Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Villamosmérnöki és Informatikai Kar
Távközlési és Médiainformatikai Tanszék

Szabály alapú útvonalépítési stratégiák nagy hálózatokban

Diplomaterv

Készítette
Döbrei Gábor

Konzulens
dr. Heszberger Zalán

2014. április 21.

Tartalomjegyzék

Kivonat **3**

Bevezető **4**

1. Általánosított hálózatok és útvonalválasztási szabályok **7**

1.1. Történeti áttekintés . . . 7

1.2. Útvonalválasztás, routing algebrák . . . 9

1.3. Routing algebrák tulajdonságai . . . 12

1.3.1. Monotonitás, izotonitás és egyéb tulajdonságok . . . 12

1.4. Műveletek routing algebrák között . . . 13

1.4.1. A műveletek hatása a tulajdonságokra . . . 14

1.5. Példák algebrákra és kombinálásukra . . . 14

1.6. Összefoglaló . . . 15

2. A hálózatkutatás legfontosabb modelljei **16**

2.1. Vírusterjedés komplex hálózatokban . . . 17

2.1.1. A vírusterjedés matematikai modellje . . . 17

2.1.2. Vírusterjedés, mint útvonalválasztási probléma . . . 18

2.2. Trendterjedés közösségi hálózatokban . . . 20

2.2.1. Trendterjedés, mint útvonalválasztási probléma . . . 20

2.3. Útvonalválasztás az Interneten . . . 22

2.4. Összefoglaló . . . 25

3. Tervek továbbfejlesztésre, a munka folytatása **26**

3.1. Valós hálózatok vizsgálata . . . 26

4. Összefoglalás **27**

Irodalomjegyzék **28**

Függelék **30**

F.1. Számításelméleti alapok . . . 30

F.2. Az útvonalválasztás teljes modellje . . . 30

F.3. Tételek a routing algebrák témakörében . . . 31

HALLGATÓI NYILATKOZAT

Alulírott *Döbrei Gábor*, szigorló hallgató kijelentem, hogy ezt a diplomatervet meg nem engedett segítség nélkül, saját magam készítettem, csak a megadott forrásokat (szakirodalom, eszközök stb.) használtam fel. Minden olyan részt, melyet szó szerint, vagy azonos értelemben, de átfogalmazva más forrásból átvettem, egyértelműen, a forrás megadásával megjelöltem.

Hozzájárulok, hogy a jelen munkám alapadatait (szerző(k), cím, angol és magyar nyelvű tartalmi kivonat, készítés éve, konzulens(ek) neve) a BME VIK nyilvánosan hozzáférhető elektronikus formában, a munka teljes szövegét pedig az egyetem belső hálózatán keresztül (vagy autentikált felhasználók számára) közzétegye. Kijelentem, hogy a benyújtott munka és annak elektronikus verziója megegyezik. Dékáni engedéllyel titkosított diplomatervek esetén a dolgozat szövege csak 3 év eltelte után válik hozzáférhetővé.

Budapest, 2014. május 16.

Döbrei Gábor
hallgató

Kivonat

Az Internet rohamos fejlődésével az utóbbi időben mind nagyobb hangsúlyt kapnak a hagyományostól eltérő hálózatmenedzsment funkciókat megvalósító algoritmus kutatások. Ezek egyik legaktívabban művelt ága az útvonalválasztás kérdéseivel foglalkozik, és lényegében az erőforrások optimalizálást célzó klasszikus (főként legrövidebb utak megtalálására koncentráló) algoritmusok alternatíváinak kutatását tűzi ki célul. Az algoritmusok általános szabályok (policy) mentén alakítják ki a lehetséges kommunikációs útvonalakat.

A Diplomaterv célja olyan szabályalapú útvonalépítési stratégiák kutatása (szintetizálása/elemzése), mely mindamellett, hogy alkalmas lehet valós kommunikációs hálózati alkalmazásra is, felhasználható más természetes vagy mesterséges/technológiai valós hálózatok működésének felderítésére.

Az első feladatom a Diplomaterv készítése során áttekinteni a hálózatok és az útvonalválasztás matematikai modellezési lehetőségeit. Másodszor, eddig még nem vizsgált szabályokat definiálok és szimulációs módszerekkel vizsgálok meg, illetve a valós hálózatok útvonalválasztásával hasonlítom össze. Végül javaslatot teszek, hogy hogyan lehet felhasználni a számítógépes hálózatok útvonalválasztásában az egyéb tudományterületekről származó problémák vizsgálat során szerzett új ismereteket.

Bevezető

Az Internet rohamos fejlődésével egyre nagyobb igény mutatkozik a komplex számítógépes hálózatok megismerésére. Általános esetben a (kis) hálózatok struktúrája és működési mechanizmusai jól meghatározottak, hiszen a saját tervezésünk eredményeként jöttek létre és a vezérlés is a mi kezünkben van. Pontosan tudjuk, hogy egy hálózati csomópont melyik másik csomóponttal van kapcsolatban, ismerjük az összeköttetéseket és az útvonalválasztást meghatározó szabályokat is. Ha bármilyen módosítást szeretnénk eszközölni, vagy egy hibát szeretnénk kijavítani, azonnal (nagyon gyorsan) tudjuk, hogy hol kell beavatkozni. Azonban egy olyan hálózat vizsgálata során, amelyet nem mi terveztünk, nagyon gyorsan szembesülünk olyan kérdésekkel, amiket csak nehezen és sok munka árán tudunk megválaszolni - mérésekkel, teszteléssel - és csak abban az esetben, ha a hálózat mérete még nem jelent problémát.

Az útvonalakat meghatározó algoritmusok általános szabályok (policy) mentén alakítják ki a lehetséges (kommunikációs) útvonalakat és bár a kapcsolódó irányadó paraméterek igen változatosak lehetnek, a problémakör egy meghatározó paramétere szerinti legrövidebb útvonalat szoktuk a legjobbnak tekinteni. Mégis, ha megvizsgáljuk az Internet magas szintű topológiáját[1] és a benne kialakult utakat, akkor azt vesszük észre, hogy ezek az utak nem az optimális megoldások, legalábbis nem a legrövidebbek. Mivel feltehetjük, hogy az anyagi haszon maximalizálása céljából az Autonóm Rendszerek[2] üzemeltetői racionális döntések révén építették ki pontosan ezeket az utakat, jogos kérdés, hogy pontosan milyen stratégia alapján tették ezt. Mi vezethet egy látszólag ésszerűtlen döntéshez? Általánosságban igaz az egyéb hálózatokra is, hogy az adott szituáció optimális útjai nem tűnnek racionálisnak.

Ha körbenézünk a világban, az informatikától távoleső területeken is rengeteg példát találunk olyan hálózatokra, amiknek nem értjük még a működését, nem tudjuk pontosan leírni a belső folyamatait. Számos példát találunk a biológiából, a szociológiából vagy a pénzügyi világból, ugyanakkor minden ilyen probléma vizsgálatát vissza lehet vezetni egy olyan modell vizsgálatára, ami általánosan képes kezelni magát a hálózat fogalmát és az azon történő útvonalak kialakulását/kialakítását. A vírusok által terjesztett betegség terjedése, egy ruhaviselet divattá válása, és a számítógépes hálózatok kommunikációs útjainak kialakulása modellezhető a gráfelmélet eszközrendszerével. Mindhárom esetben jól meg-

[1] Nevezik még az Internet tartomány-szintű-, vagy AS-szintű topológiájának, gráfjának is.

[2] Autonóm Rendszer - Autonomous System (AS)- : önálló útválasztási tartomány, amelyen belül egyetlen, jól meghatározott útvonalválasztási szabály érvényesül.

határozható, elkülönülő csomópontok vannak, akik között terjed egy csomag, ami lehet információ vagy pl. a betegség maga. Egy modellen belül a csomópontok általában nem különböznek egymástól, és a köztük levő kapcsolatok különböző tulajdonságokkal rendelkeznek, amit az útvonalak kialakulása közben figyelembe is kell venni. Nem tételezünk fel különbséget két ember között, bárki meg tud betegedni. Magától értetődőnek látszik ugyanakkor, hogy levegőben terjedő vírusos fertőzés jóval lazább kapcsolaton keresztül is továbbterjed, míg egy vér útján terjedő betegség sokkal szorosabb kapcsolaton tud csak továbbterjedni: a kapcsolatokat súlyozni kell. Ha egy ember fogékonyabb egy betegségre, akkor a hozzá tartozó éleken nagyobb valószínűséggel terjed tovább majd a betegség. Ugyanilyen meggondolásból, két szomszédos router között a nagyobb sávszélességű úton továbbítjuk a csomagokat. Érdekes azonban, hogy egy divat elterjedését már nem tudjuk ilyen egyszerűen leírni, hiszen nem is igazán az a meghatározó, hogy mennyire befolyásos és ismert emberek reklámozzák, hanem az, hogy a társadalom felkészült-e már a befogadásra [1, 2].

A Diplomatervben a végső cél olyan policy primitíveket meghatározni, melyek összekapcsolásával jól lehet közelíteni a valós hálózatokat. Jelenleg sok megválaszolatlan kérdés van a BGP hálózat útvonalválasztásáról, melyek jó része onnan ered, hogy a hálózat csomópontjai, az AS-k nem fedik fel szabályrendszerüket. Ezen kérdésekre tudnánk válaszolni úgy, hogy nem a pontos szabályokat adjuk meg, hanem megmutatjuk, hogy adott policy primitívek felhasználásával majdnem ugyanolyan utakat kapunk, mint egy adott AS. Ez azért is lenne egy jó megoldás, mert lehet, hogy egy AS viszonylag bonyolult, sok erőforrást felemésztő szabályokat alkalmaz, pedig nagyon hasonló eredményeket érhetne el úgy is, ha az itt bemutatott p. primitíveket használná.

Az 1. fejezetben a számítógépes hálózatok policy-felderítésével foglalkozó szakirodalom áttekintés után egy általános hálózati- és routing modellt írok le, amely képes kezelni más tudományterületekről származó hasonló problémákat is. Az útvonalválasztás szabályrendszerét egy jól definiált matematikai struktúrával kell meghatározni, hogy definiálni lehessen policy-k közti műveleteket, amelyekkel össze is tudunk kapcsolni policy-ket és tudjuk vizsgálni az kölcsönhatásukat.

A 2. fejezetben változatos problémákat és a hozzájuk tartozó routing policy-ket definiálok és leírom a hozzájuk tartozó matematikai struktúrákat.

