo de Repetición del Pulso (del inglés)

RF Radio Frequency

PRF Pulse Repetition Frequency

CE Electrónica Central (del inglés)

RFDN Red de distribución de RF (del inglés)

PSC Divisor/combinador de potencia de RF (del inglés)

TRM Módulo de transmisión/recepción (del inglés)

TR transmisión/recepción

RM Módulo radiante (del inglés)

ER Elemento radiante

LTI Lineal e invariante en el tiempo (del inglés)

SAR Radar de apertura sintética (del inglés)

PA Conjunto de antenas controladas en fase (del inglés)

LCI Lazo de calibración interna

VHF Muy alta frecuencia (del inglés)

UHF Ultra alta frecuencia (del inglés)

VNA Analizador de redes vectorial (del inglés)

SWR Relación de onda estacionaria (del inglés)

ROE Relación de onda estacionaria

E-ERS Relación de onda estacionaria

SIR-C Relación de onda estacionaria

Capítulo 1

Procesamiento de la señal de un radar FMCW

Hay distintos tipos de señales con las que se puede transmitir utilizando dicho tipo de radar, las cuales están resumidas en el cuadro 1.1.

completar la tabla

Tipo de señal	Característica
triangular	1275000000 [Hz]
diente de sierra	0 [dB]
cuadrada	0 [deg]
desiredTxPower	6 [dB]

CUADRO 1.1: Configuración de la antena común para todos los ensayos.

En esta tesis se utiliza el diente de sierra en frecuencia. La figura 1.1 ilustra para un caso general los parámetros que definen dicha señal, los cuales son el ancho de banda de la señal transmitida (B) y el tiempo de repetición de dicho pulso (PRT).

hacer una figura doble donde muestra la repeticion de chirp y la señal en frecuencia

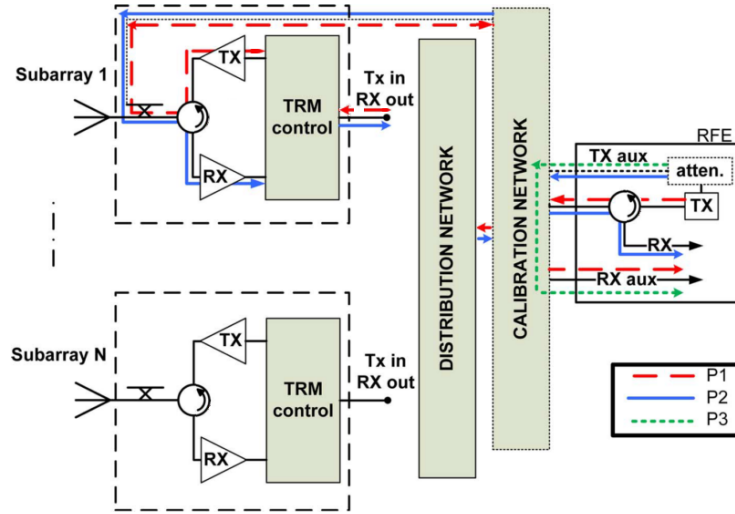


FIGURA 1.1: señal diente de sierra en frecuencia.

La ecuación que define cada repetición del pulso está descrita a continuación:

$$f(t) = f_0 + \frac{B}{T}(t - \frac{T}{2}), \quad 0 \leq t < T \quad (1.1)$$

Dado que la fase de una señal es la integral de su frecuencia sumada a una constante, se obtiene la fase instantánea transmitida a partir de la ecuación 1.5,

$$\varphi_t(t) = 2\pi f_0 t + \frac{2\pi B}{2T}(t^2 - Tt) + \phi_0, \quad 0 \leq t < T \quad (1.2)$$

El eco recibido por un objeto puntual en un rango R y defasando la señal en θ llega al radar con la fase,

$$\varphi_r(t) = w_0(t - \tau) + \frac{2\pi B}{2T}((t - \tau)^2 - T(t - \tau)) + \theta + \phi_0, \quad 0 \leq t < T \quad (1.3)$$

Donde $\tau = 2R\sqrt{\epsilon_r}/c$ es el tiempo ida y vuelta de la señal entre el transmisor y receptor del radar.

buscar la e
del error

buscar bibliografía del mixer dado que faltan todos los armónicos

Luego, la señal recibida se la multiplica con la transmitida, por identidad trigonométrica, se obtiene

$$x(t) = \frac{A_t A_r}{2} (\cos(\varphi_t(t) + \varphi_r(t)) - \cos(\varphi_t(t) - \varphi_r(r))) \quad (1.4)$$

