Percursos em Árvores Binárias

Estrutura de Dados — QXD0010

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ

CAMPUS QUIXADÁ

Prof. Atílio Gomes Luiz

gomes.atilio@ufc.br

Universidade Federal do Ceará

1º semestre/2021

Introdução

Percursos em Árvores Binárias

- Muitas operações em árvores binárias envolvem o percurso de todas as subárvores, com execução de alguma ação de tratamento em cada nó.

Percursos em Árvores Binárias

- Muitas operações em árvores binárias envolvem o percurso de todas as subárvores, com execução de alguma ação de tratamento em cada nó.

- É comum percorrer uma árvore em uma das seguintes ordens:
  - pré-ordem:
    - trata raiz, percorre `r->esq`, percorre `r->dir`

Percursos em Árvores Binárias

- Muitas operações em árvores binárias envolvem o percurso de todas as subárvores, com execução de alguma ação de tratamento em cada nó.

- É comum percorrer uma árvore em uma das seguintes ordens:
  - pré-ordem:
    - trata raiz, percorre `r->esq`, percorre `r->dir`
  - ordem simétrica:
    - percorre `r->esq`, trata raiz, percorre `r->dir`

Percursos em Árvores Binárias

- Muitas operações em árvores binárias envolvem o percurso de todas as subárvores, com execução de alguma ação de tratamento em cada nó.

- É comum percorrer uma árvore em uma das seguintes ordens:
  - pré-ordem:
    - trata raiz, percorre `r->esq`, percorre `r->dir`
  - ordem simétrica:
    - percorre `r->esq`, trata raiz, percorre `r->dir`
  - pós-ordem:
    - percorre `r->esq`, percorre `r->dir`, trata raiz

Percorrendo os nós — Pré-ordem

A pré-ordem

Percorrendo os nós — Pré-ordem

A pré-ordem

- primeiro visita (processa) a raiz

Percorrendo os nós — Pré-ordem

A pré-ordem

- primeiro visita (processa) a raiz
- depois a subárvore esquerda

Percorrendo os nós — Pré-ordem

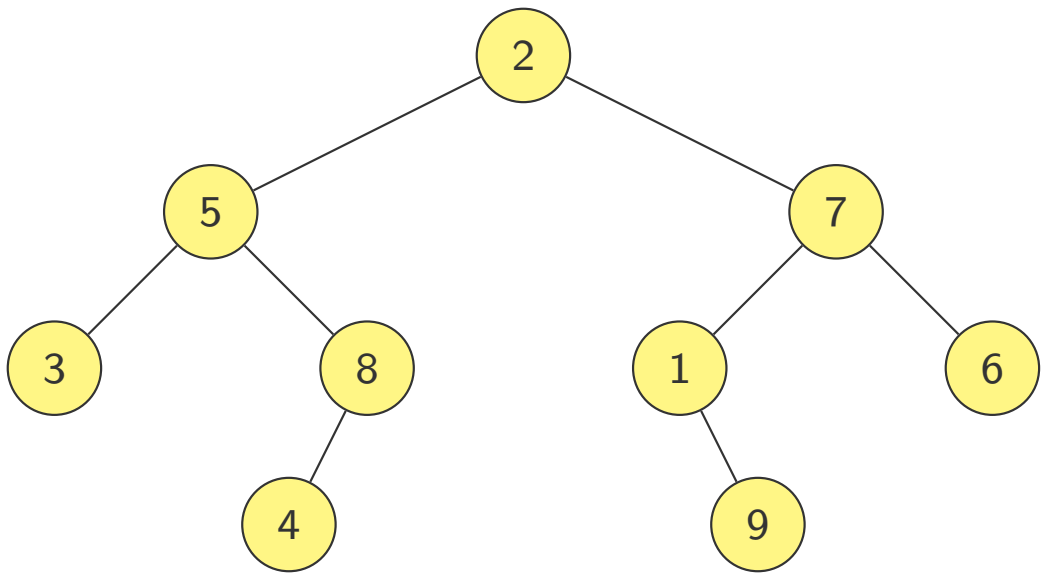
A pré-ordem

- primeiro visita (processa) a raiz
- depois a subárvore esquerda
- depois a subárvore direita

Percorrendo os nós — Pré-ordem

A pré-ordem

- primeiro visita (processa) a raiz
- depois a subárvore esquerda
- depois a subárvore direita

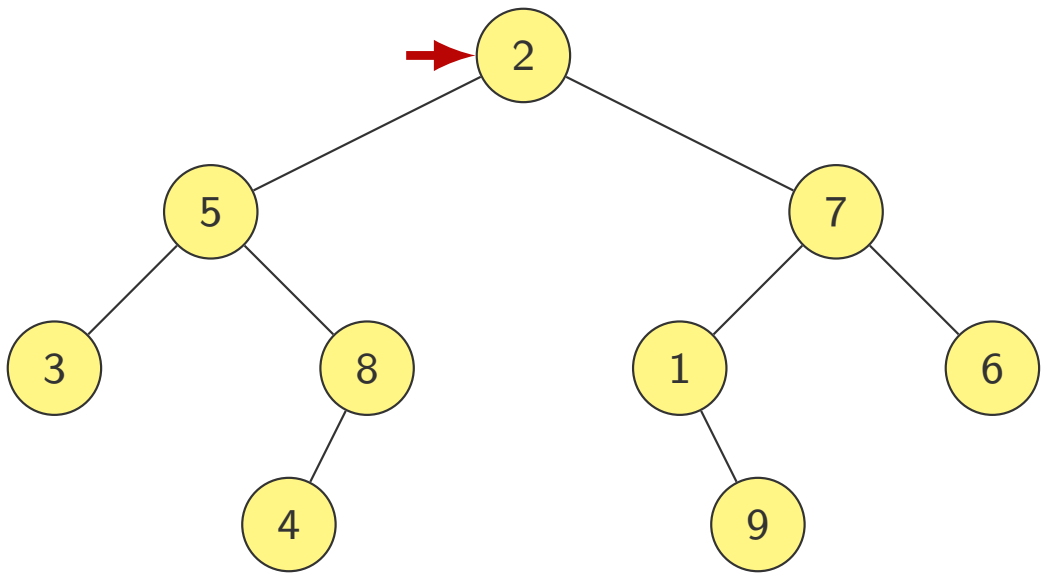


Ex:

Percorrendo os nós — Pré-ordem

A pré-ordem

- primeiro visita (processa) a raiz
- depois a subárvore esquerda
- depois a subárvore direita



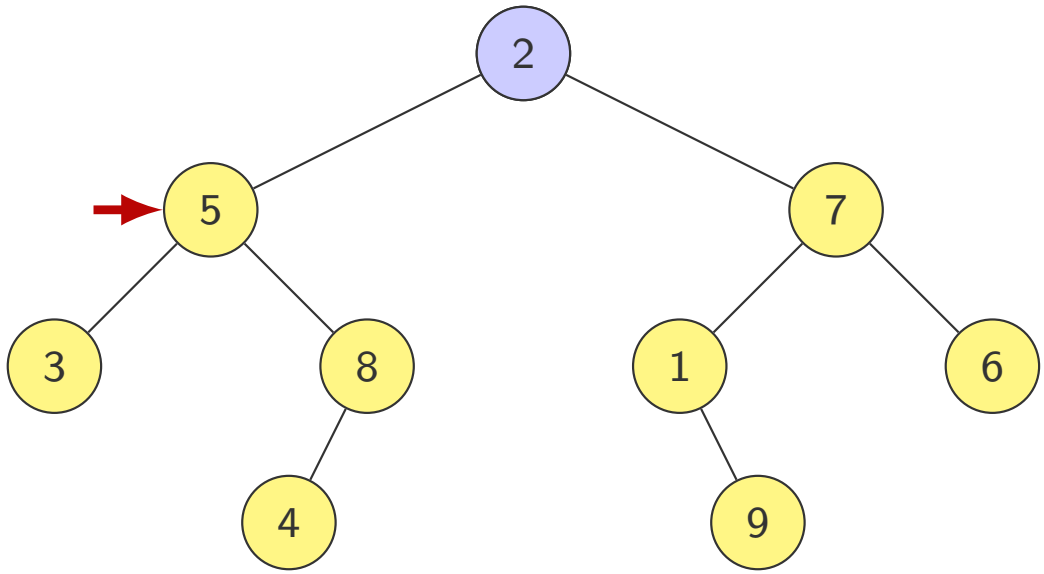
Ex:

Percorrendo os nós — Pré-ordem

Universidade Federal do Ceará
Campus Quixadá

A pré-ordem

- primeiro visita (processa) a raiz
- depois a subárvore esquerda
- depois a subárvore direita



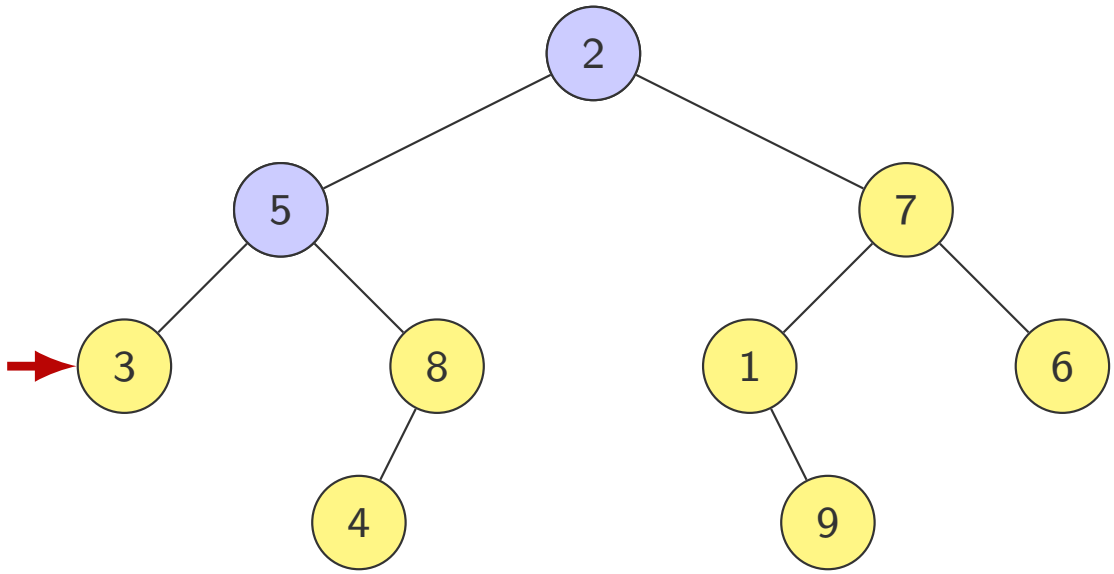
Ex: 2,

Percorrendo os nós — Pré-ordem

Universidade Federal do Ceará
Campus Quixadá

A pré-ordem

- primeiro visita (processa) a raiz
- depois a subárvore esquerda
- depois a subárvore direita



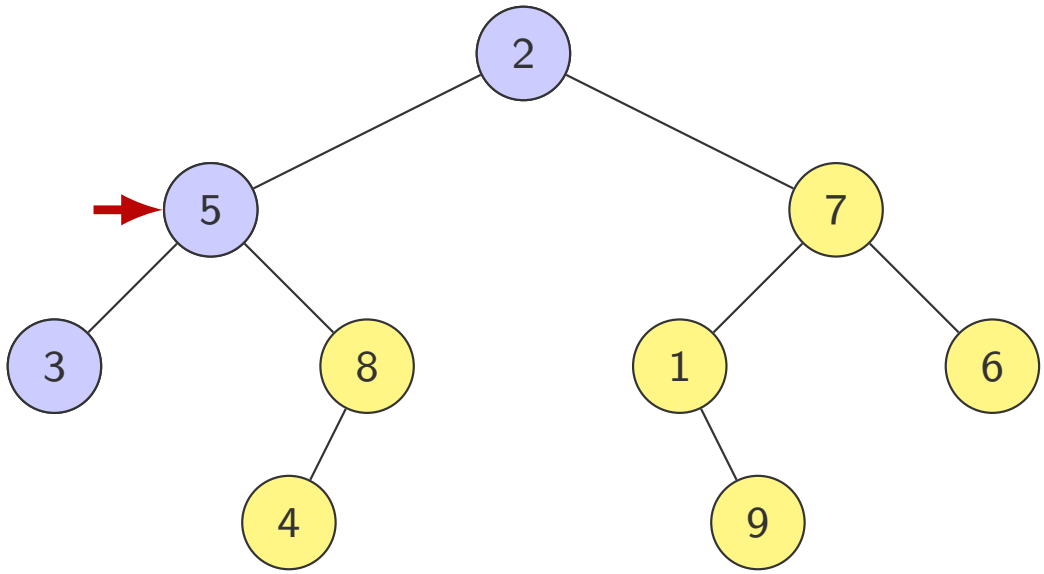
Ex: 2, 5,

Percorrendo os nós — Pré-ordem

Universidade Federal do Ceará
Campus Quixadá

A pré-ordem

- primeiro visita (processa) a raiz
- depois a subárvore esquerda
- depois a subárvore direita

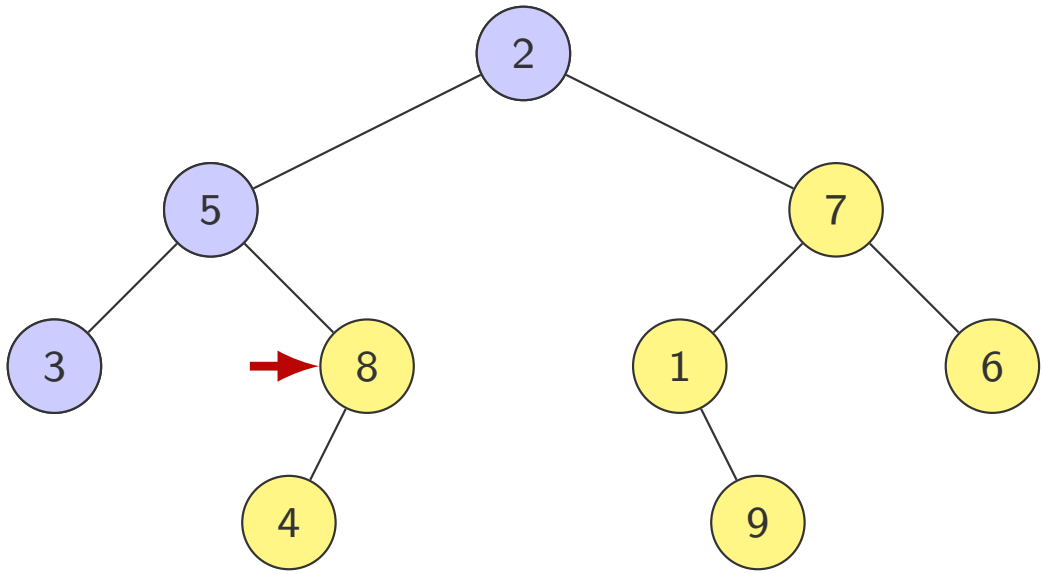


Ex: 2, 5, 3,

Percorrendo os nós — Pré-ordem

A pré-ordem

- primeiro visita (processa) a raiz
- depois a subárvore esquerda
- depois a subárvore direita



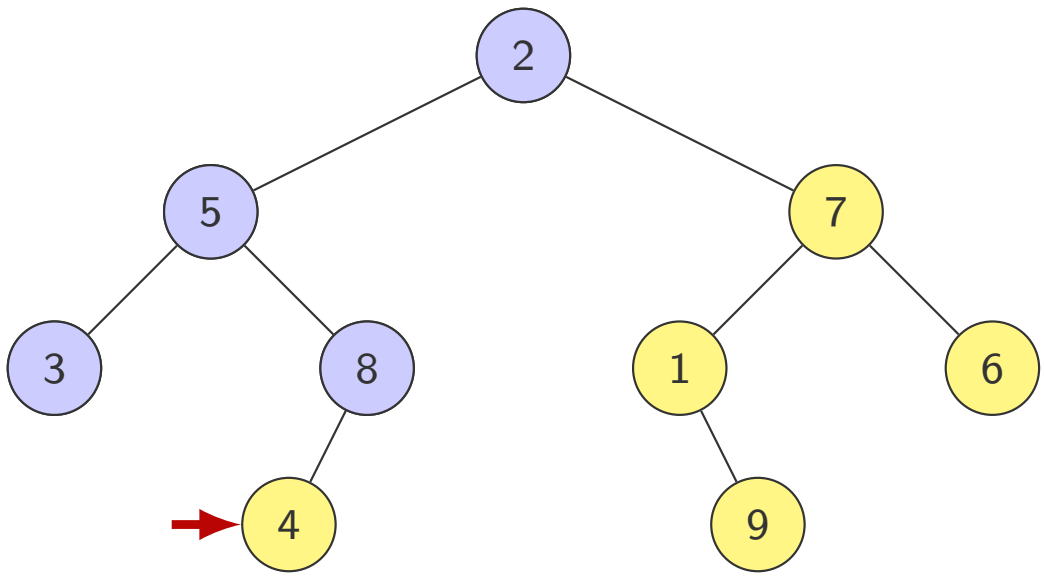
Ex: 2, 5, 3,

Percorrendo os nós — Pré-ordem

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

A pré-ordem

- primeiro visita (processa) a raiz
- depois a subárvore esquerda
- depois a subárvore direita

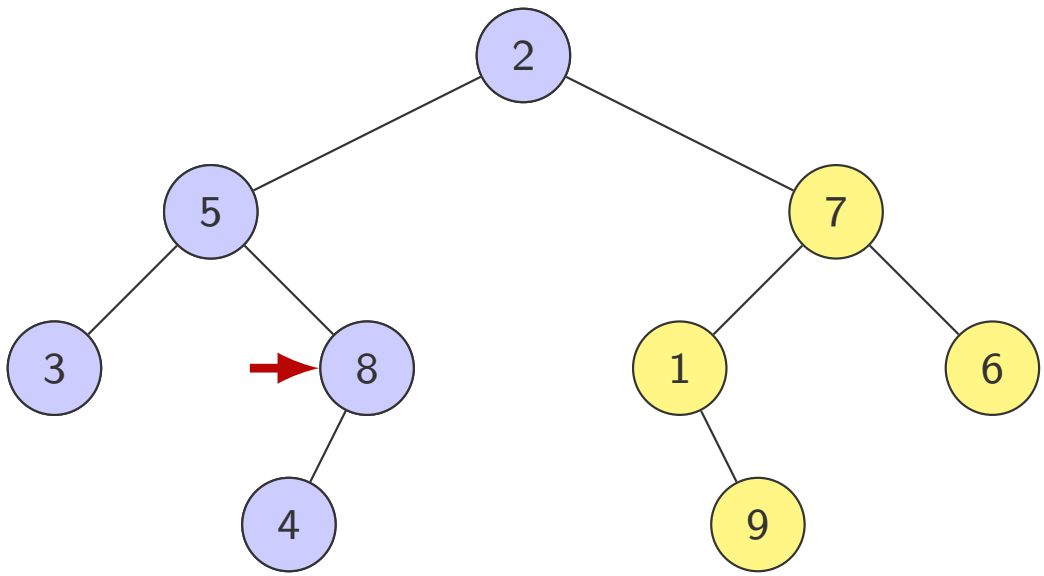


Ex: 2, 5, 3, 8,

Percorrendo os nós — Pré-ordem

A pré-ordem

- primeiro visita (processa) a raiz
- depois a subárvore esquerda
- depois a subárvore direita

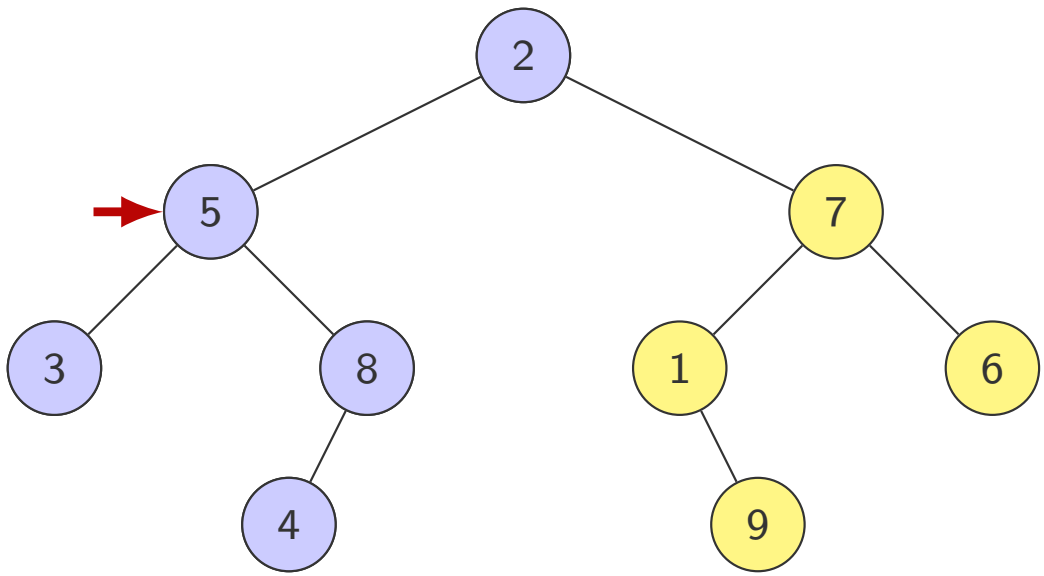


Ex: 2, 5, 3, 8, 4,

Percorrendo os nós — Pré-ordem

A pré-ordem

- primeiro visita (processa) a raiz
- depois a subárvore esquerda
- depois a subárvore direita