A 3. fejezetben szimulációs módszerekkel elemzem, hogy egyes teszt-hálózatokban milyen utakat határoznak meg a 1. fejezetben definiált policy-k, és javaslatot teszek, hogy egy valós hálózat útvonalválasztását melyik policy-k keverékével lehet legpontosabban modellezni. Ezután több valós hálózatot vizsgálok meg az addigra meghatározott saját policy-k segítségével, és megvizsgálom a keverék policy pontosságát, azaz azt, hogy mennyire térnének el a valós hálózatbeli utak a jelenlegitől akkor, ha az általam ismertetett policy-kel határoznánk meg azokat.

A feladatok elvégzéséhez a NetLogo[3] nevű hálózati szimulátort fogom használni, a valós hálózatok a BGP hálózat és egy repülési útvonalakat tartalmazó hálózat lesz.

A számításelmélet, az algoritmuselmélet és egyéb magasabb szintű témakörök ismerete elengedhetetlen ennek a diplomamunkának a megértése során, ugyanakkor minden fontosabb matematikai tétel megtalálható a Függelékben.

[3] `http://ccl.northwestern.edu/netlogo/`

1. fejezet

Általánosított hálózatok és útvonalválasztási szabályok

Az Internet gerinchálózatát kialakító szabályrendszert nagy vonalaiban ismerjük. Az Internet AS-szintű topológiáját a BGP[1] határozza meg. Különböző eljárásokat ismerünk az Autonóm Rendszerek közti kapcsolatok feltárására a BGP-s routing táblák alapján, illetve az Internet router-szintű topológiájából, sőt az AS-ek routing-policy[2]-ját is tudjuk becsülni, ugyanakkor arra a kérdésre eddig még senki sem tudott választ adni, hogy miért éppen így alakultak ki a kommunikációs utak.

Ebben a fejezetben a szakirodalom rövid áttekintése után egy általános hálózati- és routing modellt mutatok be. Az útvonalválasztás szabályrendszerét egy jól definiált matematikai struktúrával - a routing algebrákkal - írom le, és definiálom a policy-k közti műveleteket, amelyekkel össze is tudunk kapcsolni policy-kat. Emellett egy alfejezet foglalkozik a policy-k különböző tulajdonságaival, melyek figyelembevétele fontos szempont a szimulációk megtervezésénél.

1.1. Történeti áttekintés

Az 1990-es évek végére a kutatók felismerték a tényt, hogy a BGP szintű Internet hálózatról nem tudunk szinte semmit. Rendelkezésükre állt néhány szolgáltató BGP-s routing táblája, de ez nagyon kevésnek bizonyult, hiszen a legtöbb AS közötti kapcsolat titkos gazdasági döntés révén született, így pontos képük nem lehetett a hálózatról. Ekkor kezdték el vizsgálni a különböző lehetőségeket, hogy hogyan lehetne feltárni ezt a rejtett hálózatot. Nem tűnt reménytelennek a helyzet, hiszen hálózat széle - a végpontok - nem tartoznak a szolgáltatókhoz, így egy tetszőleges számítógépről indított csomag útját végigkövetve értékes információkat nyerhettek. Természetesen a *traceroute*[3] futási eredményeit elemezve egy halom adatot kapunk, amit nehezen lehet csak feldolgozni, annál is inkább, mert

[1] Border Gateway Protocol

[2] Útvonalválasztási szabályrendszer

[3] Egy számítógép-hálózati diagnosztikai eszköz, amivel az IP (Internet Protokoll) hálózaton haladó csomagok útját lehet követni.

az egyes a mérések ismétlése során más és más útvonalon haladt át a követendő csomag. Készültek szimulátorok, amik ügyesen kezelték a nehézségeket, és különböző heurisztikákat használtak, hogy csökkentsék a szükséges mérések számát [3], ugyanakkor még mindig nagy szakadék volt az eredmények és az elvárások között. Nem volt egyértelmű, hogy egy csomag miért épp az adott AS-eken keresztül ért célba.

Az ezredforduló után már sok új kutatás foglalkozott az Internet AS-szintű topológiájának feltérképezésével úgy, hogy az ehhez szükséges információt a kapcsolatokról még mindig csak a BGP routing táblákból szerezték. Volt azonban egy újfajta megközelítést is, ami az önálló AS-kapcsolatokat tárta fel az Internet router-szintű topológiájából [4]. Ez több szempontból is előnyös volt, mint a BGP-s routing táblákból kiolvasott topológia, hiszen

1. Nagyobb felbontásban látjuk az AS-szintű térképet (pl. látszódnak a többszörös kapcsolatok AS-ek között);
2. Látszódnak a BGP protokoll által aggregált - így az AS-szintű hálózatban eltakart - útvonalak;
3. Így már lehetőség volt azonosítani a határ-routereket[4], aminek segítségével pontosabban karakterizálhatták az AS-en belül kapcsolatokat.

Az addigi eredményeket felhasználva már volt egy viszonylag pontos kép az Internet tartomány-szintű topológiájáról, amit tovább pontosítottak úgy, hogy az egyes AS-eken belüli szabályokat is feltárták, hiszen keveset tudtak még arról, hogy milyen routing policy-t használnak az AS-k. A BGP protokoll ugyanis lehetővé teszi az AS-eknek, hogy megválasszák az útvonalválasztási policy-jukat, ami alapján történik a csomagtovábbítás és az elérhetőségi adatok terjesztése az AS-en belül. Megmutatták, hogy az AS-k a többi szolgáltatók csak egy csoportjának hirdetik magukat, ami mögött valószínűleg traffic engineering[5] lehet. Pl. több Tier-1-es[6] AS is az ügyfeleit (közvetve vagy direkt) a peer kapcsolatain keresztül éri el a közvetlen customerei helyett. Ezenkívül a válogatott hirdetés szerint jóval kevesebb elérhető útvonal van az Interneten, mint azt az AS kapcsolati gráf mutatja (Ezért is volt jóval pontatlanabb a BGP routing táblák alapján elképzelt kép.) [5].

Miután már volt valamilyen fogalmunk arról, hogy az egyes AS-k hogyan működtetik hálózatukat, az AS-ek közötti kapcsolatok mélyebb megismerése következett. Adva van az Internetnek már megkülönböztetett router-szintű és AS-szintű topológiái, illetve felületesen már ismerjük az egyes policy-kat. Azt kezdték el vizsgálni, hogy a router-szintű topológiában mi lenne a legrövidebb út és ehhez képest mi az adott (valós) policy-út [6]. Több szempontból is vizsgálták a kérdést:

[4]Azon routereket, amelyek az AS szélén vannak és a többi AS-hez jelentik a kapcsolatot, határ-routernek nevezzük.

[5]Forgalomszabályozás: tudatos tervezéssel próbálják meg elkerülni azokat az eseteket, amikor szolgáltatás-kimaradás lép fel a túlterhelés miatt.

[6]A BGP hierarchiában a legmagasabb szintű szolgáltatók, ezeket követi a Tier-2 és a Tier-3.

- Mennyivel fújja fel a policy a shortest-utat[7]?
- Létezik-e S és D forrás-cél pár között egy I köztes pont, amire a $d_{policy}(S \to I) + d_{policy}(I \to D) < d_{policy}(S \to D)$? (Ebben az esetben lehetne egy ilyen közbeiktatott ponttal javítani)
- A policy-k vajon a nagyobb AS-k felé terelik a forgalmat?

Ugyan abban az időben még csak a legrövidebb utakat vizsgálták és azokat is a multicasting[8] szempontjából, de azóta a kutatók felismerték, hogy olyan kérdések várnak még válaszra, amelyek alapvetően befolyásolják az egész Internet gerinchálózatát. Ezenkívül jelentősen megkönnyítené, illetve pontosabbá tehetné a témakörbeli kutatásokat, ha rendelkezésünkre állna egy olyan hálózati modell, amely nem csak a skálafüggetlenséget[9] tudja szimulálni, hanem a - gazdasági érdekek miatt titkolt - kapcsolatokat és útvonalválasztást is valósághűen tudja modellezni.

Közel húsz év óta foglalkoztatja a kutatókat a hálózatok kialakulása és a kialakult útvonalak, ugyanakkor az Internet AS-szintű topológiájának vizsgálatakor arról nem állítanak semmit, hogy az egyes policy-kat miért használják. Sőt, ugyanígy nem tudunk szinte semmit a már említett más területekről származó problémák esetében sem.

Jelen Diplomaterv keretében egy olyan megoldást mutatok be, amely képes megbecsülni, hogy miért - milyen szabályszerűségek figyelembevételével - hoztak meg egyes döntéseket. Azzal a feltételezéssel élek, hogy minden policy-t fel lehet építeni jól meghatározott, egyszerű primitívekből, illetve ezen primitívek azonosítása és változatos összekapcsolása révén meg fogjuk tudni mondani, hogy egy már kialakult hálózatot milyen komplex policy határoz meg.

1.2. Útvonalválasztás, routing algebrák

Az általános hálózati modellben egy véges, egyszerű és összefüggő $G(V;E)$ gráfot használunk a hálózat megadására, ahol $|V| = n$ és $|E| = m$. Az élek irányítottsága és súlyozása az adott problémától függ, minden kombináció megengedett. Legyen $deg(v)$ a $v \in V$ csúcs fokszáma és legyen $d = max_{v \in V} deg(v)$. Egy $s - t$ séta a csúcsoknak egy $p = (s =)v_1, v_2, ..., v_k(= t)$ sorozata, ahol k a séta hossza és $(v_i, v_{i+1}) \in E : \forall i = 1, ..., k-1$. Ezenkívül egy kör olyan séta, ahol $s = t$.

Ahhoz, hogy meg tudjuk mondani, hogy két útból melyiket érdemes választani, definiálni kell egy preferencia sorrendet az utak között. Ehhez pedig az utak hosszára lesz

[7] Shortest-út: Azt a policy-t, amely a legrövidebb utakat választja, shortest-path (legrövidebb-út) policynak nevezzük.

[8] A multicast egy információtovábbítási mód, amikor egy üzenetet több célhoz szeretnénk eljuttatni egyidejűleg egyetlen forrástól.

[9] Egy hálózat skálafüggetlen, ha benne a fokszámeloszlás hatványfüggvényt követ. Az Internet hálózata tipikusan skálafüggetlen hálózat. (A kifejezés Barabási Albert László magyar származású amerikai matematikus nevéhez fűződik.)

szükség, amit egy metrikával, azaz távolságfüggvénnyel tudunk mérni. A metrikus tér fogalma egy (halmaz, függvény) párt jelent, ahol a függvény bármely két, halmazbeli elemhez egy nemnegatív valós számot rendel (vagyis a távolságukat méri).

