

# Noções de Lógica

## QXD0008 – Matemática Discreta



**UNIVERSIDADE  
FEDERAL DO CEARÁ**  
CAMPUS QUIXADÁ

Prof. Lucas Ismaily  
[ismailybf@ufc.br](mailto:ismailybf@ufc.br)

Universidade Federal do Ceará

2º semestre/2022



# Tópicos desta aula

- Argumento válido e Raciocínio Dedutivo
- Conectivos Lógicos
- Tabelas-verdade
- Fórmulas Equivalentes
- Conjunto-verdade de um predicado



# Referências para esta aula

- Seções 1.1, 1.3, 2.1 e 2.2 do livro: Kenneth H. Rosen. *Matemática Discreta e suas Aplicações*. (Sexta Edição).
- Capítulo 1 do livro: Daniel J. VELLEMAN. *How to Prove it. A structured approach*. (3rd Edition). Cambridge University Press; 3rd Edition, 2019.

# Introdução



## Forma de um argumento $\times$ seu conteúdo

- **Forma de um argumento:** conceito central na lógica dedutiva.
- **Argumento:** sequência de afirmações para demonstrar a validade de uma asserção.

# Forma de um argumento $\times$ seu conteúdo

- **Forma de um argumento:** conceito central na lógica dedutiva.
- **Argumento:** sequência de afirmações para demonstrar a validade de uma asserção.
- Como saber que a conclusão obtida de um argumento é válida?
  - As afirmações que compõem o argumento são aceitas como válidas, ou podem ser deduzidas de afirmações anteriores.

# Forma de um argumento $\times$ seu conteúdo

- **Forma de um argumento:** conceito central na lógica dedutiva.
- **Argumento:** sequência de afirmações para demonstrar a validade de uma asserção.
- Como saber que a conclusão obtida de um argumento é válida?
  - As afirmações que compõem o argumento são aceitas como válidas, ou podem ser deduzidas de afirmações anteriores.
- Em lógica, forma de um argumento  $\neq$  seu conteúdo.
- **Análise lógica** não determina a validade do conteúdo de um argumento.
  - Ela determina se a verdade de uma conclusão pode ser obtida da verdade de argumentos propostos.

# Raciocínio dedutivo – Exemplo 1

1. Hoje, ou eu vou para a praia, ou eu fico em casa;
2. Estou cansado para viajar;
3. **Portanto**, ficarei em em casa.



## Raciocínio dedutivo – Exemplo 1

1. Hoje, ou eu vou para a praia, ou eu fico em casa;
2. Estou cansado para viajar;
3. **Portanto**, ficarei em em casa.

**Premissas:** itens 1. e 2.

**Conclusão:** item 3.

# Raciocínio dedutivo – Exemplo 1

1. Hoje, ou eu vou para a praia, ou eu fico em casa;
2. Estou cansado para viajar;
3. **Portanto**, ficarei em em casa.

**Premissas:** itens 1. e 2.

**Conclusão:** item 3.

- Premissas *forçam* a conclusão.
- **Não** podemos afirmar que a conclusão seja verdadeira, **mas**

**se as premissas forem verdadeiras, então a conclusão também o é.**

## Raciocínio dedutivo – Exemplo 2

1. Ou irei trabalhar hoje ou eu irei trabalhar amanhã;
2. Vou ficar em casa hoje;
3. **Portanto**, irei trabalhar amanhã.

## Raciocínio dedutivo – Exemplo 2

1. Ou irei trabalhar hoje ou eu irei trabalhar amanhã;
2. Vou ficar em casa hoje;
3. **Portanto**, irei trabalhar amanhã.



**Argumento válido!**

## Raciocínio dedutivo – Exemplo 2

1. Ou irei trabalhar hoje ou eu irei trabalhar amanhã;
2. Vou ficar em casa hoje;
3. **Portanto**, irei trabalhar amanhã.



**Argumento válido!**

1. Ou o mordomo ou a governanta é culpada;
2. Ou o chofer ou a governanta é culpada;
3. **Portanto**, ou o mordomo ou o chofer é culpado.

## Raciocínio dedutivo – Exemplo 2

1. Ou irei trabalhar hoje ou eu irei trabalhar amanhã;
2. Vou ficar em casa hoje;
3. **Portanto**, irei trabalhar amanhã.



**Argumento válido!**

1. Ou o mordomo ou a governanta é culpada;
2. Ou o chofer ou a governanta é culpada;
3. **Portanto**, ou o mordomo ou o chofer é culpado.



**Argumento inválido!**

# Argumento válido

Um argumento é **válido** quando as premissas não podem ser verdadeiras sem que a conclusão o seja.

# Argumento válido

Um argumento é **válido** quando as premissas não podem ser verdadeiras sem que a conclusão o seja.

**Voltando aos exemplos anteriores**



# Argumento válido

Um argumento é **válido** quando as premissas não podem ser verdadeiras sem que a conclusão o seja.

## Voltando aos exemplos anteriores

### Exemplo 1

P = “hoje vou para a praia”

Q = “hoje fico em casa”

1. P ou Q;
2. não P;
3. **Portanto**, Q.

# Argumento válido

Um argumento é **válido** quando as premissas não podem ser verdadeiras sem que a conclusão o seja.

## Voltando aos exemplos anteriores

### Exemplo 1

P = “hoje vou para a praia”

Q = “hoje fico em casa”

1. P ou Q;
2. não P;
3. **Portanto**, Q.

### Exemplo 2

P = “hoje irei trabalhar”

Q = “amanhã irei trabalhar”

1. P ou Q;
2. não P;
3. **Portanto**, Q.

# Argumento válido

Um argumento é **válido** quando as premissas não podem ser verdadeiras sem que a conclusão o seja.

## Voltando aos exemplos anteriores

### Exemplo 1

P = “hoje vou para a praia”

Q = “hoje fico em casa”

1. P ou Q;
2. não P;
3. **Portanto**, Q.

### Exemplo 2

P = “hoje irei trabalhar”

Q = “amanhã irei trabalhar”

1. P ou Q;
2. não P;
3. **Portanto**, Q.

**Não é o conteúdo específico que importa, mas a sua forma lógica.**

# Conectivos Lógicos



# Conectivos Lógicos

Poucas palavras que são a chave para o entendimento do argumento.

Nos nossos exemplos: **“ou”** (or); **“e”** (and); e **“não”** (not).

# Conectivos Lógicos

Poucas palavras que são a chave para o entendimento do argumento.

Nos nossos exemplos: “ou” (or); “e” (and); e “não”(not).

