QXD0017 - LÓGICA PARA COMPUTAÇÃO

Profa. Dra. Viviane Menezes
Turma - 04A

Avaliação Parcial 2 - Resolvida

1. Considere os seguintes predicados:

   - $P(x)$: x é um prêmio.
   - $G(x, y)$: x ganhou y.
   - $M(x)$: x é uma menina.

   Assinale a opção que corresponde a fórmula na lógica de predicados que formaliza corretamente a frase "*Uma menina ganhou todos os prêmios*".

   Resposta: $\exists x(M(x) \wedge \forall y(P(y) \rightarrow G(x, y))$ Existe uma menina x tal que, para todo y, se y é um prêmio, então x ganhou y.

2. Considere os seguintes predicados:

   - $G(x, y)$: x ganhou de y
     Assinale a opção que corresponde a fórmula na lógica de predicados que formaliza corretamente a frase "*O Flamengo ganhou de algum time que ganhou do Vasco*".

   Resposta: $\exists x(G(flamengo, x) \wedge G(x, vasco))$. Existe um time x tal que o Flamengo ganhou desse time x e esse time x ganhou do Vasco. Lembre-se que Flamengo e Vasco são constantes (termos) e devem ser escritas na fórmula com letra minúscula.

3. Considere o modelo em que:

   - $A = \{a, b, c\}$ e
   - $R = \{(b, c), (a, b), (c, b)\}$.

   Assinale, de acordo com a semântica da lógica de predicados, a fórmula que é satisfeita no modelo.

   Resposta: $\forall x \exists y R(x, y)$.

   De acordo com a semântica da lógica de predicados, devemos provar que para todos os $x \in A$ existe algum $y \in A$ tal que $R(x, y)$ é verdade. Considere os três casos de $x \in A$:

   - quando $x = a$, $R(a, b)$ é verdade pois $(a, b) \in R$;
   - quando $x = b$, $R(b, c)$ é verdade pois $(b, c) \in R$ e;
   - quando $x = c$, $R(c, b)$ é verdade pois $(c, b) \in R$.

   Assim, $\mathcal{M} \models \forall x \exists y R(x, y)$.

4. Considere o modelo da família *Targaryen*, descrita no livro Fogo e Sangue de George R. R. Martin, em que:

   - A = {viserys1, daemon, rhaenyra, aegon3}
   - Irmaos = {(viserys1, daemon), (daemon,viserys1)}
   - Pai = {(viserys1, rhaenyra), (daemon, aegon3)}
   - Mae = {(rhaenyra, aegon3)}

Assinale, de acordo com a semântica da lógica de predicados, a opção contendo a fórmula que **NÃO É SATISFEITA** no modelo.

Resposta: $\exists x(Pai(viserys1, x) \wedge Pai(x, aegon3))$

De acordo com a semântica da Lógica de Predicados, para que a fórmula fosse verdade no modelo deveria existir algum valor de $x \in A$, tal que a fórmula $Pai(viserys1, x) \wedge Pai(x, aegon3)$ fosse verdade. Para que tal fórmula seja verdadeira $Pai(viserys1, x)$ deve ser verdade e $Pai(x, aegon3)$ deve ser verdade. No entanto, $Pai(viserys1, x)$ é verdade para $x = rhaenyra$. Neste caso temos que $Pai(rhaenyra, aegon3)$ é falso pois (*rhaenyra*, *aegon3*) $\notin Pai$. Assim, $\mathcal{M} \not\models \exists x(Pai(viserys1, x) \wedge Pai(x, aegon3))$

5. Prove que $P \to \exists x Q(x) \vdash \exists x(P \to Q(x))$.

1.		$P \to \exists x Q(x)$	premissa
2.		$\neg \exists x(P \to Q(x))$	hipótese
3.		P	hipótese
4.		$\exists x Q(x)$	$\to e$ 1, 3
5.	$x0$	$Q(x0)$	hipótese
6.		P	hipótese
7.		$Q(x0)$	copie 5
8.		$P \to Q(x0)$	$\to i$ 6-7
9.		$\exists x(P \to Q(x))$	$\exists i$ 8
10.		$\exists x(P \to Q(x))$	$\exists e$ 4,5-9
11.		$\bot$	$\neg e$ 2, 10
12.		$Q(x0)$	$\bot e$ 11
13.		$P \to Q(x0)$	$\to i$ 3-12
14.		$\exists x(P \to Q(x))$	$\exists i$ 13
15.		$\bot$	$\neg e$ 2, 14
16.		$\exists x(P \to Q(x))$	raa 2-15

6. Prove que $\forall x(P(x) \vee Q(x)) \vdash \forall x P(x) \vee \exists x Q(x)$.

1.		$\forall x(P(x) \vee Q(x))$	premissa
2.		$\neg(\forall x P(x) \vee \exists x Q(x))$	hipótese
3.	$x0$		
4.		$P(x0) \vee Q(x0)$	$\forall e$ 1
5.		$P(x0)$	hipótese
6.		$Q(x0)$	hipótese
7.		$\exists x Q(x)$	$\exists i$ 6
8.		$\forall x P(x) \vee \exists x Q(x)$	$\vee i$ 7
9.		$\bot$	$\neg e$ 2, 8
10.		$P(x0)$	$\bot e$ 9
11.		$P(x0)$	$\vee e$ 4, 5-5, 6-10
12.		$\forall x P(x)$	$\forall i$ 3-11
13.		$\forall x P(x) \vee \exists x Q(x)$	$\vee i$ 12
14.		$\bot$	$\neg e$ 2, 13
15.		$\forall x P(x) \vee \exists x Q(x)$	raa 2-14

7. Prove que $\forall x \neg P(x) \vdash \neg \exists x P(x)$.

1.		$\forall x \neg P(x)$	premissa
2.		$\exists x P(x)$	hipótese
3.	$x0$	$P(x0)$	hipótese
4.		$\neg P(x0)$	$\forall e$ 1
5.		$\perp$	$\neg e$ 3, 4
6.		$\perp$	$\exists e$ 2,3-5
7.		$\neg \exists x P(x)$	$\neg i$ 2-6