1.2.1. Definíció (Metrikus tér). *A metrikus tér egy olyan (X, δ) pár, ahol X egy tetszőleges halmaz,*
δ: $X^2 \to \mathbb{R}_0^+$ pedig egy olyan nemnegatív valós függvény, melyre tetszőleges x, y, $z \in X$ esetén:

1. $\delta(\mathrm{x, y}) = 0 \Leftrightarrow \mathrm{x} = \mathrm{y}$ *(megegyezőségi tulajdonság)*
2. $\delta(\mathrm{x, y}) = \delta(\mathrm{y, x})$ *(szimmetria)*
3. $\delta(\mathrm{x, z}) \leq \delta(\mathrm{x, y}) + \delta(\mathrm{y, z})$ *(háromszög-egyenlőtlenség).*

Annak érdekében, hogy minél általánosabb lehessen a modell, minden $e \in E$ élet egy tulajdonság-vektor jellemez, amely vektor minden dimenziójának értékeit különböző metrikák szerint adhatunk meg. Így definiálhatjuk az él hosszát, (sáv)szélességét, késleltetését, megbízhatóságát, sőt bármilyen nem tipikus tulajdonságot is (pl. szín, vagy egy időtől függő $f(t)$ függvényt, stb.).

A metrikák fontos szerepet játszanak az útvonalválasztásban, hiszen ez alapján tudjuk a hálózati utak közötti preferenciát megadni, másképp megfogalmazva megadja, hogy egy bizonyos tulajdonság alapján mekkora a költsége egy útnak. Az útvonalválasztás során a metrika lehet statikus, amikor egy előre rögzített elvet követünk végig, vagy lehet dinamikus, amikor a hálózat adott állapotától függően automatikusan változik. Azt, hogy milyen metrika szerint végezzük a routing-ot nevezzük *routing policy*-nak:

1.2.2. Definíció (Routing policy). *A routing policy egy olyan $p^*_{st} = Pol(\mathcal{P}_{st})$ függvény, aminek az értelmezési tartománya a lehetséges $s-t$ utak: $\mathcal{P}_{st}$ és az adott policy-nak megfelelő legkedvezőbb utat adja vissza.*

Ahhoz, hogy ezentúl matematikailag is kényelmesen tudjuk kezelni a policy-kat, az ún. routing algebrák fogalmát kell használnunk, melyek az általános útvonalválasztó policy-k matematikai leírása [7, 8].

1.2.3. Definíció (Routing algebra). *Az $\mathcal{A}$ routing algebra*[10] *egy teljesen rendezett félcsoport egy „végtelen elemmel": $\mathcal{A} = (W, \phi, \bigoplus, \preceq)$, ahol W az élek súlyainak halmaza, ϕ ($\phi \notin W$) egy speciális végtelen súly, abban az értelemben, hogy azon az élen vagy úton nem lehet átmenni, a $\bigoplus$ a súlyok egy kétváltozós kompozíció operátora, a $\preceq$ pedig a súlyok összehasonlító operátora.*

Még pontosabban, a következő tulajdonságokat követeljük meg:

- *(W, $\bigoplus$) egy Abel-csoport:*

[10] Az algebra elnevezés arra utal, hogy - mint később látni fogjuk - műveleteket lehet végezni ezen objektumokon.

- *Zárt:* $w_1 \bigoplus w_2 \ \in W,\ \forall w_1, w_2 \in W$
- *Asszociatív:* $(w_1 \bigoplus w_2) \bigoplus w_3 \ = \ w_1 \bigoplus (w_2 \bigoplus w_3),\ \forall w_1, w_2, w_3 \in W$
- *Kommutatív:* $w_1 \bigoplus w_2 \ = \ w_2 \bigoplus w_1,\ \forall w_1, w_2 \in W$

- $\preceq$ *teljes rendezés* W*-n:*
  - *Reflexív:* $w \preceq w,\ \forall w \in W$
  - *Anti-szimmetrikus:* Ha $w_1 \preceq w_2$ és $w_2 \preceq w_1$, akkor $w_1 \ = \ w_2,\ \forall w_1, w_2 \in W$
  - *Tranzitív:* Ha $w_1 \preceq w_2$ és $w_2 \preceq w_3$, akkor $w_1 \preceq w_3\ \forall w_1, w_2, w_3 \in W$
  - *Teljes:* $\forall w_1, w_2 \in W$: $w_1 \preceq w_2$ vagy $w_2 \preceq w_1$

- ϕ *összeegyeztethető a* $(W,\ \bigoplus)$ *Abel-csoporttal* $\preceq$ *szerint:*
  - *Elnyelés:* $w \bigoplus \phi \ = \ \phi,\ \forall w \in W$
  - *Maximalitás:* $\phi \npreceq w,\ \forall w \in W$

1.2.1. Megjegyzés. *Kiemelném az összehasonlítás operátor* $(\preceq)$ teljes *rendezési tulajdonságát, mert az a tulajdonság teszi lineárissá*[11] *a rendezést.*

1.2.2. Megjegyzés. *A* ϕ *végtelen elem puszta létét, ill. összeegyeztethetőségét az Abel-csoporttal szintén fontos kiemelni, hiszen ezáltal szinten bármilyen alaphalmazt megadhatunk az élek bármelyik, tulajdonság-vektorbeli dimenziójának. Emellett érdemes megjegyezni, hogy azon (részben)rendezett halmazok, melyek bármely kételemű részhalmazának létezik infimuma és szuprémuma, hálóknak nevezzük. A routing algebrák esetében az természetesen csak akkor teljesül, ha alkalmasan választjuk meg a rendező* $(\preceq)$ *operátort és az alaphalmazt: a valós számhalmazon, a „hagyományos"* $\leq$ *rendezés esetén a routing algebrák hálók.*

Most már meg tudjuk mondani egy egyszerű él súlyát. Az útvonalválasztás során azonban nem éleket akarunk összehasonlítani, hanem útvonal-alternatívákat:

1.2.4. Definíció (Egy út súlya). *Egy* $p = (v_1, v_2, ..., v_k)$ *út* $w(p)$ *hosszát az út éleinek súlyainak* $\bigoplus$*-szerinti összege adja:*

$$w(p) \ = \ \bigoplus_{i=1}^{k-1} w(v_i, v_{i+1}).$$

Ezután azt mondjuk, hogy egy preferált (tetsző, legjobb, stb.) út az $\mathcal{A}$ algebrában s és t között a legkisebb súlyú $\preceq$ szerint:

$$Pol(\mathcal{P}_{st}) \ = \ p^* : \ w(p^*) \ \preceq \ w(p),\ \forall p \in \mathcal{P}_{st}.$$

Ezek után könnyen ellenőrizhető, hogy a legáltalánosabban használt routing policy, a shortest path routing (legrövidebb utak) algebrája a $(\mathbb{R}^+,\ \infty,\ +,\ \leq)$, míg egy másik policy, a widest-path routing (legszélesebb utak) algebrája a $(\mathbb{R}^+,\ 0,\ min,\ \geq)$.

[11] Az első három tulajdonság miatt csak részbenrendezett halmazról beszélhetünk, ha azonban minden elem összehasonlítható, akkor válik teljes, vagy lineáris rendezéssé $\preceq$.

1.3. Routing algebrák tulajdonságai

A routing algebráknak, mint matematikai struktúrának számos érdekes tulajdonsága van. Ezek közül vannak olyanok, melyek alapvetően befolyásolják az algebra felhasználhatóságát, hiszen az algebra olyan minőségbeli tulajdonságát határozzák meg, mint például az útvonalválasztás algoritmikus lépésszáma. Vannak pusztán leíró jellegű tulajdonságok is, melyek segítenek az algebrák összehasonlításában, az egyes policy-primitívek kiválasztásában is.

1.3.1. Monotonitás, izotonitás és egyéb tulajdonságok

A legtöbb esetben két meghatározó tulajdonsággal kell rendelkeznie egy algebrának, hogy „jól viselkedőnek” mondjuk. Az ilyen algebrákat reguláris algebrának nevezzük:

1.3.1. Definíció (Reguláris algebra). *Az $\mathcal{A}$ routing algebrát regulárisnak nevezzük, ha*

- Monoton (M): $w_1 \preceq w_1 \bigoplus w_2, \ \forall w_1, w_2 \in W$
- Izotón (I): $w_1 \preceq w_2 \ \Rightarrow \ w_3 \bigoplus w_1 \preceq w_3 \bigoplus w_2, \ \forall w_1, w_2, w_3 \in W$

A monotonitás (M) azt jelenti, hogy egy w_1 súlyú élet, elé illesztve egy w_2 súlyú másik éllel csak kevésbé preferáltabbá teheti: $w_1 \preceq w_2 \bigoplus w_1$. A kommutativitás miatt igaz az él után való illesztésre is: $w_1 \preceq w_1 \bigoplus w_2$. A hagyományos értelemben vett hosszúságot általánosítja ez a tulajdonság, azaz a „a hosszabb út rosszabb”[12].

Az izotonitás (I) azt jelenti, hogy adott $\preceq$ relációban álló éleket ugyanazzal az éllel elölről, vagy hátulról meghosszabbítunk, akkor a relációs viszony nem változik (Az itt leírtak igazak élek helyett utakra is).

A F.2. függelékben megtalálható a routing teljes modellje, melyet a routing algebrák tervezésekor használtak [9]. Ez a modell a lokális memóriaigényre koncentrál, és azt mondja, hogy egy $\mathcal{A}$ routing algebra tömöríthetetlen, ha az $\mathcal{M}_{\mathcal{A}}$ lokális memóriaigény $\Omega(n)$, különben $\mathcal{A}$ tömöríthető. Egy tömöríthetetlen routing algebra nyilván nem skálázódik jól, viszont a tömöríthető algebrák igen. A reguláris algebrák „jól viselkednek”, hisz a monotonitás és izotonitás garantálja, hogy a preferált út megkapható polinom időben az általánosított Dijkstra algoritmussal. Ez lehetővé teszi, hogy legfeljebb $\tilde{O}(n)$ bit információt tároljunk lokálisan, így nem csak az elméletben, hanem a valóságban is használható algebrákat kaphatunk [9, 10].

A teljesség igénye nélkül felsorolok még néhány tulajdonságot [11]:

- *Delimitált (D):* $w_1 \bigoplus w_2 \ \neq \ \phi, \ \forall w_1, w_2 \in W$
- *Szigorúan monoton (SM):* $w_1 \prec w_1 \bigoplus w_2, \ \forall w_1, w_2 \in W$
- *Kiválasztó (S):* $w_1 \bigoplus w_2 \in \{w_1, w_2\}, \ \forall w_1, w_2 \in W$

[12] Pontosabban a hosszabb út nem jobb, mint a rövidebb.

- *Elnyelő (C):* $w_1 \bigoplus w_2 = w_1 \bigoplus w_3, \ \forall w_1, w_2, w_3 \in W$

A fentiek közül talán csak a delimitáltság (D) szorul magyarázatra. Ez a tulajdonság garantálja, hogy az éleket bármilyen önkényesen választott sorrendben is kombinálva járható utat kapunk. Általában az intra-domain[13] routing policy-k rendelkeznek ezzel a tulajdonsággal, de vegyük csak példának a BGP völgymentességét: ha egy csomag a hierarchiában fentebbi AS-től érkezik, akkor azt már csak lefelé mutató, vagy peer kapcsolaton keresztül lehet továbbítani.

