

Álgebra Linear

Transformacao Linear

1. Dentre as transformações $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definidas pelas seguintes leis, verificar quais são lineares:
 - (a) $T(x, y) = (x - 3y, 2x + 5y)$
 - (b) $T(x, y) = (x^2, y^2)$
 - (c) $T(x, y) = (x + 1, y)$
 - (d) $T(x, y) = (3y, -2x)$
2.
 - (a) Determinar a transformação linear $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tal que $T(-1, 1) = (3, 2, 1)$ e $T(0, 1) = (1, 1, 0)$.
 - (b) Encontrar $v \in \mathbb{R}^2$ tal que $T(v) = (-2, 1, -3)$.
3. Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ uma transformação linear definida por $T(1, 1, 1) = (1, 2)$, $T(1, 1, 0) = (2, 3)$ e $T(1, 0, 0) = (3, 4)$
 - (a) Determinar $T(x, y, z)$.
 - (b) Determinar $v \in \mathbb{R}^3$ tal que $T(v) = (-3, -2)$.
 - (c) Determinar $v \in \mathbb{R}^3$ tal que $T(v) = (0, 0)$.
4. Seja a transformação linear $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tal que $T(-2, 3) = (-1, 0, 1)$ e $T(1, -2) = (0, -1, 0)$.
 - (a) Determinar $T(x, y)$.
 - (b) Determinar $N(T)$ e $Im(T)$.
 - (c) T é injetora? É sobrejetora? Prove suas afirmações.
5. Consideremos a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definida por $T(x, y, z) = (2x + y - z, x + 2y)$ e as bases $A = \{(1, 0, 0), (2, -1, 0), (0, 1, 1)\}$ do \mathbb{R}^3 e $B = \{(-1, 1), (0, 1)\}$ do \mathbb{R}^2 . Determinar a matriz $[T]_B^A$.
6. Sabendo que a matriz de uma transformação linear $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ nas bases $A = \{(-1, 1), (1, 0)\}$ do \mathbb{R}^2 e $B = \{(1, 1, -1), (2, 1, 0), (3, 0, 1)\}$ do \mathbb{R}^3 é:

$$[T]_B^A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 5 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

encontrar a expressão de $T(x, y)$ e a matriz $[T]$ (de base canônica para base canônica).

7. Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tal que

$$[T]_{B_2}^{B_1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

sendo $B_1 = \{(0, 1, 1), (1, 0, 0), (1, 0, 1)\}$ e $B_2 = \{(-1, 0), (0, -1)\}$ bases do \mathbb{R}^3 e do \mathbb{R}^2 , respectivamente.

- (a) Encontrar a expressão de $T(x, y, z)$.
- (b) Determinar $Im(T)$ e uma base para esse subespaço.
- (c) Determinar $N(T)$ e uma base para esse subespaço.
- (d) T é injetora? T é sobrejetora? Prove suas afirmações.