



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
Campus de Quixadá
Prof. Arthur Araruna
QXD0115- Estrutura de Dados Avançada

LE3
2025.1

Nome: _____ Matrícula: _____

Observação

Para os exercícios a seguir, quando alguma questão solicitar um algoritmo que recebe ou retorna uma árvore, considere que essa árvore será sempre representada por seu nó raiz.

1 Exercícios de Fixação

1. Desenhe uma árvore AVL de altura 4 com o menor número possível de nós.
2. Desenhe a árvore AVL resultante da inserção dos valores na sequência a seguir a partir de uma árvore vazia.
 $\langle 10, 20, 60, 40, 30, 80, 0, 50 \rangle$
3. Desenhe uma árvore AVL de tal forma que seja possível escolher 4 novos valores, cada um deles exigindo um tipo diferente de rotação para manter a árvore AVL caso fossem inseridos. Indique quais são esses valores e destaque onde eles seriam inseridos e qual a rotação exigida.
4. É possível que na remoção de um nó em uma árvore AVL todos os ascendentes do nó removido necessitem de rotações? Se sim, desenhe uma árvore em que isso acontece, tendo o nó removido pelo menos dois ascendentes. Se não, explique por que, citando qual é o máximo possível.
5. Escreva as versões recursivas de INSERIR-AVL e REMOVER-AVL.
6. Determine se cada afirmação a seguir é verdadeira ou falsa.
 - ☐ Se fornecermos um percurso em pré-ordem de uma árvore e a lista dos balanços dos seus nós fornecida na mesma ordem, sempre é possível redesenharmos a árvore original sem ambiguidades.
 - ☐ Em árvores AVL, todas as folhas estão concentradas nos três últimos níveis da árvore, qualquer que seja o número de nós.
 - ☐ A única forma de rotacionarmos a raiz de uma árvore AVL durante uma inserção é se antes de inserir o novo valor a árvore for semelhante a uma árvore completa (faltando nós apenas no último nível, os demais completos).
 - ☐ Se tomarmos uma árvore AVL T , executarmos $\text{INSERIR-AVL}(T, x)$ e, logo após, executarmos $\text{REMOVER-AVL}(T, x)$, a árvore resultante será sempre distinta da configuração inicial de T .
7. Forneça uma sequência de 10 valores tais que, se inseridos em uma árvore AVL inicialmente vazia, causarão o maior número possível de rotações dentre todas essas possíveis sequências.
8. **POCOMP 2016 (adaptada).**
Uma árvore balanceada T que armazena n chaves é uma árvore binária de busca na qual
 - A. a diferença entre as alturas de suas subárvores permanece constante em todo o caso, após inserções ou remoções de chaves.
 - B. as operações de inserção e remoção de chaves em nós internos v de T seguem um padrão linear de tempo de execução.
 - C. a propriedade da altura/balanceamento é determinada pela extensão do caminho mais curto entre um nó interno v até o nó raiz de T .
 - D. a variação da altura dos nós filhos de cada nó interno v de T é de, no máximo, uma unidade.
 - E. o tempo de execução para todas as operações fundamentais sobre cada nó interno v de T se mantém constante.

2 Exercícios de Aplicação

9. Dada uma Árvore Binária T onde não há referência ao valor das alturas das sub-árvores nem aos balanços dos nós, escreva um algoritmo que determina se essa árvore é AVL.
10. **POSCOMP 2014 (adaptada).**
Sejam uma árvore AVL A , r a raiz de uma subárvore S de A e a_d e a_e , respectivamente, as alturas das subárvores direita e esquerda de S .
Em relação a esse tema, assinale a alternativa correta.
- A. $a_e = a_d$
 - B. $\frac{a_e + a_d}{2} = 2a_e$
 - C. Considere que $a_e < a_d$, portanto o valor de a_d pode ser qualquer valor no intervalo $[a_e, 2a_e]$.
 - D. Considere que $a_e < a_d$, portanto o valor de a_d pode ser qualquer valor no intervalo $[a_e, 2^{a_e}]$.
 - E. $|a_e - a_d| \leq 1$

3 Desafios

11. Dada uma árvore binária de busca, não necessariamente balanceada, e supondo que em cada nó n armazenamos a altura da sua sub-árvore no campo `n.altura`, escreva um algoritmo que converta essa árvore numa árvore AVL da forma mais eficiente possível.
12. Dadas duas árvores AVL T_1 e T_2 , de forma que para todos $x_1 \in T_1$ e $x_2 \in T_2$ temos $x_1 < x_2$, implemente um algoritmo que retorna uma árvore AVL resultante da união de T_1 e T_2 da forma mais eficiente possível. Caso seja útil, suponha que informamos ao seu algoritmo as alturas de cada uma das árvores.
13. Uma árvore é k -balanceada quando o módulo da diferença entre as alturas dos filhos esquerdo e direito de qualquer nó é no máximo k . Em especial, as árvores AVL são 1-balanceadas. Pede-se:
- (a) Verifique se as árvores 2-balanceadas são balanceadas segundo a definição vista.
 - (b) Desenvolva um algoritmo eficiente para inclusão de nós em árvores 2-balanceadas.