Lógica para Computação

Profa. Dra. Viviane Menezes

Universidade Federal do Ceará

vivianemenezes@ufc.br

18 de julho de 2024

Bem-vindos(as) de volta!

O que é Lógica?

Conjunto de regras para raciocínio e argumentação.

Lógica

- 1. A habilidade de determinar respostas corretas por meio de um processo padronizado.
- 2. O estudo formal da inferência
- 3. Raciocínio, como oposição à intuição.

Distinguir o que é *verdadeiro* do que é *falso*.

Estudo de Lógica

1. **Especificação da Linguagem**: conceitos de *sintaxe e semântica*.
2. **Métodos** que verifiquem as fórmulas ou os *argumentos válidos*.
3. **Sistemas de Dedução** para inferência de novos conhecimentos.

Introdução à Lógica Proposicional

Introdução à Lógica Proposicional

Frases Declarativas

- A Lógica proposicional baseia-se em frases declarativas.
  - A soma dos números 3 e 5 é igual a 8;
  - Todo número natural par $>$ 2 é a soma de dois números primos.

Introdução à Lógica Proposicional

Frases Declarativas

- A lógica proposicional baseia-se em frases declarativas.
  - Que a força esteja com você!
  - Qual a minha média final?

Argumentação

Exemplo 1

- *Se* está chovendo, *então* a rua está molhada.
- Está chovendo.
- *Portanto*, a rua está molhada.

Raciocínio e Argumentação

Exemplo 2

- *Se hahaiazauhsughwur*, então *jshdjebfjvje*.
- *hahaiazauhsughwur*.
- Portanto, *jshdjebfjvje*.

Racioocínio e Argumentação

- *Se* P, *então* Q.
- P.
- *Portanto*, Q.

Racioocínio e Argumentação

- *Se* P, *então* Q.
- P.
- *Portanto,* Q.

Em lógica não estamos interessados no significado da frase, apenas em sua estrutura lógica.

Raciocínio e Argumentação.

- Exercícios no Moodle: “*Lógica: Raciocínio e Argumentação*”.

Sintaxe da Lógica Proposicional

Sintaxe da Lógica Proposicional

Alfabeto

- símbolos de pontuação: ')', '('
- conjunto de átomos proposicionais: $\mathcal{P} = \{P_0, P_1, \cdots\}$
- conectivos: $\neg$, $\wedge$, $\vee$ e $\rightarrow$.

Sintaxe da Lógica Proposicional

A Linguagem: Backus Naur form (BNF)

$$\varphi ::= P \mid (\neg\varphi) \mid (\varphi \wedge \varphi) \mid (\varphi \vee \varphi) \mid (\varphi \rightarrow \varphi)$$

Sintaxe da Lógica Proposicional

Abreviações

- Os parênteses mais externos podem ser omitidos. Por exemplo, $P \wedge Q$ no lugar de $(P \wedge Q)$
- O uso repetido dos conectivos $\wedge$ e $\vee$ dispensa o uso de parênteses, mas os parênteses aninham-se à direita. Por exemplo, $P \wedge Q \vee R$ no lugar de $P \wedge (Q \vee R)$
- O uso repetido dos conectivos $\rightarrow$ dispensa o uso de parênteses, mas os parênteses aninham-se à direita. Por exemplo, $P \rightarrow Q \rightarrow R$ no lugar de $P \rightarrow (Q \rightarrow R)$

Sintaxe da Lógica Proposocional

Precedência dos Conectivos

- maior precedência: $\neg$
- $\wedge$ $\vee$
- menor precedência: $\rightarrow$

Sintaxe da Lógica Proposicional

Exercício

Reescreva as fórmulas, removendo os parênteses desnecessários. Considere as abreviações permitidas e a precedência dos conectivos.

a. $(P \lor Q)$
b. $((P \lor Q) \lor (R \lor S))$
c. $(P \to (Q \to (P \land Q)))$
d. $\neg(P \lor (Q \land R))$
e. $\neg(P \land (Q \lor R))$

Sintaxe da Lógica Proposicional

Exercício

Coloque parênteses estabelecendo a ordem de precedência dos conectivos lógicos.

a. $\neg P \rightarrow Q$.