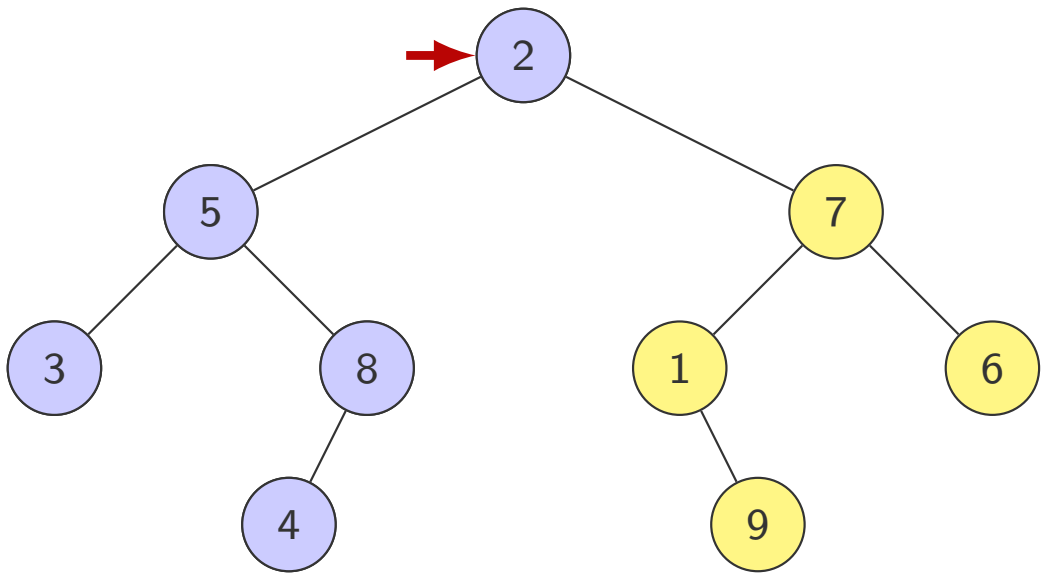


Ex: 2, 5, 3, 8, 4,

Percorrendo os nós — Pré-ordem

A pré-ordem

- primeiro visita (processa) a raiz
- depois a subárvore esquerda
- depois a subárvore direita

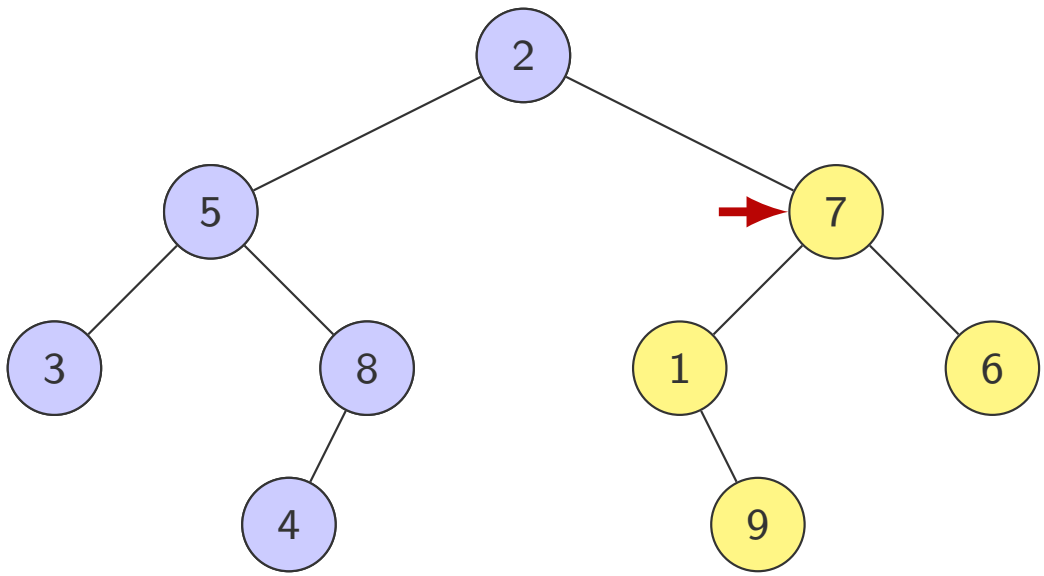


Ex: 2, 5, 3, 8, 4,

Percorrendo os nós — Pré-ordem

A pré-ordem

- primeiro visita (processa) a raiz
- depois a subárvore esquerda
- depois a subárvore direita

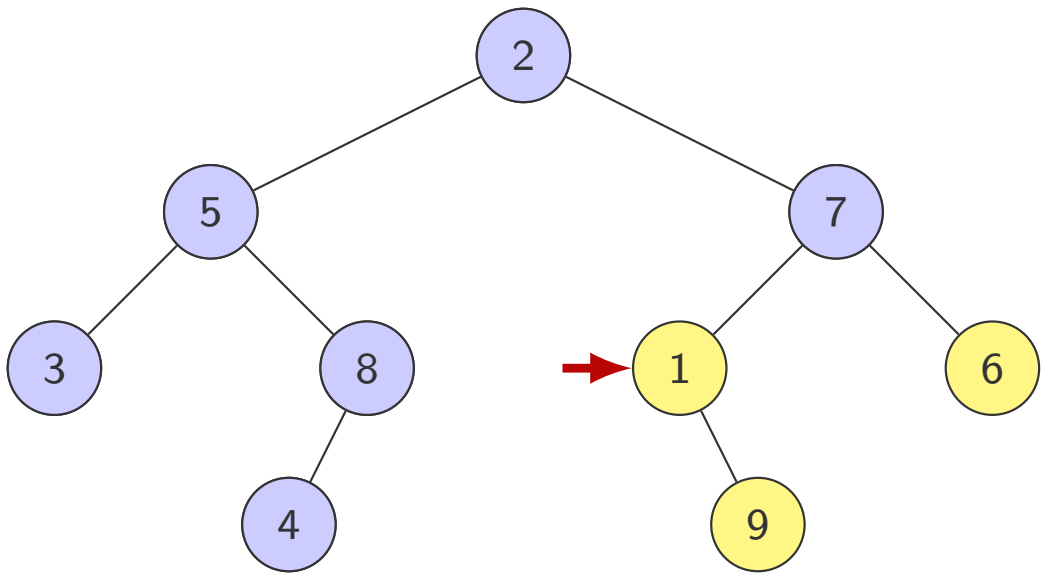


Ex: 2, 5, 3, 8, 4,

Percorrendo os nós — Pré-ordem

A pré-ordem

- primeiro visita (processa) a raiz
- depois a subárvore esquerda
- depois a subárvore direita

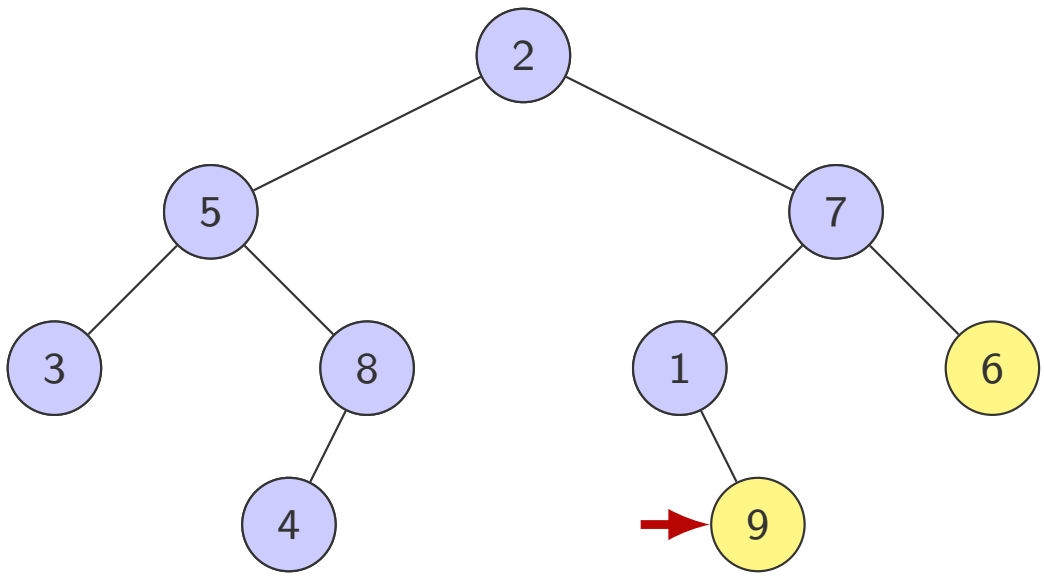


Ex: 2, 5, 3, 8, 4, 7,

Percorrendo os nós — Pré-ordem

A pré-ordem

- primeiro visita (processa) a raiz
- depois a subárvore esquerda
- depois a subárvore direita



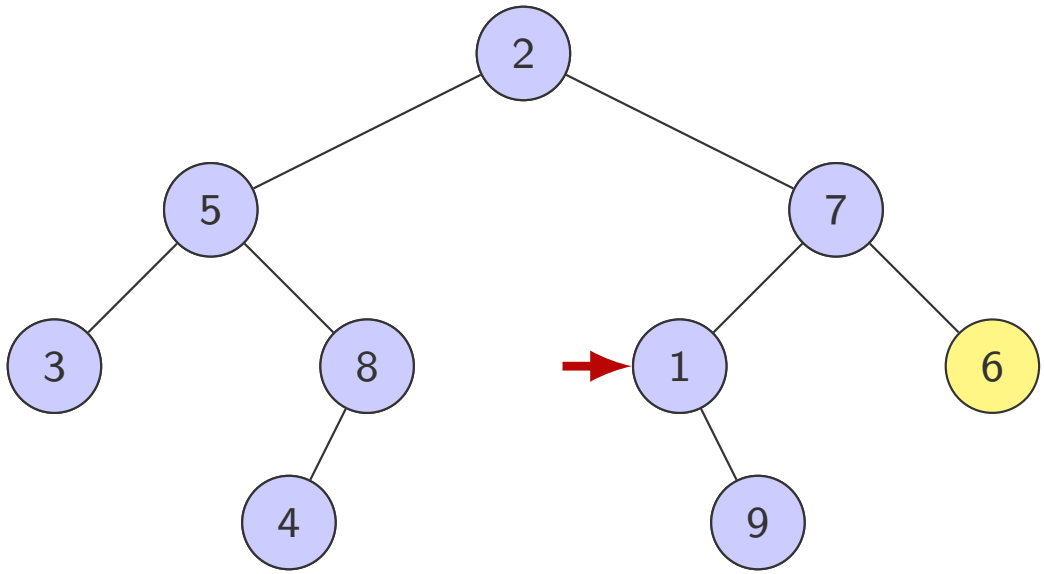
Ex: 2, 5, 3, 8, 4, 7, 1,

Percorrendo os nós — Pré-ordem

Universidade Federal do Ceará
Campus Quixadá

A pré-ordem

- primeiro visita (processa) a raiz
- depois a subárvore esquerda
- depois a subárvore direita



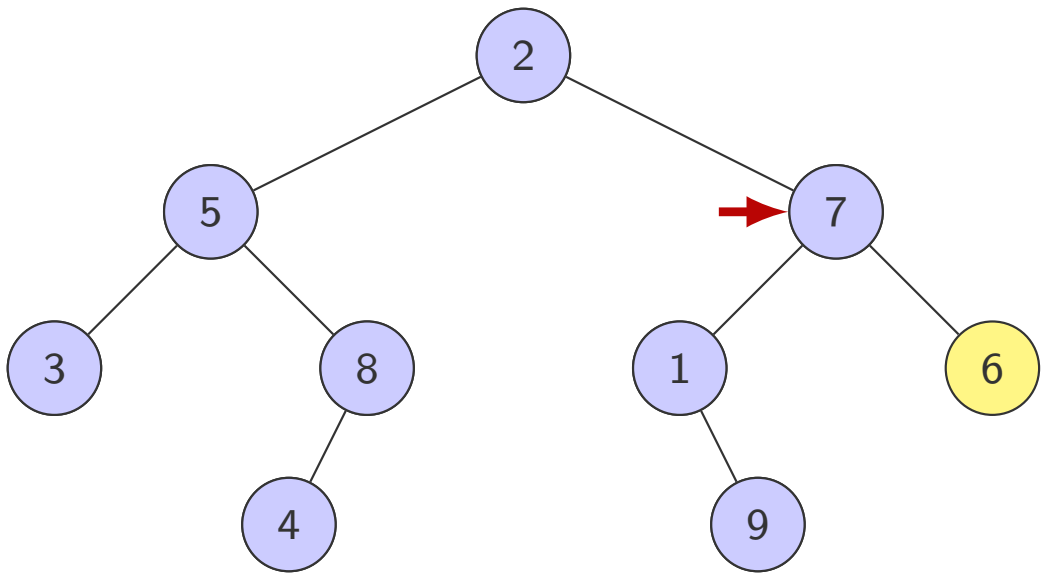
Ex: 2, 5, 3, 8, 4, 7, 1, 9,

Percorrendo os nós — Pré-ordem

Universidade Federal do Ceará
Campus Quixadá

A pré-ordem

- primeiro visita (processa) a raiz
- depois a subárvore esquerda
- depois a subárvore direita

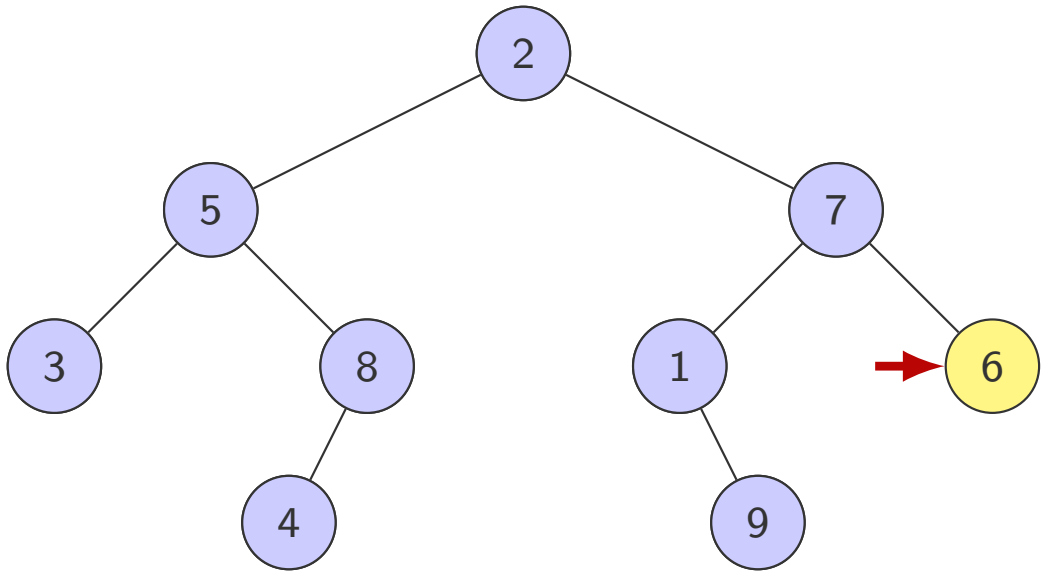


Ex: 2, 5, 3, 8, 4, 7, 1, 9,

Percorrendo os nós — Pré-ordem

A pré-ordem

- primeiro visita (processa) a raiz
- depois a subárvore esquerda
- depois a subárvore direita

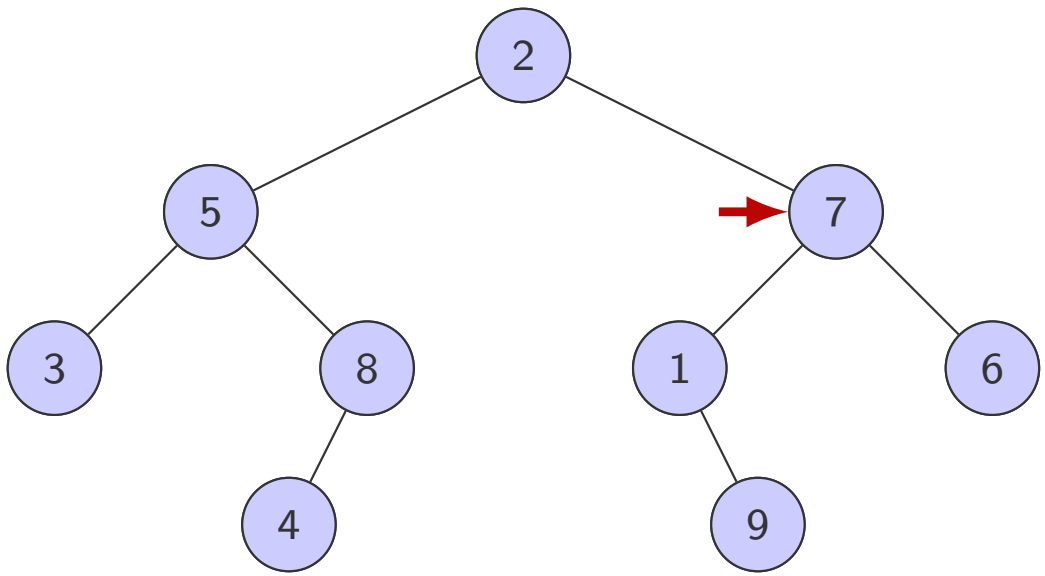


Ex: 2, 5, 3, 8, 4, 7, 1, 9,

Percorrendo os nós — Pré-ordem

A pré-ordem

- primeiro visita (processa) a raiz
- depois a subárvore esquerda
- depois a subárvore direita

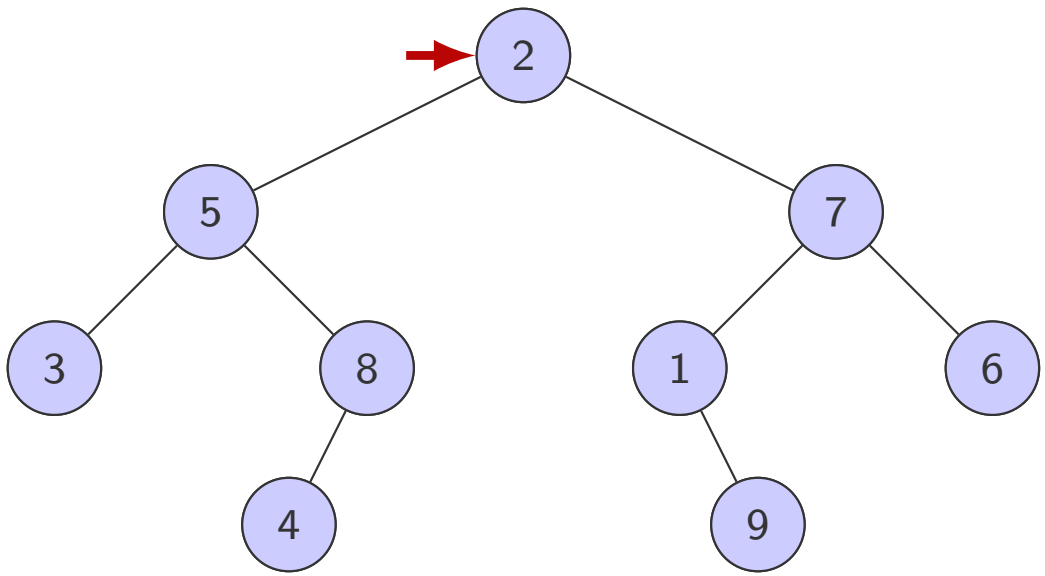


Ex: 2, 5, 3, 8, 4, 7, 1, 9, 6

Percorrendo os nós — Pré-ordem

A pré-ordem

- primeiro visita (processa) a raiz
- depois a subárvore esquerda
- depois a subárvore direita



Ex: 2, 5, 3, 8, 4, 7, 1, 9, 6

Percorrendo os nós — Pós-ordem

Universidade Federal do Ceará
Campus Quixadá

A pós-ordem

Percorrendo os nós — Pós-ordem

A pós-ordem

- primeiro visita a subárvore esquerda

Percorrendo os nós — Pós-ordem

A pós-ordem

- primeiro visita a subárvore esquerda
- depois a subárvore direita

Percorrendo os nós — Pós-ordem

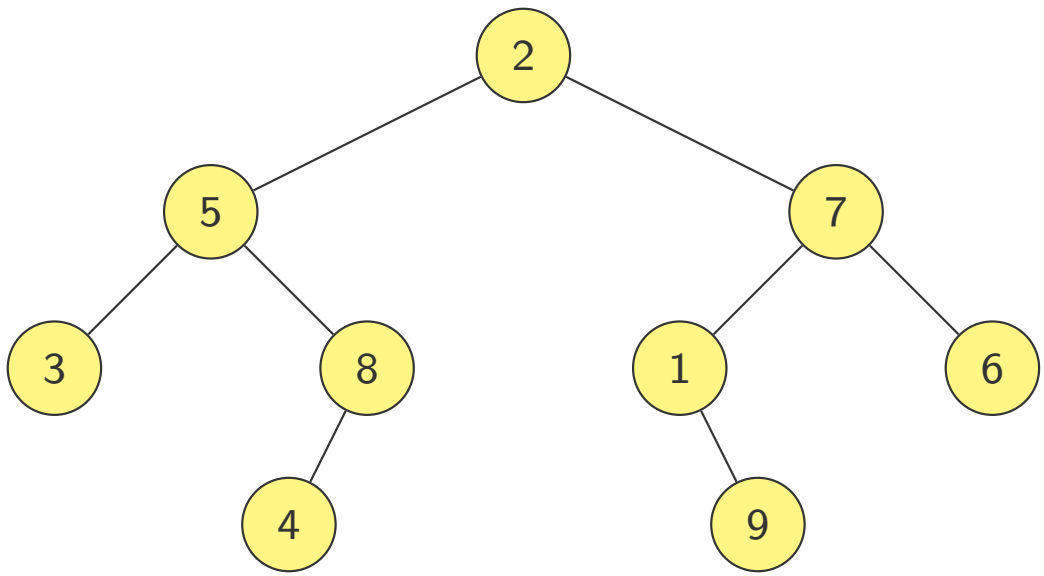
A pós-ordem

- primeiro visita a subárvore esquerda
- depois a subárvore direita
- e por último visita a raiz

Percorrendo os nós — Pós-ordem

A pós-ordem

- primeiro visita a subárvore esquerda
- depois a subárvore direita
- e por último visita a raiz



