

See discussions, stats, and author profiles for this publication at: <https://www.researchgate.net/publication/265291223>

# ANALISIS DE LA ARQUITECTURA SALLEN-KEY

## Article

---

CITATIONS

0

---

READS

3,025

10 authors, including:



[Luis Enrique Avendaño](#)

Universidad Tecnológica de Pereira

13 PUBLICATIONS 22 CITATIONS

SEE PROFILE

# ANÁLISIS DE LA ARQUITECTURA SALLÉN-KEY

## RESUMEN

En este artículo se presenta la arquitectura Sallen-Key. Se hace un análisis general del esquema Sallen-Key y se deriva la función de transferencia, seguido por una discusión acerca de la construcción de filtros pasabajos, incluyendo información de diseño y condiciones de operación. Las simulaciones son realizadas utilizando el modelo Spice del THS3001 de Texas Instruments.

## ABSTRACT

This article discusses the Sallen-Key architecture. The report gives a general overview and derivation of the transfer function, followed by detailed discussions of low-pass filters, including design information, and ideal and non-ideal operation. The simulations are made with the Spice model of the THS3001 of Texas Instruments.

**Luis Enrique Avendaño, Msc**

Profesor Titular

Universidad Tecnológica de Pereira

leavenda@utp.edu.co

**Edison Duque C.**

Ing. Electrónico

Profesor Auxiliar

Universidad Tecnológica de Pereira

eduke@utp.edu.co

**Gloria M. Valencia T.**

Ing. Electricista

## 1. Introducción

Un filtro convencional presenta un valor de Q relativamente bajo, se pretende demostrar que la arquitectura Sallen-Key permite mejorar dicho parámetro. En la figura 1 se muestra una red RC de dos etapas que conforman un filtro pasabajo de segundo orden. Este filtro es limitado porque su Q es siempre menor que 1/2. Con  $R1=R2$  y  $C1=C2$ , el  $Q=1/3$ . El Q se aproxima a su máximo valor de 1/2 cuando la impedancia de la segunda etapa RC es mucho más grande que la primera. En la práctica, muchos filtros requieren un Q más elevado que el valor de 1/2.

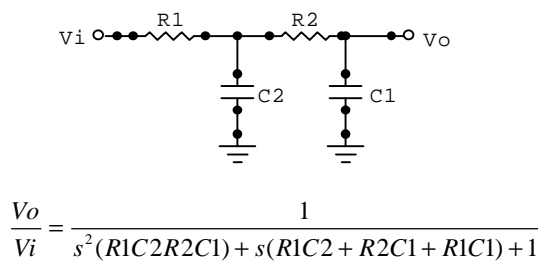


Figura 1. Filtro pasabajo de segundo orden.

Se pueden obtener valores altos de Q si se utiliza un amplificador con realimentación positiva. Esto es posible si se controla dicha realimentación (localizada en la frecuencia de corte del filtro), esto es restringido principalmente por las limitaciones físicas de la fuente de alimentación y las tolerancias de los componentes. La figura 2 muestra un amplificador de ganancia unitaria utilizado de esta manera. El condensador C2, que no está conectado a tierra, produce un camino de realimentación

positiva. En el año 1955, R. P. Sallen y E. L. Key describieron estos circuitos de filtro, por ello dicha topología es generalmente conocida como filtro Sallen-Key.

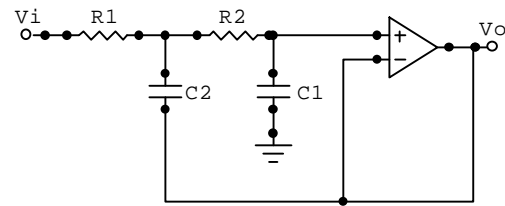


Figura 2. Filtro pasabajo Sallen-Key de ganancia unitaria.