Donde A_r es la amplitud de la señal recibida, la cual es modificada por el ida y vuelta del medio y por el blanco donde se genera el eco de la señal. Que, luego del pasabajos, el término donde está la suma de fases posee una frecuencia de $2w_0$ queda completamente atenuado, quedando solamente el término donde está la resta de fases,

$$x_d(t) = \frac{A_t A_r}{2} \cos\left(w_0 \tau + \frac{2\pi B \tau}{T} \left(t - \frac{T}{2}\right) - \frac{2\pi B \tau^2}{2T} - \theta\right) \quad (1.5)$$

Es importante notar que la fase inicial de transmisión se elimina, por lo tanto no importa cual es la fase inicial de cada pulso transmitido, tampoco importa si varía pulso a pulso dado que se elimina al realizar la mezcla.

Del resultado de la ecuación 1.5 se observa que la fase está compuesta por cuatro términos.

- $w_0 \tau$ es el término utilizado para determinar distancias con alta precisión en blancos conocidos.
- $\frac{2\pi B \tau}{T} \left(t - \frac{T}{2}\right)$ es un término de fase lineal con el tiempo que representa la frecuencia de la señal.
- $\frac{2\pi B \tau^2}{2T}$ es un offset en la señal, usualmente pequeño.
- θ es el término de fase originada por el blanco donde incidió la señal transmitida.

poner
referenciaPhase-
sensitive
FMCW
radar system
for high-
precision
Antarctic ice
shelf profile
monitoring

Derivando la fase obtenida en la ecuación 1.5 y utilizando la definición de τ , se obtiene la frecuencia de dicha señal:

$$w_d = \frac{2\pi B \tau}{T} \rightarrow f_d = \frac{2BR\sqrt{e_r}}{cT} \quad (1.6)$$

Apéndice A

Cálculos auxiliares

A.1. Cantidad de acoplamientos mutuos

A continuación se muestran los cálculos realizados para poder determinar la cantidad de acoplamientos mutuos entre módulos radiantes.

La cantidad de acoplamientos mutuos no depende de la geometría de la disposición de los elementos radiantes, simplemente de la cantidad de los mismos. Otra característica es, que el acoplamiento es la atenuación y defasaje que modifica la señal que va de una antena hacia otra, independientemente de si la primera transmite y la segunda recibe o viceversa ($C_{12} = C_{21}$).

Asumiendo que se poseen n módulos radiantes en línea, numerados de 1 a n , como se muestra en la figura A.1, se procederá a calcular todos los pares que hayan.

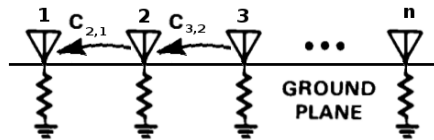


FIGURA A.1: Acoplamientos mutuos entre módulos radiantes

Pares que están a distancia de 1, o pares contiguos, son: C_{12} , C_{23} , C_{34} , ..., C_{n-1n} . Por lo tanto se puede deducir que son $n - 1$ acoplamientos.

Pares que están a distancia de 2: C_{13} , C_{24} , C_{35} , ..., C_{n-2n} . Por lo tanto se puede deducir que son $n - 2$ acoplamientos.

Pares que están a distancia de 3: C_{14} , C_{25} , C_{36} , ..., C_{n-3n} . Por lo tanto se puede deducir que son $n - 3$ acoplamientos.

Pares que están a distancia de $n - 1$: C_{1n} . Por lo tanto se puede deducir que es solo 1 acoplamiento.

Generalizando, la cantidad de acoplamientos resulta ser

$$\sum_{i=1}^{n-1} i = \frac{n(n-1)}{2} \tag{A.1}$$

Apéndice B

Definiciones Matemáticas

B.1. Propiedades de las Matrices

A continuación se muestran las definiciones básicas de las matrices que serán utilizadas para las simulaciones.

B.1.1. Dependencia e independencia lineal

Dado un conjunto finito de vectores $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_n$, se dice que dichos vectores son linealmente independientes si existen números a_1, a_2, \dots, a_n , donde la ecuación

$$a_1\mathbf{v}_1 + a_2\mathbf{v}_2 + \dots + a_n\mathbf{v}_n = \mathbf{0}$$

se satisface únicamente cuando a_1, a_2, \dots, a_n son todos cero. En caso contrario, se dice que son linealmente dependientes.

