

Terceira Avaliação Parcial

Matemática Discreta

Prof. Lucas Ismaily

1º Semestre de 2022

Aluno: [

] Matrícula: []

Informações importantes:

- A prova vale 11 pontos;
- Caso não saiba responder uma questão, se você escrever "não sei" ganhará 10% da questão. Por exemplo, se uma questão vale 2 pontos, você receberá 0,2 décimos;
- Prova individual. Sejam honestos com vocês e comigo, por favor. Se for detectado qualquer tipo de fraude, os envolvidos receberão nota zero. Note: os envolvidos receberão zero, não importa se você foi a origem ou o destino, ambos receberão nota zero.

Questões:

- (2,0 pontos) Qual a quantidade de dinheiro que pode ser reunida usando apenas notas de \$2 e \$5? Demonstre sua resposta usando a indução completa.
- (2,0 pontos) Mostre que a indução completa é um método de demonstração válido, indicando que ela se sustenta a partir da propriedade da boa ordenação.
- (2,0 pontos) Encontre os fechos reflexivos, simétricos e transitivos das seguintes relações em $\{1, 2, 3, 4\}$:
 - $\{(1, 2), (2, 1), (2, 3), (3, 4), (4, 1)\}$ $\{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (3, 2), (4, 1), (1, 2), (2, 4)\}$
 - $\{(2, 1), (2, 3), (3, 1), (3, 4), (4, 1), (4, 3)\}$ $\{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (1, 2), (3, 1), (2, 3), (4, 1)\}$
- (3,0 pontos) Quais destas relações em $\{0, 1, 2, 3\}$ são relações de equivalência? Quais propriedades estão faltando nas que não são relações de equivalência?
 - $\{(0, 0), (1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (3, 3)\}$
 - $\{(0, 0), (1, 1), (1, 3), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3)\}$
 - $\{(0, 0), (0, 1), (0, 2), (1, 0), (1, 1), (1, 2), (2, 0), (2, 2), (3, 3)\}$
- (2,0 pontos) Seja m um inteiro tal que $m > 1$. Prove que a relação de $R = \{(a, b) : a \equiv b \pmod{m}\}$ é uma relação de equivalência no conjunto dos inteiros.

Terceira Avaliação Parcial

Matemática Discreta

Prof. Lucas Ismailly

2º Semestre de 2022

Nome: [] Matrícula: []

Informações importantes:

- A prova vale 11 pontos;
- Caso não saiba responder uma questão, se você escrever "não sei" ganhará 10% da questão. Por exemplo, se uma questão vale 2 pontos, você receberá 0,2 décimos;
- **Prova individual.** Sejam honestos com vocês e comigo, por favor. Se for detectado qualquer tipo de fraude, os envolvidos receberão nota zero. Note: os envolvidos receberão zero, não importa se você foi a origem ou o destino, ambos receberão nota zero.

Questões:

1. (2,0 pontos) Qual a quantidade de dinheiro que pode ser reunida usando apenas notas de \$2 e \$5? Demonstre sua resposta usando a indução completa.
2. (2,0 pontos) Encontre a falha no Passo de Indução na seguinte "demonstração" de que toda postagem de três centavos ou mais pode ser feita usando-se apenas selos de três e quatro centavos. *Caso base:* podemos fazer postagens de três centavos com apenas um selo de três, e podemos fazer postagens de quatro centavos usando apenas um selo de quatro centavos. *Hipótese de Indução:* assuma que podemos fazer postagens de j centavos para todos os números inteiros não negativos j com $j \leq k$ usando apenas selos de três e quatro centavos. *Passo de Indução:* por H.I, podemos fazer postagens de k centavos. Então, podemos substituir um selo de três centavos por um selo de quatro centavos para fazer uma postagem de $k + 1$ centavos.
3. (3,0 pontos) Quais destas relações em $\{0, 1, 2, 3\}$ são relações de equivalência? Quais propriedades estão faltando nas que não são relações de equivalência?

(a) $\{(0, 0), (1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (3, 3)\}$

(b) $\{(0, 0), (1, 1), (1, 3), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3)\}$

1

$$\begin{aligned} 3 &= 1 + 0 \\ 4 &= 0 + 1 \end{aligned}$$