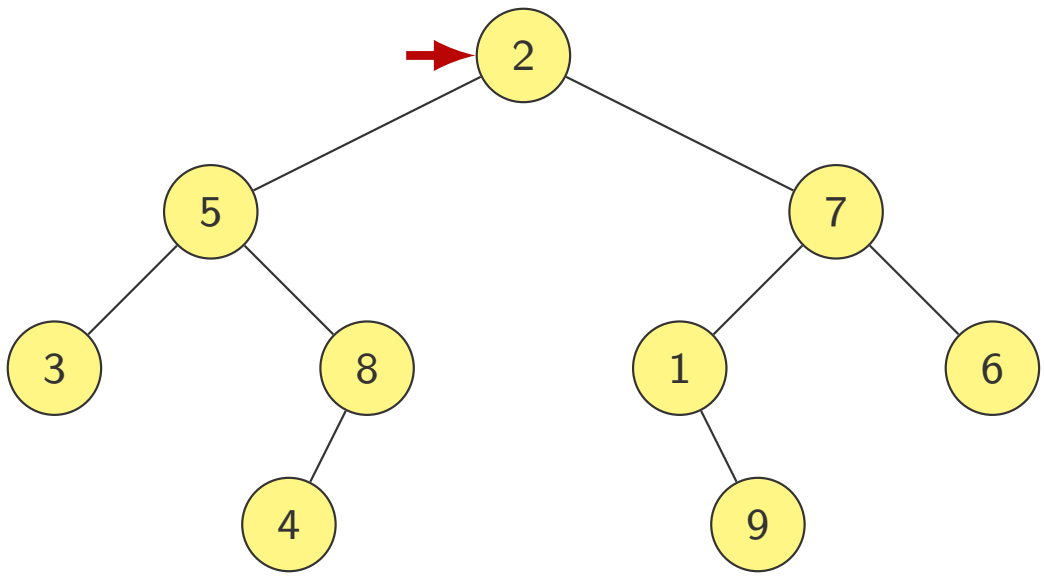
Ex:

Percorrendo os nós — Pós-ordem

Universidade Federal do Ceará
Campus Quixadá

A pós-ordem

- primeiro visita a subárvore esquerda
- depois a subárvore direita
- e por último visita a raiz



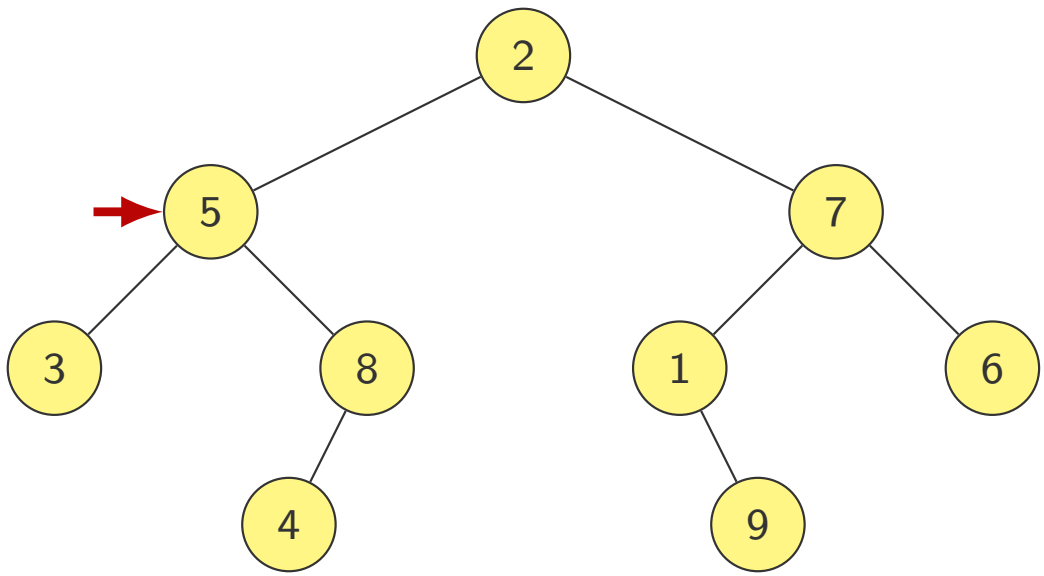
Ex:

Percorrendo os nós — Pós-ordem

Universidade Federal do Ceará
Campus Quixadá

A pós-ordem

- primeiro visita a subárvore esquerda
- depois a subárvore direita
- e por último visita a raiz



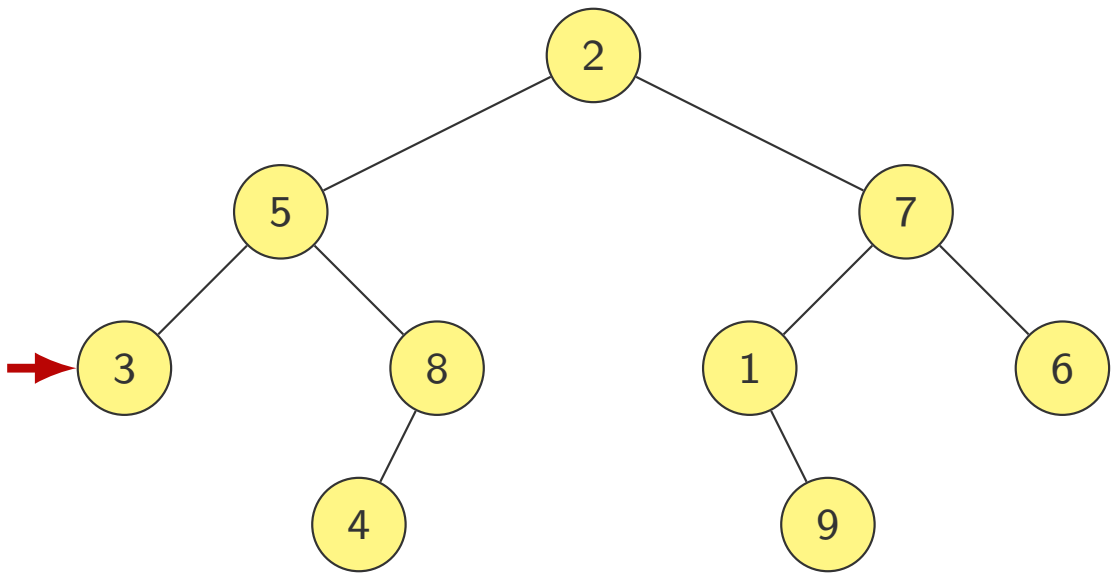
Ex:

Percorrendo os nós — Pós-ordem

Universidade Federal do Ceará
Campus Quixadá

A pós-ordem

- primeiro visita a subárvore esquerda
- depois a subárvore direita
- e por último visita a raiz



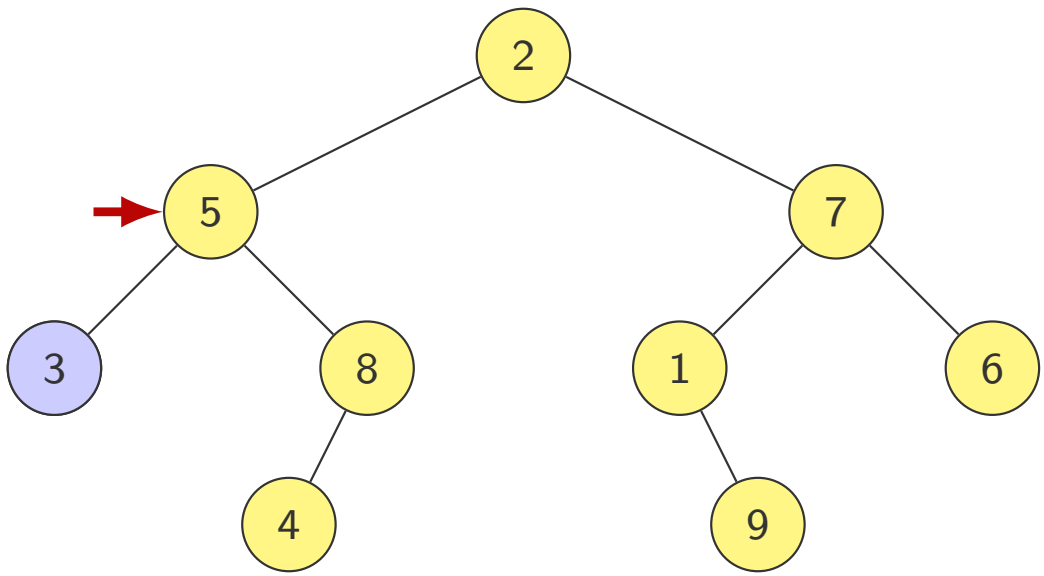
Ex:

Percorrendo os nós — Pós-ordem

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

A pós-ordem

- primeiro visita a subárvore esquerda
- depois a subárvore direita
- e por último visita a raiz



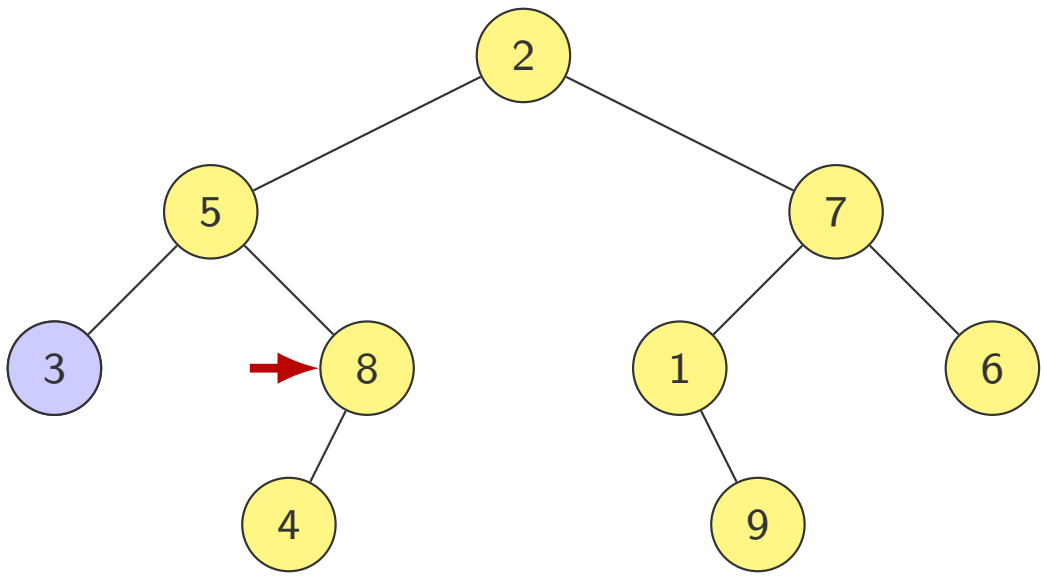
Ex: 3,

Percorrendo os nós — Pós-ordem

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

A pós-ordem

- primeiro visita a subárvore esquerda
- depois a subárvore direita
- e por último visita a raiz



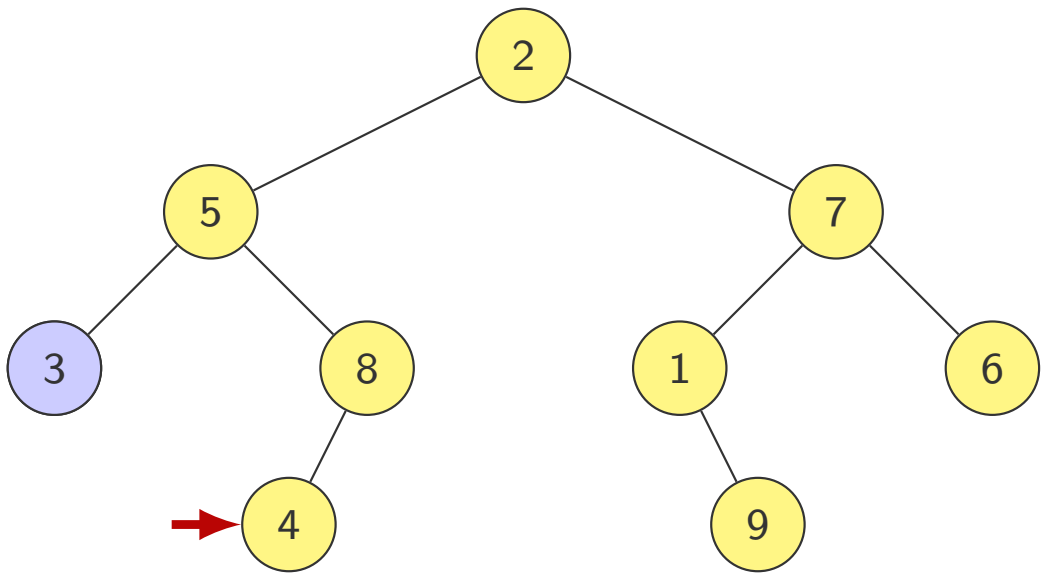
Ex: 3,

Percorrendo os nós — Pós-ordem

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

A pós-ordem

- primeiro visita a subárvore esquerda
- depois a subárvore direita
- e por último visita a raiz



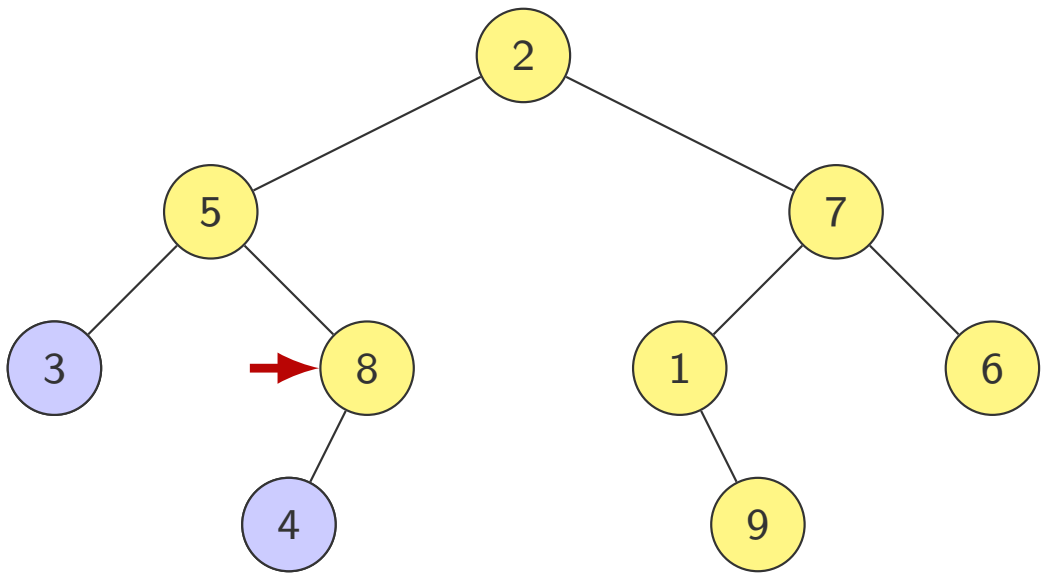
Ex: 3,

Percorrendo os nós — Pós-ordem

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

A pós-ordem

- primeiro visita a subárvore esquerda
- depois a subárvore direita
- e por último visita a raiz

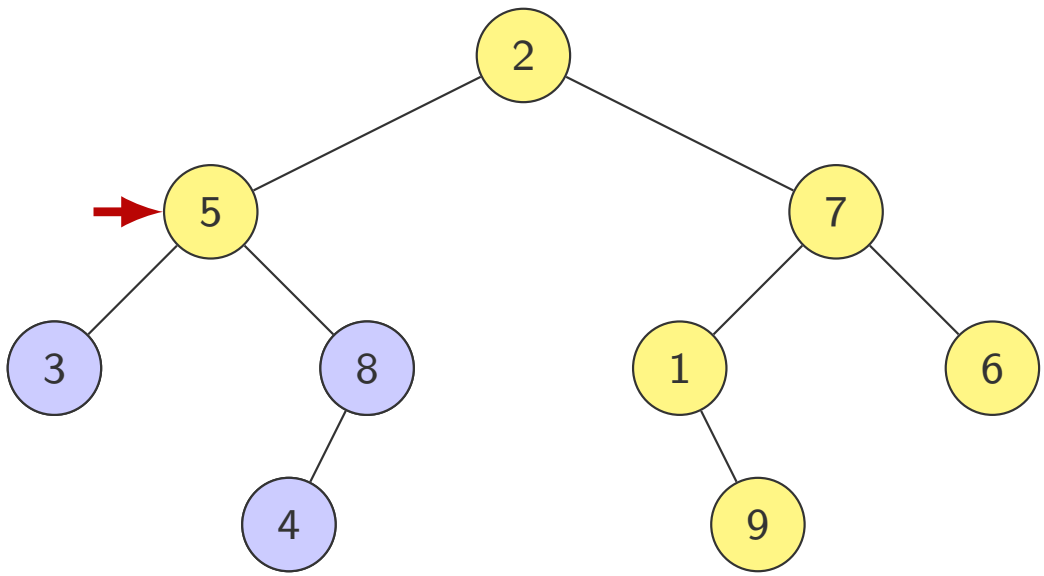


Ex: 3, 4,

Percorrendo os nós — Pós-ordem

A pós-ordem

- primeiro visita a subárvore esquerda
- depois a subárvore direita
- e por último visita a raiz



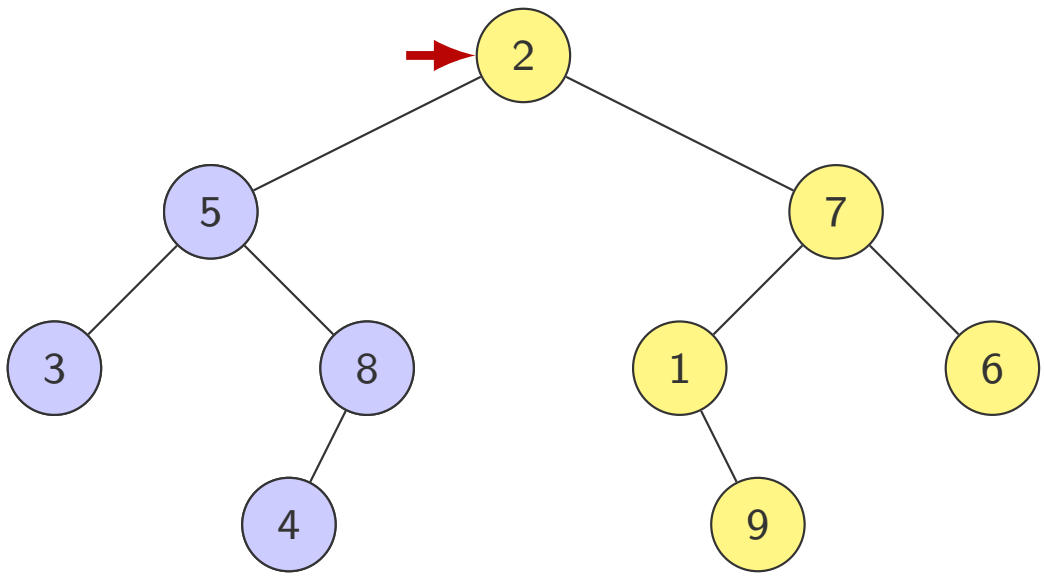
Ex: 3, 4, 8,

Percorrendo os nós — Pós-ordem

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

A pós-ordem

- primeiro visita a subárvore esquerda
- depois a subárvore direita
- e por último visita a raiz

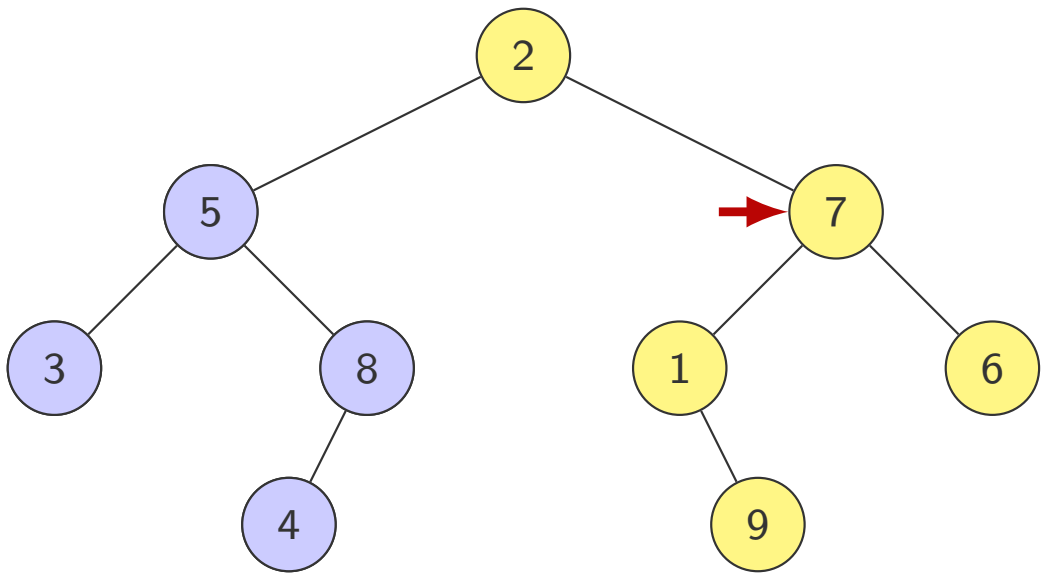


Ex: 3, 4, 8, 5,

Percorrendo os nós — Pós-ordem

A pós-ordem

- primeiro visita a subárvore esquerda
- depois a subárvore direita
- e por último visita a raiz