Nótese que el símbolo a la derecha del signo igual no es cero, sino que simboliza al vector nulo $\mathbf{0}$. El conjunto de vectores nulos forma la matriz nula. Si tales números no existen, entonces los vectores son linealmente independientes. La definición anterior también puede extenderse a un conjunto infinito de vectores, concretamente un conjunto cualquiera de vectores es linealmente dependiente si contiene un conjunto finito que sea linealmente dependiente.

Utilizando conceptos de espacios vectoriales se puede redefinir la independencia lineal de la siguiente forma:

Un conjunto de vectores \mathbf{U} de un espacio vectorial es linealmente independiente si $\forall u \in \mathbf{U}, u \notin \langle \mathbf{U} - u \rangle$

Esta idea es importante dado que los conjuntos de vectores que son linealmente independientes generan un espacio vectorial y forman una base para dicho espacio. Entre las propiedades de los vectores linealmente dependientes e independientes se pueden listar:

1. Un conjunto de vectores es linealmente dependiente si y solamente si alguno de los vectores es combinación lineal de los demás.
2. Si un conjunto de vectores es linealmente independiente cualquier subconjunto suyo también lo es.
3. Si un conjunto de vectores es linealmente dependiente, también lo es todo conjunto que lo contenga.
4. Un conjunto de vectores son linealmente dependientes si y sólo si son paralelos.
5. Un conjunto de vectores son linealmente dependientes si los componentes entre ellos son proporcionales, bien sea directa o inversamente proporcional. Ya que un conjunto de vectores es linealmente dependiente si y solo si tiene algún vector que es combinación lineal de los demás [1].

B.1.2. Rango de una matriz

En álgebra lineal, el rango de una matriz es el número máximo de columnas (filas respectivamente) que son linealmente independientes. El rango fila y el rango columna siempre son iguales: este número es llamado simplemente rango de A . Comúnmente se expresa como $rg(A)$ [2].

El número de columnas independientes de una matriz A de m filas y n columnas es igual a la dimensión del espacio columna de A . También la dimensión del espacio fila determina el rango. El rango de A será, por tanto, un número no negativo, menor o igual que el mínimo entre m y n :

$$A \in M_{m \times n} \Rightarrow 0 \leq rg(A) \leq \min(m, n) \quad (\text{B.1})$$

B.1.3. Determinante de una Matriz

Para una matriz cuadrada $\mathbf{A}[n, n]$, el determinante de \mathbf{A} , abreviado $\det(\mathbf{A})$, es un escalar definido como la suma de $n!$ términos involucrando el producto de n elementos de la matriz, cada uno proveniente exactamente de una fila y columna diferente. Además, cada término de la suma está multiplicado por -1 ó $+1$ dependiendo del número de permutaciones del orden de las columnas que contenga.

B.1.3.1. Propiedades

A continuación se listan las propiedades del determinante de las matrices cuadradas.

1. $\det(\mathbf{AB}) = \det(\mathbf{A})\det(\mathbf{B})$. Nota: esta propiedad vale solo si \mathbf{A} y \mathbf{B} son matrices cuadradas.
2. $\det(\mathbf{A}^T) = \det(\mathbf{A})$.
3. $\det(\mathbf{A}^H) = \text{conj}(\det(\mathbf{A}))$, en donde \mathbf{A}^H es la transpuesta conjugada (Hermítica) de \mathbf{A} .
4. $\det(c\mathbf{A}) = cn \cdot \det(\mathbf{A})$.
5. Intercambiando cualquier par de columnas (filas) de una matriz se multiplica su determinante por -1 .
6. Multiplicando cualquier columna (fila) de una matriz por c multiplica su determinante por c .
7. Agregando cualquier múltiplo de una columna (fila) de una matriz a otra no altera su determinante.
8. $\det(\mathbf{A}) <> 0$ si y sólo si \mathbf{A} no es singular, en otras palabras si es una matriz invertible [3].

B.2. Cuadrados mínimos

Esta sección describe una estrategia de resolución para cuando un problema, del tipo $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, no tienen solución. La solución encontrada devuelve una \mathbf{x} que deje a \mathbf{Ax} tan cercana a \mathbf{b} como sea posible.