La operación puede ser descrita cualitativamente:

- En bajas frecuencias, donde C1 y C2 aparecen como circuitos abiertos, la señal es simplemente llevada a la salida.
- En altas frecuencias, donde C1 y C2 aparecen como circuitos cerrados, la señal es llevada a tierra en la entrada del amplificador, el amplificador pasa la señal de entrada a la salida, y la señal entonces no aparece en Vo (elimina la señal).
- Cerca de la frecuencia de corte, donde la impedancia de C1 y C2 está en el mismo orden de R1 y R2, la realimentación positiva a través de C2 provee un realce de la señal (Q veces).

## 2. Análisis generalizado del circuito

El circuito mostrado en la figura 3 es una forma genérica del circuito Sallen-Key, donde se utilizan términos de impedancia generalizada, Z, para los componentes en forma del filtro pasivo; R3 y R4 ajustan la ganancia independiente de la frecuencia.

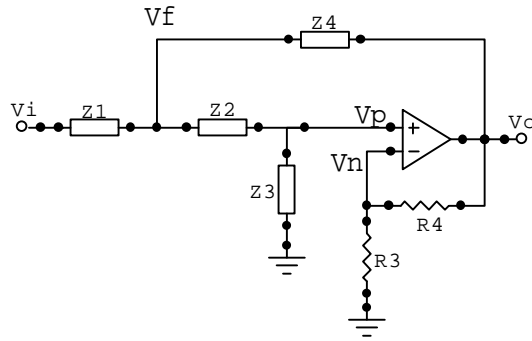


Figura 3. Circuito generalizado Sallen-Key.

Para buscar la solución del circuito para este esquema generalizado, se hallan las relaciones matemáticas entre  $V_i$ ,  $V_o$ ,  $V_p$  y  $V_n$  y se construye un diagrama de bloques.

Aplicando la Ley de Corrientes de Kirchhoff en  $V_f$ :

$$V_f \left( \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_4} \right) = V_i \left( \frac{1}{Z_1} \right) + V_p \left( \frac{1}{Z_2} \right) + V_o \left( \frac{1}{Z_4} \right) \quad (1)$$

Aplicando la Ley de Corrientes de Kirchhoff en  $V_p$ :

$$V_p \left( \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} \right) = V_f \left( \frac{1}{Z_2} \right) \Rightarrow V_f = V_p \left( 1 + \frac{Z_2}{Z_3} \right) \quad (2)$$

Sustituyendo la ecuación 2 en la ecuación 1 y resolviendo para  $V_p$ :

$$V_p = V_i \left( \frac{Z_2 Z_3 Z_4}{Z_2 Z_3 Z_4 + Z_1 Z_2 Z_4 + Z_1 Z_2 Z_3 + Z_2 Z_2 Z_4 + Z_2 Z_2 Z_1} \right) + V_o \left( \frac{Z_1 Z_2 Z_3}{Z_2 Z_3 Z_4 + Z_1 Z_2 Z_4 + Z_1 Z_2 Z_3 + Z_2 Z_2 Z_4 + Z_2 Z_2 Z_1} \right) \quad (3)$$

Aplicando la Ley de Corrientes de Kirchhoff en  $V_n$ :

$$V_n \left( \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \right) = V_o \left( \frac{1}{R_4} \right) \Rightarrow V_n = V_o \left( \frac{R_3}{R_3 + R_4} \right) \quad (4)$$

## 2.1 Diagrama de bloque de ganancia

El circuito generalizado del filtro Sallen-Key es representado en forma de bloque de ganancia en la figura 4. En dicha representación:

$a(f)$  = ganancia de lazo abierto

$$b = \left( \frac{R_3}{R_3 + R_4} \right)$$

$$c = \frac{Z_2 Z_3 Z_4}{Z_2 Z_3 Z_4 + Z_1 Z_2 Z_4 + Z_1 Z_2 Z_3 + Z_2 Z_2 Z_4 + Z_2 Z_2 Z_1}$$

$$d = \frac{Z_1 Z_2 Z_3}{Z_2 Z_3 Z_4 + Z_1 Z_2 Z_4 + Z_1 Z_2 Z_3 + Z_2 Z_2 Z_4 + Z_2 Z_2 Z_1}$$