1.4. Műveletek routing algebrák között

A routing algebrák megadási módja igen változatos policy-k leírására ad lehetőséget, de - annak érdekében, hogy teljes rendezés lehessen $\preceq$ - mindig csak egy metrika szerint tudunk optimalizálni. Ha szeretnénk több szempontot is figyelembe venni, amire van is példa a routing policy-k között, akkor ezt az algebrák egymásutáni alkalmazásával tudjuk megtenni, így néhány egyszerű policy algebrájával meglepően bonyolult és a valóságot nagyon jól leíró algebrákat tudunk létrehozni [10]. Két ilyen műveletet igen fontos szerepet kap, az egyik a lexikografikus szorzat, ami az összeillesztő-, és a subalgebra, ami a szétválasztó operátor [11].

1.4.1. Definíció ($\mathcal{A} \times \mathcal{B}$). *Legyenek adottak az* $\mathcal{A} = (W_{\mathcal{A}}, \phi_{\mathcal{A}}, \bigoplus_{\mathcal{A}}, \preceq_{\mathcal{A}})$ *és* $\mathcal{B} = (W_{\mathcal{B}}, \phi_{\mathcal{B}}, \bigoplus_{\mathcal{B}}, \preceq_{\mathcal{B}})$ *algebrák. Ekkor az* $\mathcal{A} \times \mathcal{B} = (W, \phi, \bigoplus, \preceq)$ *lexikografikus szorzatuk, ahol*

- $W = W_{\mathcal{A}} \times W_{\mathcal{B}}$, *ill.* $\phi = (\phi_{\mathcal{A}}, \phi_{\mathcal{B}})$
- $(w_1, v_1) \bigoplus (w_2, v_2) = (w_1 \bigoplus_{\mathcal{A}} w_2, v_1 \bigoplus_{\mathcal{B}} v_2), \ \forall w_1, w_1 \in W_{\mathcal{A}}$ *és* $v_1, v_2 \in W_{\mathcal{B}}$
- $(w_1, v_1) \preceq (w_2, v_2) = \begin{cases} v_1 \preceq_{\mathcal{B}} v_2 & \text{ha } w_1 =_{\mathcal{A}} w_2 \\ w_1 \preceq_{\mathcal{A}} w_2 & \text{különben} \end{cases}$

1.4.1. Megjegyzés. *A* ϕ *jól definiált, ha* $\mathcal{A}$ *és* $\mathcal{B}$ *delimitáltak. Egyéb esetben* ϕ *megadása nem magától értetődő.*

1.4.2. Megjegyzés. *A lexikografikus szorzat nem kommutatív:* $\mathcal{A} \times \mathcal{B} \neq \mathcal{B} \times \mathcal{A}$.

A korábban már említett shortest-path és a widest-path policy-k algebráinak lexikografikus szorzata az $\mathcal{SW}$ (shortest-widest - legrövidebb-legszélesebb routing: a legszélesebb útra irányít, ám ha több ilyen is van, akkor azok közül a legrövidebben) és a $\mathcal{WS}$ (widest-shortest - legszélesebb-legrövidebb routing: először a legrövidebb útra irányít, ha több ilyen is van, akkor azok közül a legszélesebben).

A második definiált művelet a subalgebra:

1.4.2. Definíció ($\hat{\mathcal{A}}$). *Adott az* $\mathcal{A} = (W, \phi, \bigoplus, \preceq)$ *algebra és a súlyok egy* $\hat{W} \subseteq W$ *részhalmaza. Az* $\mathcal{A}$ *algebra leszűkítése* $\hat{W}$*-re:* $\hat{\mathcal{A}} = (\hat{W}, \phi, \bigoplus, \preceq)$ *akkor és csak akkor subalgebrája* $\mathcal{A}$*-nak, ha* $\hat{W}$ *zárt* $\bigoplus$*-ra.*

[13] Intra-domain: AS-n belüli.

1.4.1. A műveletek hatása a tulajdonságokra

A routing algebrák kompozíciójaként létrejött új algebrák tulajdonságai levezethetők az alkotó algebrákéból.

A következő tétel mutatja a lexikografikus szorzat hatását a tulajdonságokra:

1.4.1. Tétel (A lexikografikus szorzat hatása az algebrák tulajdonságaira.). .

- $M(\mathcal{A} \times \mathcal{B}) \;\Leftrightarrow\; SM(\mathcal{A}) \bigvee (M(\mathcal{A}) \bigwedge M(\mathcal{B}))$
- $I(\mathcal{A} \times \mathcal{B}) \;\Leftrightarrow\; I(\mathcal{A}) \bigwedge I(\mathcal{B}) \bigwedge (N(\mathcal{A}) \bigvee C(\mathcal{B}))$
- $SM(\mathcal{A} \times \mathcal{B}) \;\Leftrightarrow\; SM(\mathcal{A}) \bigvee (M(\mathcal{A}) \bigwedge SM(\mathcal{B}))$

Az (1.4.1) tétel szerint annak, hogy reguláris algebrákat hozzunk létre, szükséges feltétele, hogy csakis izonton algebrákat használjunk fel, sőt a monotonitás is megkövetelt mindkét tagra vagy az első tag szigorú monotonitása.

1.5. Példák algebrákra és kombinálásukra

A 1.5.1. táblázatban néhány példát látunk a leginkább kutatott intra-domain routing policy-kra az algebráikkal és a legfontosabb tulajdonságaikkal. Az utolsót leszámítva az összes felsorolt algebra delimitált és reguláris (D, M, I).

1.5.1. táblázat. *Routing policy-k, algebráik és fontosabb tulajdonságaik.*

Policy	Algebra	Tulajdonság
Legrövidebb út	$\mathcal{S} = (\mathbb{R}^+, \infty, +, \leq)$	SM, I
Legszélesebb út	$\mathcal{W} = (\mathbb{R}^+, \infty, min, \geq)$	S, I, M
Legmegbízhatóbb út	$\mathcal{R} = ((0,1], 0, *, \geq)$	SM, I
Legszélesebb-legrövidebb út	$\mathcal{WS} = \mathcal{S} \times \mathcal{W}$	SM, I
Legrövidebb-legszélesebb út	$\mathcal{SW} = \mathcal{W} \times \mathcal{S}$	SM, ¬I

A $\mathcal{W}$ a widest-path routing algebrát jelenti [12]. Ennél az algebránál egy él súlya a kapacitása adja, és nyilván egy több élből álló úton az út kapacitása megegyezik az útmenti legkisebb kapacitással. Emellett nyilván minél nagyobb egy út globális kapacitása, annál inkább preferált. A $\mathcal{W}$ algebra kiválasztó is és megadható a $(\mathbb{R}^+, \infty, min, \geq)$ négyessel (az (F.3.1) tétel értelmében pedig tömöríthető is).

A legmegbízhatóbb út algebra ($\mathcal{R}$) úgy értelmezhetjük, hogy az élek súlyát az a valószínűség adja, hogy az adott élen a csomag hibátlanul át tud menni, így nagyobb érték a jobb. Nyilvánvaló, hogy $\mathcal{R}$ tartalmaz egy szigorúan monoton (SM) subalgebrát: ha nem engedjük meg a biztos valószínűséget, akkor minden út biztosan romlik, ha hozzáveszünk egy újabb élet, azaz az értéke csökken, mert egy 1-nél kisebb számmal szorozzuk az eddig súlyt: $\hat{\mathcal{R}} = ((0,1), 0, *, \geq)$.

A legszélesebb-legrövidebb út (widest-shortest path) $\mathcal{WS}$ routing esetén a legrövidebb utak közül a legnagyobb kapacitásút választjuk [13], míg a legrövidebb-legszélesebb út (shortest-widest path) $\mathcal{SW}$ ([12, 14]) routing esetén, éppen fordítva, a legnagyobb kapacitású utak közül a legrövidebbet választjuk. Ezeket az algebrákat megkaphatjuk a $\mathcal{S}$ és a $\mathcal{W}$ algebrák lexikografikus szorzataként [11].

1.5.1. Megjegyzés. *$\mathcal{SW}$ nem izotón. Az (F.3.2) tétel áll a nem izotón algebrákra is, így $\Omega(n)$ bit lokális memóriát igényel a $\mathcal{SW}$ algebra is. Jelenleg még nyitott kérdés, hogy ez a határ szoros-e. Nem tudjuk, hogy van-e jobb megoldás, mint a triviális, azaz hogy minden router tárol egy-egy routing tábla bejegyzést minden forrás-cél párra, ami $O(n^2 logd)$ (d a maximális fokszám) bit per router memóriaigényű.*

1.6. Összefoglaló

Ebben a fejezetben áttekintettem a szakirodalmat, összeszedve a legfontosabb állomásokat. Az 1990-es évek végétől egyre többet foglalkoztak a kutatók a BGP hálózatának feltárásával, amivel el is jutottak addig, hogy van egy viszonylag pontos kép a hálózatról, de arra, hogy miért egy adott policy-t használnak az AS-ek, nem tudnak válaszolni. Rámutattam, hogy az Internet AS-szintű topológiáján kívül, a más tudományterületekről származó problémák útvonalválasztásáról sem tudunk sok mindent és ezért van szükség egy olyan eszközre, ami a policy-feltárás feladatát - általános esetben is - hatékonyan el tudja látni. Ehhez definiáltam a routing algebrát, bemutattam a legfontosabb tulajdonságait és műveleteit, emellett a legszélesebb körben használt policy-k algebráit is ismertettem.

2. fejezet

A hálózatkutatás legfontosabb modelljei

Számos kutatás foglalkozik különböző hálózatokon terjedő információk vizsgálatával. Természetesen minden ilyen modellt le lehet írni az általánosított hálózati modellel, így a meghatározó policy-k azonosítása után vizsgálható az 1. fejezetben bemutatott, vagy azokhoz hasonló algebrákkal. Ebben a fejezetben bemutatom a hálózatkutatás leggyakrabban vizsgált modelljeit, és leírok modellenként néhány policy-t is, ami meghatározó ezekben a hálózatokban.