Si \mathbf{A} es de $m \times n$ y \mathbf{b} está en \mathbb{R}^m , una solución por mínimos cuadrados de $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ es una $\hat{\mathbf{x}}$ en \mathbb{R}^n tal que

$$\| \mathbf{b} - \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} \| \leq \| \mathbf{b} - \mathbf{Ax} \|$$

para toda \mathbf{x} en \mathbb{R}^n .

El aspecto más importante del problema de mínimos cuadrados es que no importa cuál \mathbf{x} se elija, el vector \mathbf{Ax} necesariamente estará en el espacio de columnas. Así que se busca un \mathbf{x} adecuado para convertir a \mathbf{Ax} en el punto de Col \mathbf{A} más cercano a \mathbf{b} . (Por

supuesto, si sucede que \mathbf{b} está en Col \mathbf{A} , entonces \mathbf{b} es \mathbf{Ax} para algún \mathbf{x} , y tal \mathbf{x} es una “solución por mínimos cuadrados”).

El conjunto de soluciones por mínimos cuadrados de $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ coincide con el conjunto no vacío de soluciones de las ecuaciones normales $\mathbf{A}^T \mathbf{Ax} = \mathbf{A}^T \mathbf{b}$ [4].

B.3. Matriz Hadamard

Esta matriz fue descubierta por el matemático Jacques Hadamard, es una matriz cuadrada con valores 1 o -1 y sus columnas son ortogonales. Sus propiedades son las siguientes [5].

Si se tiene una matriz H de orden n , su traspuesta está cercamente relacionada con su inversa. Y su fórmula es:

$$HH^T = nI_n$$

Donde I_n es la matriz de identidad de dimensión $n \times n$ y H^T es la traspuesta de H . Esta propiedad es válida a causa que las columnas de H son vectores ortogonales en el campo de los números reales y cada uno tiene una longitud de \sqrt{n} . Dividiendo H por su longitud, se obtiene una matriz ortonormal que su traspuesta también es su inversa. El determinante es:

$$\det(H) = \pm n^{\frac{n}{2}}$$

Donde $\det(H)$ es el determinante de H .

Si se supone que M es una matriz compleja de orden n , con valores que cumplen la relación $|M_{ij}| \leq 1$, por cada i, j entre 1 y n . Entonces el determinante de la matriz hadamard resulta,

$$|\det(M)| \leq n^{n/2}.$$

La igualdad es válida solamente si M es real y solo si M también es una matriz Hadamard.

El orden de una matriz hadamard debe ser 1, 2 o un múltiplo de 4.

B.3.1. Construcción de Sylvester

Los primeros ejemplos de construcción de matrices Hadamard fueron realizados por James Joseph Sylvester en 1867. Si H es dicha matriz de orden n , su construcción es como sigue.

$$\begin{bmatrix} H & H \\ H & -H \end{bmatrix}$$

Resulta una matriz de Hadamard de orden $2n$. Este proceso puede ser repetido para obtener las matrices siguientes, conocidas también como matrices Walsh.

$$H_1 = [1],$$

$$H_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix},$$

and

$$H_{2^k} = \begin{bmatrix} H_{2^{k-1}} & H_{2^{k-1}} \\ H_{2^{k-1}} & -H_{2^{k-1}} \end{bmatrix}$$

para $2 \leq k \in N$.

B.4. Parámetros S

La sigla S deriva de la palabra dispersión. Para altas frecuencias, es conveniente describir una determinada red en términos de ondas en vez de tensiones o corrientes. Esto permite una definición más sencilla de planos de referencia. Por razones prácticas, la descripción en términos de ondas entrantes y salientes ha sido introducida. Ahora, una red de 4 polos se transforma en 2 puertos y $2n$ polos se transforman en n puertos. En el caso de un número impar de polos (ej. 3 polos), un punto de referencia puede ser elegido, atribuyendo un polo igualmente a dos puertos. Por lo tanto 3 polos se convierten en $3 + 1$ polo correspondiendo a 2 puertos. Como una regla general, para cantidades impares de polos, siempre se agrega un polo extra.

