

FUNÇÃO AFIM

Professor: Diego Caitano de Pinho

Sumário

1. Função afim (função do primeiro grau)
2. Exercícios

Função Afim

Definição 1: Uma função $f: R \rightarrow R$ chama-se afim se existirem constantes $m, n \in R$ tais que $f(x) = mx + n$ para todo $x \in R$.

Função Afim

Definição 1: Uma função $f: R \rightarrow R$ chama-se afim se existirem constantes $m, n \in R$ tais que $f(x) = mx + n$ para todo $x \in R$.

Observações:

1. O gráfico de uma função afim é uma reta: **m** é o coeficiente angular (com relação ao eixo x) e **n** é o coeficiente linear da reta;
2. O coeficiente linear **n** é a ordenada do ponto de interseção da reta com o eixo **y** ;
3. O coeficiente angular **m** mede a inclinação da reta: ele é igual a tangente do ângulo entre a reta e o eixo x quando a mesma escala foi usada nos dois eixos coordenados.

$$m = \tan \theta$$

$$y = f(x) = y_0 + m(x - x_0)$$

Função Afim

Exemplo: Determine a forma funcional $f(x)$, da reta cujo coeficiente angular é $m = 2$ e passa pelo ponto $P(1, 3)$.

Função Afim - Raiz

- As raízes de quaisquer função $f(x)$ são determinadas pela resolução da equação

$$f(x) = 0$$

Função Afim - Raiz

➤ **Exemplo:** Determine a raiz da função $f(x) = \sqrt{2}x - \sqrt{8}$

Função Afim – Domínio e Imagem

- Tanto o domínio com a imagem de uma função de primeiro grau são todos reais.

Matematicamente:

$$D(f) = R$$

$$Im(f) = R$$

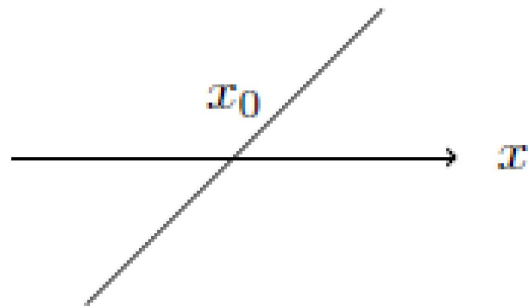
Função Afim – Crescimento

- Quando m é maior que zero a reta é crescente, ou seja, quando os valores de x crescem os de y também crescem. Quando m é menor que zero a reta é decrescente, ou seja, quando os valores de x crescem os de y decrescem. Esquematicamente,

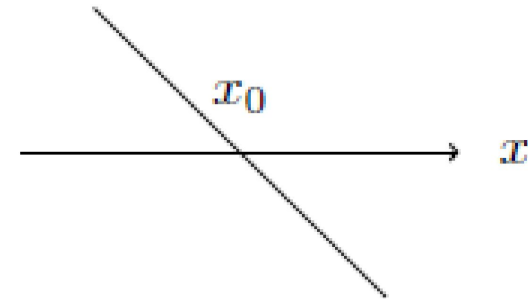
Condição	Tipo
	Crescente
	Decrescente

Função Afim – Crescimento

**Comportamento de uma reta
crescente**



**Comportamento de uma reta
decrescente**



Função Afim – Crescimento: Exemplo

Exemplo: Especifique, para cada uma das funções abaixo, se é crescente ou decrescente em R .

a) $y = 3x - 2$

b) $y = -4x + 3$

➤ **Exemplo:** Seja a função real,

$$f(x) = (2a - 14)x - 3$$

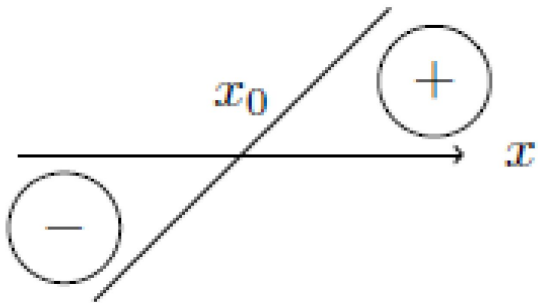
Onde a é uma função real. Para que valores de a a função $f(x)$ é crescente?

