Tabela Hash

Estrutura de Dados Avançada — QXD0015

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

Prof. Atílio Gomes Luiz
gomes.atilio@ufc.br

Universidade Federal do Ceará

1º semestre/2023

Introdução

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

Contexto: Temos um conjunto de objetos com chaves associadas e possivelmente muitos outros dados. Precisamos realizar buscas de forma muito rápida por esses objetos a partir dos valores das chaves.

Introdução

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

Contexto: Temos um conjunto de objetos com chaves associadas e possivelmente muitos outros dados. Precisamos realizar buscas de forma muito rápida por esses objetos a partir dos valores das chaves.

- Tipos abstratos de dados que fornecem apenas as operações de inserção, busca e remoção são chamados de **dicionários** ou **mapas**.

Introdução

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

Contexto: Temos um conjunto de objetos com chaves associadas e possivelmente muitos outros dados. Precisamos realizar buscas de forma muito rápida por esses objetos a partir dos valores das chaves.

- Tipos abstratos de dados que fornecem apenas as operações de inserção, busca e remoção são chamados de **dicionários** ou **mapas**.

- Aplicação 1: Queremos carregar um dicionário da língua portuguesa na memória do computador.

Introdução

Contexto: Temos um conjunto de objetos com chaves associadas e possivelmente muitos outros dados. Precisamos realizar buscas de forma muito rápida por esses objetos a partir dos valores das chaves.

- Tipos abstratos de dados que fornecem apenas as operações de inserção, busca e remoção são chamados de **dicionários** ou **mapas**.

- Aplicação 1: Queremos carregar um dicionário da língua portuguesa na memória do computador.
  - Operações de inserção e busca serão frequentemente realizadas.

Introdução

Contexto: Temos um conjunto de objetos com chaves associadas e possivelmente muitos outros dados. Precisamos realizar buscas de forma muito rápida por esses objetos a partir dos valores das chaves.

- Tipos abstratos de dados que fornecem apenas as operações de inserção, busca e remoção são chamados de **dicionários** ou **mapas**.

- Aplicação 1: Queremos carregar um dicionário da língua portuguesa na memória do computador.
  - Operações de inserção e busca serão frequentemente realizadas.
  - Operações de remoção podem vir a ser realizadas e gostaríamos que fossem eficientes.

Introdução

Cada entrada do dicionário é composta por um par (verbete, descrição).

- **`paralelepípedo:`** `Hexaedro cujas faces, opostas e paralelas entre si, são paralelogramos.`

Primeiras opções:

Introdução

Cada entrada do dicionário é composta por um par (verbete, descrição).

- **`paralelepípedo:`** `Hexaedro cujas faces, opostas e paralelas entre si, são paralelogramos.`

Primeiras opções:

- Vetor não ordenado - busca/remoção em $O(n)$

Introdução

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

Cada entrada do dicionário é composta por um par (verbete, descrição).

- **paralelepípedo:** `Hexaedro cujas faces, opostas e paralelas entre si, são paralelogramos.`

Primeiras opções:

- Vetor não ordenado - busca/remoção em $O(n)$
  - inserir uma nova palavra leva $O(1)$

Introdução

Cada entrada do dicionário é composta por um par (verbete, descrição).

- `paralelepípedo:` `Hexaedro cujas faces, opostas e paralelas entre si, são paralelogramos.`

Primeiras opções:

- Vetor não ordenado - busca/remoção em $O(n)$
  - inserir uma nova palavra leva $O(1)$
- Vetor ordenado - busca em $O(\lg n)$

Introdução

Cada entrada do dicionário é composta por um par (verbete, descrição).

- **`paralelepípedo:`** `Hexaedro cujas faces, opostas e paralelas entre si, são paralelogramos.`

Primeiras opções:

- Vetor não ordenado - busca/remoção em $O(n)$
  - inserir uma nova palavra leva $O(1)$
- Vetor ordenado - busca em $O(\lg n)$
  - inserir/remover uma nova palavra leva $O(n)$

Introdução

Cada entrada do dicionário é composta por um par (verbete, descrição).

- **paralelepípedo:** `Hexaedro cujas faces, opostas e paralelas entre si, são paralelogramos.`

Primeiras opções:

- Vetor não ordenado - busca/remoção em $O(n)$
  - inserir uma nova palavra leva $O(1)$
- Vetor ordenado - busca em $O(\lg n)$
  - inserir/remover uma nova palavra leva $O(n)$
- Árvore balanceada - busca/inserção/remoção em $O(\lg n)$

Introdução

Cada entrada do dicionário é composta por um par (verbete, descrição).