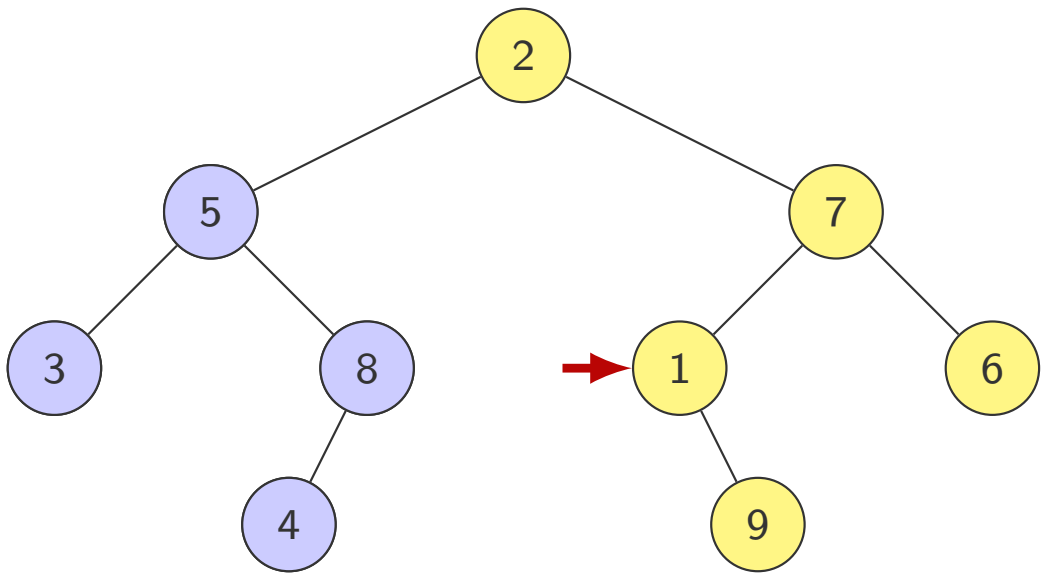
Ex: 3, 4, 8, 5,

Percorrendo os nós — Pós-ordem

Universidade Federal do Ceará
Campus Quixadá

A pós-ordem

- primeiro visita a subárvore esquerda
- depois a subárvore direita
- e por último visita a raiz

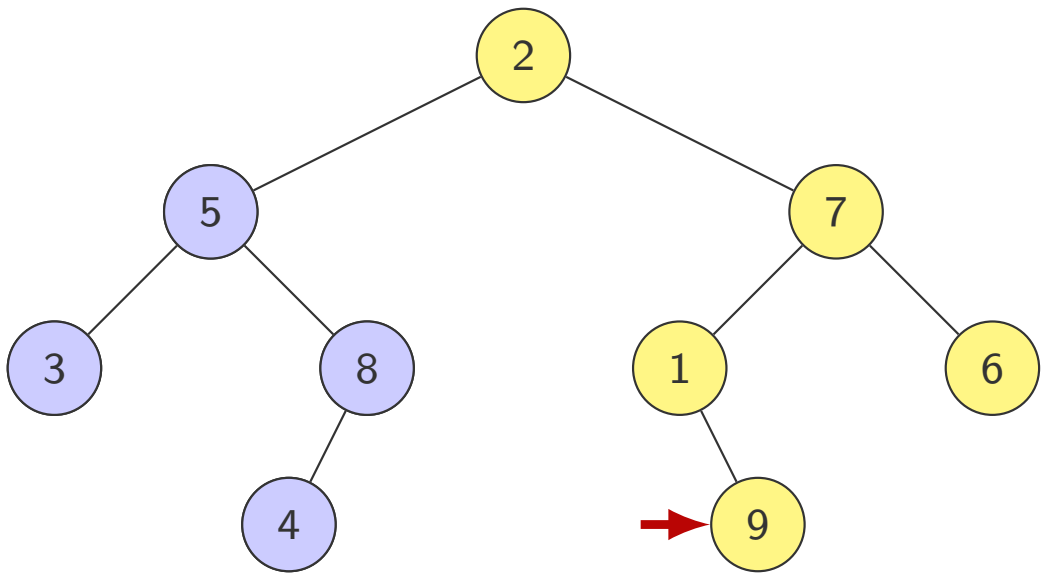


Ex: 3, 4, 8, 5,

Percorrendo os nós — Pós-ordem

A pós-ordem

- primeiro visita a subárvore esquerda
- depois a subárvore direita
- e por último visita a raiz



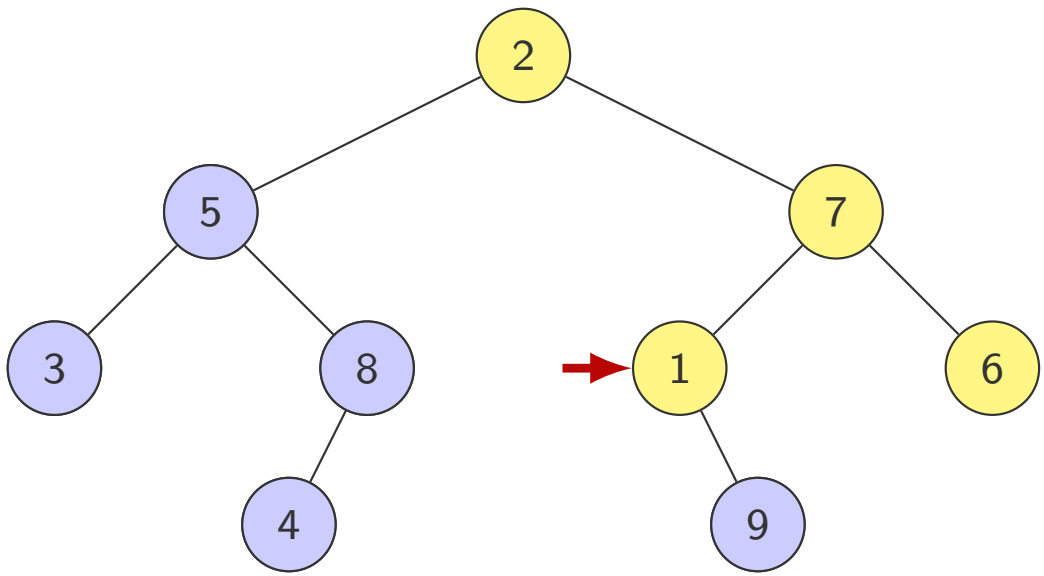
Ex: 3, 4, 8, 5,

Percorrendo os nós — Pós-ordem

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

A pós-ordem

- primeiro visita a subárvore esquerda
- depois a subárvore direita
- e por último visita a raiz

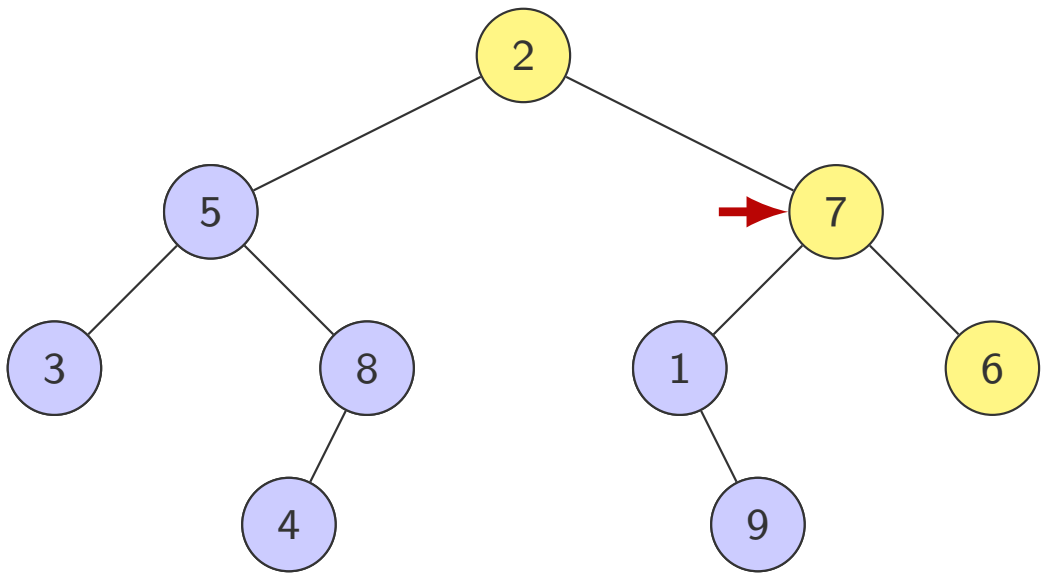


Ex: 3, 4, 8, 5, 9,

Percorrendo os nós — Pós-ordem

A pós-ordem

- primeiro visita a subárvore esquerda
- depois a subárvore direita
- e por último visita a raiz



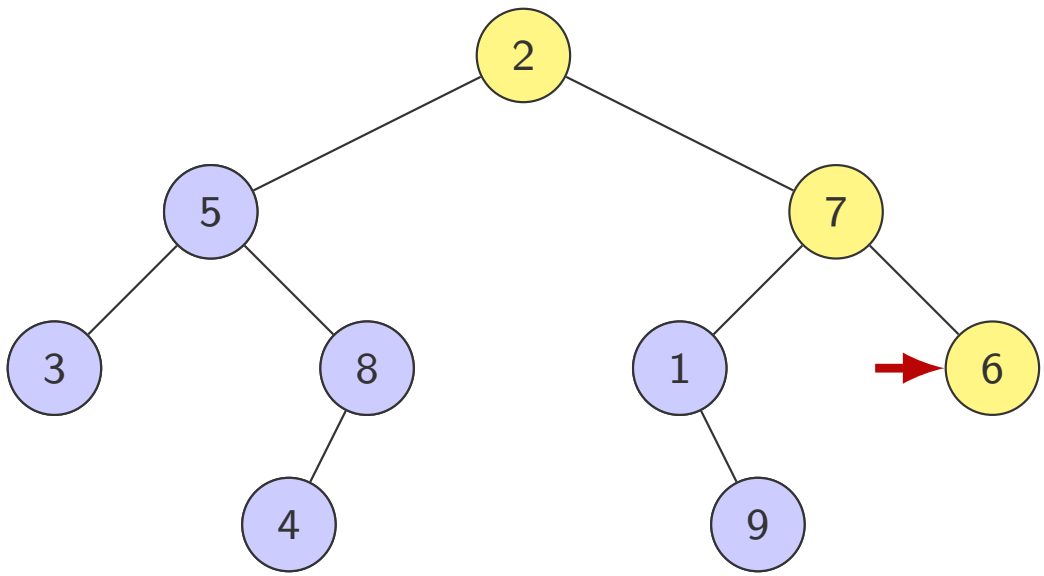
Ex: 3, 4, 8, 5, 9, 1,

Percorrendo os nós — Pós-ordem

Universidade Federal do Ceará
Campus Quixadá

A pós-ordem

- primeiro visita a subárvore esquerda
- depois a subárvore direita
- e por último visita a raiz



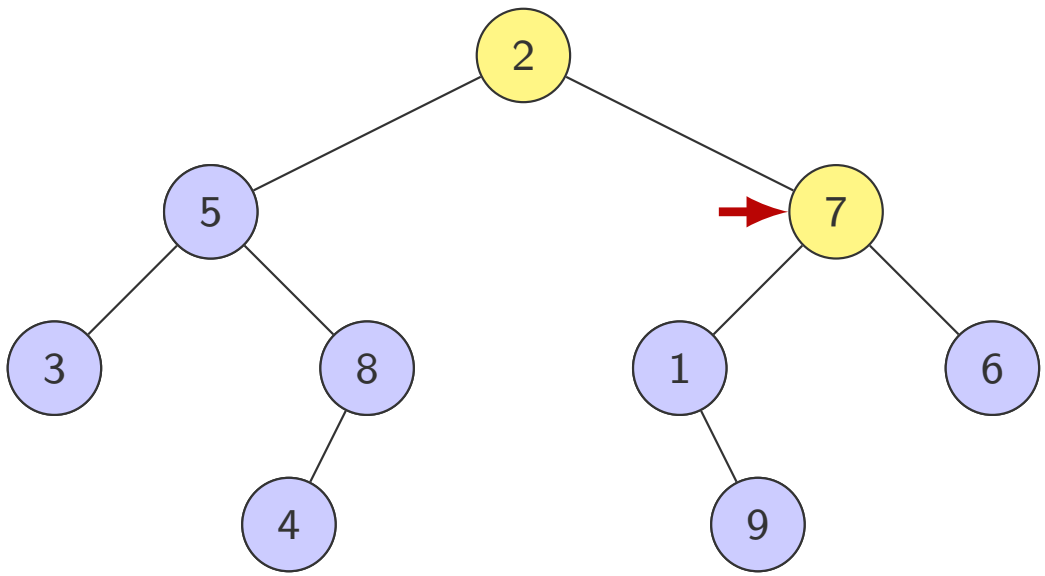
Ex: 3, 4, 8, 5, 9, 1,

Percorrendo os nós — Pós-ordem

Universidade Federal do Ceará
Campus Quixadá

A pós-ordem

- primeiro visita a subárvore esquerda
- depois a subárvore direita
- e por último visita a raiz



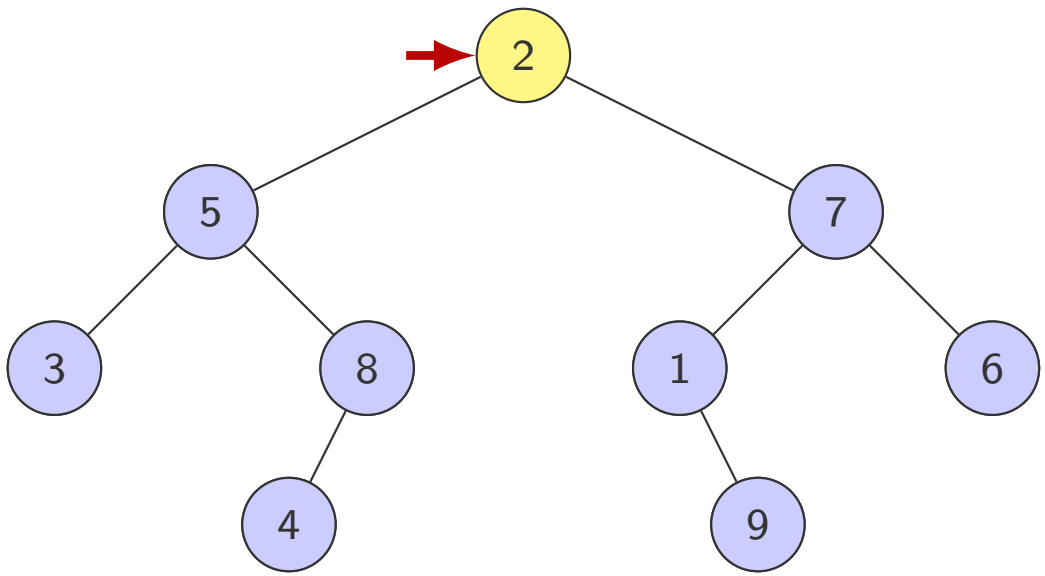
Ex: 3, 4, 8, 5, 9, 1, 6,

Percorrendo os nós — Pós-ordem

Universidade Federal do Ceará
Campus Quixadá

A pós-ordem

- primeiro visita a subárvore esquerda
- depois a subárvore direita
- e por último visita a raiz



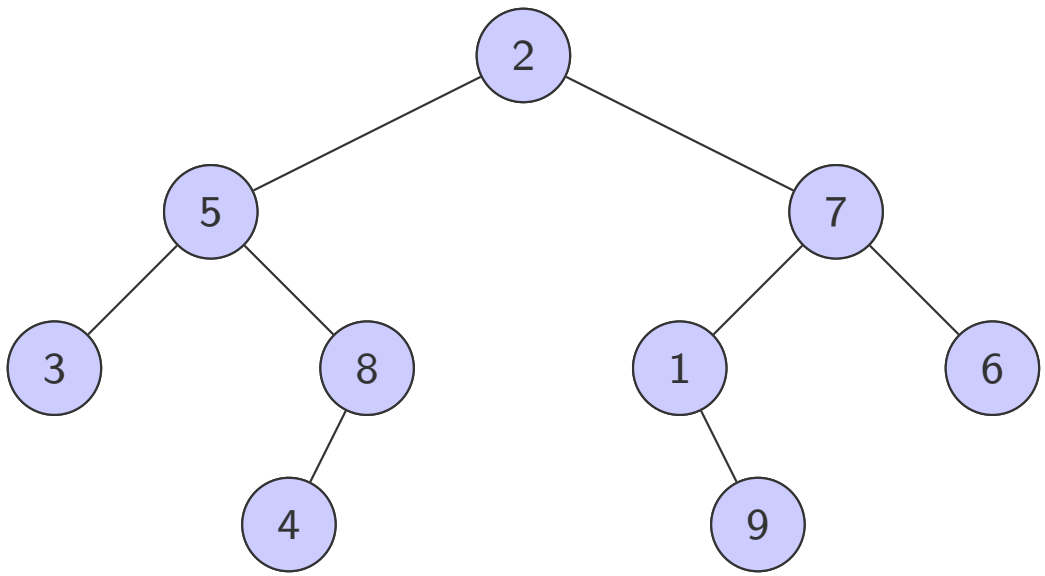
Ex: 3, 4, 8, 5, 9, 1, 6, 7,

Percorrendo os nós — Pós-ordem

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

A pós-ordem

- primeiro visita a subárvore esquerda
- depois a subárvore direita
- e por último visita a raiz



Ex: 3, 4, 8, 5, 9, 1, 6, 7, 2

Percorrendo os nós — Ordem Simétrica (inordem)

A ordem simétrica (inordem)

Percorrendo os nós — Ordem Simétrica (inordem)

A ordem simétrica (inordem)

- primeiro visita a subárvore esquerda

Percorrendo os nós — Ordem Simétrica (inordem)

A ordem simétrica (inordem)

- primeiro visita a subárvore esquerda
- depois visita a raiz

Percorrendo os nós — Ordem Simétrica (inordem)

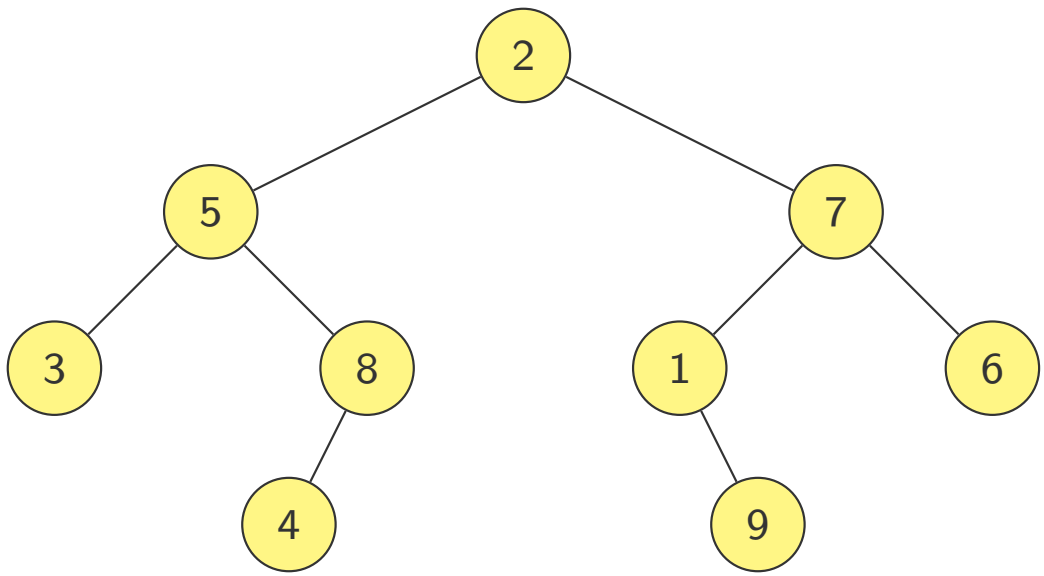
A ordem simétrica (inordem)

- primeiro visita a subárvore esquerda
- depois visita a raiz
- e por última visita a subárvore direita

Percorrendo os nós — Ordem Simétrica (inordem)

A ordem simétrica (inordem)

- primeiro visita a subárvore esquerda
- depois visita a raiz
- e por última visita a subárvore direita

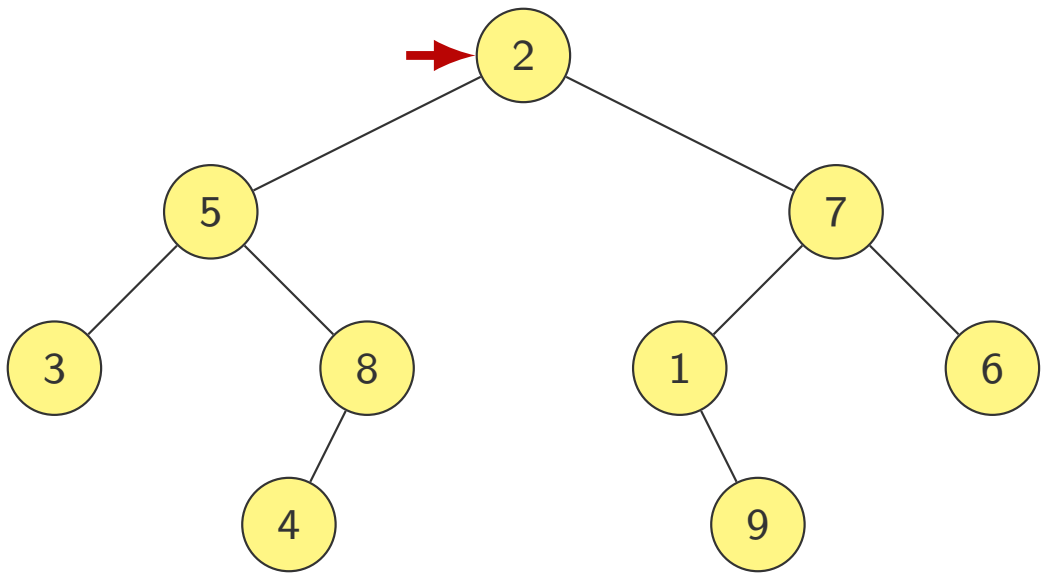


Ex:

Percorrendo os nós — Ordem Simétrica (inordem)

A ordem simétrica (inordem)

- primeiro visita a subárvore esquerda
- depois visita a raiz
- e por última visita a subárvore direita

