UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
Campus de Quixadá
Prof. Arthur Araruna
QXD0008 - Matemática Discreta

LE1
2023.1

Técnicas de Demonstração

Observações

- Existem dicas em algumas questões, mas elas estão com texto branco para que você possa tentar resolvê-las antes.
  - Tente ler apenas uma por vez.
  - Para ler, use a ferramenta de seleção de texto do seu visualizador.

Prova Direta

1. Mostre que o produto de dois números racionais é um número racional.
2. Mostre que a soma de dois números inteiros ímpares é par.
3. Mostre que a soma de dois números pares é par.
4. Mostre que o produto de dois números pares é par.
5. Mostre que se a soma de dois números é par então a sua diferença também é par.
6. Demonstre que, se m é ímpar e n é par, então $m^2 + n^2$ é ímpar.
7. Mostre que se n é ímpar então $n^2 - 6n + 5$ é par.
8. Mostre que se $m + n$ e $n + p$ são números inteiros pares, em que m,n e p são inteiros, então $m + p$ é par.

Dica:

9. Mostre que se a soma de dois números é par então a sua diferença também é par.
10. Mostre que se a diferença entre dois números é par então a sua soma também é par.

Prova pela Contrapositiva

11. Mostre que se $7n + 4$ é par então n é par.
12. Mostre que se n^2 é par então n é par.
13. Mostre que se $x^2 - 6x + 5$ é par então x é ímpar.
14. Mostre que para todo m e n inteiros, se mn é par então m é par ou n é par.
15. Mostre que se x é irracional então $\frac{1}{x}$ é irracional.
16. Mostre que, para todo número real x, se x^2 é irracional, então x também é irracional.
17. Mostre que, dados $x, y \in \mathbb{R}$, se $x + y \geq 2$, então $x \geq 1$ ou $y \geq 1$.

Escolha a técnica

18. Mostre que a soma de um número par e um ímpar é ímpar.
19. Mostre que se a diferença entre dois números é par então a sua soma também é par.
20. Mostre que se $3n+2$ é par então $n+5$ é ímpar.

Dica:

21. Mostre que se $5n+6$ é ímpar então n é ímpar.
22. Mostre que para todo inteiro n, $4(n^2+n+1)-3n^2$ é um quadrado perfeito.

Dica:

23. Mostre que a diferença de dois quadrados perfeitos consecutivos é ímpar.
    - **OBS:** Tente descobrir (olhando alguns exemplos e como eles são construídos segundo a definição de quadrados perfeitos) como quadrados perfeitos *consecutivos* se relacionam.
    - **OBS:** Não é necessário demonstrar a propriedade que relaciona um quadrado perfeito e seu consecutivo.
24. Mostre que para todo m e n inteiros, se mn é par então m é par ou n é par.

Desafios

25. Mostre que, se m e n forem quadrados perfeitos, então $m+n+2\sqrt{mn}$ também deve ser.
26. Mostre que para todo inteiro n, $4(n^2+n+1)-3n^2$ é um quadrado perfeito.
27. Mostre que para todo inteiro n e m, se $n-m$ é par então n^3-m^3 é par.

Dica:

28. Mostre que, quando n é par, $(-1)^n = 1$.
29. Mostre que, quando n é ímpar, $(-1)^n = -1$.