- **paralelepípedo:** `Hexaedro cujas faces, opostas e paralelas entre si, são paralelogramos.`

Primeiras opções:

- Vetor não ordenado - busca/remoção em $O(n)$
  - inserir uma nova palavra leva $O(1)$
- Vetor ordenado - busca em $O(\lg n)$
  - inserir/remover uma nova palavra leva $O(n)$
- Árvore balanceada - busca/inserção/remoção em $O(\lg n)$

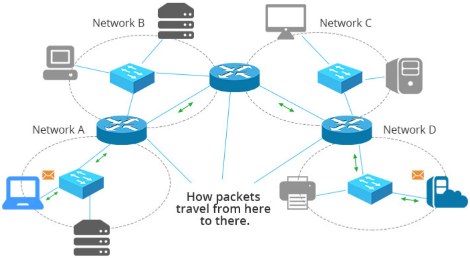
Conseguimos fazer melhor?

Introdução

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

- Aplicação 2: Um roteador de rede é encarregado de bloquear pacotes de dados de determinados endereços IP, talvez pertencentes a *spammers*.

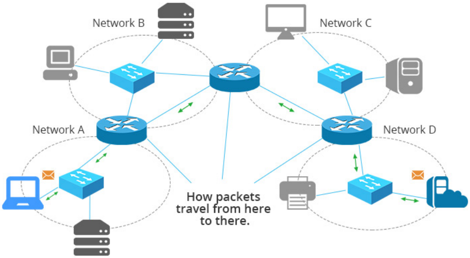
  Sempre que um novo pacote de dados chega, o roteador deve verificar se o endereço IP de origem está na lista negra. Em caso afirmativo, ele descarta o pacote; caso contrário, ele encaminha o pacote para seu destino.



Introdução

- Aplicação 2: Um roteador de rede é encarregado de bloquear pacotes de dados de determinados endereços IP, talvez pertencentes a *spammers*.

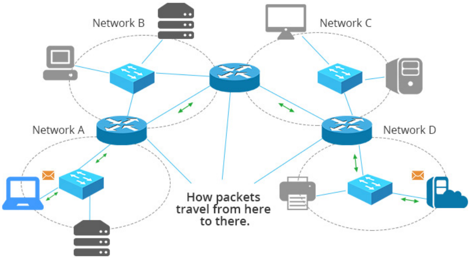
  Sempre que um novo pacote de dados chega, o roteador deve verificar se o endereço IP de origem está na lista negra. Em caso afirmativo, ele descarta o pacote; caso contrário, ele encaminha o pacote para seu destino.



Introdução

- Aplicação 2: Um roteador de rede é encarregado de bloquear pacotes de dados de determinados endereços IP, talvez pertencentes a *spammers*.

  Sempre que um novo pacote de dados chega, o roteador deve verificar se o endereço IP de origem está na lista negra. Em caso afirmativo, ele descarta o pacote; caso contrário, ele encaminha o pacote para seu destino.



  Aumentaria a performance do roteador se essa busca pudesse ser realizada em tempo médio $O(1)$.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

Caso Simples: Tabela de acesso direto

Tabela de acesso direto

- Suponha que uma aplicação precisa de uma estrutura de dados na qual cada elemento tem uma chave com valor no conjunto $U = \{0, 1, \ldots, m-1\}$, em que m não é muito grande.
  - Supomos que não existem chaves repetidas.

Tabela de acesso direto

- Suponha que uma aplicação precisa de uma estrutura de dados na qual cada elemento tem uma chave com valor no conjunto $U = \{0, 1, \ldots, m-1\}$, em que m não é muito grande.
  - Supomos que não existem chaves repetidas.

- Podemos representar essa estrutura como um vetor $T[0..m-1]$ em que cada posição corresponde a uma chave do conjunto U.

