

FUNÇÃO QUADRÁTICA

Professor: Diego Caitano de Pinho

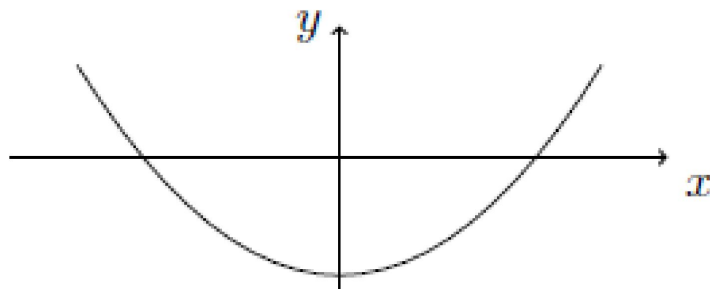
Função Quadrática

➤ **Definição (função Quadrática):** A função do segundo grau possui equação geral,

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Onde a, b e c são números reais, com $a \neq 0$, e x é a variável independente.

➤ Toda função do segundo grau representa uma parábola como a do esquema a seguir,

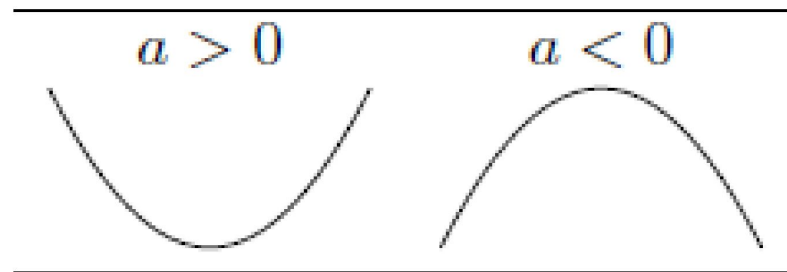


Concavidade

-

$$f(x) = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$$

- Se $a > 0$, a concavidade da parábola está voltada para cima. Se $a < 0$, a concavidade da parábola está voltada para baixo.



Função Quadrática - Gráficos

- **Exercício:** Construir o gráfico de $y = x^2 - 1$
- **Exercício:** Construir o gráfico de $y = -x^2 - 1$

Função Quadrática – Raízes

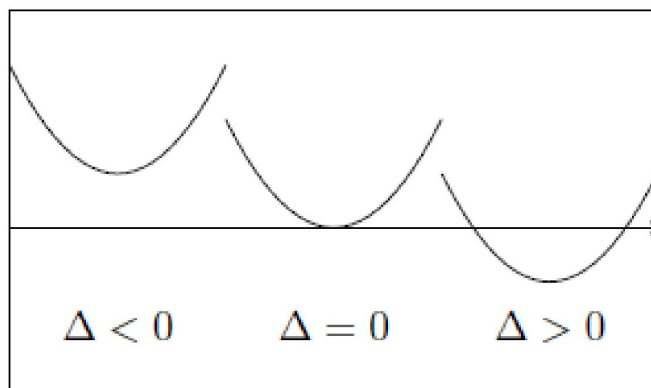
•

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

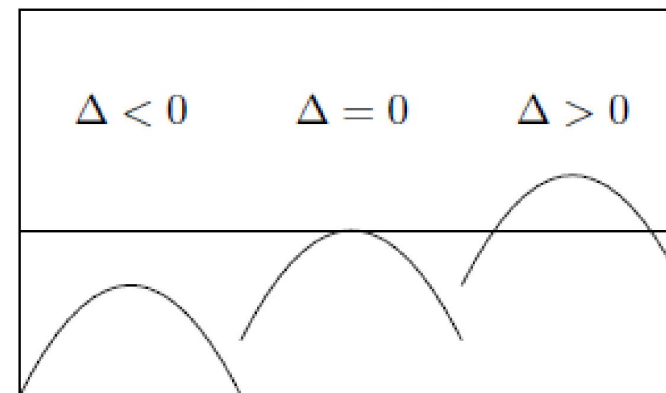
$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}, x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \Rightarrow x = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ ou } x = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \\ \Delta = 0 \Rightarrow x = \frac{-b}{2a} \\ \Delta < 0 \Rightarrow \text{n\~ao existem ra\~izes reais.} \end{cases}$$