Az útvonalválasztás szempontjából alapvető különbség van a lokális- és a globális optimalizálás között. Míg globális optimalizálás esetén az egész hálózatot figyelembe véve választjuk meg a legjobb útvonalat, addig lokális optimalizálásnál csak a helyi viszonyok számítanak. Jelenleg a számítógépes hálózatokban a két alapvetően használt policy kategória a „distance-vector"[1] és a „link-state"[2]. A módszerek abban különböznek, hogy a hálózatról milyen információkat gyűjtenek és hogyan, de abban megegyeznek, hogy globális optimumra törekszenek, tehát pl. a legrövidebb utat keresik meg. Ezzel szemben pl. a greedy routing[3] csupán törekszik elérni globális optimumot, ám könnyen elakadhat, ha nem javítunk az alapalgoritmuson [15]. Könnyen belátható, hogy a vírusterjedés-jellegű feladatok lokális optimumra törekszenek, míg az Internetes útvonalválasztás a globálisan optimalizál.

A másik szempont, ami meghatározó, az az, hogy a csomópontok felül tudják-e bírálni a csomagok terjedését abban az értelemben, hogy a küldő eredeti célját meg tudja-e valósítani akkor is, ha az útvonal mentén valamelyik csomópont ezt nem akarja. Feltehetjük-e, hogy a hibamentes csomagtovábbítás elsődleges prioritás minden hálózati csomópontnak (pl. kölcsönös bizalom megteremtése érdekében), vagy az egyes csomópontok viselkedhetnek önkényesen?

Mivel ezen két tulajdonság nem zárja ki egymást, a legtöbbször azzal az esettel állunk

[1] Távolság-vektor módszerek, a Bellman-Ford algoritmusra épül.

[2] Link-állapot módszerek, a Dijkstra algoritmusra épül.

[3] Mohó útvonalválasztás: A lokális helyzet optimumát választja.

szemben, hogy nem tudunk egy problémát egyértelműen karakterizálni.

2.1. Vírusterjedés komplex hálózatokban

A vírusok terjedését és járvánnyá fejlődését sok évtizede vizsgálják. A járványok előrejelzése lehetőséget ad a tudósoknak, hogy megtervezzék a védőoltások ütemezését és az esetleges karanténok felállítását, ami jelentős hatással lehet egy adott betegség halálozási rátájára. A fertőző betegségek modellezése egy olyan eszköz, ami segítséget ad a fertőzés terjedésének vizsgálatához és a jövőbeli járványok elkerüléséhez stratégiákat lehet kidolgozni általa [16].

2.1.1. A vírusterjedés matematikai modellje

A legkorábbi ismert matematikai modell a fertőző betegségek terjedéséről Bernoullitól származik, aki a fekete himlőt vizsgálva megállapította, hogy ha mindenkit beoltanának a betegség ellen, akkor az átlagos életkor 26 év 7 hónapról 29 év 9 hónapra nőne [17].

Bernoulli munkája során természetesen még nem értette annyira a baktériumok és vírusok biológiáját, mint mi. A XX. század első felében Ronald Ross malária kutatásával kezdetét vette a modern elméleti fertőzés kutatás. Ezután nem sokkal, 1927-ben A. G. McKendrick and W. O. Kermack elismert munkája is megjelent, az „A Contribution to the Mathematical Theory of Epidemics”. Ez a determinisztikus modell sikeresen jelezte előre sok fertőző betegség viselkedését.

Amikor nagy populációkat vizsgálunk, a determinisztikus modelleket használjuk, mert egy ilyenben a populáció egyedeit besorolhatjuk alcsoportokba, ami a fertőzés egy specifikus stádiumát jelenti. A fertőzés átterjedése az egyik csoportról a másikra matematikailag a deriválással fejezhető ki, így a modell leírható differenciál egyenletekkel. Ott játszik fontos szerepet a determinisztikusság, hogy egy ilyen modellben feltesszük, hogy egy csoport egyedszáma deriválható az idő szerint, ehhez viszont az kell, hogy a fertőződés kiszámíthatóan (nem véletlenszerűen) terjedjen tovább, más szóval a csoportok egyedszámának változása egyértelműen meghatározható az addigi múltból. Ezen modellek szakirodalmát és terminológiáját áttanulmányozva számos különböző mérőszámot és tulajdonságot találhatunk, de az alapmodell a következő alapvető csoportokat jelöli:

- *S(t)*: A t időpontig meg nem fertőzött egyedek száma, azaz akik még megfertőződhetnek.
- *I(t)*: A t időpontig megfertőzött egyedek száma, azaz akik tovább tudnak fertőzni.
- *R(t)*: A t időpontig megfertőzött, de mégsem I(t)-beli egyedek száma, azaz vagy meggyógyultak, vagy meghaltak. Ezen csoport egyedei már nem tudnak újra megbetegedni, sőt fertőzni sem fertőznek.

Egy egyed az $S(t) \to I(t) \to R(t)$ sorrendben halad a csoportok között. Egy fix méretű populációt feltételezve, $N = S + I + R$, a következő egyenleteket vezethetjük be [18]:

$$\frac{dS}{dt} = -\beta SI \tag{2.1}$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta SI - \gamma I \tag{2.2}$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I \tag{2.3}$$

Ahol β a kapcsolati ráta és $1/\gamma$ az átlagos fertőző periódus.

Néhány feltételezést tettünk az egyenletek felírásához: (1) minden egyedet ugyanakkora valószínűséggel fertőz meg egy β kapcsolati rátájú betegség, így minden fertőzött egyed βN egészséges egyedet fertőz meg egy időegység alatt, illetve az egyedeknek átlagosan S/N megfertőzhető kapcsolata van. Tehát a fertőzési ráta: az új betegek száma $\beta N(S/N)$, azaz amennyivel változik (nyilván csökken) S: $\beta N(S/N)I = \beta SI$.

Ezután érthető a második és harmadik egyenlet: a fertőzöttek száma annyival nő, ahánnyal kevesebb egészséges lesz, illetve annyival fogy, ahány meghal vagy meggyógyul. A γ jelöli az átlagos halálozási/felépülési rátát.

Végül feltesszük, hogy a megfertőződés és a felépülés időben jóval gyorsabb folyamat, mint a születés és halálozás, így ezeket a faktorokat kihagyhatjuk a modellből.

2.1.1. Megjegyzés. *Természetesen számos következő szempontot figyelembe lehet még venni a modell mélyítése érdekében, ilyen pl. az előbb említett születés és halálozás; az $R \to S$ átmenet, azaz a fertőzésből való meggyógyulás után újra meg lehet betegedni; figyelembe lehet venni az ún. lappangási időszakot, bevezetve egy újabb csoportot ($S \to \epsilon \to I \to R$); vagy a veleszületett betegséget is, azaz a fertőzött anyától elkapott betegséget is.*
Jelen dolgozat szempontjából az alap SIR modell megfelelő.

2.1.2. Vírusterjedés, mint útvonalválasztási probléma

A fertőző betegségek terjedése nem látszik útvonalválasztási kérdésnek sőt, semmilyen policy-t nem veszünk észre első ránézésre, ezért talán némi magyarázatot igényel a problémakör vizsgálata. Mivel azonban a diplomadolgozat végső célja rejtett szabályok felismerése előre definiált policy primitívek segítségével tetszőleges hálózatban, így világos, hogy a vírusterjedést sem zárhatom ki a vizsgálatból.

A fejezet bevezetőjében említett két tulajdonság közül az optimalizálás az, ami itt a legfőképp meghatározó. Ha ugyanis nem úgy tekintünk a problémára, mint egy kétszereplős háborúra (emberek a vírus ellen), hanem úgy, mint a kis organizmusok egyéni útvonalválasztására, akkor látható, hogy lokális optimalizálásról van szó, hiszen minden egyes fertőző elem szeretne minél tovább élni újabb és újabb gazdatestet találva magának. Lévén itt nem a tipikus több lépésen keresztüli pont-pont routing van, globális optimalizálási feladat legfeljebb az lehet, hogy minél több csomópont legyen fertőzött. Minden csomópontból arra fertőz tovább a vírus, amerre a legtöbb eséllyel fog továbbélni - ez nyilván függ az adott vírus-egyedtől is -, azaz pl. a leggyengébb immunrendszerű ember felé. Ez alapján két policy-t mutatok be:

- Fertőzési-határ: A vírus-egyed legjobb továbbfertőzési policy-ja.
- Unió-fedés: A globális fertőzés policy-ja.

Fertőzési-határ

A Fertőzési-határ policy alapú útvonalválasztás garantálja a legjobb túlélési esélyt egy vírus-egyed számára. Ennek a policy-nak az algebrája az $\mathcal{F}$ $((0,1],\ 0,\ max,\ \geq)$. Ennél az algebránál az élek súlya (egy (0,1] intervallumbeli valós szám) azt adja meg, hogy azt a csomópontot, ahová vezet, milyen valószínűséggel tudjuk megfertőzni, így nyilván a nagyobb jobb, a 0 pedig azt jelenti, hogy a csomópont $R(t)$-beli, azaz már biztosan nem lehet megfertőzni. Mivel az útvonalválasztás lokálisan optimalizál, ezért két alternatív élet a $\geq$ operátorral tudunk összehasonlítani, illetve a két él összeillesztésére a két él súlyának maximumát vesszük.

Unió-fedés

Az Unió-fedés policy szerinti útvonalválasztás célja, hogy lehetőleg olyan élen menjünk és fertőzzünk tovább, amit még nem használtak. Ennek a policy-nak a számítógépes vírusok tárgyalásánál van nagyobb szerepe, semmint a biológiai fertőzéseknél, hiszen ez alapján - akár már fertőzött gépet is - minden olyan élet saját felügyelet alá vehetünk, amit még nem találtunk meg, így például ügyelhetünk arra, hogy semelyik fertőzött gép ne tudja frissíteni a vírusirtójának a vírusdefiníciód adatbázisát.

Az Unió-fedés policy algebrája az $\mathcal{U}$ $(\mathbb{N},\ \infty,\ f,\ \leq)$. Itt az élsúly egy természetes szám lehet és azt fejezi ki, hogy hányszor használták már fel egy útvonalválasztásban. Mivel a cél az, hogy minél ritkábban (optimálisan soha nem) használt utakat használjunk, a ∞ jelenti az átjárhatatlanságot és a $\leq$ az összehasonlító operátor. A több élből álló út súlyát az f összegző függvény adja:

$$f(e_1, e_2) \;=\; \begin{cases} e_1 + e_2 & \text{ha } e_1 * e_2 \neq 0 \\ 0 & \text{különben} \end{cases}$$

Ezzel garantáljuk, hogy olyan esetben, amikor úgyis mindegy - azaz nincs még fel nem használt él - akkor az élek súlyának összegét vesszük, de amikor van olyan él, amit még nem használtunk, akkor azt biztosan fogjuk használni (hacsak nincs egy másik alternatív 0 súlyú út), hiszen a két élű út súlya 0 lesz.