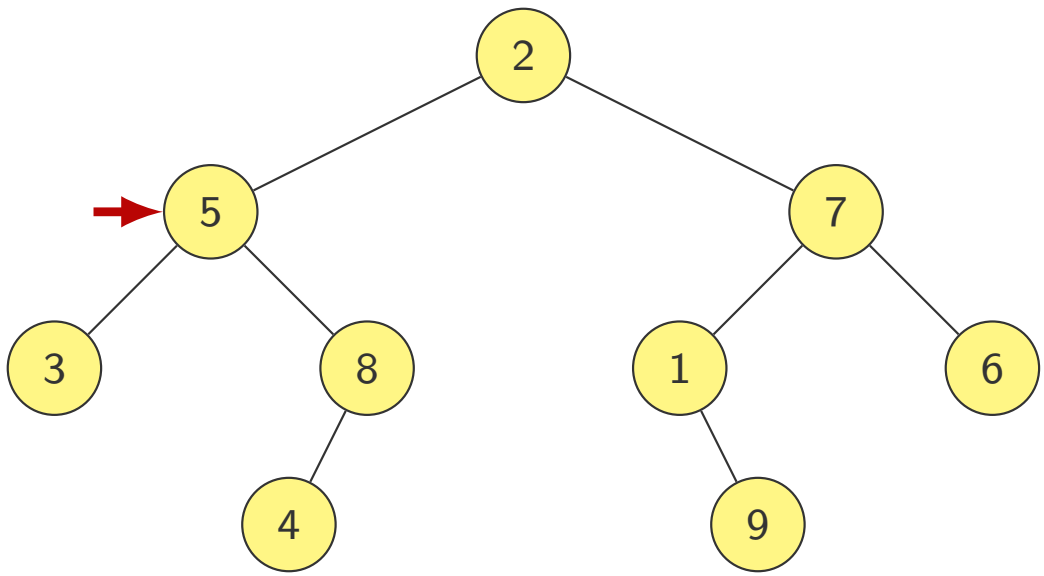


Ex:

Percorrendo os nós — Ordem Simétrica (inordem)

A ordem simétrica (inordem)

- primeiro visita a subárvore esquerda
- depois visita a raiz
- e por última visita a subárvore direita

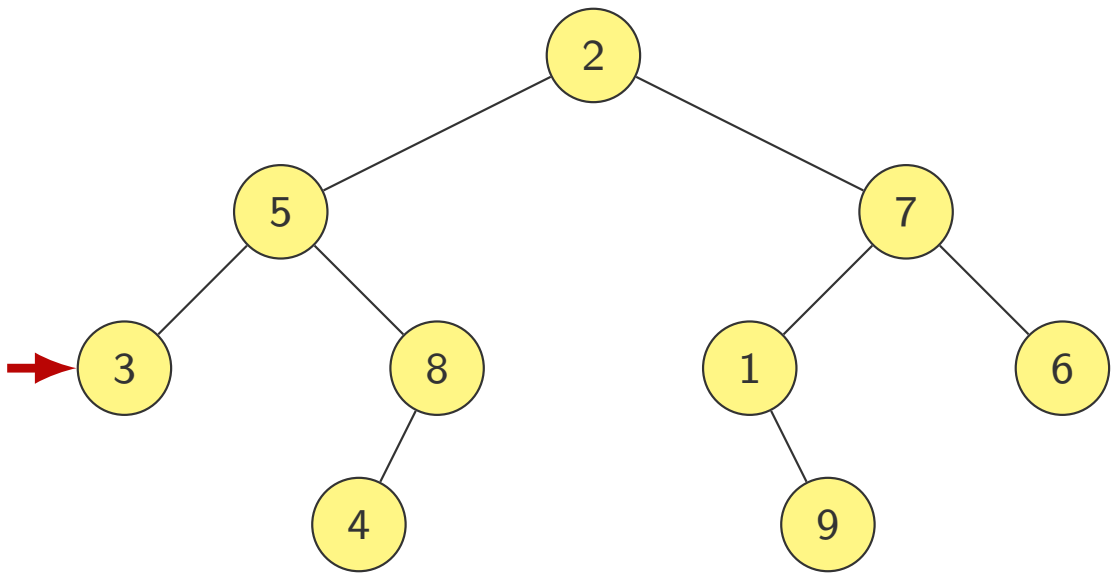


Ex:

Percorrendo os nós — Ordem Simétrica (inordem)

A ordem simétrica (inordem)

- primeiro visita a subárvore esquerda
- depois visita a raiz
- e por última visita a subárvore direita

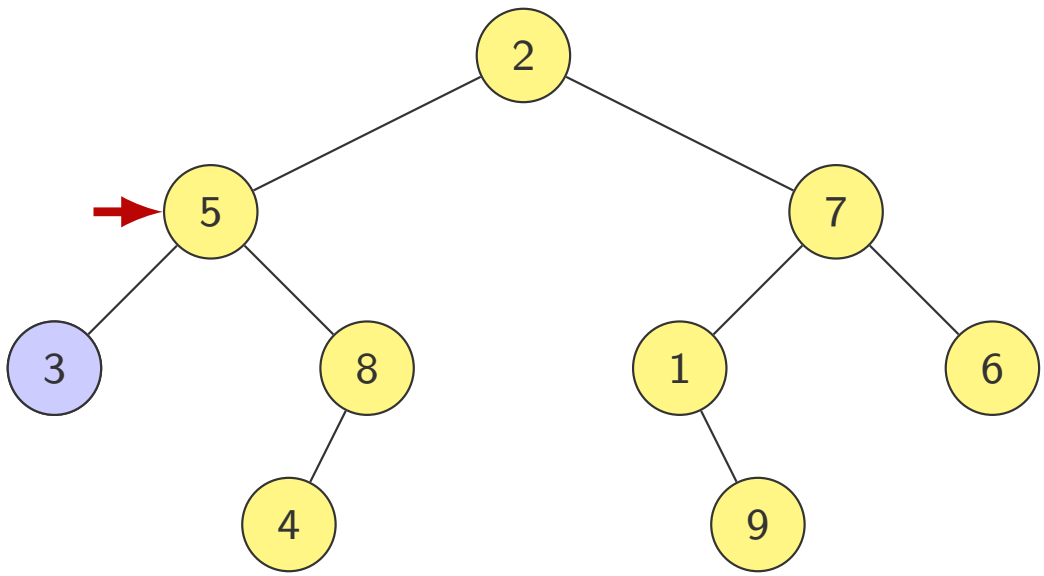


Ex:

Percorrendo os nós — Ordem Simétrica (inordem)

A ordem simétrica (inordem)

- primeiro visita a subárvore esquerda
- depois visita a raiz
- e por última visita a subárvore direita



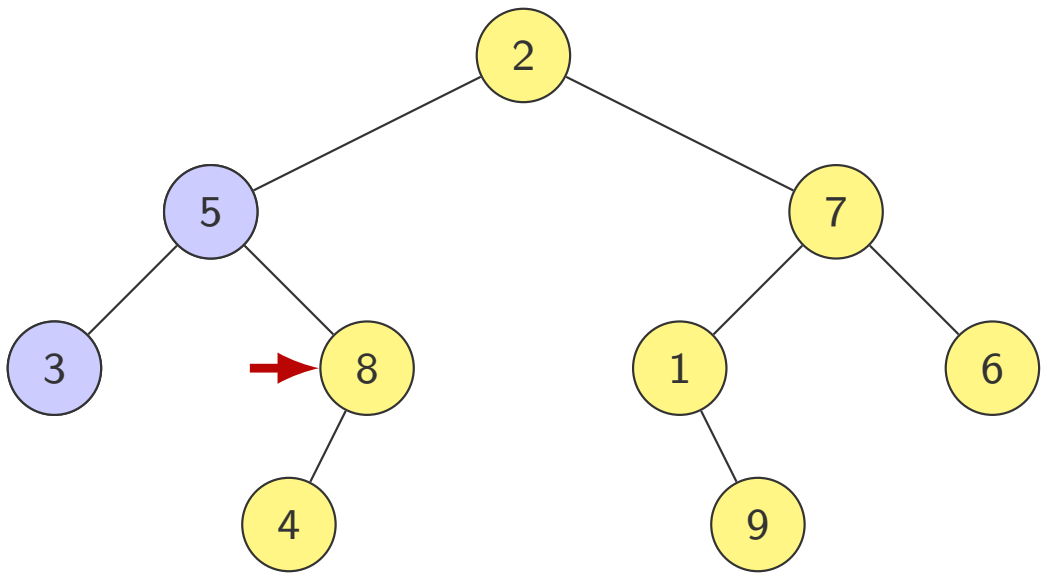
Ex: 3,

Percorrendo os nós — Ordem Simétrica (inordem)

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

A ordem simétrica (inordem)

- primeiro visita a subárvore esquerda
- depois visita a raiz
- e por última visita a subárvore direita



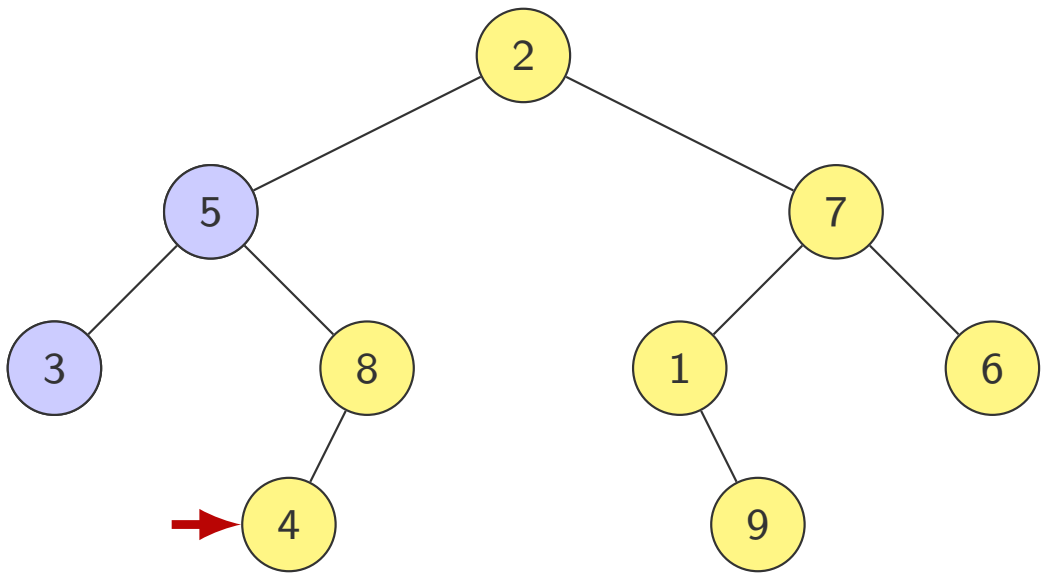
Ex: 3, 5,

Percorrendo os nós — Ordem Simétrica (inordem)

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

A ordem simétrica (inordem)

- primeiro visita a subárvore esquerda
- depois visita a raiz
- e por última visita a subárvore direita

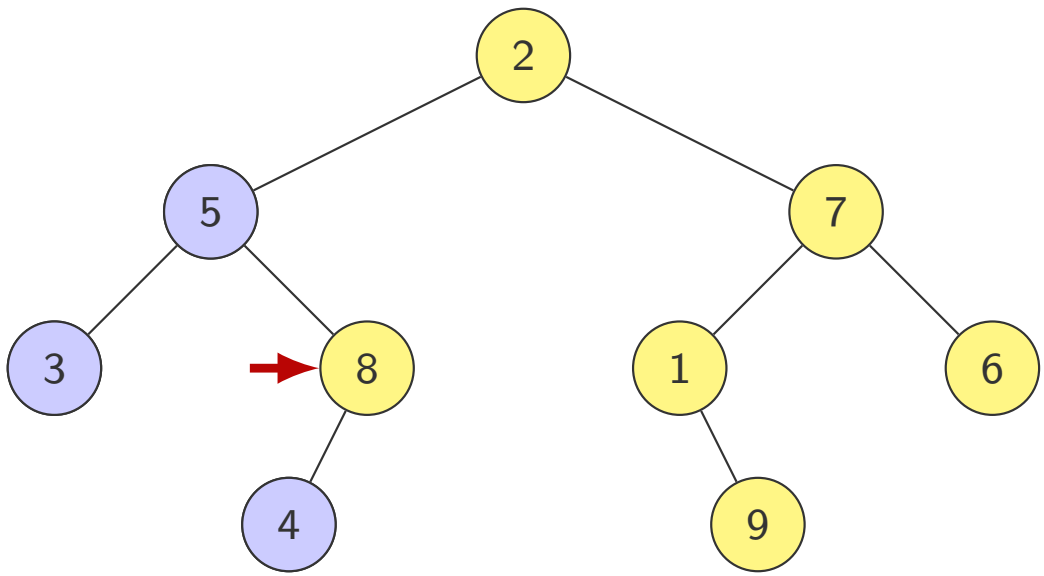


Ex: 3, 5,

Percorrendo os nós — Ordem Simétrica (inordem)

A ordem simétrica (inordem)

- primeiro visita a subárvore esquerda
- depois visita a raiz
- e por última visita a subárvore direita



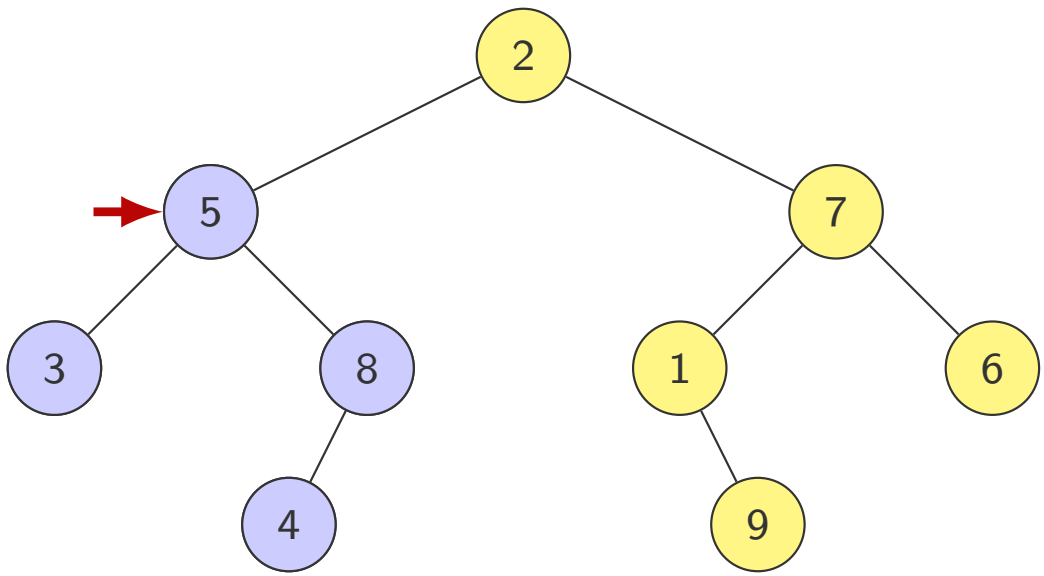
Ex: 3, 5, 4,

Percorrendo os nós — Ordem Simétrica (inordem)

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

A ordem simétrica (inordem)

- primeiro visita a subárvore esquerda
- depois visita a raiz
- e por última visita a subárvore direita



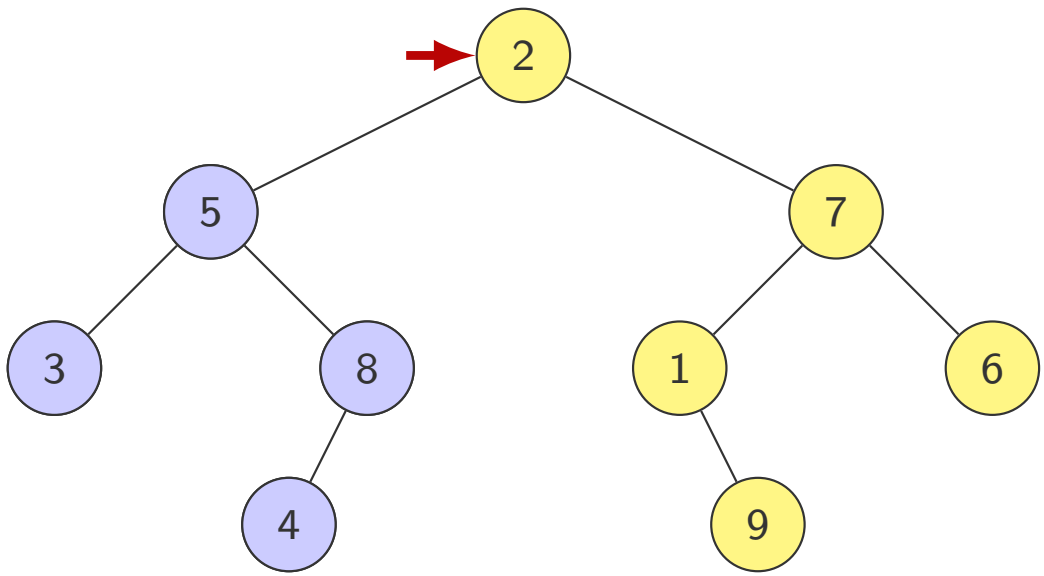
Ex: 3, 5, 4, 8,

Percorrendo os nós — Ordem Simétrica (inordem)

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

A ordem simétrica (inordem)

- primeiro visita a subárvore esquerda
- depois visita a raiz
- e por última visita a subárvore direita



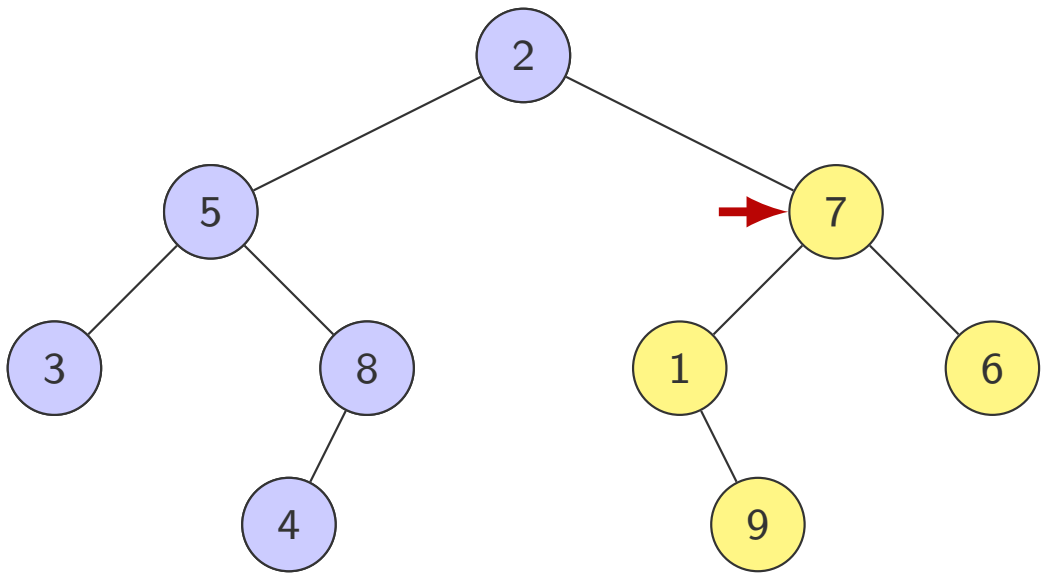
Ex: 3, 5, 4, 8,

Percorrendo os nós — Ordem Simétrica (inordem)

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

A ordem simétrica (inordem)

- primeiro visita a subárvore esquerda
- depois visita a raiz
- e por última visita a subárvore direita



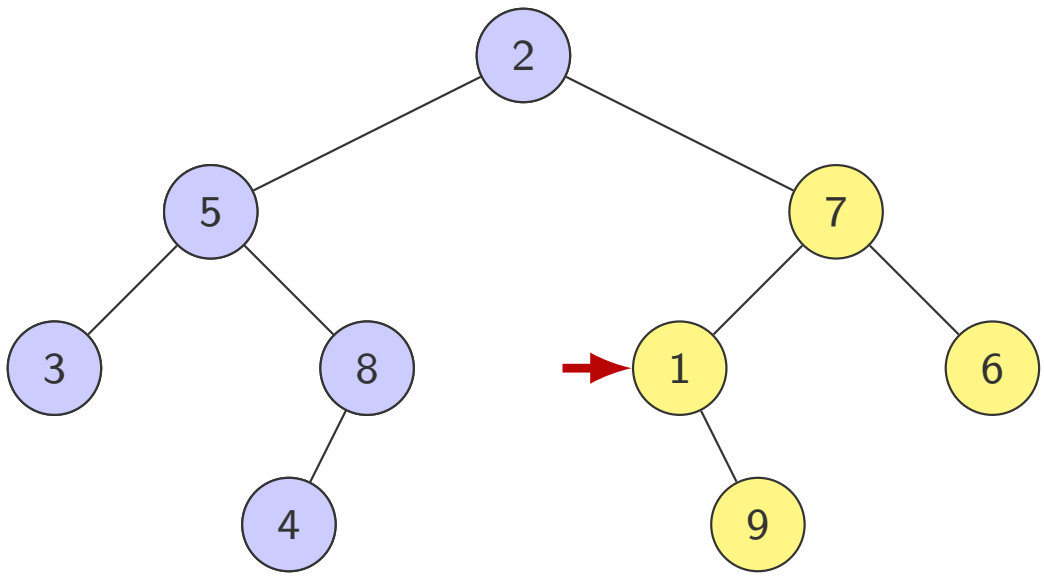
Ex: 3, 5, 4, 8, 2,

Percorrendo os nós — Ordem Simétrica (inordem)

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

A ordem simétrica (inordem)

- primeiro visita a subárvore esquerda
- depois visita a raiz
- e por última visita a subárvore direita