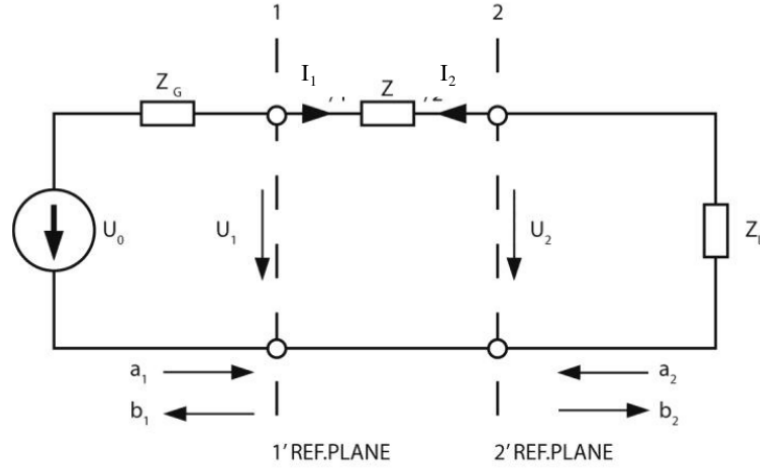


FIGURA B.1: Ejemplo de una red de 2 puertos: circuito serie

Tomando como ejemplo una red de 2 puertos compuesta por una sola impedancia Z conectada en serie (B.1). Las impedancias de la fuente y de la carga son Z_G y Z_L respectivamente. Si $Z = 0$ y $Z_L = Z_G$ (para el caso de Z_G real) la carga está adaptada. En este caso se obtiene una máxima transferencia de potencia y $U_1 = U_2 = U_0/2$. Notar que todas las tensiones y corrientes son valores pico. Se supone que las líneas que unen los componentes poseen longitud eléctrica igual a 0. Las conexiones con una longitud eléctrica finita están dibujadas como una doble línea. A continuación se relacionará U_0 , U_1 y U_2 a a y b .

B.4.1. Definición de “ondas de potencia”

Las ondas incidentes al puerto son $\mathbf{a} = (a_1, a_2, a_3, \dots, a_n)$, las ondas salientes, o reflejadas, del puerto son $\mathbf{b} = (b_1, b_2, b_3, \dots, b_n)$. Por definición, las corrientes incidentes son positivas y las salientes negativas. La onda a_1 , incidente al puerto 1, es derivada de la tensión entrante a la carga balanceada.

Para hacer qe esta definición sea consistente con la ley de la conservación de la energía. La tensión es normalizada a $\sqrt{Z_0}$. Z_0 es, en general una impedancia de referencia arbitraria, que usualmente se la utiliza como la impedancia característica de la línea (ej, $Z_0 = 50\Omega$). Y, cuando todas las impedancias son iguales ($Z_G = Z_L = Z_0$), se dice que la línea está adaptada y no hay onda reflejada. Las definiciones de a_1 y b_1 son:

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{U_0}{2\sqrt{Z_0}} = \frac{\text{onda de tensión incidente (puerto 1)}}{\sqrt{Z_0}} = \frac{U_1^{inc}}{\sqrt{Z_0}} \\ b_1 &= \frac{U_1^{refl}}{2\sqrt{Z_0}} = \frac{\text{onda de tensión reflejada (puerto 1)}}{\sqrt{Z_0}} \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

Notar que **a** y **b** tienen las unidades de $\sqrt{\text{potencia}}$.

La potencia incidente al puerto 1, P_{inc} , es simplemente la potencia entregada por la fuente, mientras que la potencia saliente del puerto 1, P_{refl} , viene de la onda de tensión reflejada.

$$\begin{aligned} P_1^{inc} &= \frac{1}{2}|a_1|^2 = \frac{|U_1^{inc}|^2}{2Z_0} = \frac{|I_1^{inc}|^2}{2}Z_0 \\ P_1^{refl} &= \frac{1}{2}|b_1|^2 = \frac{|U_1^{refl}|^2}{2Z_0} = \frac{|I_1^{refl}|^2}{2}Z_0 \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

En el caso de una desadaptación de la impedancia de carga Z_L , parte de la potencia será reflejada a través del puerto 2 (potencia incidente al puerto 2).

$$P_2^{inc} = \frac{1}{2}|a_2|^2$$

Se ha definido $a_1 = U_0/2\sqrt{Z_0} = U^{inc}/\sqrt{Z_0}$ con la onda de tensión incidente U^{inc} . Como analogía se la puede definir como $a_1 = I^{inc}\sqrt{Z_0}$ con la onda incidente de corriente I^{inc} . Utilizando ambas, se obtiene la definición general de las ondas incidentes a_i y reflejadas b_i de un puerto.

$$\begin{aligned} a_i &= \frac{U_i + I_i Z_0}{2\sqrt{Z_0}} \\ b_i &= \frac{U_i - I_i Z_0}{2\sqrt{Z_0}} \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