2.2. Trendterjedés közösségi hálózatokban

A közösségi hálózatok az elmúlt 10 év egyik legmeghatározóbb jelensége, új korszakot nyitott az emberi kapcsolatokban. A kapcsolatháló elemzés a szociometriából indult, de annál bonyolultabb, időben is változó, nagyobb közösségek vizsgálatára alkalmas módszertan. A kapcsolatháló elemzési módszerek alkalmasak egy nagyobb csoport klikkjeinek és alcsoportjainak felrajzolására és megjelenítésére is. A kapcsolathálózati megközelítés kevésbé hangsúlyozza az egyéni cselekvés szerepét a struktúrák létrehozásában, nem az egyéni szándékból, hanem a struktúrák belső feszültségeiből jön létre a cselekvés mozgástere. A struktúra - pl. egy elterjed trend - e szemléletmód számára nem egy közvetlenül megmutatkozó adottság, hanem sokkal inkább a kapcsolatok hálójából bonyolultan kibontható szerveződés.

A hálózati megközelítés előnye, hogy az adott hálózati struktúrákat, közösségeken belül kialakuló attribútumokat dinamikus módon, a változásokon keresztül is képes vizsgálni: a kapcsolatok és a környezet folytonosan változó mozgása mentén. A hálózat elemzéssel komplex módon tudjuk leírni vizsgált közösségi hálózatok működését [19].

A trend- vagy divatterjedés egy szociális hálóban lehetséges, ahol az egyik csomóponttal szimbolizált egyén felvesz egy szokást, elkezd hordani egy bizonyos ruhadarabot (vagy márkát), vagy bármi olyat tesz, amit „az átlag" nem. Ha az ismerősei - a kapcsolati hálóban szomszédos csomópontok - észreveszik ezt az újdonságot és megtetszik nekik is, átveszik az forrástól. A problémakör alapvető kérdése, hogy mi határozza meg, hogy elterjed-e egy trend és divattá válik-e az egész hálózatban, vagy sem. Malcolm T. Gladwell brit-kanadai újságíró, író 2000-ben megjelent könyvében [20] számos példát olvashatunk, hogy egyes szituációkban mikor érkezett el a fordulópont, mikor vált általános divattá valami. Ilyen példa a Hush Puppy cipőgyártó cég, mely egyik pillanatról a másikra a csőd széléről világszerte ismert márkává vált. Gladwell azt állítja, hogy a kulcs az úgynevezett *Összekötőkön* múlik. Egy összekötő tipikusan hatalmas társasági kapcsolatrendszerrel rendelkezik, mely kapcsolatok többnyire gyenge kötelék csupán, emellett több mikrovilágba és szubkultúrába bejáratos. Az ilyen összekötőket kell megnyernie egy terméknek és ennek szinte automatikus következménye, hogy elterjed a termék és divattá válik. Duncan Watts ausztrál fizikus-matematikus-szociológus megkérdőjelezte Gladwell állítását. Szerinte ugyanis nem az a meghatározó, hogy egy divat az összekötőktől indul-e, hanem az, hogy a közösség (akár az egész társadalom, akár csak egy szűkebb baráti kör) készen áll-e az adott divat elterjedésére. Tehát nem a forrás számít és annak befolyása, hanem az, hogy általánosságban a közösség egésze akarja-e a terméket.

2.2.1. Trendterjedés, mint útvonalválasztási probléma

A trendterjedés nagyon hasonlít a vírusterjedésre, hiszen maga a két eredeti modell is szinte egy az egyben megfeleltethető egymásnak. Természetesen a vírusterjedés esetén említett kiegészítéseket nem lehet egy az egyben átültetni és a trendterjedés terminológiájával leírni, de az alapmodell három csoportját (S, I, R) itt is azonosíthatjuk.

Útvonalválasztási szempontból a lényeges különbség, hogy a trendterjedésnél a csomópontoknak van döntő szerepe, nem az éleknek, azaz itt nem közös érdek, hogy egy divat elterjedjen (vagy akar az, hogy ne terjedjen el). Bárki mondhatja azt, hogy neki kifejezetten nem tetszik az elterjedő divat, ezért pl. lebeszéli az ismerőseit róla, vagy csak egyszerűen nem veszi át, így megállítja a terjedést, legalábbis a közvetlen közelében. Nyilvánvaló, hogy - bár az elterjedés kulcsa az, hogy a társadalom készen áll-e - egy *Összekötő* nagyban hozzájárulhat a sikeres terjesztéshez, így preferálhatjuk ezen központi csomópontokat. Emellett az is szempont lehet, hogy nem a csomópontok befolyását vesszük alapul, hanem pusztán a mennyiségüket és egy adott útvonalválasztáskor minél hosszabb útra törekszünk. Alkalmazhatjuk azt a heurisztikát, hogy ha két csomópont közötti élen sok divat terjedt át, akkor ezt az élet érdemes felhasználni, illetve megfordítva, ha egy élen eddig kevés divat terjedt át, akkor valószínűleg nem olyan a két végpont kapcsolata, amin a divatok átterjedhetnek, így érdemes elkerülni az ilyen éleket. Ezek alapján a következő policy-kat definiálom:

- Összekötő-keresés: A nagy súlyú csomópontok felé irányító policy.
- Korai-elfogadó-keresés: A mindent átvevő csomópontok felé irányító policy.

Összekötő-keresés

Ez a policy azon csomópontokat részesíti előnyben, amelyeket a legbefolyásosabbnak ítélünk. A vírus- és trendterjedés hasonlóságából adódóan itt is lokális optimalizálásról beszélhetünk, így mindig azt a szomszédot fogjuk választani, aminek a legnagyobb a fokszáma. Az Összekötő-keresés algebrája a $\mathcal{O}$ $((1, d),\ 0,\ max,\ \geq)$. Az élek súlya: $\forall u, v \in V:\ w(u, v) = max(deg(u), deg(v))$, tehát az összekötött csomópontok fokszámai közül a nagyobb és nyilván a több jobb. Az átjárhatatlanságot a 0 súly jelzi, míg több él súlyát a maximumuk határozza meg.

Korai-elfogadó-keresés

A Korai-elfogadó-keresés policy azon éleket részesíti előnyben, melyeken az eddigi tapasztalat alapján sok divat átterjedt már. Ennek lényege nyilván az, hogy egy ilyen él olyan személyek közötti kapcsolatot jelöl, akik pl. megbíznak a másik ítéletében, vagy az egyikük felnéz a másikra, így átvesz tőle viselkedési formákat. A policy algebrája a $\mathcal{K}$ $(\mathbb{N},\ -1,\ +,\ \geq)$. Az élek súlya azt jelzi, hogy eddig mennyi divat terjedt át rajta, így a több a jobb, és nyilván a -1 súlyú élen nem tudunk átmenni. Több él összeillesztését az élsúlyok összegével súlyozunk.

2.3. Útvonalválasztás az Interneten

A útvonalválasztás kutatói rendszerint informatikai-, vagy számításelméleti szakemberek, ezért a kutatási célok legnagyobb része számítógépes hálózatok útvonalválasztásának vizsgálata, javítása. Ezen a területen általában az Internet gerinchálózatát szokták vizsgálni, hiszen ott jelentkeznek azok a skálázhatósági- és menedzsmentproblémák, amik az Internet 1970-es évekbeli tervezéséből származnak és ami miatt azt mondhatjuk, hogy az Internet hibáinak toldozása-foldozása már nem elég és alapvetően új megoldások szükségesek.

Két alapvetően eltérő koncepció létezik a számítógépes hálózatok útvonalválasztásában, a tapasztalatok alapján előre becsült forgalmi viszonyoknak megfelelő centralizált kialakítás; illetve az aktuális forgalmi helyzet állandó figyelése alapján, az annak legjobban megfelelő irányítás. Legtöbbször az utóbbit valósítják meg, méghozzá elosztott változatban. Az Internet tervezése során több olyan szempontot is figyelembe vettek, melyeket az előző két alfejezetben nem tudunk tárgyalni. Ilyen például a routerekben lévő útvonaltáblák minél kisebb mérete (kisebb tár, olcsóbb és gyorsabban működő csomópont, illetve kisebb routingforgalom), emellett fontos szempont a routingforgalom minimalizálása, a robusztusság (hibás tábla esélyének minimalizálása: „fekete lyuk”, hurok, oszcilláció elkerülése) és végül az optimális útvonalak kijelölése (természetesen az út optimalitása az igénytől függ). Az egyik legfontosabb igény az elosztott működés, a decentralizáltság volt azért, hogy az útvonalválasztást a csomópontok végezzék.

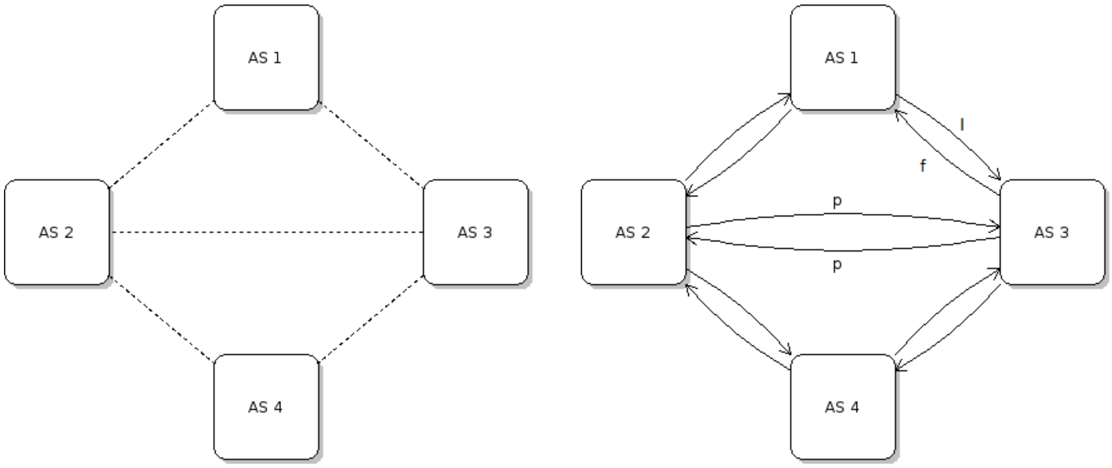
Ahogy fejlődött a világ, újabb feladatok és problémák jelentek meg, amelyet a szakemberek a hálózat tervezésekor még nem láttak előre. Olyan új technológiák jelentek meg, mint a mobiltelefonok és a hordozható számítógépek és velük együtt az igény a mobil routingra, azaz arra, hogy ne csak a számítógép, de az internet hozzáférés is legyen hordozható. Problémát jelent a multicast routing is, amikor egy adott csomagot több címzetthez szeretnénk eljuttatni. Ezen problémák hatékony megoldása kritikus feladat, alapvetően új megoldásokat kívánnak.