$$V_e = V_p - V_n$$

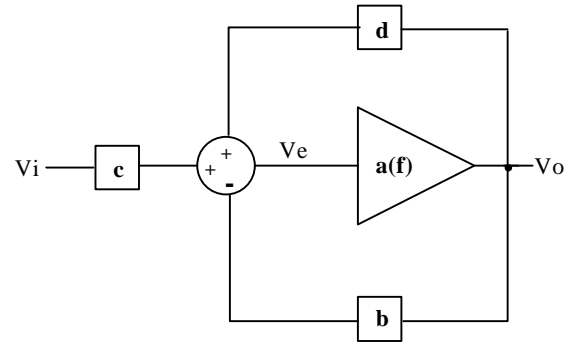


Figura 4. Diagrama de bloque de ganancia del filtro generalizado de Sallen-Key.

A partir de la figura 4 se puede resolver fácilmente la función de transferencia observando lo siguiente:

$$V_o = a(f)V_e$$

$$V_e = cV_i + dV_o - bV_o$$

Resolviendo para la función de transferencia generalizada desde la figura 4 se obtiene:

$$\frac{V_o}{V_i} = \left( \frac{c}{b} \right) \left( \frac{1}{1 + \frac{1}{a(f)b} - \frac{d}{b}} \right) \quad (5)$$

## 2.2 Función de transferencia ideal

Asumiendo que la ganancia de lazo abierto  $a(f)$  es muy grande en el rango de las frecuencias de operación, entonces:

$$\frac{1}{a(f)b} \approx 0$$

Por tanto, la función de transferencia ideal queda:

$$\frac{V_o}{V_i} = \left( \frac{c}{b} \right) \left( \frac{1}{1 - \frac{d}{b}} \right) \quad (6)$$

Haciendo los siguientes reemplazos:

$$K = \frac{1}{b}, \quad c = \frac{N1}{D} \text{ y } d = \frac{N2}{D},$$

donde N1, N2 y D son los numeradores y denominadores mostrados anteriormente, la ecuación ideal puede ser reescrita así:

$$\frac{V_o}{V_i} = \left( \frac{K}{\frac{D}{N1} - \frac{KN2}{N1}} \right)$$

Poniéndolo en los términos de impedancia generalizada se obtiene la función ideal de transferencia con términos de impedancia así:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{K}{\frac{Z1Z2}{Z3Z4} + \frac{Z1}{Z3} + \frac{Z2}{Z3} + \frac{Z1(1-K)}{Z4} + 1} \quad (7)$$

### 3. Circuito Pasabajos

La ecuación estándar en el dominio de la frecuencia para un filtro pasabajos de segundo orden es:

$$H_{LP} = \frac{K}{-\left(\frac{f}{f_c}\right)^2 + \frac{jf}{Qf_c} + 1} \quad (8)$$

Donde  $f_c$  es la frecuencia de corte y  $Q$  es el factor de calidad. Cuando  $f \ll f_c$  la ecuación 8 se reduce a  $K$ , y el circuito deja pasar las señales multiplicándolas por un factor de ganancia  $K$ . Cuando  $f = f_c$ , la ecuación 8 se reduce a  $-jKQ$ , y las señales son incrementadas por el factor  $Q$ . Cuando  $f \gg f_c$ , la ecuación 8 se reduce a  $-K(f_c/f)^2$ , y las señales son atenuadas por el cuadrado de la relación de frecuencias. Con la atenuación en altas frecuencias en términos de una potencia de 2, la fórmula describe un filtro pasabajo de segundo orden.