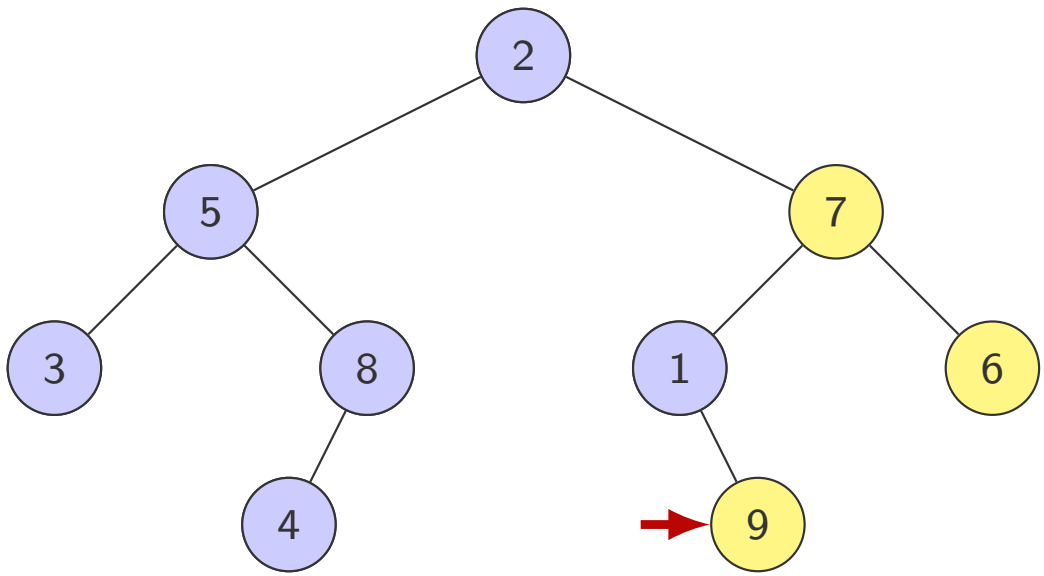


Ex: 3, 5, 4, 8, 2,

Percorrendo os nós — Ordem Simétrica (inordem)

A ordem simétrica (inordem)

- primeiro visita a subárvore esquerda
- depois visita a raiz
- e por última visita a subárvore direita

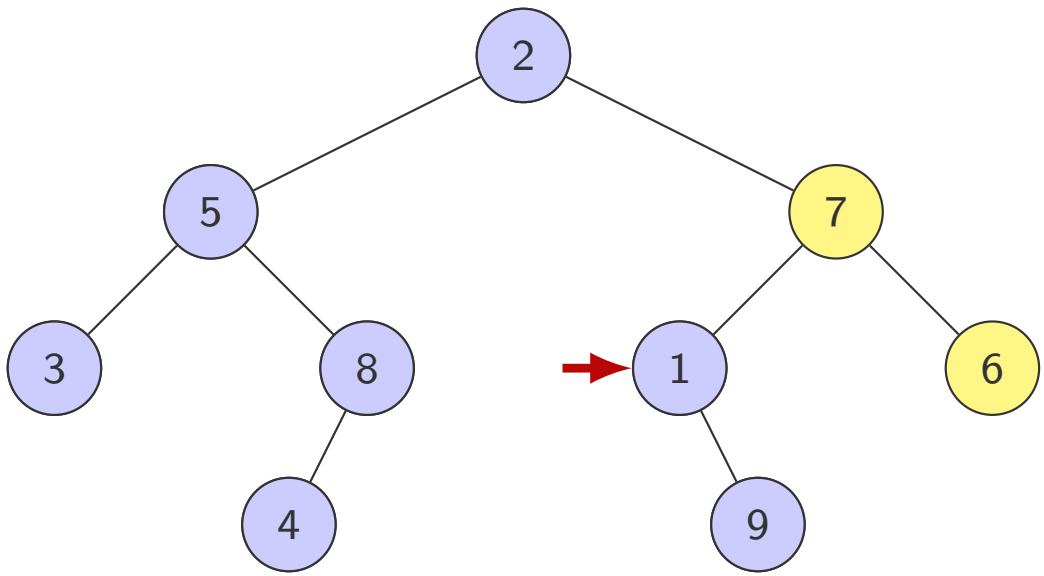


Ex: 3, 5, 4, 8, 2, 1,

Percorrendo os nós — Ordem Simétrica (inordem)

A ordem simétrica (inordem)

- primeiro visita a subárvore esquerda
- depois visita a raiz
- e por última visita a subárvore direita



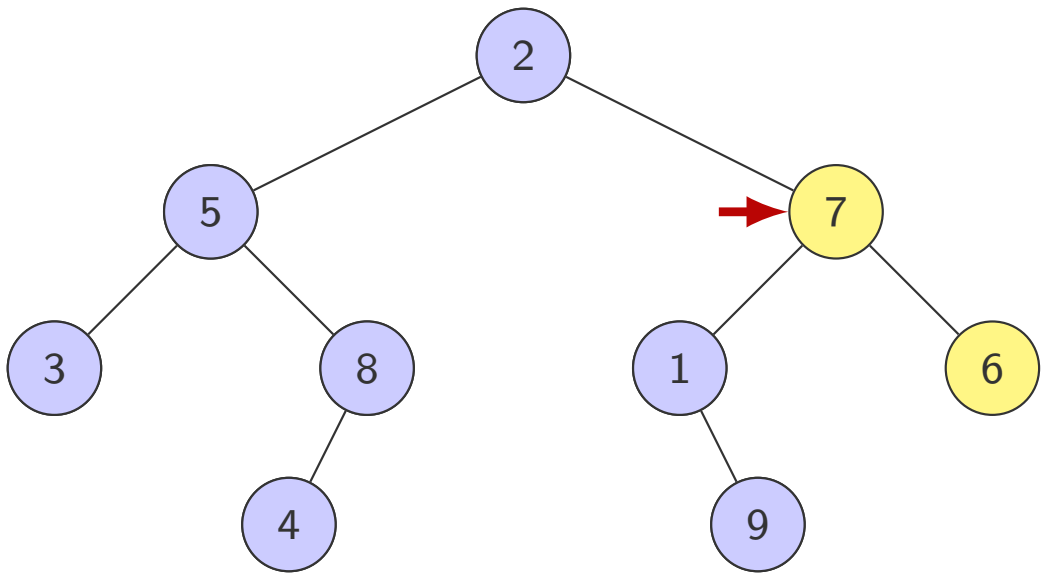
Ex: 3, 5, 4, 8, 2, 1, 9,

Percorrendo os nós — Ordem Simétrica (inordem)

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

A ordem simétrica (inordem)

- primeiro visita a subárvore esquerda
- depois visita a raiz
- e por última visita a subárvore direita

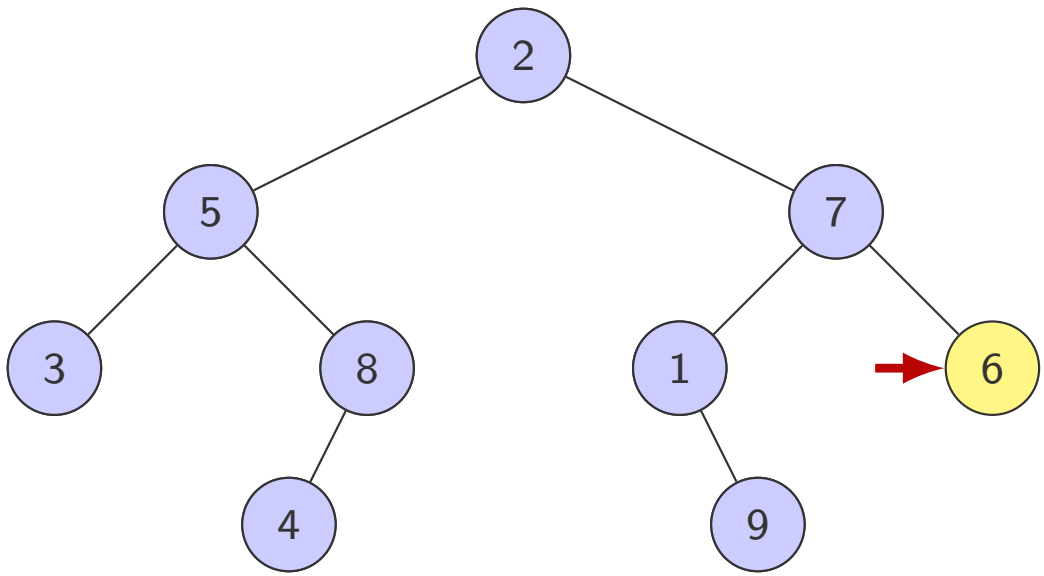


Ex: 3, 5, 4, 8, 2, 1, 9,

Percorrendo os nós — Ordem Simétrica (inordem)

A ordem simétrica (inordem)

- primeiro visita a subárvore esquerda
- depois visita a raiz
- e por última visita a subárvore direita



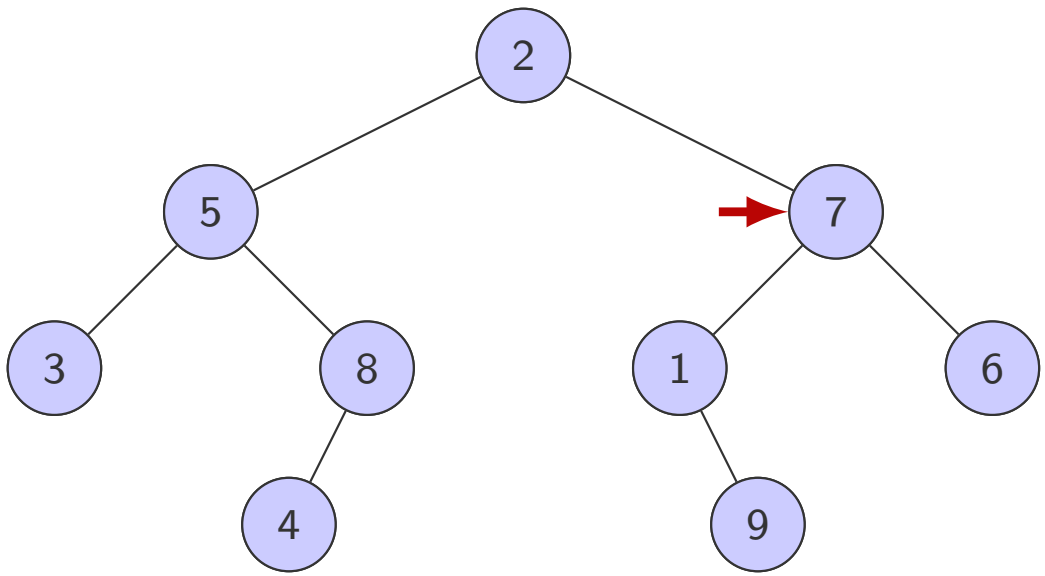
Ex: 3, 5, 4, 8, 2, 1, 9, 7,

Percorrendo os nós — Ordem Simétrica (inordem)

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

A ordem simétrica (inordem)

- primeiro visita a subárvore esquerda
- depois visita a raiz
- e por última visita a subárvore direita



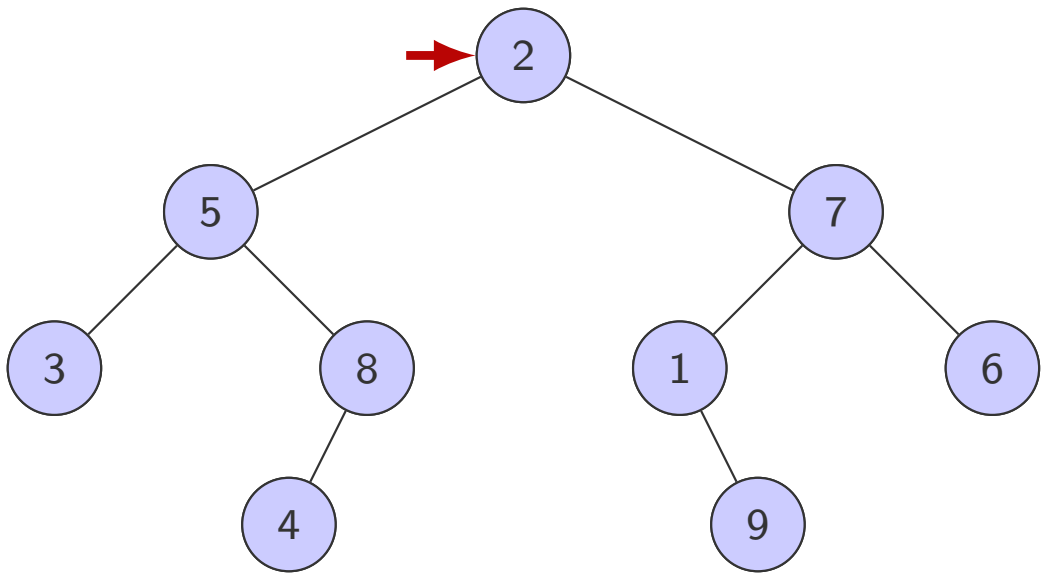
Ex: 3, 5, 4, 8, 2, 1, 9, 7, 6

Percorrendo os nós — Ordem Simétrica (inordem)

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

A ordem simétrica (inordem)

- primeiro visita a subárvore esquerda
- depois visita a raiz
- e por última visita a subárvore direita



Ex: 3, 5, 4, 8, 2, 1, 9, 7, 6

Implementação de percurso em profundidade


```
1 void bt_preorder(Node* node) {
2     if (node != nullptr) {
3         cout << node->key << endl; /* visita raiz */
4         bt_preorder(node->left);
5         bt_preorder(node->right);
6     }
7 }
```

Implementação de percurso em profundidade


```
1 void bt_preorder(Node* node) {
2     if (node != nullptr) {
3         cout << node->key << endl; /* visita raiz */
4         bt_preorder(node->left);
5         bt_preorder(node->right);
6     }
7 }
```

```
1 void bt_postorder(Node* node) {
2     if (node != nullptr) {
3         bt_postorder(node->left);
4         bt_postorder(node->right);
5         cout << node->key << endl; /* visita raiz */
6     }
7 }
```

Implementação de percurso em profundidade


```
1 void bt_preorder(Node* node) {
2     if (node != nullptr) {
3         cout << node->key << endl; /* visita raiz */
4         bt_preorder(node->left);
5         bt_preorder(node->right);
6     }
7 }
```

```
1 void bt_postorder(Node* node) {
2     if (node != nullptr) {
3         bt_postorder(node->left);
4         bt_postorder(node->right);
5         cout << node->key << endl; /* visita raiz */
6     }
7 }
```

```
1 void bt_inorder(Node* node) {
2     if (node != nullptr) {
3         bt_inorder(node->left);
4         cout << node->key << endl; /* visita raiz */
5         bt_inorder(node->right);
6     }
7 }
```

Percursos em Árvore Iterativos

Percurso em pré-ordem — Recursivo

Vimos em slides anteriores que o percurso em pré-ordem recursivo é implementado pela seguinte função:

```
1 void bt_preorder(Node* node) {
2     if (node != nullptr) {
3         cout << node->key << endl; /* visita raiz */
4         bt_preorder(node->left);
5         bt_preorder(node->right);
6     }
7 }
```

Como implementar a pré-ordem sem usar recursão?

Percurso em pré-ordem — Iterativo

Universidade Federal do Ceará
Campus Quixadá

Vamos usar a class `stack` da biblioteca STL do C++

```
1  void bt_preorder_iterative(Node *root) {
2      stack<Node*> p; // cria pilha vazia
3      p.push(root); // empilha raiz
4      while ( !p.empty() ) {
5          Node *node = p.top();
6          p.pop();
7          if(node != nullptr) {
8              cout << node->key << endl; // visita raiz
9              p.push( node->right );
10             p.push( node->left );
11         }
12     }
13 }
```

Percurso em pré-ordem — Iterativo

Vamos usar a class `stack` da biblioteca STL do C++

```
1  void bt_preorder_iterative(Node *root) {
2      stack<Node*> p; // cria pilha vazia
3      p.push(root); // empilha raiz
4      while ( !p.empty() ) {
5          Node *node = p.top();
6          p.pop();
7          if(node != nullptr) {
8              cout << node->key << endl; // visita raiz
9              p.push( node->right );
10             p.push( node->left );
11         }
12     }
13 }
```

Por que empilhamos `node->right` primeiro?

Percurso em pré-ordem — Iterativo

Universidade Federal do Ceará
Campus Quixadá

Vamos usar a class `stack` da biblioteca STL do C++

```
1  void bt_preorder_iterative(Node *root) {
2      stack<Node*> p; // cria pilha vazia
3      p.push(root); // empilha raiz
4      while ( !p.empty() ) {
5          Node *node = p.top();
6          p.pop();
7          if(node != nullptr) {
8              cout << node->key << endl; // visita raiz
9              p.push( node->right );
10             p.push( node->left );
11         }
12     }
13 }
```

Por que empilhamos `node->right` primeiro?

- E se fosse o contrário?

Percurso em ordem simétrica — Recursivo

O percurso em ordem simétrica (inordem) recursivo é implementado pela seguinte função:

```
1 void bt_inorder(Node* node) {
2     if (node != nullptr) {
3         bt_inorder(node->left);
4         cout << node->key << endl; /* visita raiz */
5         bt_inorder(node->right);
6     }
7 }
```

Como percorrer em ordem simétrica sem usar recursão?

Percurso em ordem simétrica — Iterativo

Vamos usar a class `stack` da biblioteca STL do C++

```
1  void bt_inorder_iterative(Node *root) {
2      stack<Node*> p; // cria arvore vazia
3      Node *node = root;
4      while( node != nullptr || !p.empty() ) {
5          // empilha o no e vai para sua
6          // sub-arvore esquerda
7          if(node != nullptr) {
8              p.push(node);
9              node = node->left;
10         }
11         // visita o no que esta no topo da pilha e
12         // vai para a sua subarvore direita
13         else {
14             node = p.top();
15             p.pop();
16             cout << node->key << endl;
17             node = node->right;
18         }
19     }
20 }
```

Percurso em ordem simétrica — Iterativo

- Exercício para casa: Implementar o percurso em pós-ordem iterativo. (Este percurso é um pouco mais complexo do que os anteriores)

Percurso em largura

Percorrendo os nós (em largura)

O percurso em largura

Percorrendo os nós (em largura)

O percurso em largura

- visita os nós por níveis

Percorrendo os nós (em largura)

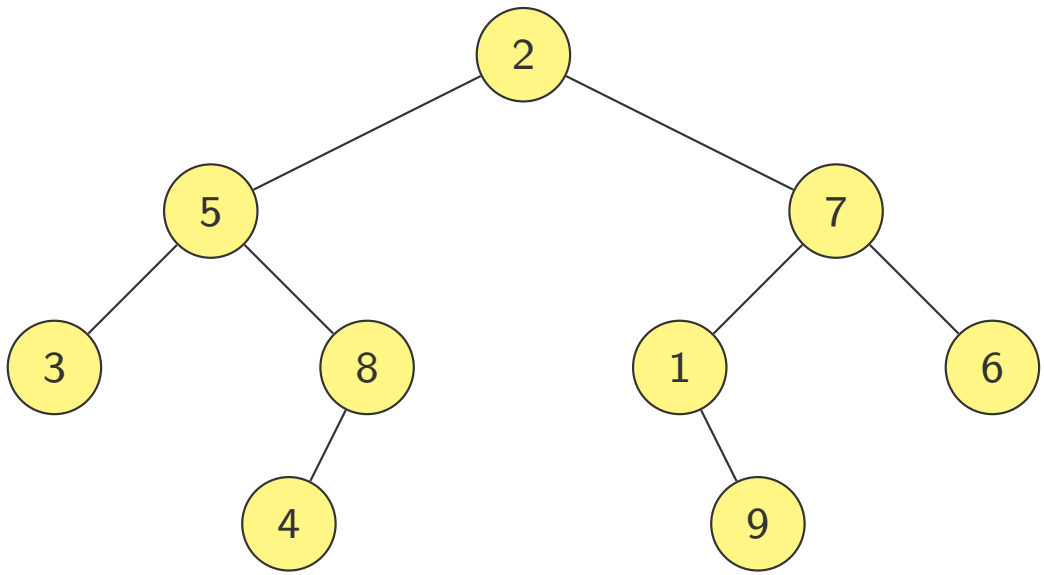
O percurso em largura

- visita os nós por níveis
- da esquerda para a direita

Percorrendo os nós (em largura)

O percurso em largura

- visita os nós por níveis
- da esquerda para a direita

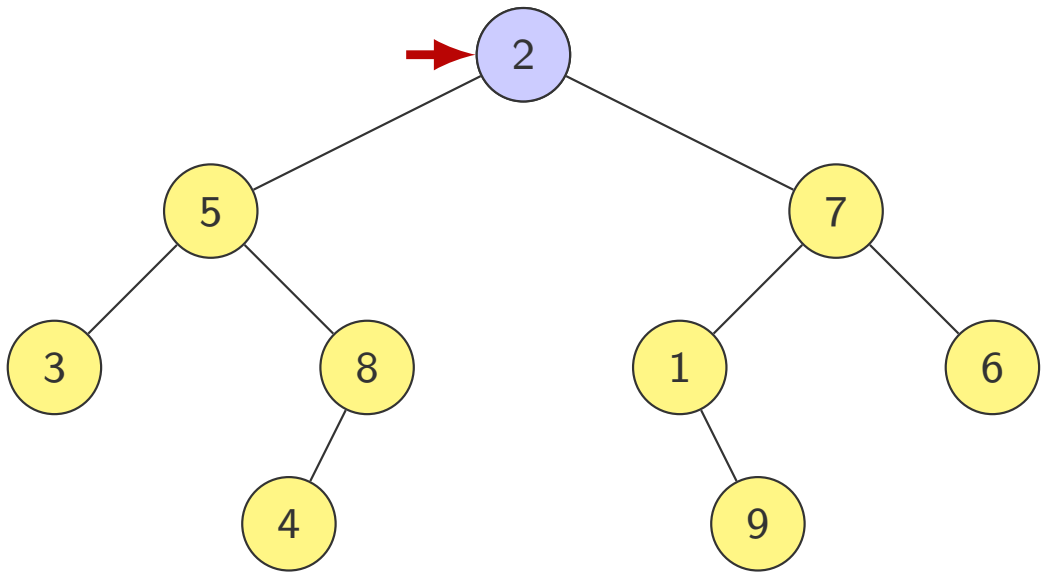


Ex:

Percorrendo os nós (em largura)