- $\wedge$  (**AND**) e  $\vee$  (**OR**) são operadores binários;

# Conectivos Lógicos

Poucas palavras que são a chave para o entendimento do argumento.

Nos nossos exemplos: “**ou**” (or); “**e**” (and); e “**não**”(not).

- $\wedge$  (**AND**) e  $\vee$  (**OR**) são operadores binários;
- $\neg$  (**NOT**) é um operador unário.

# Conectivos Lógicos

Poucas palavras que são a chave para o entendimento do argumento.

Nos nossos exemplos: “ou” (or); “e” (and); e “não”(not).

- $\wedge$  (**AND**) e  $\vee$  (**OR**) são operadores binários;
- $\neg$  (**NOT**) é um operador unário.
- **Atenção:** nem todo uso destes termos na língua pode ser traduzido com estes conectivos. Por exemplo:

“João e Maria são amigos”.



# Proposição

- Em toda teoria matemática, usam-se termos já definidos na concepção de novas definições.
- Mas como fazer com os termos mais **primitivos**?
  - Termos primitivos ou iniciais não são definidos.
  - Em lógica, os termos **sentença**, **verdadeiro**, e **falso** são os termos iniciais não definidos.

# Proposição

- **Proposição** é uma sentença à qual pode ser atribuído um **valor-verdade**, que pode ser **verdadeiro** ou **falso**.

# Proposição

- **Proposição** é uma sentença à qual pode ser atribuído um **valor-verdade**, que pode ser **verdadeiro** ou **falso**.
- **Entretanto**, a uma proposição nunca pode ser atribuído **verdadeiro** e **falso** simultaneamente ou um terceiro valor.

# Proposição

- **Proposição** é uma sentença à qual pode ser atribuído um **valor-verdade**, que pode ser **verdadeiro** ou **falso**.
- **Entretanto**, a uma proposição nunca pode ser atribuído **verdadeiro** e **falso** simultaneamente ou um terceiro valor.
- A partir de uma proposição **simples**, construímos proposições mais complexas usando os conectivos lógicos.

# Proposição

- **Proposição** é uma sentença à qual pode ser atribuído um **valor-verdade**, que pode ser **verdadeiro** ou **falso**.
- **Entretanto**, a uma proposição nunca pode ser atribuído **verdadeiro** e **falso** simultaneamente ou um terceiro valor.
- A partir de uma proposição **simples**, construímos proposições mais complexas usando os conectivos lógicos.
  - Ou eu vou trabalhar hoje ou eu vou trabalhar amanhã.

# Proposição

- **Proposição** é uma sentença à qual pode ser atribuído um **valor-verdade**, que pode ser **verdadeiro** ou **falso**.
- **Entretanto**, a uma proposição nunca pode ser atribuído **verdadeiro** e **falso** simultaneamente ou um terceiro valor.
- A partir de uma proposição **simples**, construímos proposições mais complexas usando os conectivos lógicos.
  - Ou eu vou trabalhar hoje ou eu vou trabalhar amanhã.
  - Maria tem um notebook e João tem um tablet.

# Proposição

- **Proposição** é uma sentença à qual pode ser atribuído um **valor-verdade**, que pode ser **verdadeiro** ou **falso**.
- **Entretanto**, a uma proposição nunca pode ser atribuído **verdadeiro** e **falso** simultaneamente ou um terceiro valor.
- A partir de uma proposição **simples**, construímos proposições mais complexas usando os conectivos lógicos.
  - Ou eu vou trabalhar hoje ou eu vou trabalhar amanhã.
  - Maria tem um notebook e João tem um tablet.
  - Eu não tenho um tablet.

# Proposição

- **Proposição** é uma sentença à qual pode ser atribuído um **valor-verdade**, que pode ser **verdadeiro** ou **falso**.
- **Entretanto**, a uma proposição nunca pode ser atribuído **verdadeiro** e **falso** simultaneamente ou um terceiro valor.
- A partir de uma proposição **simples**, construímos proposições mais complexas usando os conectivos lógicos.
  - Ou eu vou trabalhar hoje ou eu vou trabalhar amanhã.
  - Maria tem um notebook e João tem um tablet.
  - Eu não tenho um tablet.

Precisamos analisar como os conectivos lógicos contribuem para o valor-verdade final.



# Proposições Compostas

- Nos exemplos usados daqui para frente, usaremos letras (por exemplo,  $P$ ,  $Q$ ,  $R$ ) para representar afirmações.
- Os seguintes símbolos podem ser usados para definir expressões lógicas mais complexas a partir de expressões mais simples:
  - $\neg$ : **não**  
 $\neg P$  é lido como “**não**  $P$ ” e é chamado de **negação** de  $P$
  - $\wedge$ : **e**  
 $P \wedge Q$  é lido como “ $P$  **e**  $Q$ ” e é chamado de **conjunção** de  $P$  e  $Q$ .
  - $\vee$ : **ou**  
 $P \vee Q$  é lido como “ $P$  **ou**  $Q$ ” e é chamado de **disjunção** de  $P$  e  $Q$ .

# Proposições Compostas

- $\neg$  é um operador unário e  $\wedge$  e  $\vee$  são operadores binários.

- Avaliação na seguinte ordem:

1.  $\neg$  (negação)
2.  $\wedge, \vee$  (conjunção, disjunção)

**Observação:** Alguns autores consideram que a conjunção tem prioridade sobre a disjunção, enquanto outros definem a mesma prioridade para os dois operadores. O melhor é usar parêntesis para indicar a prioridade, evitando esse problema.

- Exemplo:

$$\neg P \vee Q = (\neg P) \vee Q$$

$P \vee Q \wedge R$  é ambíguo pela discussão acima.

Melhor solução:  $(P \vee Q) \wedge R$  ou  $P \vee (Q \wedge R)$ .

# Tabelas-verdade

Para uma sentença ser uma proposição é necessário ter um valor-verdade bem definido, isto é, V ou F.

- **P e Q ( $P \wedge Q$ )** é verdadeiro apenas quando ambos  $P$  e  $Q$  são verdadeiros.

$P$	$Q$	$\wedge$ (AND)
F	F	F
F	V	F
V	F	F
V	V	V

# Tabelas-verdade

Para uma sentença ser uma proposição é necessário ter um valor-verdade bem definido, isto é, V ou F.

- **P e Q ( $P \wedge Q$ )** é verdadeiro apenas quando ambos  $P$  e  $Q$  são verdadeiros.

$P$	$Q$	$\wedge$ (AND)
F	F	F
F	V	F
V	F	F
V	V	V

- **Não P ( $\neg P$ )** é verdadeiro apenas quando  $P$  for falso.