$a > 0$



$a < 0$



Função Quadrática – Raízes

- Os zeros ou raízes da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ são os valores de x reais tais que $f(x) = 0$ e, portanto, as soluções da equação do segundo grau.
- Em uma função de segundo grau o total de raízes e seus respectivos valores dependem do parâmetro Δ definido como:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \Rightarrow x = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ ou } x = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \\ \Delta = 0 \Rightarrow x = \frac{-b}{2a} \\ \Delta < 0 \Rightarrow \text{não existem raízes reais.} \end{cases}$$

Função Quadrática – Raízes

➤ Exemplo: Determinar raízes da função $f(x) = x^2 - 8x - 33$

Função Quadrática – Raízes (Soma e Produto de Raízes)

➤ Soma:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

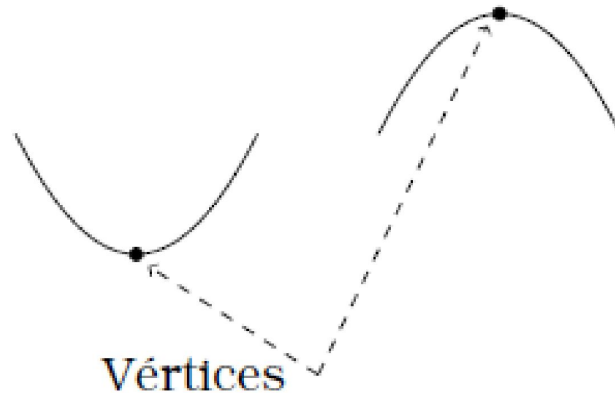
➤ Produto:

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

➤ Exemplo: Determinar a função de segundo grau cuja soma de raízes é 10, o produto 21 e cuja parábola passe pelo ponto $P(1, 3)$

Máximos e Mínimos – Vértice da parábola

- O vértice de uma função do segundo grau é o ponto extremo da parábola que ela representa, ou seja, se $a < 0$ o vértice equivale ao ponto que possui maior valor de imagem e se $a > 0$ o ponto com menor valor de imagem. Esquematicamente tem – se



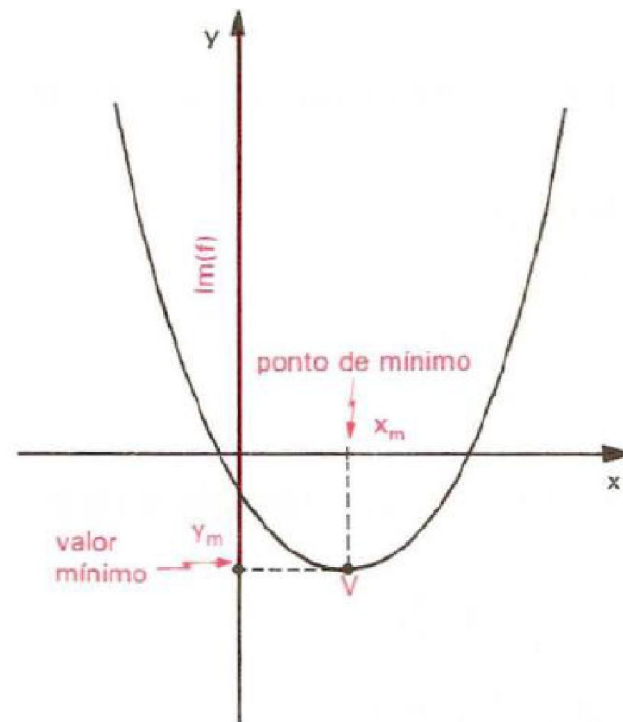
- As coordenadas do vértice de uma parábola, x_v e y_v , são dadas pelas equações:

$$x_v = -\frac{b}{2a} \text{ e } y_v = -\frac{\Delta}{4a}$$

Máximos e Mínimos – Vértice da parábola

1. Se $a > 0$, a função quadrática $y = ax^2 + bx + c$ admite valor mínimo

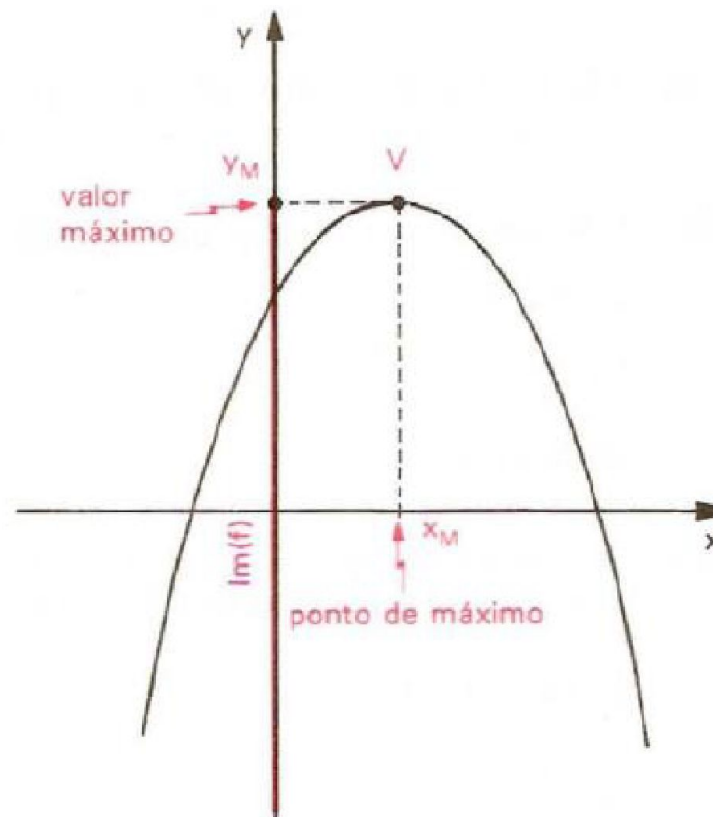
$$y_M = -\frac{\Delta}{4a} \text{ para } x_M = -\frac{b}{2a}$$



Função Quadrática – Vértice da parábola

2. Se $a < 0$, a função quadrática $y = ax^2 + bx + c$ admite valor máximo

$$y_m = -\frac{\Delta}{4a} \text{ para } x_m = -\frac{b}{2a}$$

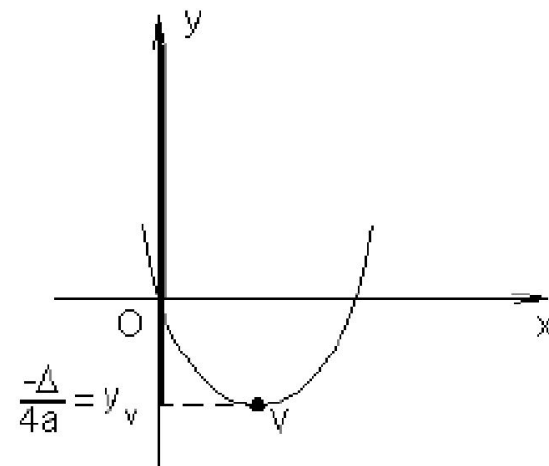


Função Quadrática – Vértice da parábola

➤ **Exemplo:** Determine o vértice da parábola referente a função $f(x) = 3x^2 - 15x + 11$

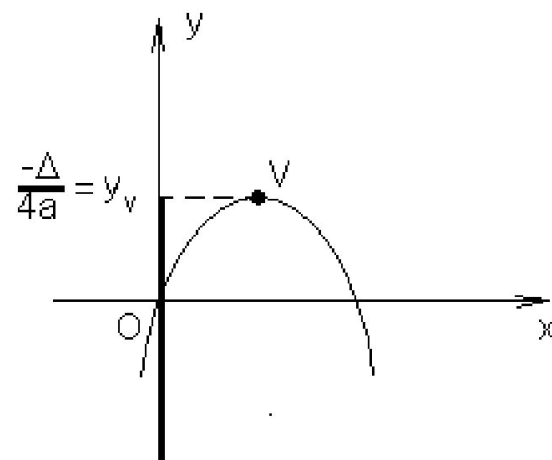
➤ **Exemplo:** Determine a função de segundo grau cujo vértice da parábola é $(2, 1)$ e possui uma raiz em $x = 1$

função quadrática – Domínio e Imagem



$$a > 0 \Rightarrow \text{Im}(f) = \{ y \in \mathbb{R} \mid y \geq y_v \} = [y_v, +\infty[$$