En la figura 5 se muestra el circuito Sallen-Key configurado como pasabajos, donde:

$$Z1 = R1, \quad Z2 = R2, \quad Z3 = 1/sC1, \quad Z4 = 1/sC2 \text{ y}$$

$$K = 1 + R4/R3$$

De la ecuación 7, la función de transferencia ideal del pasabajos Sallen-Key es:

$$\frac{V_o}{V_i}(lp) = \frac{K}{s^2(R1R2C1C2) + s(R1C1 + R2C1 + R1C2(1-K)) + 1} \quad (9)$$

Haciendo:

$$s = j2\pi f, \quad f_c = \frac{1}{2\pi\sqrt{R1R2C1C2}} \text{ y}$$

$$Q = \frac{\sqrt{R1R2C1C2}}{R1C1 + R2C1 + R1C2(1-K)}$$

la ecuación 9 sigue la misma forma de la ecuación 8. Con algunas simplificaciones, estas ecuaciones pueden ser tratadas eficientemente. A continuación se discuten algunos métodos de simplificación comúnmente usados.

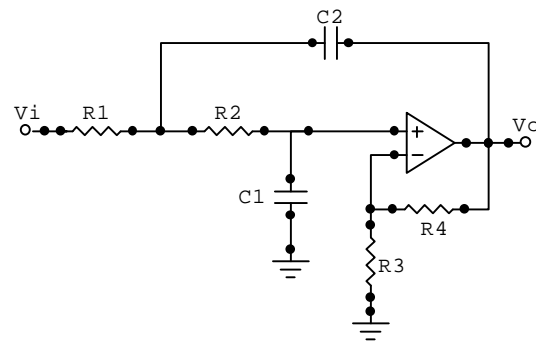


Figura 5. Circuito pasabajos Sallen-Key.

#### 3.1 Simplificación 1: Hacer que los componentes del filtro sean proporcionales

Haciendo  $R1=mR$ ,  $R2=R$ ,  $C1=C$  y  $C2=nC$ , el resultado es que:

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC\sqrt{mn}} \text{ y } Q = \frac{\sqrt{mn}}{m+1+mn(1-K)}$$

Esto simplifica algo las cosas, pero esto significa una interacción entre  $f_c$  y  $Q$ . El diseño podría empezar ajustando la ganancia y el  $Q$ , basados en  $m$ ,  $n$  y  $K$ , luego se selecciona  $C$  y se calcula  $R$  para obtener la  $f_c$  deseada.

Note que si  $K = 1 + \left(\frac{m+1}{mn}\right)$  se obtiene  $Q \rightarrow \infty$ .

Con grandes valores,  $Q$  se vuelve negativo, esto es, los polos se mueven al lado derecho del plano  $s$  y el circuito oscila. Muchos filtros requieren valores bajos de  $Q$  por lo que este método raramente será elegido.

### 3.2 Simplificación 2: Hacer que los componentes del filtro sean proporcionales y ajustar la ganancia a uno

Haciendo  $R_1=mR$ ,  $R_2=R$ ,  $C_1=C$ ,  $C_2=nC$  y  $K=1$ , el resultado es que:

$$f_c = \frac{1}{2pRC\sqrt{mn}} \quad y \quad Q = \frac{\sqrt{mn}}{m+1}$$

Esto mantiene la ganancia igual a 1 en la banda pasante, pero otra vez aquí existe una interacción entre  $f_c$  y  $Q$ . El diseño puede empezar seleccionando los términos de proporcionalidad  $m$  y  $n$  para ajustar el  $Q$ , y entonces se selecciona  $C$  y se calcula  $R$  para la  $f_c$  deseada.

### 3.3 Simplificación 3: Hacer que las resistencias sean proporcionales y los condensadores iguales

Haciendo  $R_1=mR$ ,  $R_2=R$ ,  $C_1=C_2=C$ , el resultado es que:

$$f_c = \frac{1}{2pRC\sqrt{m}} \quad y \quad Q = \frac{\sqrt{m}}{1+2m-mK}$$

La razón para colocar los condensadores iguales es la limitada selección de valores que existen en comparación con las resistencias. Aquí existe interacción entre el ajuste de  $f_c$  y  $Q$ . El diseño podría empezar seleccionando  $m$  y  $K$  para obtener la ganancia y el  $Q$  del circuito, entonces se puede seleccionar  $C$  y después calcular  $R$  para la  $f_c$  deseada.