Emellett pusztán a hálózat mérete is feszegeti az Internet teljesítőképességének jelenlegi határait. Mára az Internet óriásira nőtt és a 1990-es évek vége óta a mindennapi élet meghatározó részévé vált. 2000 és 2009 között 394 millióról 1,84 milliárd nőtt az Internet kapcsolattal rendelkezők száma[4]. Ma már több, mint 2,4 milliárd[5] felhasználója van az Internetnek, és 2010-ben 12,5 milliárd Internetre csatlakoztatott eszköz volt. Ez azt jelenti, hogy minden élő emberre jutott 1,84 készülék. 2020-ra az Internetre kapcsolt eszközök száma elérheti az 50 milliárdot [21].

[4] Market Information and Statistics, International Telecommunications Union, `http://www.itu.int/ITU-D/ict/statistics/`

[5] 2.405.518.376 - 2012. második negyedév, `http://www.internetworldstats.com/stats.htm` 2014. 05. 09

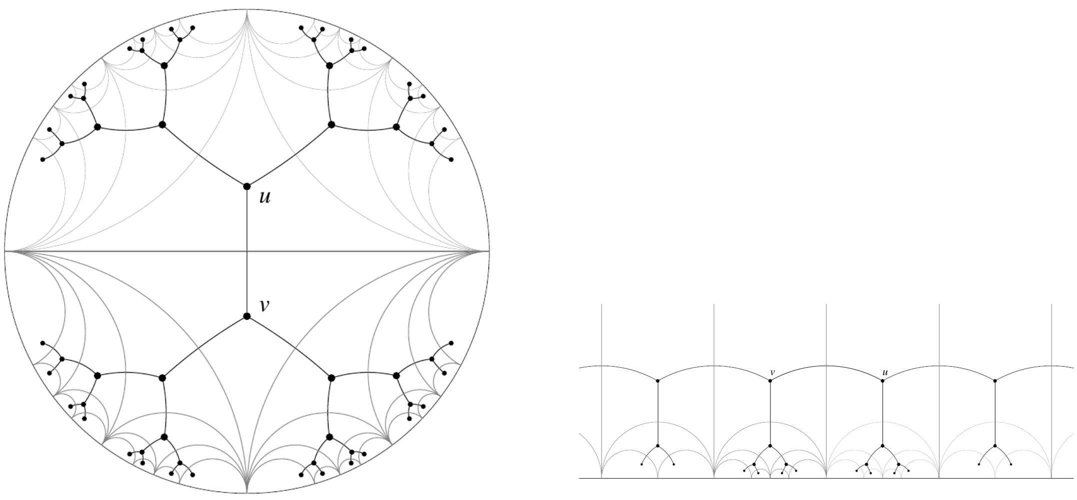
Útvonalválasztási szempontból az Internet routing egy klasszikus feladat, amikor a legszélesebb-, legrövidebb- és legmegbízhatóbb utakat keressük. Ezen policy-k algebráit már bemutattam, megtalálhatók a 1.5.1. táblázatban.



2.1. ábra. *A BGP egyszerűsített képe és a völgymentesség szerinti irányítás.*

Érdemes megvizsgálni a BGP szabályrendszerét: a BGP routing policy-ja többszintű. A legalsó szint, a legalapvetőbb policy a völgymentesség. Ez azt jelenti, hogy az útvonalválasztásnál elsődleges szempont, hogy semelyik AS-nek ne kelljen fizetni olyan forgalomért, ami csak áthalad rajta. Ha a hierarchiában lefelé mutató éleket l-lel, a felfelé mutató éleket f-fel, a peering kapcsolatokat pedig p-vel jelöljük, akkor minden routing során kijelölt útvonal csak a következő alakban írható le: néhány (akár nulla) f él, aztán maximum egy p él, utána pedig néhány (akár nulla) l él.

Emellett, ha felhasználjuk a gráfbeágyazás és kompakt routing eredményeit, akkor egy új távolságfüggvénnyel és a csomópontok koordinátázásával megvalósítható az Internet tartományszintű gráfjában is egy elakadásmentes mohó útvonalválasztás [22].



2.2. ábra. *A hiperbolikus sík Poincaré-féle diszk modellje és a felső félsík modellje [23].*

A $\mathbb{H}$ hiperbolikus síknak többféle szemléltető modellje is van, ám a két legelterjedtebb a felső félsík modell és a Poincaré diszk modell, amiket a 2.2. ábrán láthatunk is. A Poincaré modellben $\mathbb{H}$-t egy egységkörrel reprezentálják: $x^2 + y^2 < 1$, a következő metrikával:

$$ds^2 = \frac{4(dx^2 + dy^2)}{(1 - x^2 - y^2)^2}. \tag{2.4}$$

A felső félsík modellben $\mathbb{H}$-t a $\{\langle x, y\rangle \mid y > 0\}$ ponthalmaz írja le, ahol a metrika:

$$ds^2 = \frac{dx^2 + dy^2}{y^2}. \tag{2.5}$$

Mindkét esetben a $\mathbb{H}$ pontjait komplex számokként kezeljük: $(x, y) \in \mathbb{R}^2 : z = x + yi$. Ezek alapján két új policy-t mutatok be:

- Hiperbolikus-távolság: Az elakadásmentes mohó útvonalválasztás policy-ja.
- Völgymentesség: A BGP alapvető, elsődleges policy-ja.

Hiperbolikus-távolság

A hiperbolikus síkra ágyazott Internet gráf minden pontja egy (x, y) koordinátapárral leírható. A policy algebrája a $\mathcal{H}$ $(\mathbb{R}^+, \infty, f_{\mathbb{H}}, \leq)$, ahol $f_{\mathbb{H}}$ egy viszonylag bonyolult függvény, definiálásához szükséges lenne több, itt nem részletezett ismeret a hiperbolikus geometria témaköréből (bővebben ld. [24] 2. fejezetét).

Völgymentesség

A völgymentesség policy-nak az algebrája a $\mathcal{V}$ $(\{f, l, p\}, \phi, \bigoplus_{\mathcal{V}}, \preceq)$, ahol a $\bigoplus_{\mathcal{V}}$ a 2.3.1. táblázat szerinti[6]. Az előbbi szabály másik megfogalmazásban azt jelenti, hogy sem l-t, sem p-t nem követhet sem p, sem f.

2.3.1. táblázat. *A $\bigoplus_{\mathcal{V}}$ [8].*

$\bigoplus$	f	l	p
f	f	l	p
l	ϕ	l	ϕ
p	ϕ	p	ϕ

[6] Egy adott súlyú (típusú) úthoz hozzá akarnánk venni egy élet, akkor az út milyen súlyúvá (típusúvá) válna.

2.4. Összefoglaló

Ebben a fejezetben megvizsgáltam a hálózatkutatás szempontjából alapvető modelleket, melyeket a lokális- vagy globális optimalizálás és a közös- vagy egyéni érdekek követése tulajdonságok alapján karakterizáltam. Bemutattam a fertőző betegségek vizsgálatára használt matematikai modellt, megvizsgáltam a témakör útvonalválasztási kérdéseit és kijelöltem a két, a problémakört jól jellemző policy-t: a Fertőzési-határ és az Unió-fedés policy-ket, illetve ezek algebráit: $\mathcal{F} = ((0, 1],\ 0,\ max,\ \geq)$ és $\mathcal{U} = (\mathbb{N},\ \infty,\ f,\ \leq)$.

Rávilágított a trend- és a vírusterjedés hasonlóságaira és különbségeire útvonalválasztási szempontból és definiáltam két policy-t, a Összekötő-keresés-t és a Korai-elfogadó-keresés-t. Ezen policy-k algebrái: $\mathcal{O} = ((1, d),\ 0,\ max,\ \geq)$ és $\mathcal{K} = (\mathbb{N},\ -1,\ +,\ \geq)$.

Végül megvizsgáltam a már ismertetett policy-kon (ld. 1.5. alfejezet) kívül az Internet tartományszintű gráfjának az alapszabályát, a Völgymentességet, illetve felvázoltam a hiperbolikus térbe ágyazás - általa pedig az elakadásmentes mohó útvonalválasztás - lehetőségét: $\mathcal{V} = (\{f,\ l,\ p\}, \phi, \bigoplus_{\mathcal{V}}, \preceq)$ és $\mathcal{H} = (\mathbb{R}^+,\ \infty,\ f_{\mathbb{H}},\ \leq)$.

3. fejezet

Tervek továbbfejlesztésre, a munka folytatása

A 2. fejezetben definiált algebrák modellezése után valós hálózatokon vizsgálhatjuk a viselkedésük, hogy hogyan alakítanak ki utakat. Ezután tetszőleges algebrák lexikografikus szorzatát is szimulálhatjuk, így még pontosabb és változatosabb modellt kapunk.

3.1. Valós hálózatok vizsgálata

A valós hálózatokon kialakult útvonalak és a policy primitívek által meghatározott útvonalak összehasonlítására több megoldás is létezik, ugyanakkor mivel még nem szimuláltam, nem tudom, hogy melyik összehasonlítási folyamat lesz a legkifejezőbb.

Egyik ilyen összehasonlítási lehetőség, hogy minden forrás-cél párra megvizsgálom, hogy a valós és a szimulált út mennyire hasonlít a lépésszám és az érintett köztes csomópontok alapján, illetve az adott p. primitív út nevezhető-e jobbnak az adott problémakörben, esetleg egy alternatív útnak, vagy akár rosszabb-e, mint az eredeti útvonal.

Emellett a hálózatok egészét is összehasonlítom statisztikai módszerekkel: fokszámeloszlás, élek száma, összefüggőség. Ezzel feltárhatók az olyan változások, melyek a pont-pont kapcsolatok vizsgálata során nem vettünk észre, pl. lehetséges, hogy a valóságban skálafüggetlen hálózatnak a fokszámeloszlása a szimuláció során már sokkal kiegyensúlyozottabb lesz. Az Internet tervezésekor fontos szempont volt a robusztusság, amit a gráf pont- ill. él-összefüggőségével tudunk mérni, nyilván egy olyan hálózat, amiben a routing táblák mérete kicsi, de nagy a szétszakadás veszélye, nem jobb, mint az eredeti, valós hálózat, sőt ez egy indok is lehet, hogy miért éppen azokat a szabályokat használták az AS-k, amiket titkolnak a nyilvánosság elől.

4. fejezet

Összefoglalás

A munka első felét elvégeztem, áttekintettem a hálózatkutatás eredményeit, különös tekintettel az útvonalválasztás matematikai kérdésére.

Az 1. fejezetben áttekintettem a szakirodalmat, összeszedve a legfontosabb állomásokat. Rámutattam, hogy az Internet AS-szintű topológiáján kívül, a más tudományterületekről származó problémák útvonalválasztásáról sem tudunk sok mindent és ezért szükséges egy olyan eszköz, ami a policy-feltárás feladatát - általános esetben is - hatékonyan el tudja látni. Ehhez definiáltam a *routing algebrát*, bemutattam a legfontosabb tulajdonságait és műveleteit, emellett a legszélesebb körben használt policy-k algebráit is ismertettem.