Solucionando este sistema de ecuaciones, U_i y I_i pueden ser obtenidas de a_i y b_i como

$$\begin{aligned} U_i &= \sqrt{Z_0}(a_i + b_i) = U_i^{inc} + U_i^{refl} \\ I_i &= \frac{1}{\sqrt{Z_0}}(a_i - b_i) = \frac{U_i^{refl}}{Z_0} \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

B.4.2. La matriz de parámetros S

La relación entre a_i y b_i (siendo $i = 1..n$) puede ser escrito como un sistema de n ecuaciones lineales (siendo la variable independiente a_i y b_i como la dependiente)

$$\begin{aligned} b_1 &= S_{11}a_1 + S_{12}a_2 \\ b_2 &= S_{21}a_1 + S_{22}a_2 \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

Escrito de forma matricial: $\mathbf{b} = \mathbf{S}\mathbf{a}$

El significado físico de los parámetros S son los siguientes:

- S_{11} : es el coeficiente de reflexión con la salida de la red terminada en una carga adaptada ($a_2 = 0$).
- S_{21} : es la transmisión en directa (del puerto 1 al 2)
- S_{12} : es la transmisión en inversa (del puerto 2 al 1)
- S_{22} : es el coeficiente de reflexión de la salida.

Al medir todos los parámetros S de una red de n puertos, todos los puertos deben estar terminados con una carga adaptada. Utilizando las ecuaciones B.4 y B.6 se obtiene el coeficiente de reflexión de una impedancia Z_L conectada a un generador de impedancia de salida Z_0 (Figura B.1, caso $Z_G = Z_0$ y $Z = 0$):

$$S_{11} = \left. \frac{b_1}{a_1} \right|_{a_2=0} = \frac{U_1 - I_1 Z_0}{U_1 + I_1 Z_0} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = \Gamma \quad (\text{B.7})$$

B.4.3. La matriz de transferencia

Resulta muy conveniente la utilización de la matriz de parámetros S para describir una red de n polos en términos de ondas y para mediciones. Pero, no es muy conveniente su utilización para caracterizar la respuesta de una cascada de redes de 2 puertos. En este caso, una manera de encarar dicha problemática, es la utilización de la matriz de parámetros T (matriz de transferencia), la cual relaciona las ondas de entrada y salida de cada cuadripolo.

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \end{pmatrix} \quad (\text{B.8})$$

Cabe destacar que, para los casos en que no hay transmisión entre el puerto 1 y 2, si bien la matriz de parámetros S está definida, la matriz de parámetros T no. La matriz resultante de parámetros T de una cascada de redes de 2 puertos resulta como sigue:

$$\mathbf{T}_M = \mathbf{T}_1 \mathbf{T}_2 \dots \mathbf{T}_m \quad (\text{B.9})$$

B.4.4. Conversión entre parámetros T y S

Como la matriz de transferencia (T) simplemente relaciona las ondas de entrada y salidas de una forma diferente a la matriz de scattering, partiendo de una matriz se puede llegar a la otra y viceversa.

$$\begin{aligned} T_{11} &= S_{12} - \frac{S_{22}S_{11}}{S_{21}}, & T_{12} &= \frac{S_{11}}{S_{21}} \\ T_{21} &= -\frac{S_{22}}{S_{21}}, & T_{22} &= \frac{1}{S_{21}} \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

Para obtener los parámetros S partiendo desde los parámetros T, se utiliza la siguiente relación matemática

$$\begin{aligned} S_{11} &= \frac{T_{12}}{T_{22}}, & S_{12} &= T_{11} - \frac{T_{12}T_{21}}{T_{22}} \\ S_{21} &= \frac{1}{T_{22}}, & S_{22} &= -\frac{T_{21}}{T_{22}} \end{aligned} \quad (\text{B.11})$$

B.4.5. Propiedades de la matriz de parámetros S

Una red generalizada de n puertos posee n^2 coeficientes de scattering. Mientras que los S_{ij} podrían ser todos independientes, en general, debido a simetrías u otros factores, la cantidad de coeficientes independientes es mucho menor.