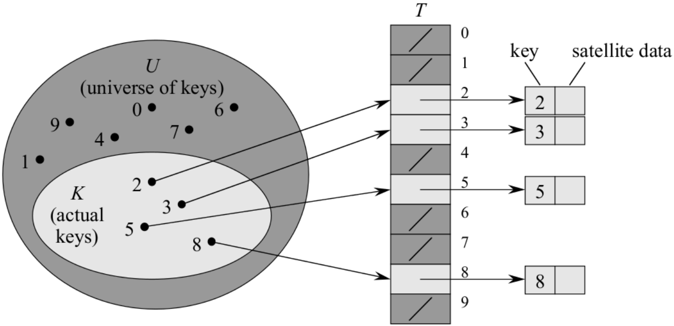


Tabela de acesso direto — Pseudocódigo

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

DIRECT-ADDRESS-SEARCH(T, k)

1 **return** $T[k]$

DIRECT-ADDRESS-INSERT(T, x)

1 $T[x.key] = x$

DIRECT-ADDRESS-DELETE(T, x)

1 $T[x.key] = \text{NIL}$

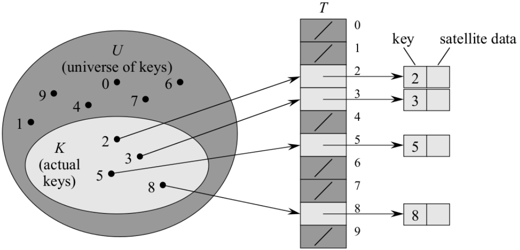


Tabela de acesso direto — Limitações

- Se o universo de possíveis chaves U for grande, então armazenar o vetor T de tamanho $|U|$ pode ser impraticável.
  - A memória é limitada.

Tabela de acesso direto — Limitações

- Se o universo de possíveis chaves U for grande, então armazenar o vetor T de tamanho $|U|$ pode ser impraticável.
  - A memória é limitada.

- O número de chaves armazenadas pode ser muito pequeno quando comparado ao tamanho do conjunto U.
  - Espaço será desperdiçado.

Tabela de acesso direto — Limitações

- Se o universo de possíveis chaves U for grande, então armazenar o vetor T de tamanho $|U|$ pode ser impraticável.
  - A memória é limitada.

- O número de chaves armazenadas pode ser muito pequeno quando comparado ao tamanho do conjunto U.
  - Espaço será desperdiçado.

- Quando o conjunto K de chaves é muito pequeno em relação ao universo U, gostaríamos de poder armazenar as chaves em uma tabela de tamanho $\Theta(|K|)$ e ao mesmo tempo manter o benefício de realizar busca, inserção e remoção em tempo $O(1)$.

Tabela Hash (Tabela de dispersão)

Tabela hash

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

- Estrutura de dados onde as posições dos objetos armazenados são calculadas através de uma função que visa distribuir os elementos aleatoriamente ao longo de um vetor.

Tabela hash

- Estrutura de dados onde as posições dos objetos armazenados são calculadas através de uma função que visa distribuir os elementos aleatoriamente ao longo de um vetor.

Tabela hash

- Estrutura de dados onde as posições dos objetos armazenados são calculadas através de uma função que visa distribuir os elementos aleatoriamente ao longo de um vetor.

- Tempo médio para inserção, busca e remoção: $O(1)$

Tabela hash

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

- Estrutura de dados onde as posições dos objetos armazenados são calculadas através de uma função que visa distribuir os elementos aleatoriamente ao longo de um vetor.
- Tempo médio para inserção, busca e remoção: $O(1)$
- Tempo $O(n)$ no pior caso.

Tabela hash

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

- Estrutura de dados onde as posições dos objetos armazenados são calculadas através de uma função que visa distribuir os elementos aleatoriamente ao longo de um vetor.
- Tempo médio para inserção, busca e remoção: $O(1)$
- Tempo $O(n)$ no pior caso.

Tabela hash

- Estrutura de dados onde as posições dos objetos armazenados são calculadas através de uma função que visa distribuir os elementos aleatoriamente ao longo de um vetor.
- Tempo médio para inserção, busca e remoção: $O(1)$
- Tempo $O(n)$ no pior caso.
- Usada em situações onde precisa-se apenas de operações de inserir, buscar e remover. Não se pode fazer caminhamento ordenado.

Componentes de uma tabela de dispersão

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

(1) Função de hashing

- As chaves nem sempre são valores numéricos. Por exemplo, as chaves podem consistir em nomes de pessoas.
  - Solução: criar uma função de hashing para mapear cada chave em uma posição i do vetor $T[0..m-1]$, com $0 \leq i \leq m-1$.