$P$	$\neg P$ (NOT)
F	V
V	F

# Tabelas-verdade

- **P ou Q** ( $P \vee Q$ ) é falso apenas quando ambos  $P$  e  $Q$  são falsos.

$P$	$Q$	$\vee$ (OR)
F	F	F
F	V	V
V	F	V
V	V	V

# Tabelas-verdade

- **P ou Q** ( $P \vee Q$ ) é falso apenas quando ambos  $P$  e  $Q$  são falsos.

$P$	$Q$	$\vee$ (OR)
F	F	F
F	V	V
V	F	V
V	V	V

- **Atenção:** em Matemática o **ou** é sempre **inclusivo**.

# Tabelas-verdade

- **P ou Q** ( $P \vee Q$ ) é falso apenas quando ambos  $P$  e  $Q$  são falsos.

$P$	$Q$	$\vee$ (OR)
F	F	F
F	V	V
V	F	V
V	V	V

- **Atenção:** em Matemática o **ou** é sempre **inclusivo**.
- Analisar a fórmula (bem-formada)  $\neg(P \wedge Q) \vee \neg R$ :
  - pelo método com uma coluna para cada passo;
  - pelo método com cada símbolo como uma coluna.

# Proposições mais complexas

Construa a tabela verdade para a expressão:

$$E = (P \vee Q) \wedge \neg(P \wedge Q)$$

$P$	$Q$	$P \vee Q$	$P \wedge Q$	$\neg(P \wedge Q)$	$E$
V	V				
V	F				
F	V				
F	F				



# Proposições mais complexas

Construa a tabela verdade para a expressão:

$$E = (P \vee Q) \wedge \neg(P \wedge Q)$$

$P$	$Q$	$P \vee Q$	$P \wedge Q$	$\neg(P \wedge Q)$	$E$
V	V	V	V	F	F
V	F	V	F	V	V
F	V	V	F	V	V
F	F	F	F	V	F

# Proposições mais complexas

Construa a tabela verdade para a expressão:

$$E = (P \vee Q) \wedge \neg(P \wedge Q)$$

$P$	$Q$	$P \vee Q$	$P \wedge Q$	$\neg(P \wedge Q)$	$E$
V	V	V	V		
V	F	V	F		
F	V	V	F		
F	F	F	F		

# Proposições mais complexas

Construa a tabela verdade para a expressão:

$$E = (P \vee Q) \wedge \neg(P \wedge Q)$$

$P$	$Q$	$P \vee Q$	$P \wedge Q$	$\neg(P \wedge Q)$	$E$
V	V	V	V	F	
V	F	V	F	V	
F	V	V	F	V	
F	F	F	F	V	

# Proposições mais complexas

Construa a tabela verdade para a expressão:

$$E = (P \vee Q) \wedge \neg(P \wedge Q)$$

$P$	$Q$	$P \vee Q$	$P \wedge Q$	$\neg(P \wedge Q)$	$E$
V	V	V	V	F	F
V	F	V	F	V	V
F	V	V	F	V	V
F	F	F	F	V	F

$$E = (P \oplus Q) = P \text{ xor } Q \text{ (ou exclusivo)}$$

# Proposições mais complexas

Construa a tabela verdade para a expressão:

$$E = (P \vee Q) \wedge \neg(P \wedge Q)$$

$P$	$Q$	$P \vee Q$	$P \wedge Q$	$\neg(P \wedge Q)$	$E$
V	V	V	V	F	F
V	F	V	F	V	V
F	V	V	F	V	V
F	F	F	F	V	F

$$E = (P \oplus Q) = P \text{ xor } Q \text{ (ou exclusivo)}$$

- O ponto fundamental em assinalar valores-verdade para proposições compostas é que permite o uso da lógica para decidir a verdade de uma proposição usando somente o conhecimento das partes.

# Tautologias e contradições

- Uma **tautologia** é uma fórmula que é sempre verdadeira independente dos valores-verdade das afirmações que compõem a proposição.

# Tautologias e contradições

- Uma **tautologia** é uma fórmula que é sempre verdadeira independente dos valores-verdade das afirmações que compõem a proposição.
- Uma **contradição** é uma fórmula que é sempre falsa independente dos valores-verdade das afirmações que compõem a proposição.

# Tautologias e contradições

- Uma **tautologia** é uma fórmula que é sempre verdadeira independente dos valores-verdade das afirmações que compõem a proposição.
- Uma **contradição** é uma fórmula que é sempre falsa independente dos valores-verdade das afirmações que compõem a proposição.
- Leis da tautologia:



# Tautologias e contradições

- Uma **tautologia** é uma fórmula que é sempre verdadeira independente dos valores-verdade das afirmações que compõem a proposição.
- Uma **contradição** é uma fórmula que é sempre falsa independente dos valores-verdade das afirmações que compõem a proposição.
- Leis da tautologia:
  - $P \wedge (\text{uma tautologia})$  é equivalente a  $P$ ;

# Tautologias e contradições

- Uma **tautologia** é uma fórmula que é sempre verdadeira independente dos valores-verdade das afirmações que compõem a proposição.
- Uma **contradição** é uma fórmula que é sempre falsa independente dos valores-verdade das afirmações que compõem a proposição.
- Leis da tautologia:
  - $P \wedge (\text{uma tautologia})$  é equivalente a  $P$ ;
  - $P \vee (\text{uma tautologia})$  é uma tautologia;

# Tautologias e contradições

- Uma **tautologia** é uma fórmula que é sempre verdadeira independente dos valores-verdade das afirmações que compõem a proposição.
- Uma **contradição** é uma fórmula que é sempre falsa independente dos valores-verdade das afirmações que compõem a proposição.
- Leis da tautologia:
  - $P \wedge (\text{uma tautologia})$  é equivalente a  $P$ ;
  - $P \vee (\text{uma tautologia})$  é uma tautologia;
  - a negação de uma tautologia é uma contradição.