- Una red de n puertos es recíproca cuando $S_{ij} = S_{ji}$ para todo i, j . La mayoría de los componentes pasivos son recíprocos (resistencias, capacitores, transformadores, etc., exceptuando para estructuras involucrando ferrites magnéticos, plasmas, etc.), componentes activos como amplificadores generalmente son no recíprocos.
- Una red de 2 puertos es simétrica cuando es recíproca ($S_{21} = S_{12}$) y cuando los coeficientes de reflexión son iguales ($S_{11} = S_{22}$).
- Una red de N puertos es pasiva y sin pérdidas si su matriz de parámetros S es unitaria ($\mathbf{S}^\dagger \mathbf{S} = \mathbf{1}$ donde $\mathbf{x}^\dagger = (\mathbf{x}^*)^\text{T}$ es la conjugada y transpuesta de x). Para una red de 2 puertos esto significa

$$\mathbf{S}^\dagger \mathbf{S} = \begin{pmatrix} S_{11}^* & S_{21}^* \\ S_{12}^* & S_{22}^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{B.12})$$

Esto conlleva a 3 condiciones

$$\begin{aligned}
|S_{11}|^2 + |S_{21}|^2 &= 1 \\
|S_{12}|^2 + |S_{22}|^2 &= 1 \\
S_{11}^* S_{12} + S_{21}^* S_{22} &= 0
\end{aligned} \tag{B.13}$$

Separando la última ecuación en módulo y fase, se obtiene

$$\begin{aligned}
|S_{11}||S_{12}| &= |S_{21}||S_{22}| \\
-\arg S_{11} + \arg S_{12} &= -\arg S_{21} + \arg S_{22} + \pi
\end{aligned} \tag{B.14}$$

Donde $\arg(x)$ es el argumento (ángulo) de la variable compleja x . Combinando la ecuación B.13 con la primera de la ecuación B.14 se obtiene

$$\begin{aligned}
|S_{11}| &= |S_{12}|, |S_{21}| = |S_{22}| \\
|S_{11}| &= \sqrt{1 - |S_{12}|^2}
\end{aligned} \tag{B.15}$$

Por lo tanto, cualquier red de 2 puertos sin pérdidas puede ser caracterizada con un módulo y tres ángulos.

En general los parámetros S son valores complejos y dependientes de la frecuencia.

Apéndice C

Ejemplos de modelizaciones

C.1. Modelización física de la antena

Para mostrar un ejemplo de archivos que modelizan una antna se utilizará la configuración de 2 elementos radiantes en configuración horizontal. La RFDN está compuesta por tres cables, un PSC de dos salidas, TRMs y circuladores. En la imagen C.1 se puede observar dicha configuración.

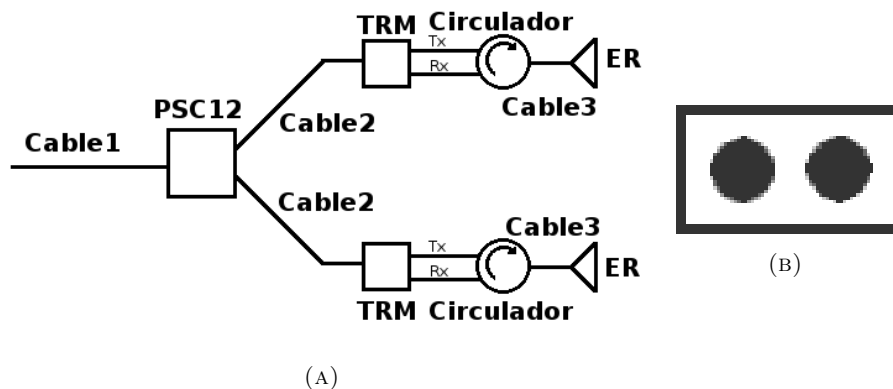


FIGURA C.1: configuración de la antena. (a) RFDN del panel para una polarización. (b) Frente del panel.

A continuación se muestra el documento que muestra la modelización del acoplamiento mútuo entre elementos radiantes.

```
[
  [
    "RM (0, 0)",
    [
      [
        "RM (0, 0)",
        [

