Exercices sur les suites Partie 2 2019/2020

Frédéric Junier

Lycée du Parc
1 Boulevard Anatole France
69006 Lyon

29 mars 2020

Plan

Table des matières

Barbazo, exercice 39 p.33

39 **1.** Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} - u_n = u_n + n + 3 - u_n = n + 3 \geqslant 0$.
On en déduit que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} - u_n \geqslant 0$, donc la suite (u_n) est croissante.
2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} - v_n = v_n(1 - v_n) - v_n = -v_n{}^2 \leqslant 0$. On en déduit que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} - v_n \leqslant 0$, donc la suite (v_n) est décroissante.

Barbazo, exercice 40 p.33

40 **1.** Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} - u_n = 2 - 4(n+1) - (2-4n)$ $= -4 \leqslant 0$. On en déduit que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} - u_n \leqslant 0$, donc la suite (u_n) est décroissante.

2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} - v_n = 2(n+1)^2 + 3 - \left(2n^2 + 3\right)$ $= 2n^2 + 4n + 2 + 3 - 2n^2 - 3 = 4n + 2 \geqslant 0$.

On en déduit que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} - v_n \geqslant 0$, donc la suite (v_n) est croissante.

3. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $w_{n+1} - w_n = (n+1)^2 + 2(n+1) - \left(n^2 + 2n\right)$ $= n^2 + 2n + 1 + 2n + 2 - n^2 - 2n = 2n + 3 \geqslant 0$. On en déduit que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $w_{n+1} - w_n \geqslant 0$, donc la suite (w_n) est croissante.

4. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $t_{n+1} - t_n = 2^{n+1} + 3^{n+1} - \left(2^n + 3^n\right)$

$= 2 \times 2^n + 3 \times 3^n - 2^n - 3^n = 2^n(2-1) + 3^n(3-1)$

$= 2^n + 2 \times 3^n \geqslant 0$. On en déduit que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $t_{n+1} - t_n \geqslant 0$, donc la suite (t_n) est croissante.

Barbazo, exercice 41 p.33

41 Pour tout entier naturel n,

$$u_{n+1} - u_n = (n+1)^2 - 8(n+1) + 2 - \left(n^2 - 8n + 2\right)$$

$$= n^2 + 2n + 1 - 8n - 8 + 2 - n^2 + 8n - 2 = 2n - 7$$

Ainsi pour $n \leqslant 3$, $u_{n+1} - u_n \leqslant 0$ puis pour $n \geqslant 4$, $u_{n+1} - u_n \geqslant 0$.
Donc la suite (u_n) est décroissante jusqu'au rang 4 puis croissante à partir du rang 4.

Barbazo, exercice 42 p.33

42 **1.** La raison $r = 0,6$. $r > 0$, donc la suite (u_n) est croissante.
2. La raison $r = \frac{2}{3}$. $r > 0$, donc la suite (v_n) est croissante.
3. La raison $r = 1 - \sqrt{2}$. $r < 0$, donc la suite (w_n) est décroissante.
4. La raison $r = 10^{-2}$. $r > 0$, donc la suite (t_n) est croissante.

Barbazo, exercice 43 p.33 Partie 1

43 **1.** La suite (u_n) a pour raison $q = 2$ et pour premier terme $u_0 = 3$. $q > 1$ et $u_0 > 0$. La suite est donc croissante.

2. La suite (v_n) a pour raison $q = \frac{4}{5}$ et pour premier terme $v_0 = -1$. $0 < q < 1$ et $v_0 < 0$. La suite est donc croissante.

Barbazo, exercice 43 p.33 Partie 2

3. La suite (w_n) a pour raison $q = \frac{8}{3}$ et pour premier terme $w_0 = -\frac{2}{3}$. $q > 1$ et $w_0 < 0$. La suite est donc décroissante.

4. La suite (t_n) a pour raison $q = 10^{-1}$ et pour premier terme $t_0 = 0{,}5$. $0 < q < 1$ et $t_0 > 0$. La suite est donc décroissante.

Barbazo, exercice 44 p.33

44 **1.** $u_{n+1} - u_n = q^{n+1} - q^n = q \times q^n - q^n = q^n(q-1)$. $q^n > 0$, le signe de $u_{n+1} - u_n$ ne dépend que du signe de $q-1$. Or $q-1>0 \Leftrightarrow q>1$.

Donc, pour $q>1$, $u_{n+1} - u_n > 0$ et pour $0<q<1$, $u_{n+1} - u_n < 0$.

2. Pour $q>1$, $u_{n+1} - u_n > 0 \Leftrightarrow u_{n+1} > u_n$. La suite (u_n) est croissante. Pour $0<q<1$, $u_{n+1} - u_n < 0 \Leftrightarrow u_{n+1} < u_n$. La suite (u_n) est décroissante.