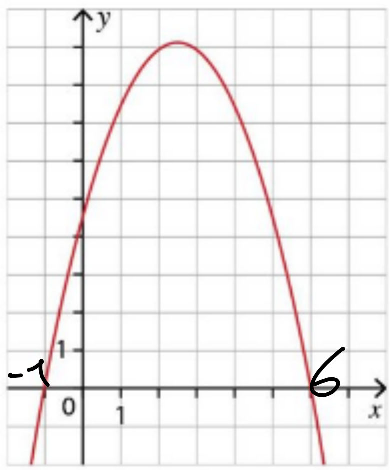
Chapitre second degré.
Corrigé d'exercices

Exercice 2 p. 64

2 La parabole ci-dessous tracée dans un repère orthonormé, représente une fonction polynôme du second degré f.

• Utiliser le graphique pour déterminer la forme factorisée de $f(x)$.



Graphiquement $f(x) = 0$ a pour solutions $x = -1$ ou $x = 6$, les abscisses des points d'intersection de C_f avec l'axe des abscisses.

On en déduit qu'il existe un réel a tel que pour tout réel x :

$$f(x) = a(x - (-1))(x - 6)$$

De plus on lit graphiquement que :

$$f(2) = 9$$

On peut en déduire la valeur de a en résolvant une équation :

$$f(2)=9 \iff a(2+1)(2-6)=9$$

$$f(2)=9 \iff -12a=9$$

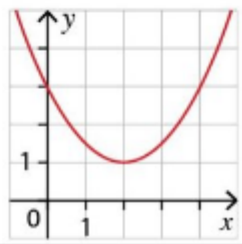
$$f(2)=9 \iff a=-\frac{9}{12}=-\frac{3}{4}$$

Finalement, à partir des informations du graphique, on peut conjecturer que pour tout réel x :

$$\boxed{f(x)=-\frac{3}{4}(x+1)(x-6)}$$

Exercice 3 p.64

3 La parabole ci-dessous représente une fonction polynôme du second degré f.
- Utiliser le graphique pour déterminer la forme canonique de $f(x)$.



- Graphiquement, le sommet de la parabole $\mathcal{C}_f$ est $S(2;1)$.

On en déduit que $\alpha = 2$ et $\beta = 1$.

- La forme canonique de f est alors :

$f(x) = a(x-2)^2 + 1$ avec a réel, $a \neq 0$

- Graphiquement on a $f(0) = 3$

On peut calculer a en résolvant une équation :

$$f(0) = 3 \iff a \times (0-2)^2 + 1 = 3$$
$$\iff 4a + 1 = 3$$
$$\iff a = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

D'après les informations du graphique, la forme canonique de f est :

$$\boxed{\text{pour tout réel } x,\ f(x) = \frac{1}{2}(x-2)^2 + 1}$$

Exercice 4 p. 64

4 **1.** Dresser le tableau de variation d'une fonction polynôme du second degré f, sachant que sa courbe représentative :

- est tournée vers le bas ;
- admet pour axe de symétrie, la droite d'équation $x = -2$;
- a son sommet sur l'axe des abscisses.

2. Proposer trois expressions de $f(x)$.

1)

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$f(x)$		↗	0	↘	

2) Trois expressions possibles de $f(x)$:

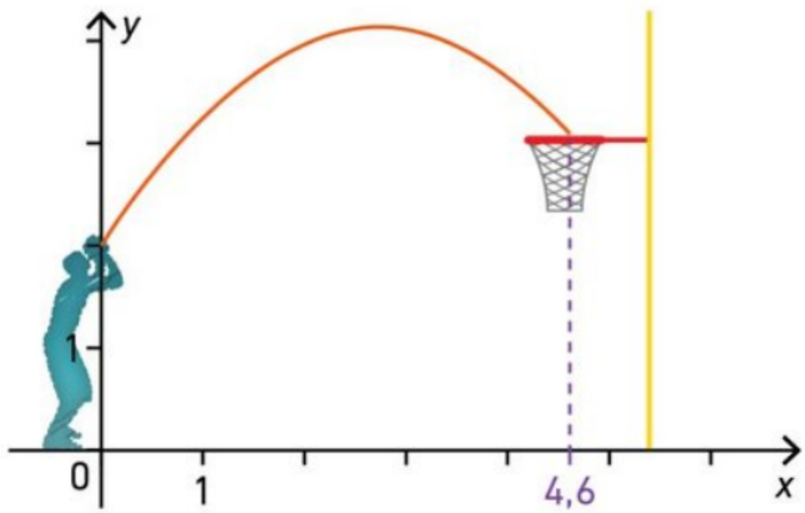
$f(x) = -(x+2)^2$

ou $f(x) = -3(x+2)^2$

ou $f(x) = -734(x+2)^2$

Exercice 14 p. 65

14 On modélise la trajectoire d'un ballon qui entre dans le panier lors d'un lancer franc au basket.



Cette trajectoire est un arc de parabole d'équation :

$$y = -0{,}3x^2 + 1{,}6x + 2.$$

On note f la fonction définie sur $\mathbb{R}^+$ par :

$$f(x) = -0{,}3x^2 + 1{,}6x + 2,$$

où x et f(x) sont exprimés en mètre.

1. Donner la forme canonique de f(x).
2. Quelle hauteur maximale le ballon atteint-il ?
3. Sachant que la ligne de lancer franc est à 4,6 mètres du pied du panier, quelle est la hauteur du panier ?

1) La forme développée de f est, pour tout $x \in [0;4{,}6]$

$f(x) = -0{,}3x^2 + 1{,}6x + 2$

$a = -0{,}3 \quad b = 1{,}6 \quad c = 2$

L'abscisse du sommet de la parabole est

$\alpha = -\frac{b}{2a} = -\frac{1{,}6}{-0{,}6} = \frac{16}{6} = \frac{8}{3}$

L'ordonnée du sommet de la parabole est

$$\beta = f(\alpha) = f\left(\frac{8}{3}\right) = -0{,}3 \times \left(\frac{8}{3}\right)^2 + 1{,}6 \times \frac{8}{3} + 2$$

$$\beta = -0{,}3 \times \frac{64}{9} + \frac{12{,}8}{3} + 2$$

$$\beta = \frac{-6{,}4}{3} + \frac{12{,}8}{3} + 2 = \frac{6{,}4}{3} + 2 = \frac{12{,}4}{3}$$

La forme canonique de f est donc :

$\boxed{\text{pour tout réel } x, \quad f(x) = -0{,}3\left(x - \frac{8}{3}\right)^2 + \frac{12{,}4}{3}}$

2) $a < 0$ donc f croissante sur $[0;\alpha]$
et décroissante sur $[\alpha; 4{,}6]$
f atteint donc son maximum en α,
et la valeur de ce maximum est

$$\boxed{f(8/3) = \frac{12{,}4}{3} = \beta}$$

3) la hauteur du panier est de

$$\boxed{f(4{,}6) = -0{,}3 \times 4{,}6^2 + 1{,}6 \times 4{,}6 + 2 \simeq 3{,}01\,\text{m}}$$