### 3.4 Simplificación 4: Hacer que los componentes del filtro sean iguales

Haciendo  $R_1=R_2=R$  y  $C_1=C_2=C$ , el resultado es que:

$$f_c = \frac{1}{2pRC} \quad y \quad Q = \frac{1}{3-K}$$

Ahora  $f_c$  y  $Q$  son independientes uno de otro, y el diseño es enormemente simplificado aunque limitado. La ganancia del circuito ahora determina el  $Q$ .  $RC$  fija la frecuencia de corte  $f_c$  (se escoge  $C$  y se calcula  $R$ ). Un pequeño paso atrás es que la ganancia controla el  $Q$  del circuito, por ello es posible que si se requiere cierto nivel de señal en la banda pasante se haga necesario algún circuito de amplificación o atenuación adicional.

Valores de  $K$  muy cercanos a 3 resultan en altos valores de  $Q$  que son sensitivos a variaciones en los valores de  $R_3$  y  $R_4$ . Por ejemplo, con  $K=2.9$  se obtiene un  $Q=10$ , el peor caso analizado con resistencias de 1% resulta en  $Q=16$ . De otro lado, con  $K=2$  se obtiene  $Q=1$ , el peor

caso analizado con resistencias del 1% resulta en  $Q=1.02$ . Valores de resistencias donde  $K=3$  entregan un  $Q$  infinito, con grandes valores de  $K$   $Q$  se vuelve negativo, los polos se mueven al lado derecho del plano  $s$  y el circuito oscila. Los filtros diseñados con mayor frecuencia requieren bajos valores de  $Q$ , razón por la cual dicha condición anterior sería raramente vista.

### 3.5 Operación no ideal del circuito

La discusión anterior y los cálculos realizados asumen un circuito ideal, pero hay una frecuencia donde esto no es por mucho una suposición válida. La lógica dice que el amplificador debe ser un componente activo en las frecuencias de interés o si no hay un problema.

Como se mencionó anteriormente se tienen tres modos básicos de operación: abajo del corte, por encima del corte y en el área del corte. Asumiendo que el amplificador tiene una respuesta en frecuencia adecuada más allá del corte, el filtro trabaja como se espera. En frecuencias muy arriba del corte, el modelo de alta frecuencia (HS), mostrado en la figura 6, es utilizado para mostrar la operación esperada del circuito. La suposición hecha aquí es que  $C_1$  y  $C_2$  son cortos efectivos cuando se compara su impedancia con  $R_1$  y  $R_2$ , de tal forma que la entrada del amplificador sea una tierra para señales ac. En respuesta, el amplificador genera una tierra ac y su salida está limitada únicamente por su impedancia de salida,  $Z_o$ . En la fórmula se muestra la función de transferencia de este modelo.

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{\frac{R_1}{R_2} + \frac{R_1}{Z_o} + 1}$$

Asumiendo  $Z_o \ll R_1$  entonces,  $\frac{V_o}{V_i} \approx \frac{Z_o}{R_1}$

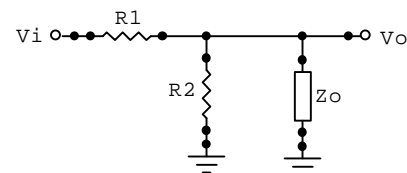


Figura 6. Efecto no ideal de la impedancia de salida del amplificador y función de transferencia.

$Z_o$  es la impedancia de salida de lazo cerrado. Esto depende del lazo de transmisión y de la impedancia de

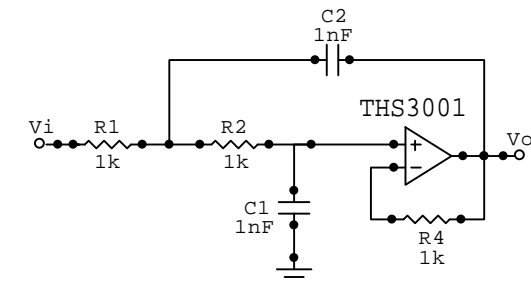
salida de lazo abierto  $z_o$ :  $Z_o = \frac{z_o}{1+a(f)b}$ , donde