Função Afim – Estudo do Sinal

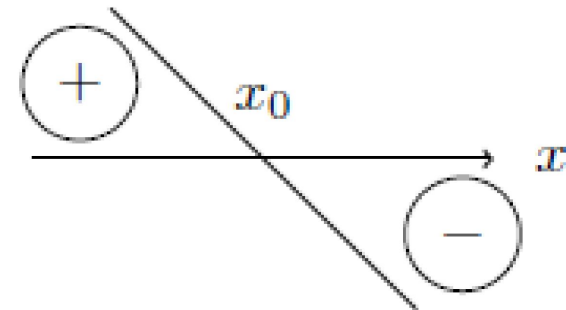
- O estudo do sinal trata de determinar em que intervalos do domínio de uma função sua imagem é positiva, negativa ou zero. Este estudo é feito nas proximidades das raízes da função onde o valor de imagem é igual a zero.
- No caso da função de primeiro grau, onde só existe uma raiz, o sinal da imagem se inverte entre valores de x antes e depois da raiz.

Função Afim – Estudo do Sinal

Função crescente



Função decrescente



Função Afim – Estudo do Sinal

➤ **Exemplo:** Faça o estudo de sinal da função $f(x) = 21 - 7x$

Função Afim – Construção

- **1º Caso:** O caso mais comum de construção de uma função do primeiro grau é aquele onde são dados dois pontos $P(x_0, y_0)$ e $Q(x_1, y_1)$ e deseja-se determinar a reta que passa por eles. Nesta situação, primeiro, deve-se encontrar o coeficiente angular(m) utilizando a equação:

$$m = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$$

Passo seguinte é aplicar este valor de coeficiente angular na equação

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

- **Exemplo:** Determinar a equação da reta que passa pelos pontos $P(1, 2)$ e $Q(-1, 4)$

Função Afim – Construção

➤ **2º Caso:** Outro caso de construção de uma reta tem como entrada um ponto $P(x_0, y_0)$ da reta e seu ângulo de inclinação θ . Neste caso deve-se inicialmente usar o θ para determinar o coeficiente angular da reta pela equação

$$m = \operatorname{tg}\theta$$

Passo seguinte é aplicar este valor de coeficiente angular na equação

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

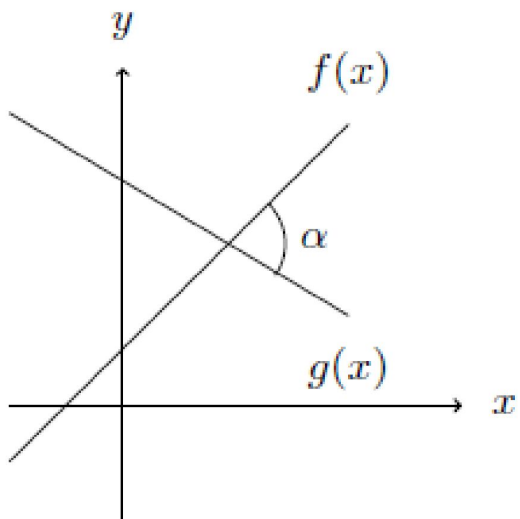
➤ **Exemplo:** Determinar a reta com ângulo de inclinação 45° e contendo o ponto $P(-4, 8)$

Função Afim – Construção

➤ **Exemplo:** Determinar a reta com ângulo de inclinação 45° e contendo o ponto $P(-4, 8)$

Função Afim – Ângulo entre retas

- Dadas duas retas $f(x)$ e $g(x)$, respectivamente de coeficiente angular m_1 e m_2 , formam entre si um ângulo α dado por:



$$\tan \alpha = \left| \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 \cdot m_2} \right|$$

- **Exemplo:** Determinar o Ângulo formado pelas retas $f(x) = 3x - 1$ e $g(x) = 7 - 3x$

Função Afim – Ângulo entre retas

Exemplo: Determinar o Ângulo formado pelas retas $f(x) = 3x - 1$ e $g(x) = 7 - 3x$

Função Afim – Ângulo entre retas

- Observação: Quando as retas são perpendiculares entre si, ou seja, $\alpha = 90^\circ$, a equação se reduz a:

$$m_2 = -\frac{1}{m_1}, \quad \alpha = 90^\circ$$

- Observação: Quando as retas são paralelas, ou seja, $\alpha = 0$, a equação se reduz a,

$$m_1 = m_2, \quad \alpha = 0$$

Função Afim – Ângulo entre retas

➤ **Exemplo:** Determine a reta $g(x)$ que passa pelo ponto $P(1, 3)$ e é perpendicular a reta $f(x) = 2x - 11$