A 2. fejezetben megvizsgáltam a hálózatkutatás szempontjából alapvető modelleket, melyeket a lokális- vagy globális optimalizálás és a közös- vagy egyéni érdekek követése tulajdonságok alapján karakterizáltam. Bemutattam a fertőző betegségek vizsgálatára használt matematikai modellt, megvizsgáltam a témakör útvonalválasztási kérdéseit és kijelöltem a két, a problémakört jól jellemző policy-t. Emellett rávilágított a trend- és a vírusterjedés útvonalválasztási szempontbeli hasonlóságaira és különbségeire és definiáltam két új trendterjedési policy-t.

Végül megvizsgáltam a már ismertetett policy-kon (ld. 1.5. alfejezet) kívül az Internet tartományszintű gráfjának az alapszabályát, a völgymentességet, illetve felvázoltam a hiperbolikus térbe ágyazás - általa pedig az elakadásmentes mohó útvonalválasztás - lehetőségét.

Irodalomjegyzék

[1] Duncan J. Watts, *Networks, Dynamics, and the Small-World Phenomenom.* American Journal of Sociology, Volume 105, Issue 2, 493-527. oldal, 1999.

[2] Döbrei G., *Nagyméretű hálózatok evolúciója - Trendterjedés vizsgálata szimulációs eszközökkel.* Beszámoló, BME TMIT, Hálózatok és szolgáltatások, Önálló laboratórium 1., 2013.

[3] Ramesh Govindan, Hongsuda Tangmunarunkit, *Heuristics for Internet Map Discovery.* INFOCOM 2000. Nineteenth Annual Joint Conference of the IEEE Computer and Communications Societies. Proceedings. IEEE Volume 3, 1371-1380. oldal, 2000.

[4] Hyunseok Chang, Sugih Jamin, Walter Willinger, *Inferring AS-level Internet Topology from Router-Level Path Traces.* In Proceedings of SPIE ITCom 2001, 2001.

[5] Feng Wang, *On Inferring and Characterizing Internet Routing Policies.* Proceeding IMC '03 Proceedings of the 3rd ACM SIGCOMM conference on Internet measurement, 15-26. oldal, 2003.

[6] Hongsuda Tangmunarunkit, Ramesh Govindan, Scott Shenker, Deborah Estrin, *The Impact of Routing Policy on Internet Paths.* INFOCOM 2001. Twentieth Annual Joint Conference of the IEEE Computer and Communications Societies. Proceedings. IEEE Volume 2, 736-742. oldal, 2001.

[7] J. L. Sobrinho, *Algebra and Algorithms for QoS Path Computation and hop-by-hop Routing in the Internet.* IEEE/ACM Transactions on Networking (TON), Volume 10., Issue 4, 541-550. oldal, 2002.

[8] Rétvári G., Gulyás A., Heszberger Z., Csernai M., Biró J., *Compact Policy Routing.* Proceedings of the ACM Principles of Distributed Computing, 2011.

[9] J. L. Sobrinho, *Network routing with path vector protocols: theory and applications.* In SIGCOMM '03, 49-60. oldal, 2003.

[10] T. Griffin, J. L. Sobrinho, *Metarouting.* SIGCOMM '05, 1-12. oldal, 2005.

[11] A. Gurney, T. Griffin, *Lexicographic products in metarouting.* In Network Protocols, IEEE International Conference on, 113-122. oldal, 2007.

[12] Zheng Wang, Jon Crowcroft, *Quality-of-service routing for supporting multimedia applications*. IEEE Journal of Selected Areas in Communications, Volume 14, Issue 7, 1228-1234. oldal, 1996.

[13] G. Apostolopoulos, R. Guerin, S. Kamat, S. K. Tripathi, *Quality of service based routing: A performance perspective*. In SIGCOMM, 17-28. oldal, 1998.

[14] Qingming Ma, P. Steenkiste, *On path selection for traffic with bandwidth guarantees*. In Proceedings of the 1997 International Conference on Network Protocols (ICNP '97), 191. oldal, 1997.

[15] P. Bose, P. Morin, I. Stojmenovic és J. Urrutia, *Routing with Guaranteed Delivery in Ad-hoc Wireless Networks*. Wireless Networks, Volume 7, Issue 6, 609-616. oldal, 2001.

[16] D. J. Daley, J. Gani, *Epidemic Modelling: An Introduction*. Cambridge University Press, 2005.

[17] D. Bernoulli and S. Blower, *An attempt at a new analysis of the mortality caused by smallpox and of the advantages of inoculation to prevent it*. Reviews in Medical Virology, Volume 14, Issue 5, 275-288. oldal, 2004.

[18] W. O. Kermack, A. G. McKendrick, *Contributions to the mathematical theory of epidemics*. Bulletin of Mathematical Biology, Volume 53, Issue 1, 33-55. oldal, 1927.

[19] Csaba Z. L., Pál J., *Az utálat és az iskolai agresszió empirikus hálózatelemzése*. VII. HUNNET konferencia, Budapesti Corvinus Egyetem, 2010.

[20] M. Gladwell, *Fordulópont: Ahol a kis különbségekből nagy változás lesz*. HVG Kiadói Rt., 2007, ISBN: 9789639686007.

[21] D. Evans, *The Internet of Things - How the Next Evolution of the Internet Is Changing Everything*. Cisco Internet Business Solutions Group (IBSG), 2011.

[22] Döbrei G., *Gráf-beágyazási technikák kommunikációs hálózatokban*. BSc szakdolgozat, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Távközlési és Médiainformatikai Tanszék, 2012.

[23] R. Kleinberg, *Geographic Routing Using Hyperbolic Space*. INFOCOM 2007. 26th IEEE International Conference on Computer Communications. IEEE, 1902-1909. oldal, 2007.

[24] W. P. Thurston, *Three-Dimensional Geometry and Topology*. Princeton University Press, 1997.

Függelék

F.1. Számításelméleti alapok

F.1.1. Definíció (O, Ω, Θ). $f, g : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$

- Ordó: $f(n) = O(g(n)),\ ha\ \exists c > 0,\ n_0 > 0 :\ |f(n)| \leq c|g(n)|,\ \forall n > n_0.$
- Omega: $f(n) = \Omega(g(n)),\ ha\ \exists c > 0,\ n_0 > 0 :\ |f(n)| \geq c|g(n)|,\ \forall n > n_0$
- Teta: $f(n) = \Theta(g(n)),\ ha\ f(n) = O(g(n))\ és\ f(n) = \Omega(g(n)),\ azaz\ \exists c_1, c_2 > 0,\ n_0 > 0 :\ c_1|g(n)| \leq |f(n)| \leq c_2|g(n)|,\ \forall n > n_0$

F.1.1. Megjegyzés. *A nagy ordós jelölésből szokás kihagyni a logn-es szorzót, minthogy egy decimális számot mindenképpen át kell konvertálni logn bitre, így egy algoritmus lépésszámánál vagy (lokális/globális) memóriaigénynél biztosan nem tudjuk megspórolni:* $\tilde{O}(n) = O(nlogn)$.

F.2. Az útvonalválasztás teljes modellje

Ahhoz, hogy felépíthessük a routing teljes modelljét, a routing algebrákon (1.2. rész) kívül egy routing függvényre van szükség. Ebben a modellben a csomagok (ahogyan a valóságban is) hasznos teherből (payload) és egy header-ből állnak. Ha adott az $\mathcal{A}$ routing algebra és a G gráf, akkor a policy routing függvény az $R :\ \mathbb{N} \times \mathbb{N} \ \mapsto\ \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ leképezés, a csúcsok $L_V :\ V\ \mapsto\ \mathbb{N}$ címkézésével és az élek $L_E :\ E\ \mapsto\ \mathbb{N}$ címkézésével, a következőképpen: minden $s,\ t$ pontpárra egymás után alkalmazva R-t:

$$(h_{i+1},\ l_{i+1})\ =\ R(v_i,\ h_i),\ \forall i\ =\ 1, ..., k-1$$

megadja a preferált $p^*_{st}\ =\ (s =)v_1, v_2, ..., v_k(= t)$ utat $\mathcal{A}$ szerint a megfelelő $l_{i+1}\ =\ (v_i, v_{i+1})$ él-címkékkel, ahol h_1 egy alkalmas kezdő header. Azt mondjuk, hogy R megvalósítja az $\mathcal{A}$ policy-t G-n. Még néhány óvintézkedést meg kell tennünk, hogy a címkékkel nehogy több routing információt kelljen kódolni a szükségesnél, azaz $clogn$[1], valamilyen alkalmas c konstanssal.

Ezek alapján tehát a routing a következő képpen történik: Ha egy u csomópont kap egy üzenetet h header-rel, akkor egyszerűen kiszámolja az $R_u(h)$ lokális routing függvény értékét: $R_u(h)\ =\ R(u, h)$, hogy megkapja az új header-t, h'-t és a kimenő portot, l-t. Ezután

[1] Ez a címek kódolásához szükséges információ.

u beállítja a csomag header-jének h'-t és továbbküldi l-en keresztül. A routing függvénnyel már könnyen megadható egy hálózat minden csomópontjának a lokális memóriaigénye ahhoz, hogy egy adott routing policy-t valósítson meg:

F.2.1. Definíció (Routing policy megvalósításához szükséges lokális memória). *Az $\mathcal{A}$ routing policy megvalósításához szükséges $\mathcal{M}_\mathcal{A}$ lokális memória:*

$$\mathcal{M}_\mathcal{A} \;=\; \max_{G \in \mathcal{G}_n} \min_{R \in \mathcal{R}} \max_{u \in V} \mathcal{M}_\mathcal{A}(R, u),$$

ahol $\mathcal{M}_\mathcal{A}(R, u)$ az R_u lokális routing függyvény kódolásához szükségés bitek minimális száma, $\mathcal{R}$ azon policy routing függvények halmaza, melyek megvalósítják $\mathcal{A}$ policy-t valamely G gráfon, és $\mathcal{G}_n$ az összes n csúcsú gráfok halmaza.

F.3. Tételek a routing algebrák témakörében

F.3.1. Tétel. *Ha $\mathcal{A}$ algebra kiválasztó (S) és monoton (M), akkor tömöríthető.*

F.3.2. Tétel. *Ha $\mathcal{A}$ algebra szigorúan monoton (SM), akkor nem tömöríthető.*

Ennél egy általánosabb tétel, aminek következménye az előző tétel:

F.3.3. Tétel. *Ha $\mathcal{A}$ algebra tartalmaz egy delimitált (D), szigorúan monoton (SM) subalgebrát, akkor $\mathcal{A}$ nem tömöríthető.*