```



```

[
  "(0.896401138946-0.539109712212j)",
  "0"
]
],
"extremeAttached": {
  "PSC12": {
    "sParameters": [
      [
        "0j",
        "(0.847033199563+0j)",
        "(0.843058348541+0j)"
      ],
      [
        "(0.729518931695+0j)",
        "0j",
        "(0.728563803843+0j)"
      ],
      [
        "(0.846271854256+0j)",
        "(0.857615984089+0j)",
        "0j"
      ]
    ],
    "extremeAttached": [
      {
        "cable": {
          "sParameters": [
            [
              "0",
              "(2.2012467604+0.327940732804j)"
            ],
            [
              "(2.2012467604+0.327940732804j)",
              "0"
            ]
          ]
        },
        "extremeAttached": {
          "TRM": {
            "isDead": "False",
            "sParameters": [
              [
                "0j",
                "0j",
                "(11.4883377181+2.40683307079j)"
              ],
              [
                "(11.7394582776+2.1189432456j)",
                "0j",
                "0j"
              ],
              [
                "0j",
                "0j",
                "0j"
              ]
            ]
          },
          "extremeAttached": {
            "circulator": {
              "sParameters": [
                [
                  "0j",
                  "0j",
                  "(1.13421471245+0j)"
                ],
                [
                  "(1.34675878008+0j)",
                  "0j",
                  "0j"
                ],
                [
                  "0j",
                  "(1.16711836729+0j)",
                  "0j"
                ]
              ]
            }
          }
        }
      ]
    ]
  }
}

```

```

    ],
    "extremeAttached": {
      "cable": {
        "sParameters": [
          [
            "0",
            "(0.736458202447+0.750200129382j)"
          ],
          [
            "(0.736458202447+0.750200129382j)",
            "0"
          ]
        ]
      },
      "extremeAttached": "RM (0, 0)"
    }
  }
}
}
}
},
{
  "cable": {
    "sParameters": [
      [
        "0",
        "(2.2012467604+0.327940732804j)"
      ],
      [
        "(2.2012467604+0.327940732804j)",
        "0"
      ]
    ]
  },
  "extremeAttached": {
    "TRM": {
      "isDead": "False",
      "sParameters": [
        [
          "0j",
          "0j",
          "(-5.51635073883+9.65236083715j)"
        ],
        [
          "(-7.01745765222+8.53691290979j)",
          "0j",
          "0j"
        ],
        [
          "0j",
          "0j",
          "0j"
        ]
      ]
    },
    "extremeAttached": {
      "circulator": {
        "sParameters": [
          [
            "0j",
            "0j",
            "(1.37937780019+0j)"
          ],
          [
            "(1.17475881864+0j)",
            "0j",
            "0j"
          ],
          [
            "0j",
            "(1.39018035248+0j)",
            "0j"
          ]
        ]
      },
      "extremeAttached": {
        "cable": {

```



```

        "(10.2240715415+1.87628235946j)"
    ],
    [
        "(11.5840419656+2.06145312389j)",
        "0j",
        "0j"
    ],
    [
        "0j",
        "0j",
        "0j"
    ]
],
"extremeAttached": {
    "circulator": {
        "sParameters": [
            [
                "0j",
                "0j",
                "(1.3362951521+0j)"
            ],
            [
                "(1.22428919118+0j)",
                "0j",
                "0j"
            ],
            [
                "0j",
                "(1.01679715601+0j)",
                "0j"
            ]
        ],
        "extremeAttached": {
            "cable": {
                "sParameters": [
                    [
                        "0",
                        "(0.736458202447+0.750200129382j)"
                    ],
                    [
                        "(0.736458202447+0.750200129382j)",
                        "0"
                    ]
                ],
                "extremeAttached": "RM (0, 0)"
            }
        }
    }
}
},
{
    "cable": {
        "sParameters": [
            [
                "0",
                "(2.2012467604+0.327940732804j)"
            ],
            [
                "(2.2012467604+0.327940732804j)",
                "0"
            ]
        ],
        "extremeAttached": {
            "TRM": {
                "isDead": "False",
                "sParameters": [
                    [
                        "0j",
                        "0j",
                        "(-3.97142894221+10.1305006018j)"
                    ],
                    [

```

[illegible]

Bibliografía

- [1] Dependencia e independencia lineal. 2016. URL https://es.wikipedia.org/wiki/Dependencia_e_independencia_lineal.
- [2] Rango (álgebra lineal). 2015. URL [https://es.wikipedia.org/wiki/Rango_\(álgebra_lineal\)](https://es.wikipedia.org/wiki/Rango_(álgebra_lineal)).
- [3] Determinante de una matriz. 2003. URL <http://www.el.bqto.unexpo.edu.ve/etperez/apuntes/determinante.htm>.
- [4] David C. Lay. Álgebra lineal y sus aplicaciones. *Pearson Education, Inc.*, 2007.
- [5] Hadamard matrix. 2016. URL https://en.wikipedia.org/wiki/Hadamard_matrix.