$a(f)b$  es el lazo de transmisión. El factor de realimentación,  $b$ , es constante (ajustado por  $R_3$  y  $R_4$ ), pero la ganancia de lazo abierto,  $a(f)$ , es dependiente de la frecuencia. Con compensación de polo dominante, la ganancia de lazo abierto del amplificador descende en

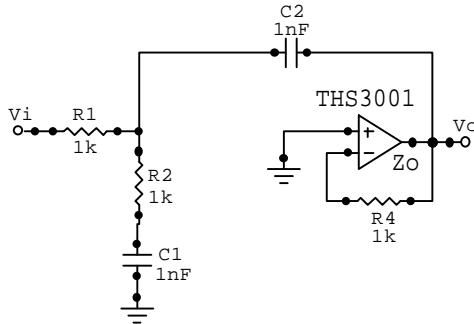
20dB/dec sobre las posibles frecuencias de operación. Asumiendo que  $z_o$  es principalmente resistivo (esta consideración generalmente es válida hasta 100 MHz),  $Z_o$  se incrementa a una tasa de 20dB/dec. La función de transferencia aparece como un pasabajos de primer orden. En frecuencias arriba de 100MHz la inductancia parásita en la salida empieza a jugar un papel y la función de transferencia hace una transición a un pasabajos de segundo orden.

### 3.6 Simulaciones

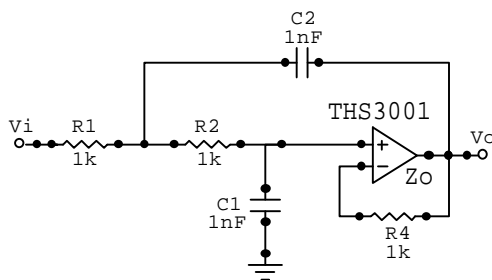
Un filtro pasabajos Sallen-Key utilizando el THS3001 de *Texas Instruments* muestra los efectos descritos anteriormente. El THS3001 es un amplificador de alta velocidad con realimentación de corriente y con un ancho de banda de 420 MHz. No se ha diseñado ningún tipo particular de filtro (ejemplo: Butterworth, Chebychev, elíptico, etc.). Se ha seleccionado  $Z_1=Z_2=1K\Omega$ ,  $Z_3=Z_4=1nF$ ,  $R_3=abierto$  y  $R_4=1K\Omega$ , el resultado es un filtro pasabajo con  $f_c=159kHz$  y  $Q=1/2$ .



a)  $Z_o = 0 \text{ ohm}$



b) Modelo HF (con  $Z_o$ )



c)  $Z_o = \text{LRC (con } Z_o)$

Figura 7. Circuitos de prueba del filtro pasabajos Sallen-Key.

La simulación con el modelo spice del THS3001 se hace para ver el comportamiento esperado del circuito. En la figura 7 se muestran los circuitos simulados y en la figura 8 se presentan los resultados para ser comparados en una sola gráfica.

La figura 7a) muestra el circuito simulado con el modelo Spice modificado para que su impedancia de salida sea cero. En la curva a) de la figura 8 se muestra la respuesta en frecuencia tal como apareció en el simulador. Esto muestra que sin la impedancia de salida la atenuación de la señal es mayor a mayor frecuencia.

La figura 7b) muestra el modelo de alta frecuencia mostrado en la figura 6 donde la entrada es una tierra y la impedancia de salida controla la función de transferencia. El modelo Spice utilizado para el THS3001 incluye la compleja red LRC para la impedancia de salida tal como se describe en la teoría del modelo (para obtener el modelo spice se puede visitar la página [www.ti.com](http://www.ti.com)). La curva b) en la figura 8 muestra la respuesta en frecuencia tal como apareció en el simulador. la magnitud de la señal de salida se cruza con la curva a) cerca de los 7MHz. Arriba de esta frecuencia la impedancia de salida causa el cambio en la función de transferencia tal como se describió anteriormente.

