

Exercices sur l'exponentielle 2019/2020

Frédéric Junier

Lycée du Parc
1 Boulevard Anatole France
69006 Lyon

15 mars 2020

Plan

1 Exercices du manuel Barbazo

Table des matières

- Exercice 6 p. 192
- Exercice 8 p. 192
- Exercice 10 p. 192
- Exercice 11 p. 192

Barbazo, exercice 6 p. 192, Partie 1

On donne les ordres de grandeur : $\exp(4) = 50$ et $\exp(6) = 400$.
En déduire les ordres de grandeur de $\exp(2)$ et $\exp(10)$

- $\exp(2) = \exp(6 - 4) = \frac{\exp(6)}{\exp(4)} \approx \frac{400}{50} = 8$.
- On peut aussi écrire $\exp(4) = \exp(2 \times 2) = (\exp(2))^2$.
On en déduit que $(\exp(2))^2 = 50 \Leftrightarrow \exp(2) = \sqrt{50} \approx 7$ car $\exp(2) > 0$.

On manipule des ordres de grandeur, selon la façon de mener le calcul, on peut obtenir des résultats différents.

A l'unité près, avec la calculatrice, on trouve $\exp(2) \approx 7$.

- $\exp(10) = \exp(6 + 4) = \exp(6) \times \exp(4) \approx 400 \times 50 = 20000$.

Barbazo, exercice 6 p. 192, Partie 2

On donne les ordres de grandeur : $\exp(4) = 50$ et $\exp(6) = 400$.
En déduire les ordres de grandeur de $\exp(-2)$, $\exp(8)$ et $\exp(12)$.

- De $\exp(2) \approx 8$ on déduit que $\exp(-2) = \frac{1}{\exp(2)} \approx \frac{1}{8}$.

- $\exp(8) = \exp(4 \times 2) = (\exp(4))^2 \approx 2500$

- On peut aussi écrire

$$\exp(8) = \exp(2 \times 4) = (\exp(2))^4 \approx 8^4 = 4096$$

On manipule des ordres de grandeur, selon la façon de mener le calcul, on peut obtenir des résultats différents.

A l'unité près, avec la calculatrice, on trouve $\exp(8) \approx 2981$.

- $\exp(12) = \exp(2 \times 6) = (\exp(6))^2 \approx 160000$.

- On peut aussi écrire

$$\exp(12) = \exp(8 + 4) = \exp(8) \times \exp(4) \approx 2500 \times 50 = 125000$$

A l'unité près, avec la calculatrice, on trouve
 $\exp(12) \approx 162755$.

Barbazo, exercice 8 p. 192

Soit x un réel, simplifier les expressions en appliquant les propriétés algébriques de l'exponentielle.

- $A = e^{3x}e^{-4x} = e^{3x-4x} = e^{-x}.$
- $B = \frac{1}{e^{2x}} = e^{-2x}$
- $C = \frac{1}{(e^{-x})^6} = e^{-(-6x)} = e^{6x}$
- $C = D$ Coquille dans l'énoncé ?
- $E = \frac{e^{3-2x}(e^x)^5}{e^{x-2}} = \frac{e^{3-2x}e^{5x}}{e^{x-2}} = \frac{e^{3-2x+5x}}{e^{x-2}} = e^{3x+3-(x-2)} = e^{2x+5}.$

Barbazo, exercice 10 p. 192

Pour démontrer l'égalité, on peut par exemple partir d'un membre pour obtenir l'autre membre par transformation algébrique. Pour tout réel x , on a :

$$\frac{1}{1+e^{-x}} = \frac{e^x}{e^x(1+e^{-x})}$$

L'égalité $e^x e^{-x} = e^0 = 1$ est utilisée très fréquemment \Rightarrow à Retenir

$$\begin{aligned} \frac{1}{1+e^{-x}} &= \frac{e^x}{e^x + e^{x-x}} \\ \frac{1}{1+e^{-x}} &= \frac{e^x}{e^x + e^0} \\ \frac{1}{1+e^{-x}} &= \frac{e^x}{e^x + 1} \end{aligned}$$

L'égalité est démontrée.

Barbazo, exercice 11 p. 192

Pour démontrer l'égalité, on peut par exemple partir d'un membre pour obtenir l'autre membre par transformation algébrique. Pour tout réel x , on a :

$$e^{-x} - e^{-2x} = \frac{1}{e^x} - \frac{1}{e^{2x}}$$

On met sur le même dénominateur

$$e^{-x} - e^{-2x} = \frac{e^x}{e^x e^x} - \frac{1}{e^{2x}}$$

$$e^{-x} - e^{-2x} = \frac{e^x}{e^{2x}} - \frac{1}{e^{2x}}$$

$$e^{-x} - e^{-2x} = \frac{e^x - 1}{e^{2x}}$$

L'égalité est démontrée.