# Tautologias e contradições

- Uma **tautologia** é uma fórmula que é sempre verdadeira independente dos valores-verdade das afirmações que compõem a proposição.
- Uma **contradição** é uma fórmula que é sempre falsa independente dos valores-verdade das afirmações que compõem a proposição.
- Leis da tautologia:
  - $P \wedge (\text{uma tautologia})$  é equivalente a  $P$ ;
  - $P \vee (\text{uma tautologia})$  é uma tautologia;
  - a negação de uma tautologia é uma contradição.
- Leis da contradição:

# Tautologias e contradições

- Uma **tautologia** é uma fórmula que é sempre verdadeira independente dos valores-verdade das afirmações que compõem a proposição.
- Uma **contradição** é uma fórmula que é sempre falsa independente dos valores-verdade das afirmações que compõem a proposição.
- Leis da tautologia:
  - $P \wedge (\text{uma tautologia})$  é equivalente a  $P$ ;
  - $P \vee (\text{uma tautologia})$  é uma tautologia;
  - a negação de uma tautologia é uma contradição.
- Leis da contradição:
  - $P \wedge (\text{uma contradição})$  é uma contradição;

# Tautologias e contradições

- Uma **tautologia** é uma fórmula que é sempre verdadeira independente dos valores-verdade das afirmações que compõem a proposição.
- Uma **contradição** é uma fórmula que é sempre falsa independente dos valores-verdade das afirmações que compõem a proposição.
- Leis da tautologia:
  - $P \wedge (\text{uma tautologia})$  é equivalente a  $P$ ;
  - $P \vee (\text{uma tautologia})$  é uma tautologia;
  - a negação de uma tautologia é uma contradição.
- Leis da contradição:
  - $P \wedge (\text{uma contradição})$  é uma contradição;
  - $P \vee (\text{uma contradição})$  é equivalente a  $P$ ;

# Tautologias e contradições

- Uma **tautologia** é uma fórmula que é sempre verdadeira independente dos valores-verdade das afirmações que compõem a proposição.
- Uma **contradição** é uma fórmula que é sempre falsa independente dos valores-verdade das afirmações que compõem a proposição.
- Leis da tautologia:
  - $P \wedge (\text{uma tautologia})$  é equivalente a  $P$ ;
  - $P \vee (\text{uma tautologia})$  é uma tautologia;
  - a negação de uma tautologia é uma contradição.
- Leis da contradição:
  - $P \wedge (\text{uma contradição})$  é uma contradição;
  - $P \vee (\text{uma contradição})$  é equivalente a  $P$ ;
  - a negação de uma contradição é uma tautologia.

# Raciocínio dedutivo – exemplo

**O argumento a seguir é válido?**

1. Ou João não é estúpido mas é preguiçoso, ou ele é estúpido;
2. João é estúpido;
3. Portanto, João não é preguiçoso



## Raciocínio dedutivo – exemplo

**O argumento a seguir é válido?**

1. Ou João não é estúpido mas é preguiçoso, ou ele é estúpido;
  2. João é estúpido;
  3. Portanto, João não é preguiçoso
- $P = \text{“João é estúpido”}$

## Raciocínio dedutivo – exemplo

### O argumento a seguir é válido?

1. Ou João não é estúpido mas é preguiçoso, ou ele é estúpido;
  2. João é estúpido;
  3. Portanto, João não é preguiçoso
- $P = \text{“João é estúpido”}$
  - $Q = \text{“João é preguiçoso”}$

## Raciocínio dedutivo – exemplo

**O argumento a seguir é válido?**

1. Ou João não é estúpido mas é preguiçoso, ou ele é estúpido;
2. João é estúpido;
3. Portanto, João não é preguiçoso

- $P = \text{“João é estúpido”}$
- $Q = \text{“João é preguiçoso”}$

1.  $(\neg P \wedge Q) \vee P$

## Raciocínio dedutivo – exemplo

**O argumento a seguir é válido?**

1. Ou João não é estúpido mas é preguiçoso, ou ele é estúpido;
2. João é estúpido;
3. Portanto, João não é preguiçoso

- $P = \text{“João é estúpido”}$
- $Q = \text{“João é preguiçoso”}$

1.  $(\neg P \wedge Q) \vee P$
2.  $P$

## Raciocínio dedutivo – exemplo

**O argumento a seguir é válido?**

1. Ou João não é estúpido mas é preguiçoso, ou ele é estúpido;
2. João é estúpido;
3. Portanto, João não é preguiçoso

- $P = \text{"João é estúpido"}$
- $Q = \text{"João é preguiçoso"}$

1.  $(\neg P \wedge Q) \vee P$
2.  $P$
3.  $\neg Q$

## Raciocínio dedutivo – exemplo

**O argumento a seguir é válido?**

1. Ou João não é estúpido mas é preguiçoso, ou ele é estúpido;
2. João é estúpido;
3. Portanto, João não é preguiçoso

- $P = \text{"João é estúpido"}$
- $Q = \text{"João é preguiçoso"}$

1.  $(\neg P \wedge Q) \vee P$
2.  $P$
3.  $\neg Q$

**Então, a pergunta é se é verdade que**

$(\neg P \wedge Q) \vee P$ $P$
$\therefore \neg Q$

## Raciocínio dedutivo – exemplo

$P$	$Q$	$(\neg P \wedge Q) \vee P$	$P$	$\neg Q$
F	F			
F	V			
V	F			
V	V			

# Raciocínio dedutivo – exemplo

$P$	$Q$	$(\neg P \wedge Q) \vee P$	$P$	$\neg Q$
F	F		F	
F	V		F	
V	F		V	
V	V		V	



## Raciocínio dedutivo – exemplo

$P$	$Q$	$(\neg P \wedge Q) \vee P$	$P$	$\neg Q$
F	F	F	F	
F	V	F	F	
V	F	V	V	
V	V	V	V	

## Raciocínio dedutivo – exemplo

$P$	$Q$	$(\neg P \wedge Q) \vee P$				$P$	$\neg Q$
F	F	V	F			F	
F	V	V	F			F	
V	F	F	V			V	
V	V	F	V			V	

# Raciocínio dedutivo – exemplo

$P$	$Q$	$(\neg P \wedge Q) \vee P$	$P$	$\neg Q$
F	F	V	F	V
F	V	V	F	F
V	F	F	V	V
V	V	F	V	F

# Raciocínio dedutivo – exemplo

$P$	$Q$	$(\neg P \wedge Q) \vee P$	$P$	$\neg Q$
F	F	V	F	V
F	V	V	F	F
V	F	F	V	V
V	V	F	V	F

# Raciocínio dedutivo – exemplo

$P$	$Q$	$(\neg P \wedge Q) \vee P$						$P$	$\neg Q$
F	F	V	F	F	F	F	F		
F	V	V	F	V	V	V	F		
V	F	F	V	F	F	V	V		
V	V	F	V	F	V	V	V		

# Raciocínio dedutivo – exemplo

$P$	$Q$	$(\neg P \wedge Q) \vee P$							$P$	$\neg Q$
F	F	V	F	F	F	F	F	F	F	
F	V	V	F	V	V	V	F	F	F	
V	F	F	V	F	F	V	V	V	V	
V	V	F	V	F	V	V	V	V	V	

# Raciocínio dedutivo – exemplo

$P$	$Q$	$(\neg P \wedge Q) \vee P$							$P$	$\neg Q$
F	F	V	F	F	F	F	F	F	F	V
F	V	V	F	V	V	V	F	F	F	F
V	F	F	V	F	F	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	V	V	V	V	V	F

## Raciocínio dedutivo – exemplo

$P$	$Q$	$(\neg P \wedge Q) \vee P$						$P$	$\neg Q$
F	F	V	F	F	F	F	F	F	V
F	V	V	F	V	V	V	F	F	F
V	F	F	V	F	F	V	V	V	V
V	V	F	V	F	V	V	V	V	F

O argumento **não** é válido.