V é ponto MÍNIMO



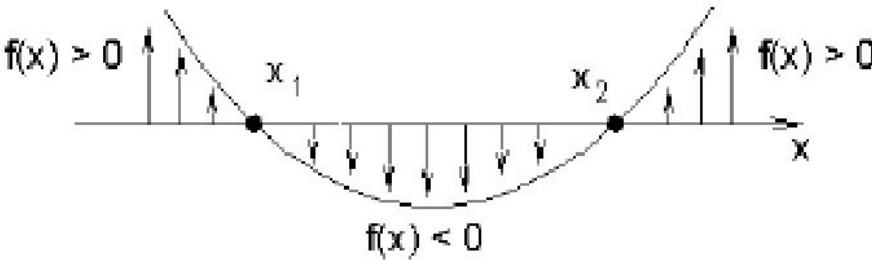
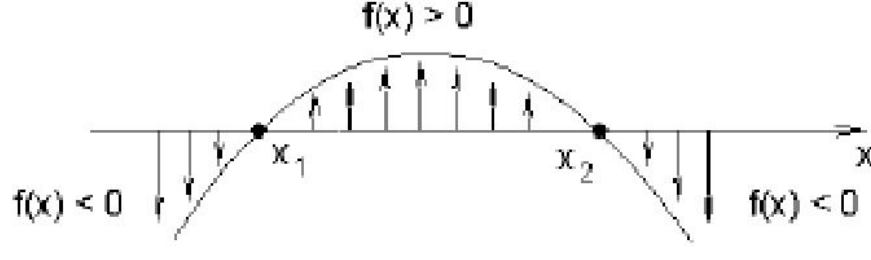
$$a < 0 \Rightarrow \text{Im}(f) = \{ y \in \mathbb{R} \mid y \leq -\frac{\Delta}{4a} \} =]-\infty, y_v]$$

V é ponto MÁXIMO

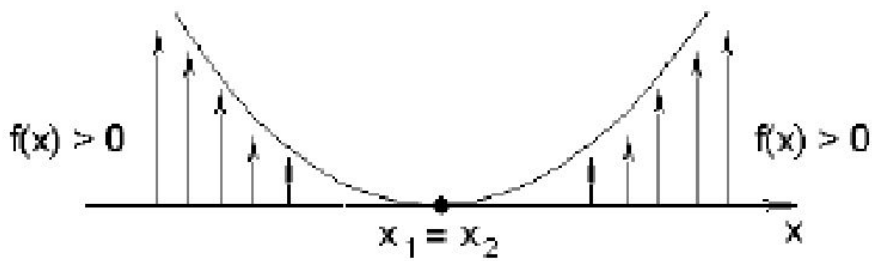
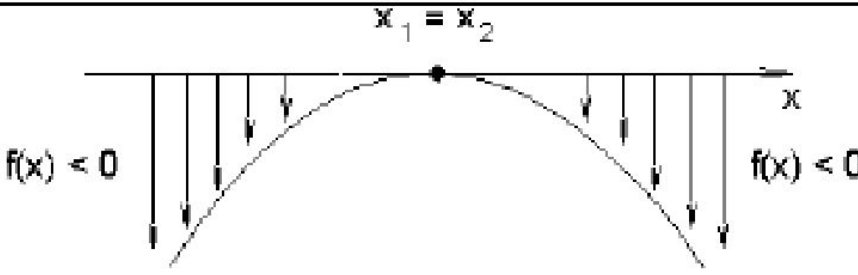
Função quadrática – Domínio e Imagem

➤ **Exemplo:** Determinar imagem da função $f(x) = 3x^2 - x - 4$

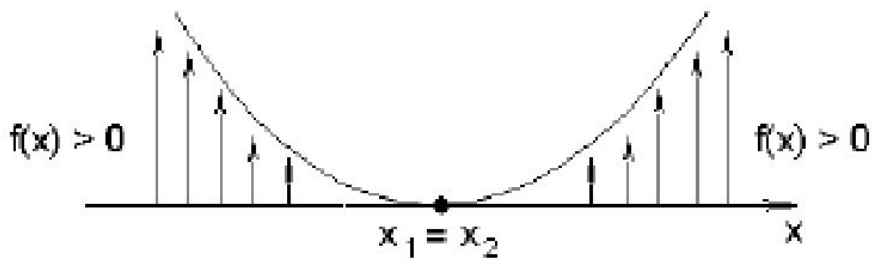
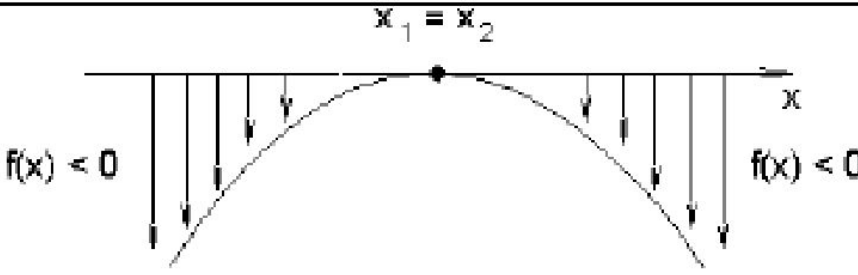
Estudo do sinal da função quadrática