La figura 7c) muestra el circuito simulado utilizando el modelo Spice completo con la compleja red LRC en la impedancia de salida. La curva c) en la figura 8 muestra la respuesta en frecuencia. Esto muestra que con la impedancia de salida la atenuación causada por el circuito sigue la curva a) hasta que se cruza con la curva b), a partir del cual sigue la curva b).

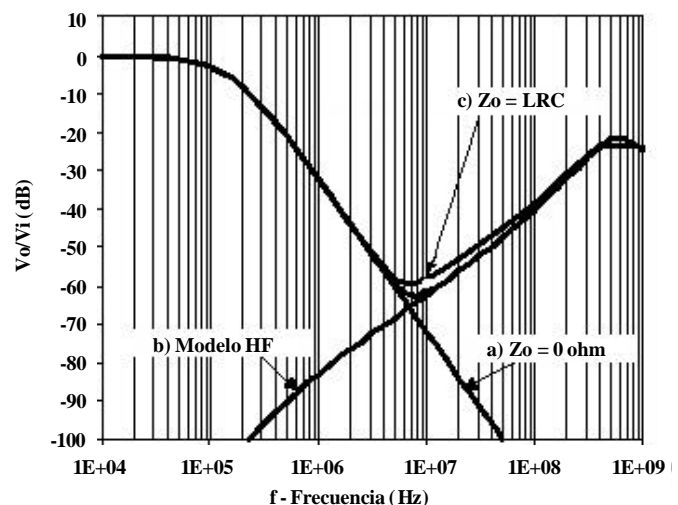


Figura 8. Curvas de respuesta en frecuencia de los circuitos simulados donde se ve el efecto de la impedancia de salida.

#### 4. Conclusiones

Se ha hecho un análisis de la arquitectura Sallen-Key, presentando, no solo los lineamientos teóricos, sino también los aspectos prácticos que se deben tener en cuenta para obtener el funcionamiento esperado.

Teóricamente, cualquier valor de R y C que satisfagan las ecuaciones puede ser utilizado, pero se deben tener en cuenta algunas consideraciones prácticas que tienen que ver con la disponibilidad de los valores encontrados. Además, teniendo una frecuencia de corte específica, los valores de C y R son inversamente proporcionales: a mayor valor de C se tiene un R menor y viceversa.

En el caso del filtro pasabajos Sallen-Key, la relación entre la impedancia de salida del amplificador y el componente R del filtro, ajusta la función de transferencia vista en frecuencias más arriba del corte.

La mejor elección de valores de componentes depende de las condiciones particulares del circuito y de lo que se desea realizar. Se debe tener en cuenta las siguientes recomendaciones:

- Evitar condensadores menores de 100pF.
- Utilizar condensadores compensados para temperatura, preferiblemente tipo NPO.
- Utilice componentes con tolerancias del 1%.
- Los valores de resistencias son mejores en el rango de algunos cientos de ohms hasta algunos miles de ohms.

#### 5. Referencias

- [1] Avendaño, Luis E. “*Sistemas Electrónicos Lineales: Un Enfoque matricial*”. Publicaciones UTP, Pereira, 1995.
- [2] Floyd, T. “*Electronic Devices: Conventional - Flow Version*”. 4ª Ed., Prentice Hall, Englewood Cliffs, N. J. 1996.
- [3] Huelsman, L. “*Active and Passive Analog Filter Design and Introduction*”. McGraw-Hill Inc. N.Y. USA. 1993.
- [4] Kreyszig, E. “*Advanced Engineering Mathematics*”. 6ª Ed.. John Wiley & Sons. N. Y., USA, 1988.
- [5] Proakis, J. G. “*Digital Signal Processing*”. Prentice-Hall. Upper Saddle River, N. J., USA, 1996.
- [6] Sedra, Abel S., Smith, K., C. “*Microelectronic Circuits*”. 4ª Ed. Oxford University Press. N. Y., USA, 1998.
- [7] Avendaño, Luis E., Duque, E., Valencia, G.. “*Funciones de aproximación de magnitud en filtros análogos*”. Scientia et Technica, Marzo, 2001.

[8] Manuales Spice.