## Raciocínio dedutivo – exemplo

$P$	$Q$	$(\neg P \wedge Q) \vee P$						$P$	$\neg Q$
F	F	V	F	F	F	F	F	F	V
F	V	V	F	V	V	V	F	F	F
V	F	F	V	F	F	V	V	V	V
V	V	F	V	F	V	V	V	V	F

O argumento **não** é válido.

- Olhando a primeira premissa mais detalhadamente:

## Raciocínio dedutivo – exemplo

$P$	$Q$	$(\neg P \wedge Q) \vee P$						$P$	$\neg Q$
F	F	V	F	F	F	F	F	F	V
F	V	V	F	V	V	V	F	F	F
V	F	F	V	F	F	V	V	V	V
V	V	F	V	F	V	V	V	V	F

O argumento **não** é válido.

- Olhando a primeira premissa mais detalhadamente:

$P$	$Q$	$(\neg P \wedge Q) \vee P$	$P \vee Q$
F	F	F	
F	V	V	
V	F	V	
V	V	V	

## Raciocínio dedutivo – exemplo

$P$	$Q$	$(\neg P \wedge Q) \vee P$						$P$	$\neg Q$
F	F	V	F	F	F	F	F	F	V
F	V	V	F	V	V	V	F	F	F
V	F	F	V	F	F	V	V	V	V
V	V	F	V	F	V	V	V	V	F

O argumento **não** é válido.

- Olhando a primeira premissa mais detalhadamente:

$P$	$Q$	$(\neg P \wedge Q) \vee P$	$P \vee Q$
F	F	F	F
F	V	V	V
V	F	V	V
V	V	V	V

## Raciocínio dedutivo – exemplo

$P$	$Q$	$(\neg P \wedge Q) \vee P$						$P$	$\neg Q$
F	F	V	F	F	F	F	F	F	V
F	V	V	F	V	V	V	F	F	F
V	F	F	V	F	F	V	V	V	V
V	V	F	V	F	V	V	V	V	F

O argumento **não** é válido.

- Olhando a primeira premissa mais detalhadamente:

$P$	$Q$	$(\neg P \wedge Q) \vee P$	$P \vee Q$
F	F	F	F
F	V	V	V
V	F	V	V
V	V	V	V

As duas fórmulas são **equivalentes**.

# Fórmulas equivalentes

possuem sempre o mesmo valor-verdade!

# Fórmulas equivalentes

possuem sempre o mesmo valor-verdade!

## O argumento

1. Ou João não é estúpido mas é preguiçoso, ou ele é estúpido;
2. João é estúpido;
3. Portanto, João não é preguiçoso

## é o mesmo que

1. ou João é estúpido ou João é preguiçoso (ou ambos);
2. João é estúpido;
3. Portanto, João não é preguiçoso

# Fórmulas equivalentes

possuem sempre o mesmo valor-verdade!

## O argumento

1. Ou João não é estúpido mas é preguiçoso, ou ele é estúpido;
2. João é estúpido;
3. Portanto, João não é preguiçoso

## é o mesmo que

1. ou João é estúpido ou João é preguiçoso (ou ambos);
2. João é estúpido;
3. Portanto, João não é preguiçoso

Simplificar fórmulas, buscando fórmulas equivalentes à original, contribui para o entendimento.

## Equivalências bem conhecidas

- Leis de DeMorgan:  $\neg(P \wedge Q) \equiv \neg P \vee \neg Q$ ;  
 $\neg(P \vee Q) \equiv \neg P \wedge \neg Q$ .



## Equivalências bem conhecidas

- Leis de DeMorgan:  $\neg(P \wedge Q) \equiv \neg P \vee \neg Q$ ;  
 $\neg(P \vee Q) \equiv \neg P \wedge \neg Q$ .
- Leis comutativas:  $P \wedge Q \equiv Q \wedge P$ ;  
 $P \vee Q \equiv Q \vee P$ .

## Equivalências bem conhecidas

- Leis de DeMorgan:  $\neg(P \wedge Q) \equiv \neg P \vee \neg Q$ ;  
 $\neg(P \vee Q) \equiv \neg P \wedge \neg Q$ .
- Leis comutativas:  $P \wedge Q \equiv Q \wedge P$ ;  
 $P \vee Q \equiv Q \vee P$ .
- Leis associativas:  $P \wedge (Q \wedge R) \equiv (P \wedge Q) \wedge R$   
 $P \vee (Q \vee R) \equiv (P \vee Q) \vee R$

## Equivalências bem conhecidas

- Leis de DeMorgan:  $\neg(P \wedge Q) \equiv \neg P \vee \neg Q$ ;  
 $\neg(P \vee Q) \equiv \neg P \wedge \neg Q$ .
- Leis comutativas:  $P \wedge Q \equiv Q \wedge P$ ;  
 $P \vee Q \equiv Q \vee P$ .
- Leis associativas:  $P \wedge (Q \wedge R) \equiv (P \wedge Q) \wedge R$   
 $P \vee (Q \vee R) \equiv (P \vee Q) \vee R$
- Leis distributivas:  $P \wedge (Q \vee R) \equiv (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$   
 $P \vee (Q \wedge R) \equiv (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$

## Equivalências bem conhecidas

- Leis de DeMorgan:  $\neg(P \wedge Q) \equiv \neg P \vee \neg Q$ ;  
 $\neg(P \vee Q) \equiv \neg P \wedge \neg Q$ .
- Leis comutativas:  $P \wedge Q \equiv Q \wedge P$ ;  
 $P \vee Q \equiv Q \vee P$ .
- Leis associativas:  $P \wedge (Q \wedge R) \equiv (P \wedge Q) \wedge R$   
 $P \vee (Q \vee R) \equiv (P \vee Q) \vee R$
- Leis distributivas:  $P \wedge (Q \vee R) \equiv (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$   
 $P \vee (Q \wedge R) \equiv (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$
- Leis idempotentes:  $P \wedge P \equiv P$   
 $P \vee P \equiv P$