   Ex: $(\neg P) \rightarrow Q$

b. $P \wedge \neg Q \wedge R \wedge \neg S$

c. $P \rightarrow Q \rightarrow R \rightarrow P \wedge Q \wedge R$

d. $P \wedge \neg Q \vee R \wedge S$

e. $P \wedge \neg(P \rightarrow \neg Q) \vee \neg Q$

Especificação de Sentenças em Lógica Proposicional

Especificação de Sentenças em Lógica Proposicional

Expressão	Conectivo	Fórmula
e; mas; também; além disso	$\wedge$	$(P \wedge Q)$
ou	$\vee$	$(P \vee Q)$
ou p ou q (ou-exclusivo)		$((P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge Q))$
Se P, *então* Q; P *implica* Q; P, *logo* Q; P *só se* Q; P *somente se* Q; *q segue de* Q; P *é uma condição suficiente para* Q; *basta* P *para* Q; Q *é uma condição necessária para* P.	$\rightarrow$	$(P \rightarrow Q)$
não; é falso que; não é verdade que.	$\neg$	$(\neg P)$

Especificação de Sentenças em Lógica Proposicional

- Considere as seguintes afirmações:
  - 1. Se o dólar sobe, então os produtos ficam mais caros.
  - 2. Os produtos não ficaram mais caros.
- Podemos concluir que a afirmação abaixo segue logicamente das afirmações acima?
  - O dólar não subiu.

Especificando Sentenças em Lógica Proposicional

- Considere os átomos proposicionais:
  - 1. D para “*o dólar sobe*” e;
  - 2. C para “*os produtos ficaram mais caros*”.
- Representemos as afirmações por meio das fórmulas:
  - 1. $D \rightarrow C$ para “*se o dólar sobe, os produtos ficaram mais caros*”
  - 2. $\neg C$ para “*os produtos não ficaram mais caros*”.
  - 3. $\neg D$ para “*o dólar não subiu*”.

Especificando Sentenças em Lógica Proposicional

- Execícios no Moodle: "*Especificação de Sentenças em Lógica Proposicional*".

Árvores de Análise

Sintaxe da Lógica Proposicional

Fórmulas bem-formadas

Como podemos provar que:

$$(((\neg P) \wedge Q) \rightarrow (P \wedge (Q \vee (\neg R))))$$

é uma fórmula bem formada da lógica proposicional?

Sintaxe da Lógica Proposicional

Fórmulas bem-formadas

Como podemos provar que:

$$(\neg)() \vee PQ \rightarrow$$

NÃO é uma fórmula bem formada na lógica proposicional?

Sintaxe da Lógica Proposicional

Método de Verificação: Árvores de análise

- *Nós internos* da árvore são *conectivos*.

- *Folhas* da árvore são *átomos proposicionais*.

Sintaxe da Lógica Proposicional

Método de Verificação: Árvores de análise

- *Nós internos* da árvore são *conectivos*.
  - nós do tipo $\wedge$, $\vee$ e $\rightarrow$ devem ter exatamente dois filhos.
- *Folhas* da árvore são *átomos proposicionais*.

Sintaxe da Lógica Proposicional

Método de Verificação: Árvores de análise

- *Nós internos* da árvore são *conectivos*.
  - nós do tipo $\wedge$, $\vee$ e $\rightarrow$ devem ter exatamente dois filhos.
  - nós do tipo $\neg$ devem ter exatamente um filho.
- *Folhas* da árvore são *átomos proposicionais*.

Sintaxe da Lógica Proposicional

Método de Verificação: Árvores de análise

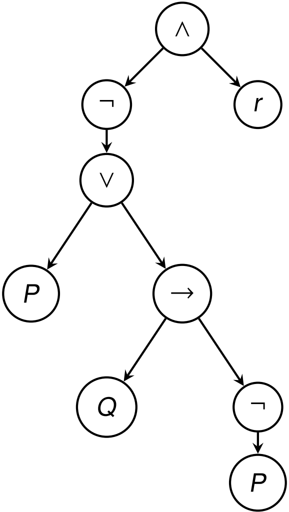
Construa a árvore de análise para a seguinte fórmula da lógica proposicional.

$$(((\neg P) \wedge Q) \rightarrow (P \wedge (Q \vee (\neg R))))$$

Sintaxe da Lógica Proposicional

Método de Verificação: Árvores de análise

A árvore representa uma fórmula bem formada na lógica proposicional? Justifique.



Sintaxe da Lógica Proposicional

Subfórmulas

Dada uma fórmula da lógica proposicional, suas subformulas são as fórmulas correspondentes às subárvores da árvore de análise.

Sintaxe da Lógica Proposicional

Exercício: Subfórmulas

Para cada uma das fórmulas a seguir, desenhe a *árvore de análise* e liste todas as suas *subfórmulas*.

a. $P \rightarrow (\neg P \vee (\neg\neg Q \rightarrow (P \wedge Q)))$
b. $(S \rightarrow R \vee L) \vee (\neg Q \wedge R) \rightarrow (\neg(P \rightarrow S) \rightarrow R)$

"*They're still findin'out what logics will do.*"
(A Logic named Joe, Will F. Jenkins, 1946)