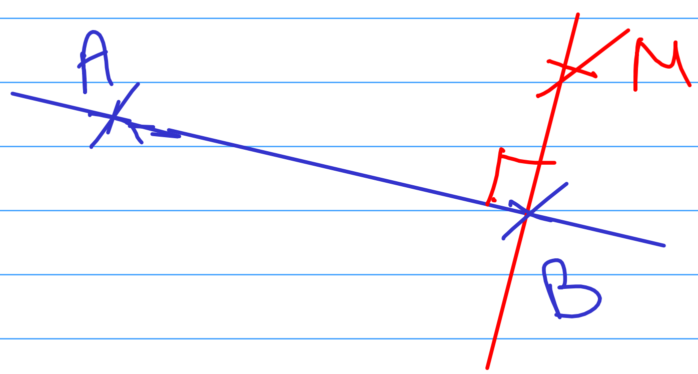
Séance du 18/05/

## $\boxed{\text{Automatisme 12}}$

A et B sont deux points distincts. L'ensemble des points M tels que $\vec{AB} \cdot \vec{BM} = 0$ est une droite, c'est la perpendiculaire à (AB) passant par B. Pour cette droite $\vec{AB}$ est un vecteur normal




Réponse (a)

## Automatisme 13

L'ensemble des points M tels que $\vec{AM}\cdot\vec{BM}=0$ est le cercle de diamètre $[AB]$.

## Capacité 4

Dans un repère orthonormal, soit $A(2;3)$ et $B(-5;4)$

I milieu de $[AB]$.

1) La médiatrice $\Delta$ du segment $[AB]$ est la droite qui est perpendiculaire à $[AB]$ en son milieu.

Un vecteur normal de $\Delta$ est donc $\vec{AB}$. De plus $\Delta$ passe par le point I

D'après la propriété 5 du cours, $\Delta$ est l'ensemble des points M du plan tels que $\vec{IM}\cdot\vec{AB}=0$

$\left(\overrightarrow{IM}, \overrightarrow{AB}\right) = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{IM} \cdot \overrightarrow{AI} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{IM} \cdot \overrightarrow{BI} = 0$

2) On passe aux coordonnées.
On note $(x;y)$ les coordonnées d'un point $M$ du plan.

$M(x;y) \in \Delta \Leftrightarrow \overrightarrow{IM} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$

$\overrightarrow{IM} \begin{pmatrix} x - x_I ; y - y_I \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -5-2 ; 4-3 \end{pmatrix}$

Calcul des coordonnées de $I$ :

$I\left(\dfrac{x_A + x_B}{2} ; \dfrac{y_A + y_B}{2}\right)$ $I\left(-\dfrac{3}{2} ; \dfrac{7}{2}\right)$

donc $\overrightarrow{IM}\left(x + \dfrac{3}{2} ; y - \dfrac{7}{2}\right)$

$M(x;y) \in \Delta \Leftrightarrow -7\left(x + \dfrac{3}{2}\right) + 1 \times \left(y - \dfrac{7}{2}\right) = 0$

$M(x;y) \in \Delta \Leftrightarrow -7x + y - 14 = 0$

Une équation de $\Delta$ est donc

$\boxed{-7x + y - 14 = 0}$

On a une infinité d'équations équivalentes, il suffit de multiplier les deux membres par un même nombre non nul:

$$-7x+y-14=0 \iff 7x-y+14=0$$
$$\iff 14x-2y+28=0$$

On peut vérifier que les coordonnées de $I\left(-\frac{3}{2};\frac{7}{2}\right)$ satisfont l'équation $-7x+y-14=0$

Mais le point de coordonnées $(-4;5)$ n'appartient pas à la droite $\Delta$ car :

$$-7\times(-4)+5-14\neq 0$$

$\boxed{\text{Vecteur normal}}$

$\vec{u}\cdot\vec{n}=0$ si $\vec{u}$ directeur et $\vec{n}$ normal

Exercice 1 p. 258

a)

| | |
|---|---|
| Vecteur directeur | $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\3\end{pmatrix}$ |
| Vecteur normal | $\vec{n}\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$ $\vec{n}\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}$ |

$\vec{u}\cdot\vec{n}=0 \iff -a+3b=0$

b) Vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\-5\end{pmatrix}$

Vecteur normal $\vec{n}\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$ $\quad \vec{n}\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$

$\vec{u}\cdot\vec{n}=0 \iff 2a-5b=0$ Par exemple $a=5$ et $b=2$

e) Vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$

Vecteur normal $\vec{n}\begin{pmatrix}-y\\x\end{pmatrix}$

On a bien :

$\vec{u}\cdot\vec{n}=0$

$\boxed{\text{Exercice 3 p.258}}$ $\quad \vec{u}\cdot\vec{n}=0$

| Droite | Vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}$ | Vecteur normal $\vec{n}\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$ |
|---|---|---|
| $\mathcal{D}_1$ | $\vec{u}(1;2)$ | $\vec{n}(-2;1)$ |
| $\mathcal{D}_2$ | $\vec{u}(2;0)$ | $\vec{n}(0;2)$ |
| $\mathcal{D}_3$ | $\vec{u}(0;1)$ | $\vec{n}(1;0)$ |
| $\mathcal{D}_4$ | $\vec{u}(4;-1)$ | $\vec{n}(1;4)$ |