## Equivalências bem conhecidas

- Leis de DeMorgan:  $\neg(P \wedge Q) \equiv \neg P \vee \neg Q$ ;  
 $\neg(P \vee Q) \equiv \neg P \wedge \neg Q$ .
- Leis comutativas:  $P \wedge Q \equiv Q \wedge P$ ;  
 $P \vee Q \equiv Q \vee P$ .
- Leis associativas:  $P \wedge (Q \wedge R) \equiv (P \wedge Q) \wedge R$   
 $P \vee (Q \vee R) \equiv (P \vee Q) \vee R$
- Leis distributivas:  $P \wedge (Q \vee R) \equiv (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$   
 $P \vee (Q \wedge R) \equiv (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$
- Leis idempotentes:  $P \wedge P \equiv P$   
 $P \vee P \equiv P$
- Leis de absorção:  $P \vee (P \wedge Q) \equiv P$   
 $P \wedge (P \vee Q) \equiv P$

## Equivalências bem conhecidas

- Leis de DeMorgan:  $\neg(P \wedge Q) \equiv \neg P \vee \neg Q$ ;  
 $\neg(P \vee Q) \equiv \neg P \wedge \neg Q$ .
- Leis comutativas:  $P \wedge Q \equiv Q \wedge P$ ;  
 $P \vee Q \equiv Q \vee P$ .
- Leis associativas:  $P \wedge (Q \wedge R) \equiv (P \wedge Q) \wedge R$   
 $P \vee (Q \vee R) \equiv (P \vee Q) \vee R$
- Leis distributivas:  $P \wedge (Q \vee R) \equiv (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$   
 $P \vee (Q \wedge R) \equiv (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$
- Leis idempotentes:  $P \wedge P \equiv P$   
 $P \vee P \equiv P$
- Leis de absorção:  $P \vee (P \wedge Q) \equiv P$   
 $P \wedge (P \vee Q) \equiv P$
- Lei da negação dupla:  $\neg\neg P \equiv P$ .

Simplifique a fórmula  $\neg(Q \wedge \neg P) \vee P$

$\neg(Q \wedge \neg P) \vee P$  é equivalente a

Simplifique a fórmula  $\neg(Q \wedge \neg P) \vee P$

$\neg(Q \wedge \neg P) \vee P$  é equivalente a

$(\neg Q \vee \neg\neg P) \vee P$  (Lei de DeMorgan), que é equivalente a



# Simplifique a fórmula $\neg(Q \wedge \neg P) \vee P$

$\neg(Q \wedge \neg P) \vee P$  é equivalente a

$(\neg Q \vee \neg\neg P) \vee P$  (Lei de DeMorgan), que é equivalente a

$(\neg Q \vee P) \vee P$  (Lei da negação dupla), que é equivalente a

# Simplifique a fórmula $\neg(Q \wedge \neg P) \vee P$

$\neg(Q \wedge \neg P) \vee P$  é equivalente a

$(\neg Q \vee \neg \neg P) \vee P$  (Lei de DeMorgan), que é equivalente a

$(\neg Q \vee P) \vee P$  (Lei da negação dupla), que é equivalente a

$\neg Q \vee (P \vee P)$  (Lei associativa), que é equivalente a

# Simplifique a fórmula $\neg(Q \wedge \neg P) \vee P$

$\neg(Q \wedge \neg P) \vee P$  é equivalente a

$(\neg Q \vee \neg\neg P) \vee P$  (Lei de DeMorgan), que é equivalente a

$(\neg Q \vee P) \vee P$  (Lei da negação dupla), que é equivalente a

$\neg Q \vee (P \vee P)$  (Lei associativa), que é equivalente a

$\neg Q \vee P$  (Lei idempotente).

## Simplifique a fórmula $\neg(Q \wedge \neg P) \vee P$

$\neg(Q \wedge \neg P) \vee P$  é equivalente a

$(\neg Q \vee \neg\neg P) \vee P$  (Lei de DeMorgan), que é equivalente a

$(\neg Q \vee P) \vee P$  (Lei da negação dupla), que é equivalente a

$\neg Q \vee (P \vee P)$  (Lei associativa), que é equivalente a

$\neg Q \vee P$  (Lei idempotente).

$$\boxed{\neg(Q \wedge \neg P) \vee P \equiv \neg Q \vee P}$$

# Proposição condicional ou implicação

- Sejam  $P$  e  $Q$  proposições.
  - “Se  $P$  então  $Q$ ” (ou  $P$  implica  $Q$ ) é representado por

$$P \rightarrow Q.$$

- $P$  é chamado de **hipótese** e  $Q$  de **conclusão**.

# Proposição condicional ou implicação

- Sejam  $P$  e  $Q$  proposições.
  - “Se  $P$  então  $Q$ ” (ou  $P$  implica  $Q$ ) é representado por

$$P \rightarrow Q.$$

- $P$  é chamado de **hipótese** e  $Q$  de **conclusão**.
- Sobre o uso típico de uma proposição condicional ou implicação:
  - Este tipo de sentença é usado tanto em linguagem natural quanto em raciocínio matemático para dizer que a verdade da proposição  $Q$  (conclusão) está condicionada à verdade da proposição  $P$  (hipótese/premissa).
  - No entanto, uma proposição condicional (do ponto de vista matemático) é independente de uma relação causa-efeito entre hipótese e conclusão.

# Proposição condicional ou implicação

- Sejam  $P$  e  $Q$  proposições.
  - “Se  $P$  então  $Q$ ” (ou  $P$  implica  $Q$ ) é representado por

$$P \rightarrow Q.$$

- $P$  é chamado de **hipótese** e  $Q$  de **conclusão**.
- Sobre o uso típico de uma proposição condicional ou implicação:
  - Este tipo de sentença é usado tanto em linguagem natural quanto em raciocínio matemático para dizer que a verdade da proposição  $Q$  (conclusão) está condicionada à verdade da proposição  $P$  (hipótese/premissa).
  - No entanto, uma proposição condicional (do ponto de vista matemático) é independente de uma relação causa-efeito entre hipótese e conclusão.
- **Exemplo:** Se  $(48 \text{ é divisível por } 6)_{=p}$ , então  $(48 \text{ é divisível por } 3)_{=q}$ .

# Proposição condicional – Tabela-verdade

- $\rightarrow$  é um conectivo lógico binário para o qual podem ser definidos valores-verdade.
- Determinando a tabela-verdade para  $\rightarrow$  (se-então)
  - A única combinação em que a sentença condicional é falsa é quando a hipótese é  $V$  e a conclusão é  $F$  (por definição).

