

Automatismes sur l'exponentielle (Manuel Barbazo)

Frédéric Junier

Lycée du Parc
1 Boulevard Anatole France
69006 Lyon

23 mars 2020

Table des matières

Automatismes du manuel Barbazo.

- Automatisme n°1
- Automatisme n°2
- Automatisme n°3
- Automatisme n°4
- Automatisme n°5
- Automatisme n°6
- Automatisme n°7
- Automatisme n°8

Automatisme 1 : question

$$\frac{e^5 \times e^{-3}}{e \times e^2} \text{ est égal à :}$$

a $\frac{1}{e^{-1}}$

b e^{-1}

c $\frac{1}{e}$

d e

Automatisme 1 : réponse

$$\frac{e^5 \times e^{-3}}{e \times e^2} = \frac{e^{5-3}}{e^{1+2}}$$
$$\frac{e^5 \times e^{-3}}{e \times e^2} = e^{2-3} = e^{-1} = \frac{1}{e}$$

VRAI ou FAUX

La fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -2e^{5x}$ est croissante sur \mathbb{R} .

Automatisme 2 : réponse

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -2e^{5x}$.
 f est dérivable sur \mathbb{R} et pour tout réel x , on a :

$$f'(x) = -2 \times 5e^{5x} = -10e^{5x}$$

Pour tout réel x , on a $e^{5x} > 0$ donc $f'(x) < 0$ donc f est strictement décroissante sur \mathbb{R} .

Réponse : FAUX

Automatisme 3 : question

La suite suivante définie par son terme général u_n est une suite géométrique.

$$u_n = -2e^{3n}$$

Donner son premier terme et sa raison.

Automatisme 3 : réponse

Soit la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = -2e^{3n}$.

- Le premier terme est $u_0 = -2e^{3 \times 0} = -2e^0 = -2$.
- Pour tout entier naturel n , on a $u_n = -2(e^3)^n$ donc d'après une propriété du cours, la suite (u_n) est géométrique de raison e^3 . On peut le retrouver en mettant en évidence la formule de récurrence :

$$u_{n+1} = -2e^{3(n+1)} = -2e^{3n}e^3 = e^3 u_n$$

Automatisme 4 : question

On considère la fonction g définie sur \mathbb{R}
par :

$$g(x) = e^{-2x}.$$

À l'aide de la calculatrice, déterminer
au centième près, la valeur de x pour
laquelle $g(x) = 0,1$.

Automatisme 4 : réponse

On utilise l'émulateur Numworks en ligne.

On procède par balayage, voir la video.

On obtient $1,151 < \alpha < 1,152$ donc $\alpha \approx 1,15$ à 0,01 près.

Automatisme 5 : question

On considère la fonction g définie sur \mathbb{R} par :

$$g(x) = (x + 1)e^x.$$

Donner l'écriture factorisée de sa dérivée g' .

Automatisme 5 : réponse

g est une fonction dérivable sur \mathbb{R} par $g(x) = (x+1)e^x$.

Pour tout réel x on a $g(x) = u(x)v(x)$ avec $u(x) = x+1$ et $v(x) = e^x$ dérivables sur \mathbb{R} .

D'après la formule de dérivation d'un produit $g' = u'v + uv'$.

Pour tout réel x , on a donc :

$$g'(x) = e^x + e^x(x+1) = e^x(1+x+1) = e^x(x+2)$$

Automatisme 6 : question

VRAI ou FAUX

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R}
par :

$$f(x) = 2x - 3e^{-x}.$$

La fonction f est strictement décroissante
sur \mathbb{R} .

Automatisme 6 : réponse

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 2x - 3e^{-x}$.

f est dérivable sur \mathbb{R} par $f'(x) = 2 + 3e^{-x}$.

Pour tout réel x , on a $e^{-x} > 0$ donc $f'(x) > 0$ donc f est strictement croissante sur \mathbb{R} .

Réponse : Faux.

Automatisme 7 : question

Résoudre l'inéquation suivante.

$$e^{-2x+1} < 1$$

Automatisme 7 : réponse

$$e^{-2x+1} < 1 \Leftrightarrow e^{-2x+1} < e^0$$

$$e^{-2x+1} < 1 \Leftrightarrow -2x + 1 < 0$$

$$e^{-2x+1} < 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2} < x$$

L'ensemble des solutions de cette inéquation est donc

$$\left] \frac{1}{2}; +\infty \right[.$$