	$a > 0$	$a < 0$
$\Delta > 0$ $(x_1 \neq x_2)$	 <p> $f(x) = 0$ para $x = x_1$ ou $x = x_2$ $f(x) > 0$ para $x < x_1$ ou $x > x_2$ $f(x) < 0$ para $x_1 < x < x_2$ </p>	 <p> $f(x) = 0$ para $x = x_1$ ou $x = x_2$ $f(x) > 0$ para $x_1 < x < x_2$ $f(x) < 0$ para $x < x_1$ ou $x > x_2$ </p>

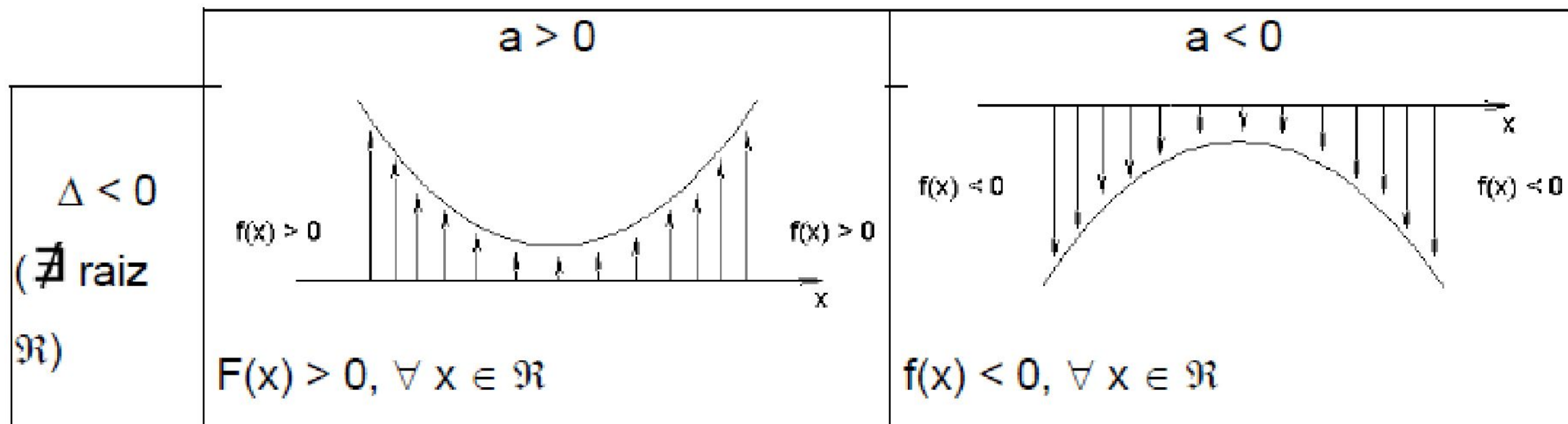
Estudo do sinal da função quadrática

	$a > 0$	$a < 0$
$\Delta = 0$ $(x_1 = x_2)$	 <p> $f(x) = 0$ para $x = x_1 = x_2$ $f(x) > 0$ para $x \neq x_1$ </p>	 <p> $f(x) = 0$ para $x = x_1 = x_2$ $f(x) < 0$ para $x \neq x_1$ </p>

Estudo do sinal da função quadrática

	$a > 0$	$a < 0$
$\Delta = 0$ $(x_1 = x_2)$	 <p> $f(x) = 0$ para $x = x_1 = x_2$ $f(x) > 0$ para $x \neq x_1$ </p>	 <p> $f(x) = 0$ para $x = x_1 = x_2$ $f(x) < 0$ para $x \neq x_1$ </p>

Estudo do sinal da função quadrática



Estudo do sinal da função quadrática

➤ **Exemplo:** Efetue o estudo do sinal da função $f(x) = -x^2 + 7x - 10$

Passo a passo para construção do gráfico de uma função quadrática

1. Concavidade;
2. Zeros da função;
3. Vértice;
4. Gráfico.

Exercício

Exercício: Faça o esboço do gráfico da função $y = x^2 - 4x + 3$