O percurso em largura

- visita os nós por níveis
- da esquerda para a direita



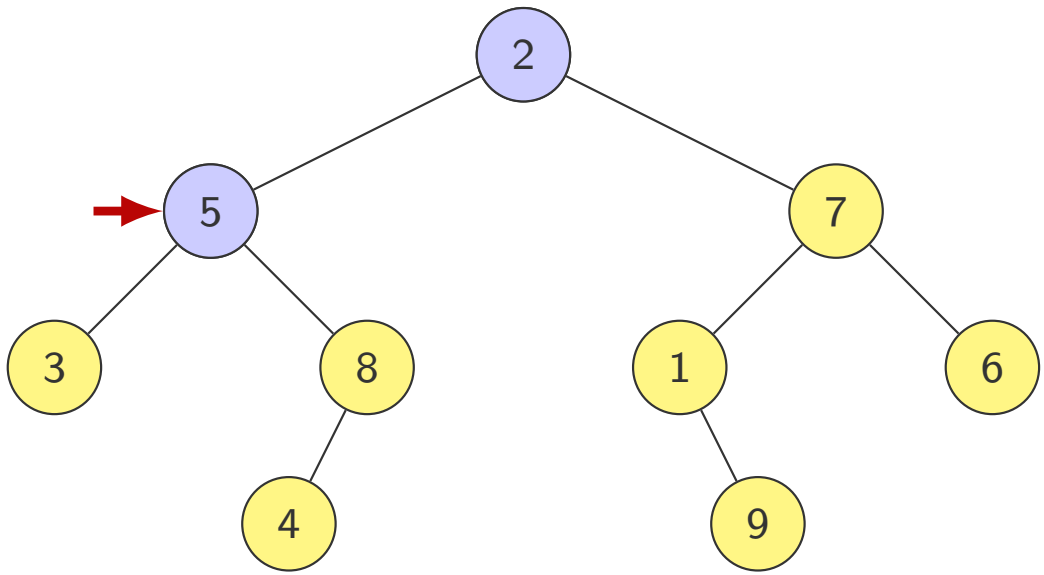
Ex: 2,

Percorrendo os nós (em largura)

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

O percurso em largura

- visita os nós por níveis
- da esquerda para a direita

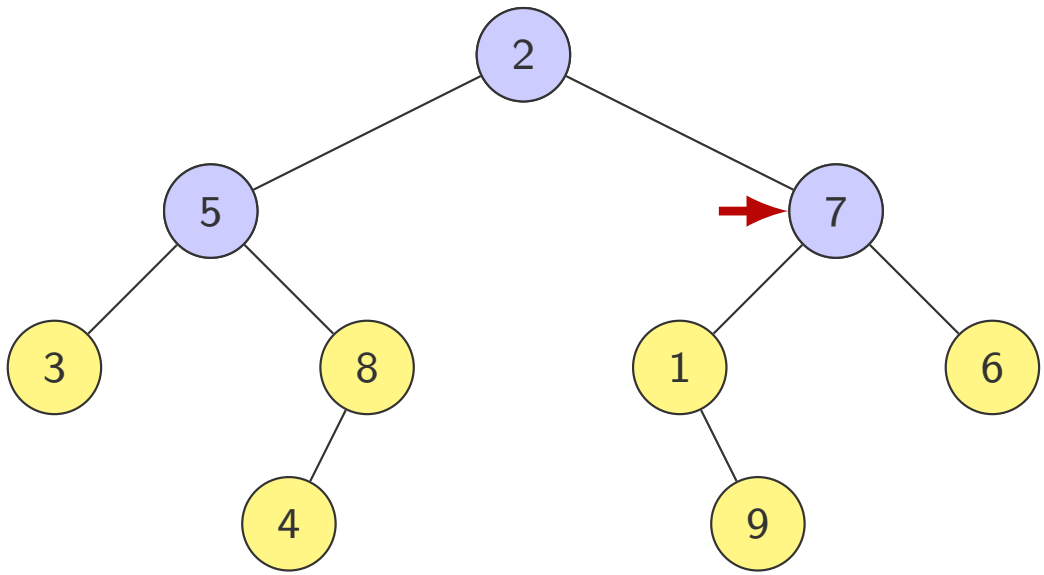


Ex: 2, 5,

Percorrendo os nós (em largura)

O percurso em largura

- visita os nós por níveis
- da esquerda para a direita

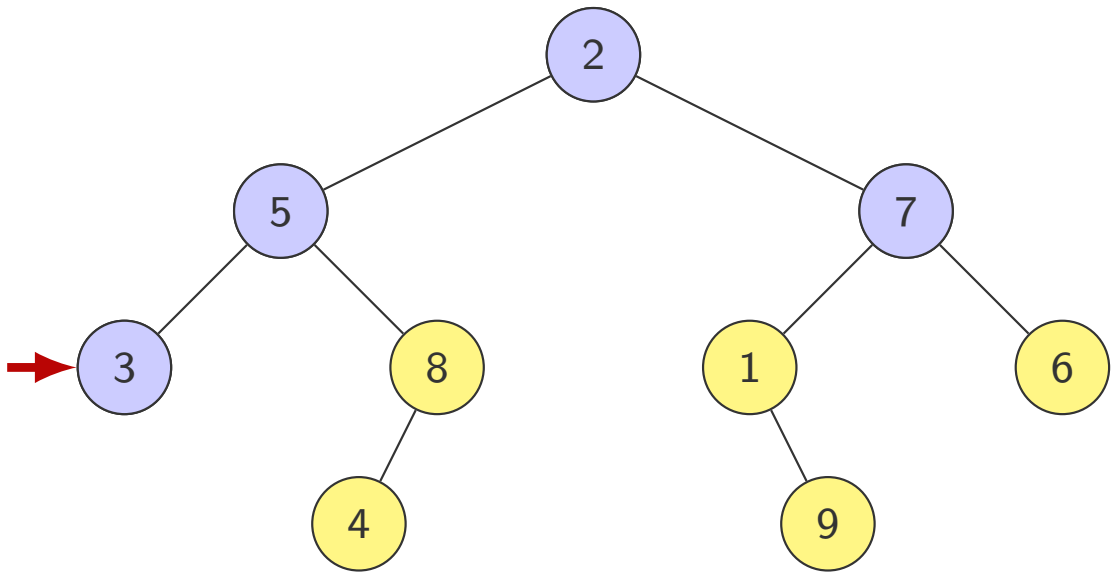


Ex: 2, 5, 7,

Percorrendo os nós (em largura)

O percurso em largura

- visita os nós por níveis
- da esquerda para a direita

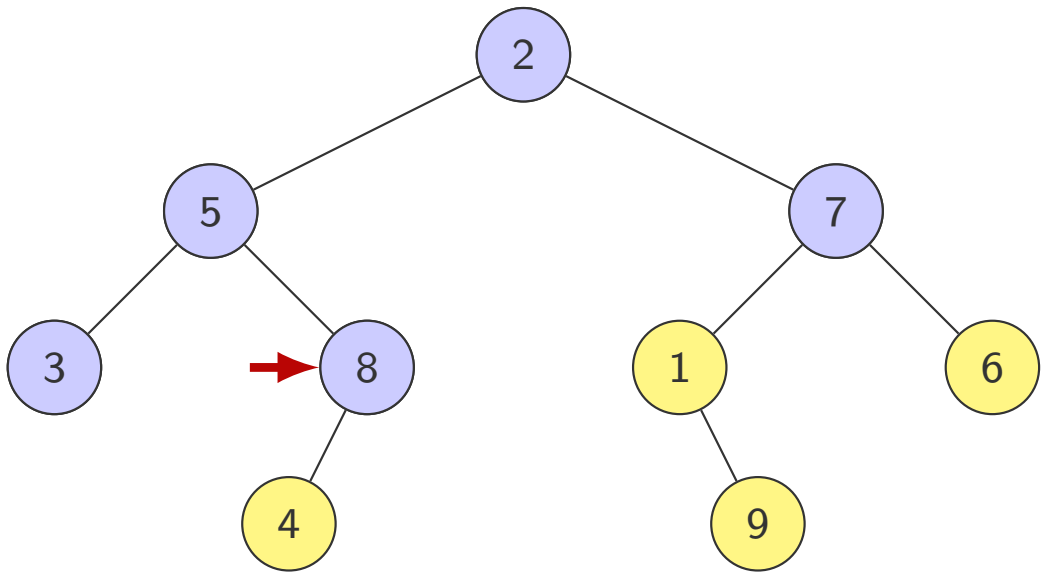


Ex: 2, 5, 7, 3,

Percorrendo os nós (em largura)

O percurso em largura

- visita os nós por níveis
- da esquerda para a direita

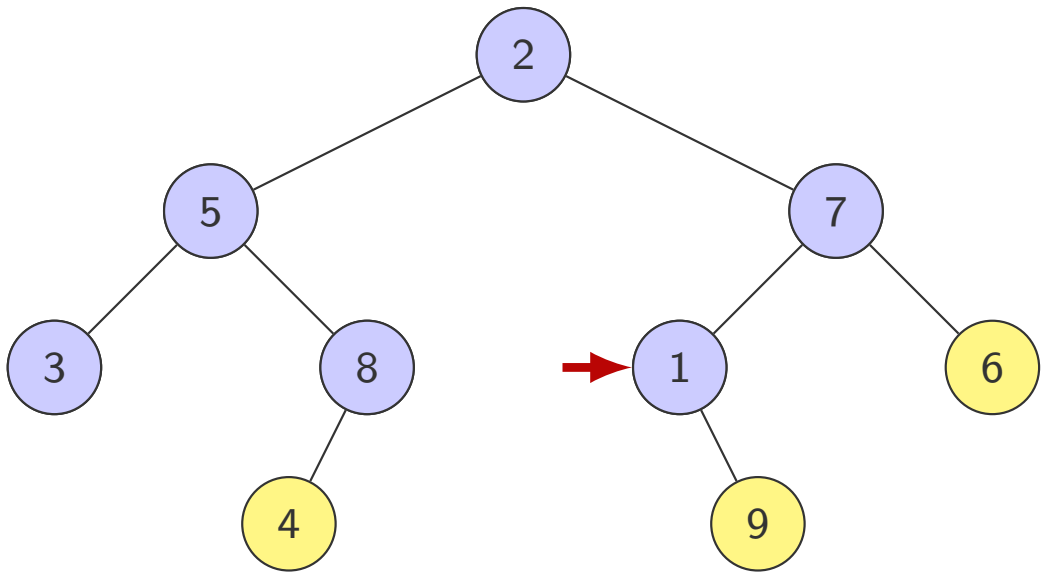


Ex: 2, 5, 7, 3, 8,

Percorrendo os nós (em largura)

O percurso em largura

- visita os nós por níveis
- da esquerda para a direita

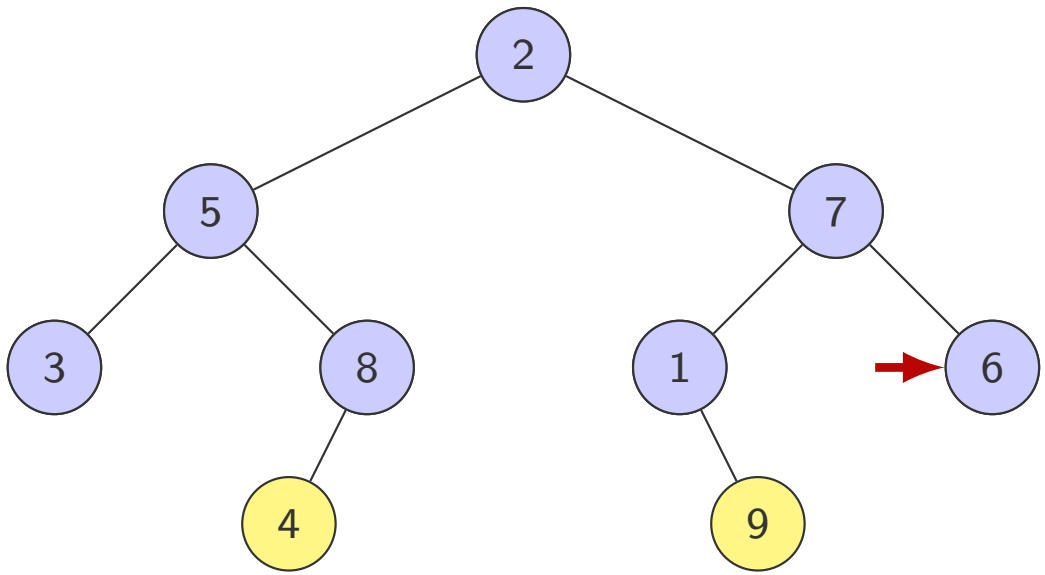


Ex: 2, 5, 7, 3, 8, 1,

Percorrendo os nós (em largura)

O percurso em largura

- visita os nós por níveis
- da esquerda para a direita

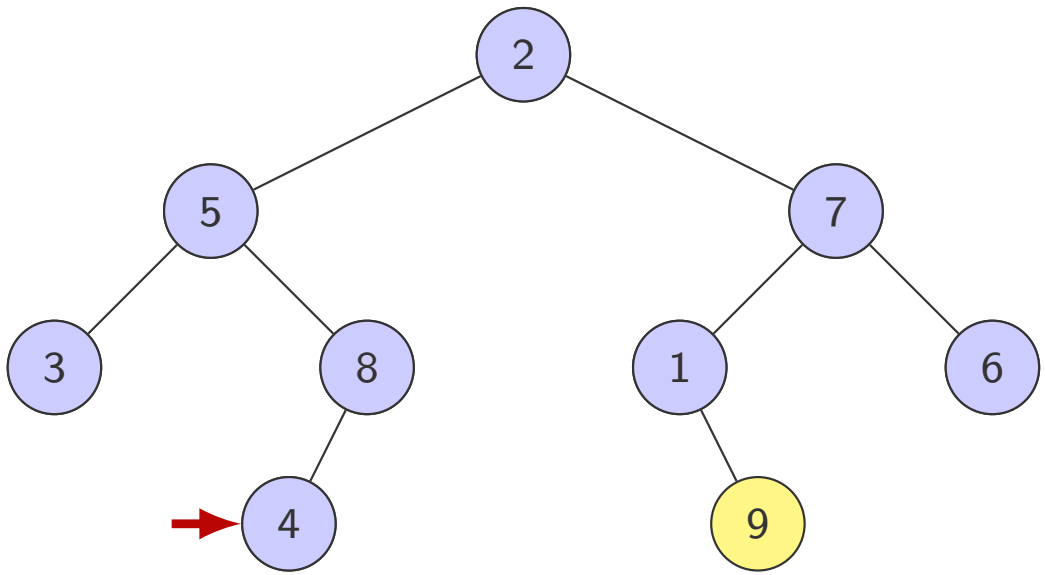


Ex: 2, 5, 7, 3, 8, 1, 6,

Percorrendo os nós (em largura)

O percurso em largura

- visita os nós por níveis
- da esquerda para a direita

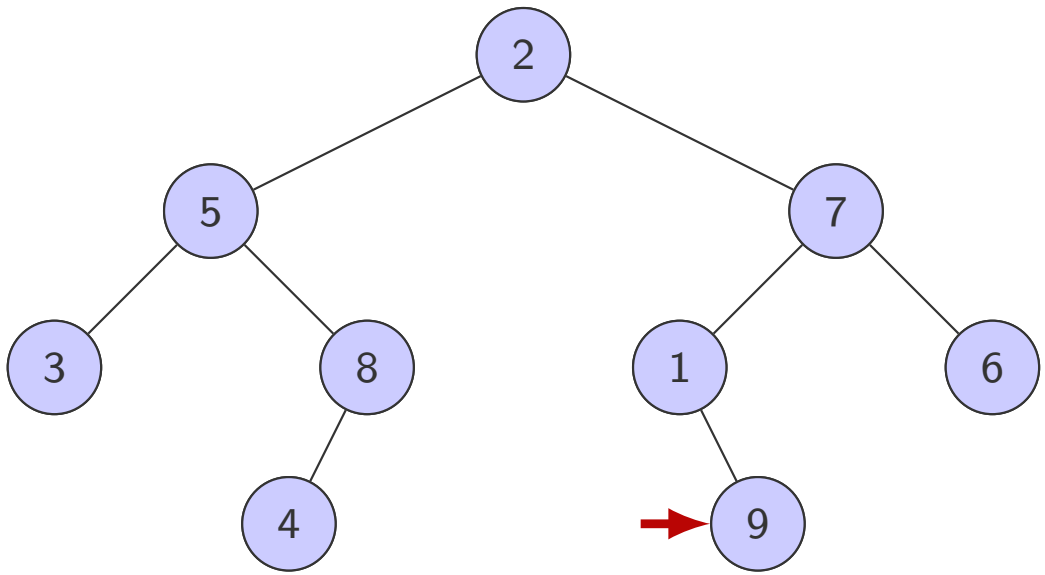


Ex: 2, 5, 7, 3, 8, 1, 6, 4,

Percorrendo os nós (em largura)

O percurso em largura

- visita os nós por níveis
- da esquerda para a direita



Ex: 2, 5, 7, 3, 8, 1, 6, 4, 9

Implementação do percurso em largura

Como implementar a busca em largura?

Implementação do percurso em largura

Como implementar a busca em largura?

- Usamos uma fila

Implementação do percurso em largura

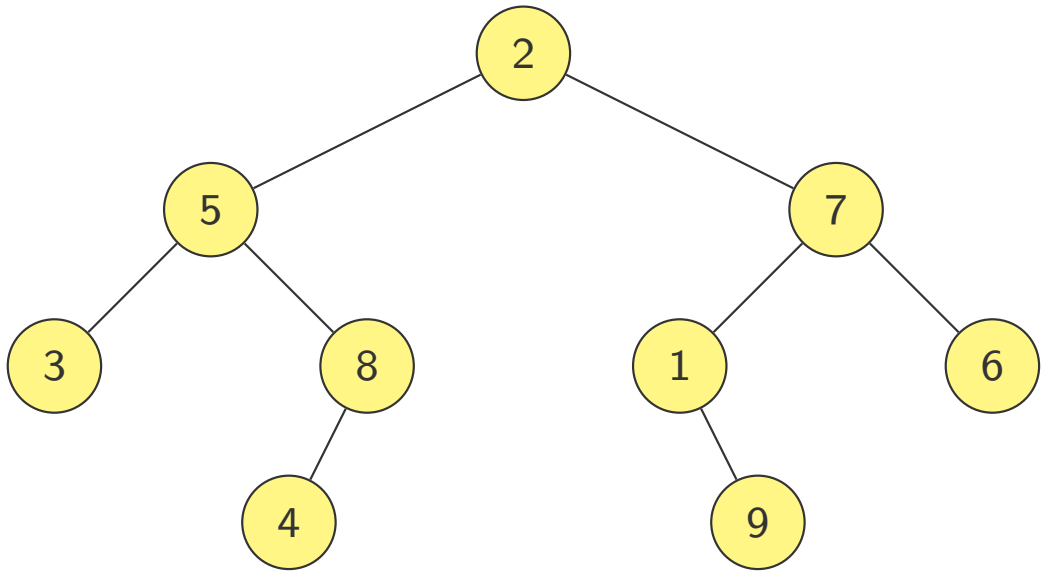
Como implementar a busca em largura?

- Usamos uma fila
- Colocamos a raiz na fila e depois

Implementação do percurso em largura

Como implementar a busca em largura?

- Usamos uma fila
- Colocamos a raiz na fila e depois
- pegamos um elemento da fila e enfileiramos seus filhos

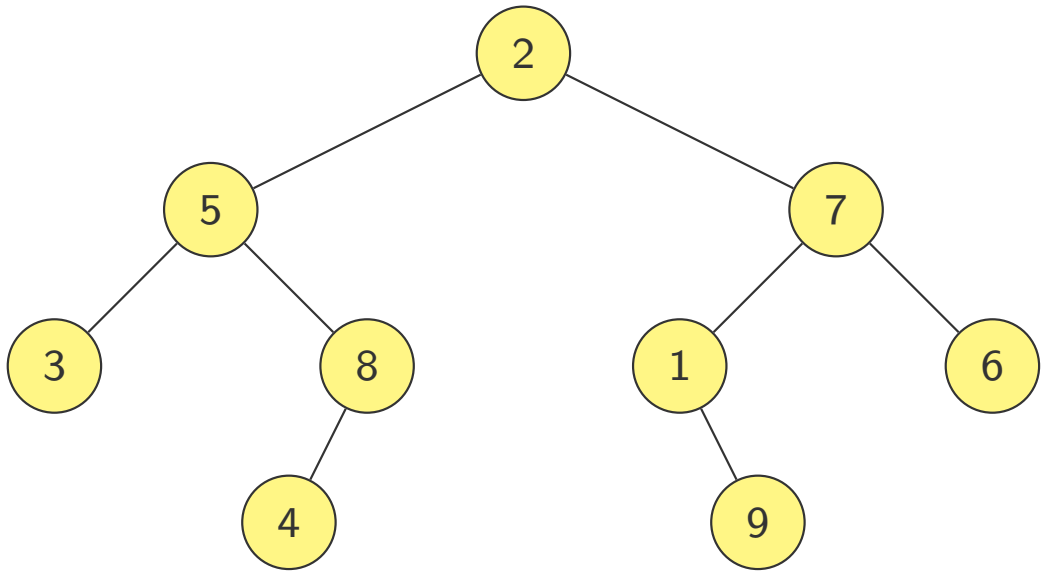


Fila

Implementação do percurso em largura

Como implementar a busca em largura?