$P$	$Q$	$P \rightarrow Q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V



# Proposição condicional – Tabela-verdade

- $\rightarrow$  é um conectivo lógico binário para o qual podem ser definidos valores-verdade.
- Determinando a tabela-verdade para  $\rightarrow$  (se-então)
  - A única combinação em que a sentença condicional é falsa é quando a hipótese é  $V$  e a conclusão é  $F$  (por definição).

$P$	$Q$	$P \rightarrow Q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

- Prioridade do conectivo lógico  $\rightarrow$ :
  - Último a ser avaliado em expressões que contêm  $\neg, \vee, \wedge$

# Proposição condicional

- Seja a seguinte sentença que descreve uma promessa:
  - Se (você se apresentar para trabalhar na segunda-feira pela manhã) =  $p$ , então (você terá emprego) =  $q$ .
- Em que situação o empregador não falou a verdade, ou seja, a promessa (sentença) é falsa?

# Proposição condicional

- Seja a seguinte sentença que descreve uma promessa:
  - Se (você se apresentar para trabalhar na segunda-feira pela manhã) =  $p$ , então (você terá emprego) =  $q$ .
- Em que situação o empregador não falou a verdade, ou seja, a promessa (sentença) é falsa?

$$p = V \wedge q = F$$

# Proposição condicional

- Seja a seguinte sentença que descreve uma promessa:
  - Se (você se apresentar para trabalhar na segunda-feira pela manhã) =  $p$ , então (você terá emprego) =  $q$ .
- Em que situação o empregador não falou a verdade, ou seja, a promessa (sentença) é falsa?

$$p = V \wedge q = F$$

- E se a afirmação  $p$  não for satisfeita?
  - Não é justo dizer que a promessa é falsa.

# Proposição condicional: Contrapositiva

- A proposição **contrapositiva** de  $(p \rightarrow q)$  é  $(\neg q \rightarrow \neg p)$

# Proposição condicional: Contrapositiva

- A proposição **contrapositiva** de  $(p \rightarrow q)$  é  $(\neg q \rightarrow \neg p)$
- **Exercício:** Prove que  $p \rightarrow q \equiv \neg q \rightarrow \neg p$

# Proposição condicional: Contrapositiva

- A proposição **contrapositiva** de  $(p \rightarrow q)$  é  $(\neg q \rightarrow \neg p)$
- **Exercício:** Prove que  $p \rightarrow q \equiv \neg q \rightarrow \neg p$
- **Exemplo:**  
 $p \rightarrow q$  : Se hoje é Natal então amanhã é segunda-feira.  
 $\neg q \rightarrow \neg p$  : Se amanhã não é segunda-feira então hoje não é Natal.

## Proposição condicional: Oposta

- A proposição **oposta** de  $(p \rightarrow q)$  é  $(q \rightarrow p)$



# Proposição condicional: Oposta

- A proposição **oposta** de  $(p \rightarrow q)$  é  $(q \rightarrow p)$
- **Exercício:**  $p \rightarrow q \not\equiv q \rightarrow p$

# Proposição condicional: Oposta

- A proposição **oposta** de  $(p \rightarrow q)$  é  $(q \rightarrow p)$
- **Exercício:**  $p \rightarrow q \not\equiv q \rightarrow p$
- **Exemplo:**  
 $p \rightarrow q$  : Se está chovendo, então o time da casa ganha.  
 $q \rightarrow p$  : Se o time da casa ganha, então está chovendo.

## Proposição condicional: Inversa

- A proposição **inversa** de  $(p \rightarrow q)$  é  $(\neg p \rightarrow \neg q)$

## Proposição condicional: Inversa

- A proposição **inversa** de  $(p \rightarrow q)$  é  $(\neg p \rightarrow \neg q)$
- **Exercício:**  $p \rightarrow q \not\equiv \neg p \rightarrow \neg q$

# Proposição condicional: Inversa

- A proposição **inversa** de  $(p \rightarrow q)$  é  $(\neg p \rightarrow \neg q)$

- **Exercício:**  $p \rightarrow q \not\equiv \neg p \rightarrow \neg q$

- **Exemplo:**

Original: Se hoje é Natal, então amanhã é segunda-feira.

Contrapositiva: Se amanhã não é segunda-feira, então hoje não é Natal.

Oposta: Se amanhã é segunda-feira, então hoje é Natal.

Inversa: Se hoje não é Natal, então amanhã não é segunda-feira.

# Proposição condicional:

## Somente se

- A sentença “**p somente se q**” significa que (acrescentando verbos):

$p$  [pode ocorrer] **somente se**  $q$  [ocorre].

∴ Se  $q$  não ocorre, então  $p$  não pode ocorrer , i.e.,

Se  $\neg q$  então  $\neg p \equiv$  Se  $p$  então  $q$  ou  $p \rightarrow q$ .

# Proposição condicional: Somente se

- A sentença “**p somente se q**” significa que (acresecentando verbos):

$p$  [pode ocorrer] **somente se**  $q$  [ocorre].

∴ Se  $q$  não ocorre, então  $p$  não pode ocorrer , i.e.,

Se  $\neg q$  então  $\neg p \equiv$  Se  $p$  então  $q$  ou  $p \rightarrow q$ .

- Proposições condicionais:
  - $p$  somente se  $p \equiv q$ .
  - **Exercício:**  $p$  somente se  $q \not\equiv p$  se  $q$ .
  - **Exercício:**  $p$  se  $q \equiv q \rightarrow p$ .

## Proposição condicional: Bicondicional (se e somente se)

- A sentença **bicondicional** entre  $p$  e  $q$  é expressa como  
“**p se somente se q**”
- É representada por  $p \leftrightarrow q$



# Proposição condicional: Bicondicional (se e somente se)

- A sentença **bicondicional** entre  $p$  e  $q$  é expressa como “**p se somente se q**”
- É representada por  $p \leftrightarrow q$
- E tem a seguinte tabela-verdade:

$P$	$Q$	$P \leftrightarrow Q$
F	F	V
F	V	F
V	F	F
V	V	V

# Proposição condicional: Bicondicional (se e somente se)

- A sentença **bicondicional** entre  $p$  e  $q$  é expressa como “**p se somente se q**”
- É representada por  $p \leftrightarrow q$
- E tem a seguinte tabela-verdade:

$P$	$Q$	$P \leftrightarrow Q$
F	F	V
F	V	F
V	F	F
V	V	V

- O conectivo  $\leftrightarrow$  tem a mesma prioridade do conectivo  $\leftarrow$ .

# Proposição condicional: Bicondicional (se e somente se)

- **Exemplo:**

Este programa está correto se e somente se ele produz a resposta correta para todos os possíveis valores de dados de entrada.

