

Lista 1 - Álgebra Linear

1) Sejam:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \\ -2 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

Calcule:

a) $E + F$

c) $2E - F$

e) $D \cdot A$

g) $B \cdot C$

b) $E - F$

d) $E - 3F$

f) $D \cdot B$

h) $A \cdot c$

2) Calcular x e y tal que:

$$\begin{bmatrix} 3x - 1 & x + y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y & 35 \end{bmatrix} \quad (1)$$

3) Determinar x, y, z e w tal que a equação matricial:

$$2 \begin{bmatrix} x & y \\ z & -w \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & x - y \\ z + w & 6 + y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + y & 5 \\ 2w & 2w - z \end{bmatrix} \quad (2)$$

seja verdadeira.

4) Determinar o valor de x para que o produto:

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 7 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -x & -14x & 7x \\ 0 & 1 & 0 \\ x & 4x & -2x \end{bmatrix} \quad (3)$$

seja igual à matriz identidade.

5) Considere a Matriz:

$$\begin{bmatrix} 10 & 2 & 1 \\ -2 & 12 & 8 \\ 5 & 4 & -12 \end{bmatrix} \quad (4)$$

a) Determinar os menores principais.

b) Calcular o traço.

c) Verificar se é estritamente diagonalmente dominante.

6) Considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$$

Verificar que $(AB)^t = B^t A^t$.

7) Considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & x \\ y & 1 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 4 & -3x \\ 14 - y & 2 \end{pmatrix}$$

Determinar os valores de x e y , sabendo que: $A + A^t = B$.

8) Considere a seguinte matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 30 & x + y & 12z \\ 12 - x & 20 & 2x - y \\ 6z & -3 - x + y & 10 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Determinar os valores de x , y , e z , sabendo que: $A = A^t$.

9) Prove que:

a) A^{-1} é inversível e $(A^{-1})^{-1} = A$.

b) Se $\alpha \neq 0$, αA é inversível e $(\alpha A)^{-1} = \alpha^{-1} A^{-1} = \frac{1}{\alpha} A^{-1}$

10) Escalonar as seguintes matrizes:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 3 \\ -2 & 6 & 2 \\ 3 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 6 & 1 \\ 3 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

usando operações elementares sobre as linhas, e dar o posto de cada uma delas.

11) Considere as seguintes matrizes:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1/3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1/3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1/3 & 1 \end{bmatrix}$$

Dizer quais matrizes são elementares.

12) Considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 6 & 8 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 4 & -1 \\ 2 & 5 & 1 & 3 \\ -2 & -5 & -2 & 5 \end{pmatrix}$$

Calcular o $\det(A)$ e $\det(B)$, usando o desenvolvimento de Laplace.

13) Considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \quad (6)$$

Verificar sem calcular seu determinante, que $\det(A) = 0$

14) Determinar a matriz inversa, se existir, das seguintes matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & 3 \\ -1 & 1 & -3 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} -2 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

usando escalonamento.

15) Considere que:

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} -40 & 16 & 9 \\ 13 & -5 & -3 \\ 5 & -2 & -1 \end{pmatrix} \quad B^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Usando escalonamento, calcular A e B .

16) Considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & x \\ 1/x & 0 \end{pmatrix} \quad (7)$$

Determinar os valores de x para os quais $A^2 = I$.

17) Considere as matrizes:

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \quad B^{-1} = \begin{pmatrix} x & y \\ 6 & -1 \end{pmatrix}$$

Calcular x e y para que as matrizes A e B comutem.

18) Dadas as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 14 \end{pmatrix}$$

determinar matrizes X e Y que satisfaçam ao sistema linear:

$$\begin{cases} 2X + Y = A \\ X - Y = B \end{cases} \quad (8)$$

19) Calcular x , sabendo que a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} x & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & x \end{pmatrix} \quad (9)$$

não possui inversa.

20) Considere as seguintes matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} x & -2 & 1 \\ 0 & x+1 & 3 \\ 1 & -5 & 1 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} x & 1 & 1 \\ 2 & x & 3 \\ -1 & 5 & x \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} x^2 & 2x \\ 10 & x \end{pmatrix}$$

Resolva as seguintes equações:

a) $\det(A) = 9$

b) $\det(B) = \det(C)$