- Usamos uma fila
- Colocamos a raiz na fila e depois
- pegamos um elemento da fila e enfileiramos seus filhos

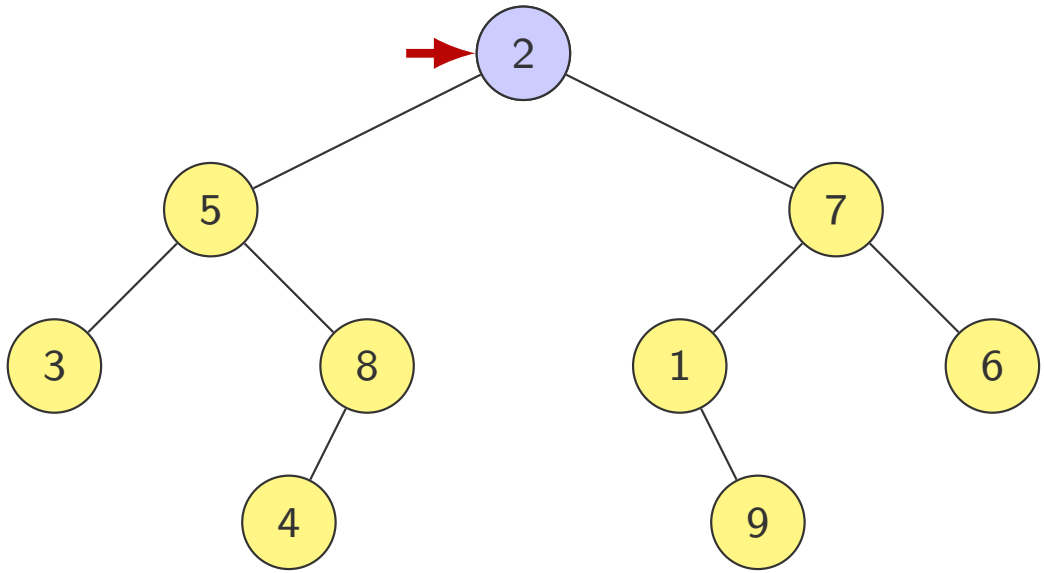


Fila [2]

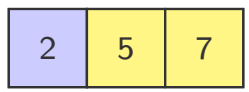
Implementação do percurso em largura

Como implementar a busca em largura?

- Usamos uma fila
- Colocamos a raiz na fila e depois
- pegamos um elemento da fila e enfileiramos seus filhos



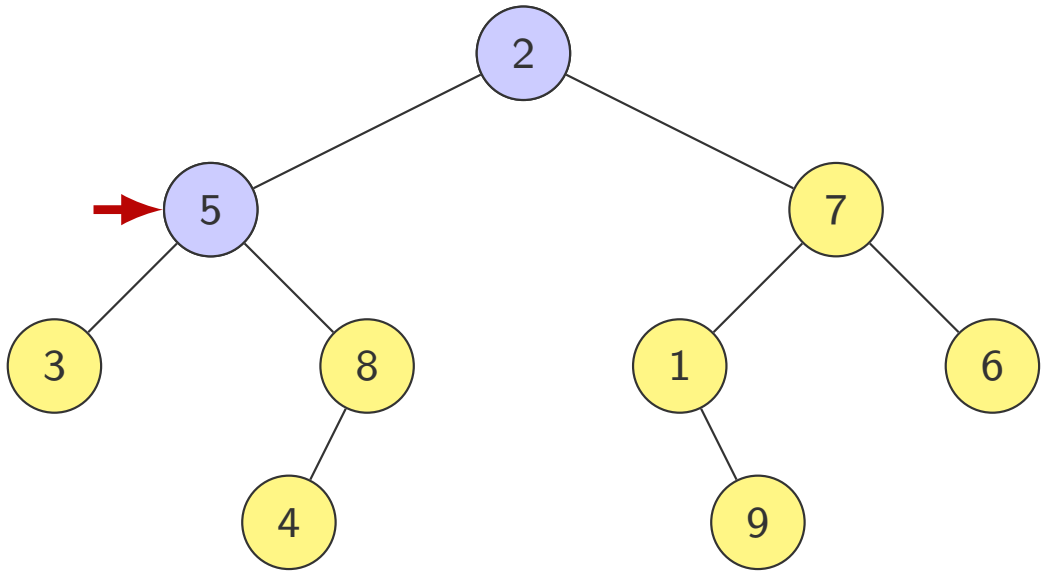
Fila



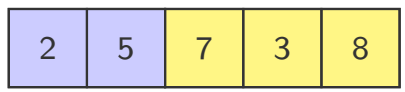
Implementação do percurso em largura

Como implementar a busca em largura?

- Usamos uma fila
- Colocamos a raiz na fila e depois
- pegamos um elemento da fila e enfileiramos seus filhos



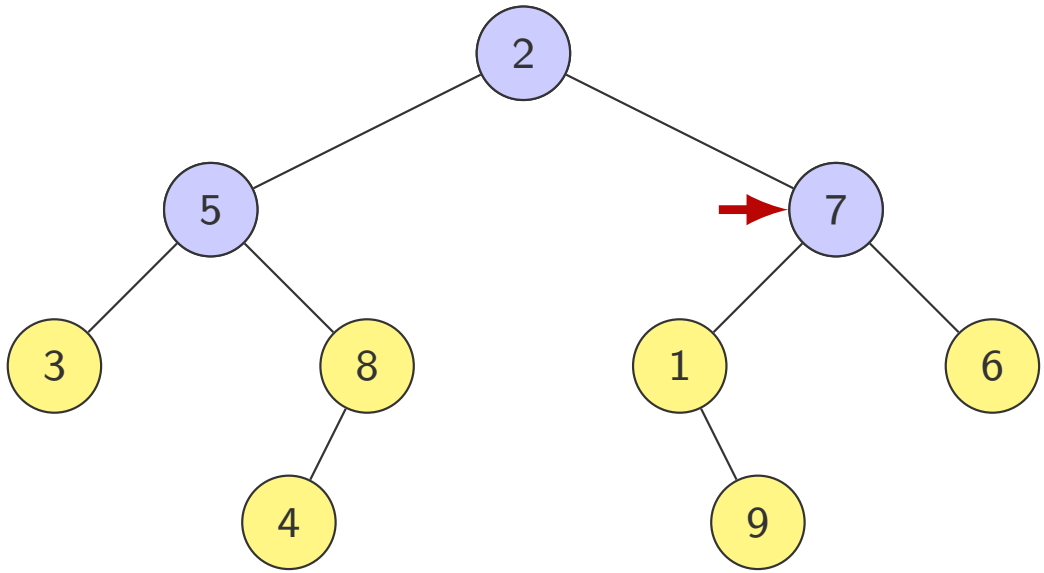
Fila



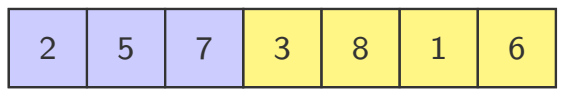
Implementação do percurso em largura

Como implementar a busca em largura?

- Usamos uma fila
- Colocamos a raiz na fila e depois
- pegamos um elemento da fila e enfileiramos seus filhos



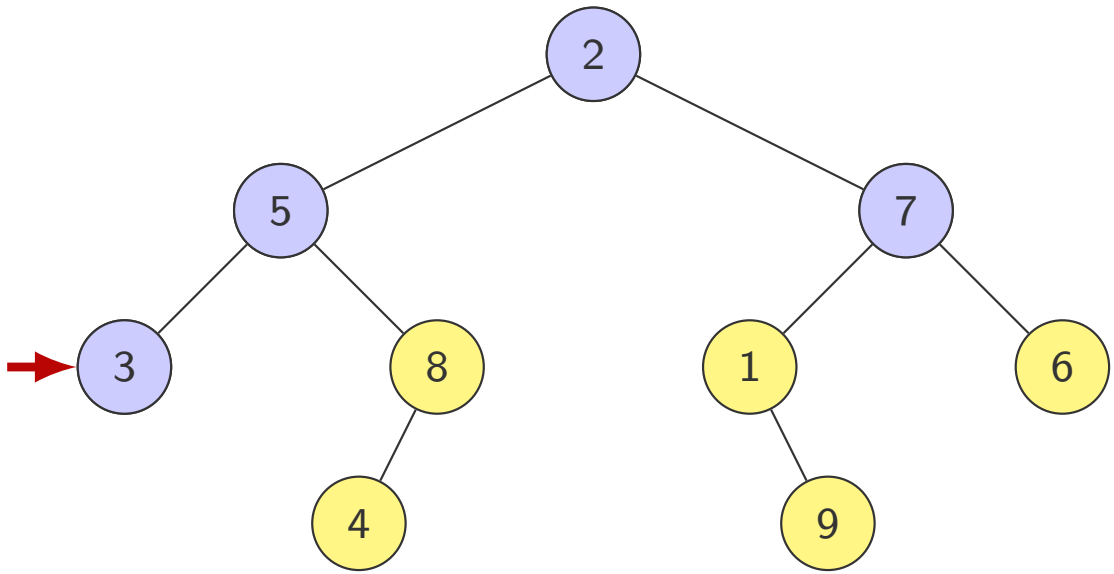
Fila



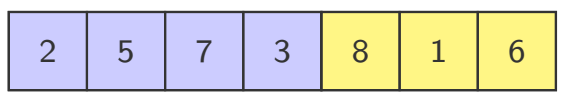
Implementação do percurso em largura

Como implementar a busca em largura?

- Usamos uma fila
- Colocamos a raiz na fila e depois
- pegamos um elemento da fila e enfileiramos seus filhos



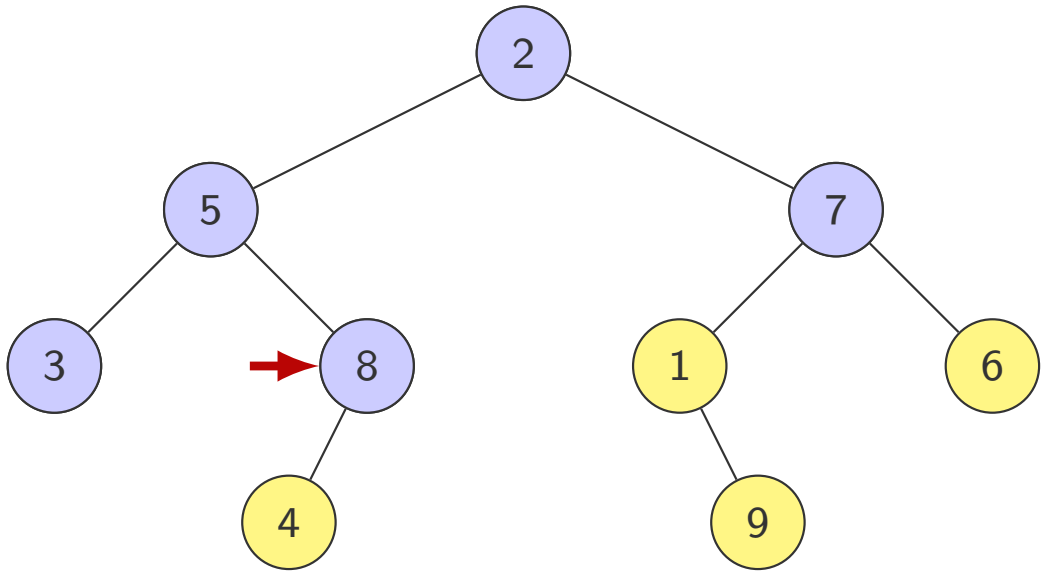
Fila



Implementação do percurso em largura

Como implementar a busca em largura?

- Usamos uma fila
- Colocamos a raiz na fila e depois
- pegamos um elemento da fila e enfileiramos seus filhos



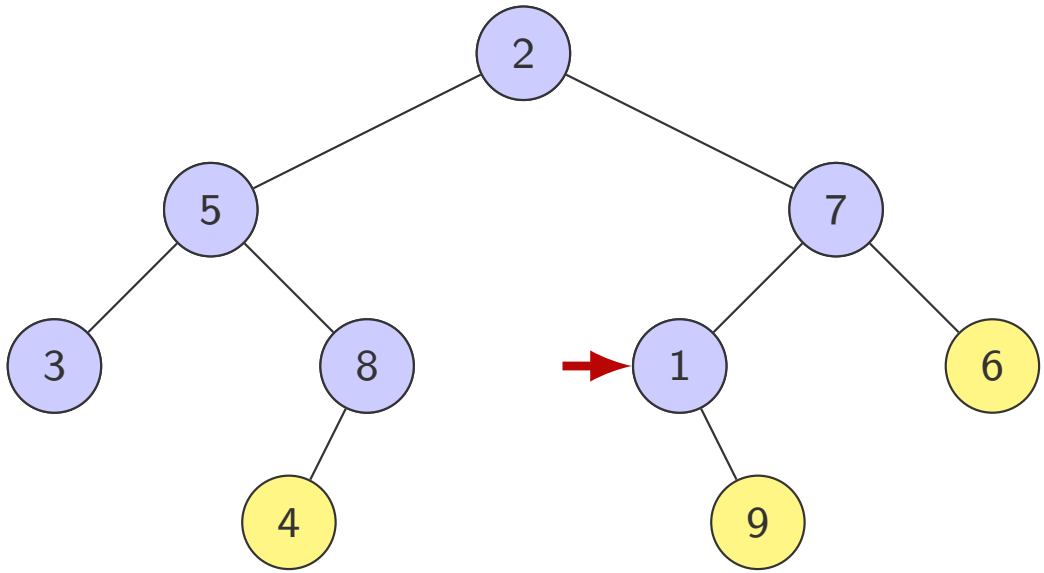
Fila

Implementação do percurso em largura

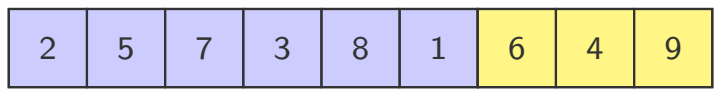
Universidade Federal do Ceará
Campus Quixadá

Como implementar a busca em largura?

- Usamos uma fila
- Colocamos a raiz na fila e depois
- pegamos um elemento da fila e enfileiramos seus filhos



Fila

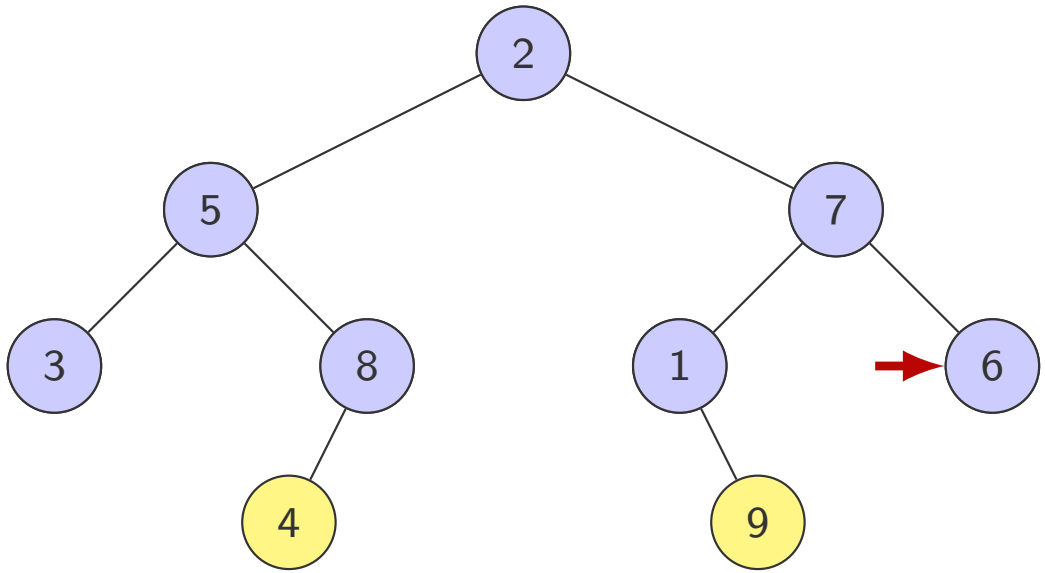


Implementação do percurso em largura

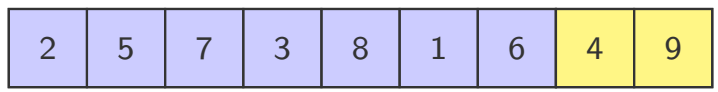
Universidade Federal do Ceará
Campus Quixadá

Como implementar a busca em largura?

- Usamos uma fila
- Colocamos a raiz na fila e depois
- pegamos um elemento da fila e enfileiramos seus filhos



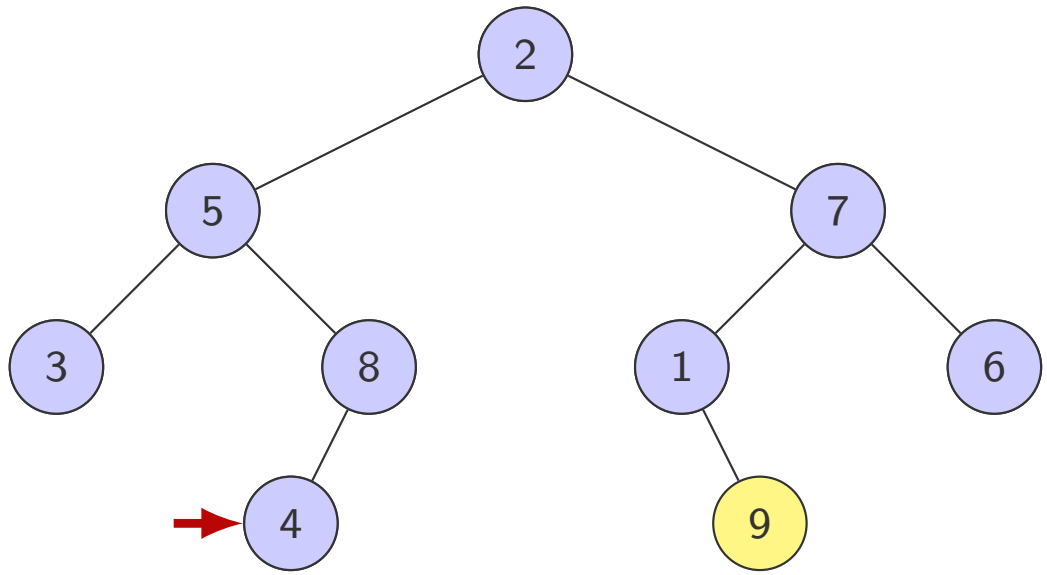
Fila



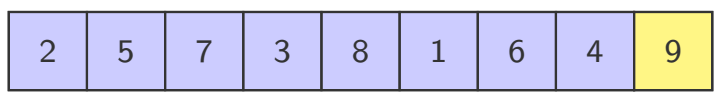
Implementação do percurso em largura

Como implementar a busca em largura?

- Usamos uma fila
- Colocamos a raiz na fila e depois
- pegamos um elemento da fila e enfileiramos seus filhos



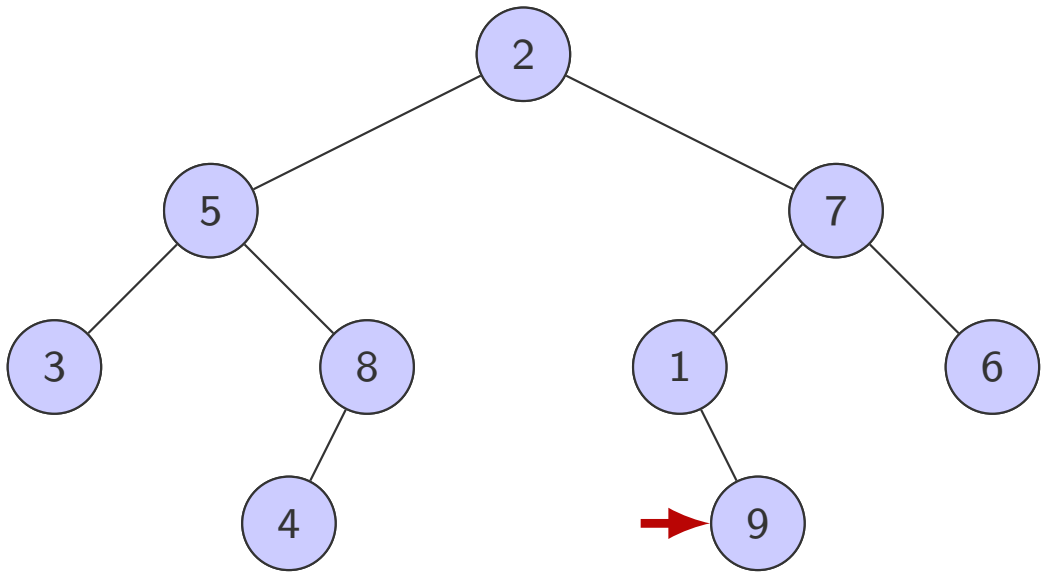
Fila



Implementação do percurso em largura

Como implementar a busca em largura?

- Usamos uma fila
- Colocamos a raiz na fila e depois
- pegamos um elemento da fila e enfileiramos seus filhos



Fila

2	5	7	3	8	1	6	4	9

Percurso em largura

Vamos usar a class queue da biblioteca STL do C++

```
1  void bt_level_traversal(Node* root) {
2      queue<Node*> fila; // cria fila vazia
3      fila.push(root); // enfileira a raiz na fila
4      while ( ! fila.empty() ) {
5          Node *node = fila.front();
6          fila.pop();
7          if (node != nullptr) {
8              fila.push(node->left);
9              fila.push(node->right);
10             cout << node->key << endl; /* visita raiz */
11         }
12     }
13 }
```

Percurso em largura

Vamos usar a class `queue` da biblioteca STL do C++

```
1  void bt_level_traversal(Node* root) {
2      queue<Node*> fila; // cria fila vazia
3      fila.push(root); // enfileira a raiz na fila
4      while ( ! fila.empty() ) {
5          Node *node = fila.front();
6          fila.pop();
7          if (node != nullptr) {
8              fila.push(node->left);
9              fila.push(node->right);
10             cout << node->key << endl; /* visita raiz */
11         }
12     }
13 }
```

Agora enfileiramos `node->left` primeiro

Percurso em largura

Vamos usar a class `queue` da biblioteca STL do C++

```
1  void bt_level_traversal(Node* root) {
2      queue<Node*> fila; // cria fila vazia
3      fila.push(root); // enfileira a raiz na fila
4      while ( ! fila.empty() ) {
5          Node *node = fila.front();
6          fila.pop();
7          if (node != nullptr) {
8              fila.push(node->left);
9              fila.push(node->right);
10             cout << node->key << endl; /* visita raiz */
11         }
12     }
13 }
```

Agora enfileiramos `node->left` primeiro

- E se fosse o contrário?

Exercícios

Exercício

Exercício: Escreva uma função iterativa que calcula o número de nós de uma árvore. A função deve obedecer o seguinte protótipo: `int bt_size_iterative(Node* node);`

- Dica: você vai precisar de uma pilha.

Exercício

Exercício: Escreva uma função iterativa que calcula a altura de uma árvore. A função deve obedecer o seguinte protótipo:
`int bt_height_iterative(Node* node);`

- Dica: Você pode usar uma fila.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

FIM