- Reescrevendo como uma conjunção de duas sentenças se-então:

Se este programa está correto então ele produz a resposta correta para todos os possíveis valores de dados de entrada.

e

Se o programa produz a resposta correta para todos os possíveis valores de dados de entrada então ele está correto.

# Proposição condicional: Condição necessária & Condição suficiente

Sejam  $r$  e  $s$  afirmações.

# Proposição condicional: Condição necessária & Condição suficiente

Sejam  $r$  e  $s$  afirmações.

- $r$  é uma **condição suficiente** para  $s$ :
  - se  $r$  então  $s$   
∴ A ocorrência de  $r$  é suficiente para garantir a ocorrência de  $s$ .

# Proposição condicional:

## Condição necessária & Condição suficiente

Sejam  $r$  e  $s$  afirmações.

- $r$  é uma **condição suficiente** para  $s$ :
  - se  $r$  então  $s$   
∴ A ocorrência de  $r$  é suficiente para garantir a ocorrência de  $s$ .
- $r$  é uma **condição suficiente** para  $s$ :
  - se não  $r$  então não  $s \equiv$   
se  $s$  então  $r$ .  
∴ Se  $r$  não ocorrer, então  $s$  também não pode ocorrer, i.e., a ocorrência de  $r$  é necessária para se ter a ocorrência de  $s$ .
- A frase:  $r$  é uma condição necessária e suficiente para  $s$  significa “ $r$  se e somente se  $s$ .”

# Proposições e variáveis

- Proposições:
  - $P =$  “2 é um número primo”;
  - $Q =$  “9 é divisível por 5”;
  - $R =$  “João tem 2 filhos”.

# Proposições e variáveis

- Proposições:
  - $P =$  “2 é um número primo”;
  - $Q =$  “9 é divisível por 5”;
  - $R =$  “João tem 2 filhos”.

**Necessidade:** afirmações sobre objetos que podem variar.



# Proposições e variáveis

- Proposições:
  - $P =$  “2 é um número primo”;
  - $Q =$  “9 é divisível por 5”;
  - $R =$  “João tem 2 filhos”.

**Necessidade:** afirmações sobre objetos que podem variar.

Representados por letras ou símbolos e denominados **variáveis**.

# Proposições e variáveis

- Proposições:
  - $P$  = “2 é um número primo”;
  - $Q$  = “9 é divisível por 5”;
  - $R$  = “João tem 2 filhos”.

**Necessidade:** afirmações sobre objetos que podem variar.

Representados por letras ou símbolos e denominados **variáveis**.

- Exemplos:
  - $x, y$  representam números inteiros positivos e  $z$  representa uma pessoa.

# Proposições e variáveis

- Proposições:
  - $P$  = “2 é um número primo”;
  - $Q$  = “9 é divisível por 5”;
  - $R$  = “João tem 2 filhos”.

**Necessidade:** afirmações sobre objetos que podem variar.

Representados por letras ou símbolos e denominados **variáveis**.

- Exemplos:
  - $x, y$  representam números inteiros positivos e  $z$  representa uma pessoa.
    - “ $x$  é um número primo”  $\longrightarrow P(x)$ ;

# Proposições e variáveis

- Proposições:
  - $P$  = “2 é um número primo”;
  - $Q$  = “9 é divisível por 5”;
  - $R$  = “João tem 2 filhos”.

**Necessidade:** afirmações sobre objetos que podem variar.

Representados por letras ou símbolos e denominados **variáveis**.

- Exemplos:
  - $x, y$  representam números inteiros positivos e  $z$  representa uma pessoa.
    - “ $x$  é um número primo”  $\rightarrow P(x)$ ;
    - “ $x$  é divisível por  $y$ ”  $\rightarrow Q(x, y)$ ;

# Proposições e variáveis

- Proposições:
  - $P$  = “2 é um número primo”;
  - $Q$  = “9 é divisível por 5”;
  - $R$  = “João tem 2 filhos”.

**Necessidade:** afirmações sobre objetos que podem variar.

Representados por letras ou símbolos e denominados **variáveis**.

- Exemplos:
  - $x, y$  representam números inteiros positivos e  $z$  representa uma pessoa.
    - “ $x$  é um número primo”  $\rightarrow P(x)$ ;
    - “ $x$  é divisível por  $y$ ”  $\rightarrow Q(x, y)$ ;
    - “ $z$  tem  $x$  filhos”  $\rightarrow R(z, x)$ ;

# Implicações

- Proposições (sem variáveis): atribuir um valor lógico é natural pois uma proposição será sempre verdadeira ou falsa.

# Implicações

- Proposições (sem variáveis): atribuir um valor lógico é natural pois uma proposição será sempre verdadeira ou falsa.
- Sentenças com variáveis (propriedades): esta avaliação simples não é mais possível.

# Implicações

- Proposições (sem variáveis): atribuir um valor lógico é natural pois uma proposição será sempre verdadeira ou falsa.
- Sentenças com variáveis (propriedades): esta avaliação simples não é mais possível.
  - Considere  $P(x) = "x \text{ é um número primo}."$



# Implicações

- Proposições (sem variáveis): atribuir um valor lógico é natural pois uma proposição será sempre verdadeira ou falsa.
- Sentenças com variáveis (propriedades): esta avaliação simples não é mais possível.
  - Considere  $P(x) = "x \text{ é um número primo}."$

**Como dizer se  $P(x)$  é falso ou verdadeiro?**

# Implicações

- Proposições (sem variáveis): atribuir um valor lógico é natural pois uma proposição será sempre verdadeira ou falsa.
- Sentenças com variáveis (propriedades): esta avaliação simples não é mais possível.
  - Considere  $P(x) = "x \text{ é um número primo}."$

**Como dizer se  $P(x)$  é falso ou verdadeiro?**

- $P(7)$  é verdadeiro.

# Implicações

- Proposições (sem variáveis): atribuir um valor lógico é natural pois uma proposição será sempre verdadeira ou falsa.
- Sentenças com variáveis (propriedades): esta avaliação simples não é mais possível.
  - Considere  $P(x) = "x \text{ é um número primo}."$

**Como dizer se  $P(x)$  é falso ou verdadeiro?**

- $P(7)$  é verdadeiro.
- $P(8)$  é falso.

# Implicações

- Proposições (sem variáveis): atribuir um valor lógico é natural pois uma proposição será sempre verdadeira ou falsa.
- Sentenças com variáveis (propriedades): esta avaliação simples não é mais possível.
  - Considere  $P(x) = \text{"}x \text{ é um número primo."}$

**Como dizer se  $P(x)$  é falso ou verdadeiro?**

- $P(7)$  é verdadeiro.
- $P(8)$  é falso.

**E agora?**

FIM