Componentes de uma tabela de dispersão

(1) Função de hashing

- As chaves nem sempre são valores numéricos. Por exemplo, as chaves podem consistir em nomes de pessoas.
  - Solução: criar uma função de hashing para mapear cada chave em uma posição i do vetor $T[0..m-1]$, com $0 \leq i \leq m-1$.

(2) Tratamento de colisão

- Duas chaves podem ser mapeadas no mesmo slot.
- Neste caso, teremos uma Colisão: duas ou mais chaves são mapeadas para a mesma posição da tabela.
- Devemos tratar uma colisão quando ela ocorrer.

Tratamento de colisão por encadeamento exterior

Encadeamento Exterior

broca

boca

bolo

bela

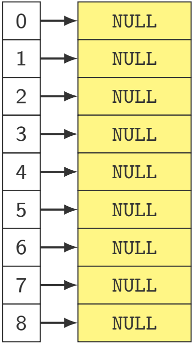
bala

dia

escola

gratuito

ilha



Ideia:

- Dada uma tabela com $M = 9$ slots, usamos uma função hash para associar cada chave a um número inteiro (entre 0 e 8)

Encadeamento Exterior

broca

boca

bolo

bela

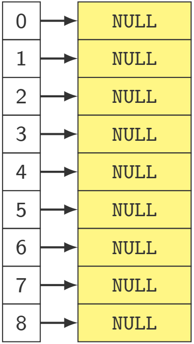
bala

dia

escola

gratuito

ilha



Ideia:

- Dada uma tabela com $M = 9$ slots, usamos uma função hash para associar cada chave a um número inteiro (entre 0 e 8)

Encadeamento Exterior

broca

boca

bolo

bela

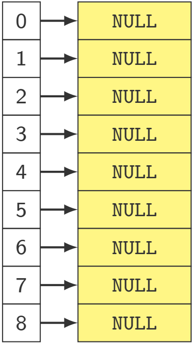
bala

dia

escola

gratuito

ilha



Ideia:

- Dada uma tabela com $M = 9$ slots, usamos uma função hash para associar cada chave a um número inteiro (entre 0 e 8)

Encadeamento Exterior

broca $\rightsquigarrow$ `h("broca") = 3`

boca

bolo

bela

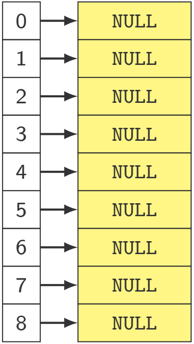
bala

dia

escola

gratuito

ilha



Ideia:

- Dada uma tabela com $M = 9$ slots, usamos uma função hash para associar cada chave a um número inteiro (entre 0 e 8)

Encadeamento Exterior

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

broca ⇝ `h("broca") = 3`

boca

bolo

bela

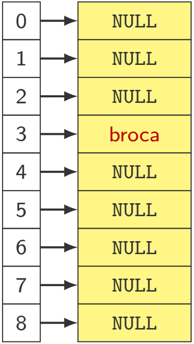
bala

dia

escola

gratuito

ilha



Ideia:

- Dada uma tabela com $M = 9$ slots, usamos uma função hash para associar cada chave a um número inteiro (entre 0 e 8)

Encadeamento Exterior

broca $\rightsquigarrow$ `h("broca") = 3`

boca $\rightsquigarrow$ `h("boca") = 0`

bolo

bela

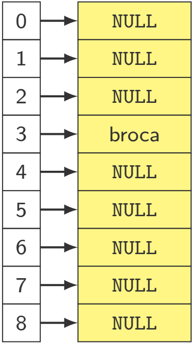
bala

dia

escola

gratuito

ilha



Ideia:

- Dada uma tabela com $M = 9$ slots, usamos uma função hash para associar cada chave a um número inteiro (entre 0 e 8)

Encadeamento Exterior

broca ⇝ `h("broca") = 3`

boca ⇝ `h("boca") = 0`

bolo

bela

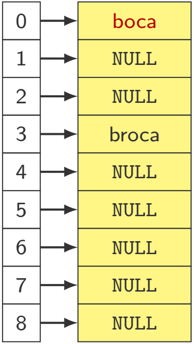
bala

dia

escola

gratuito

ilha



Ideia:

- Dada uma tabela com $M = 9$ slots, usamos uma função hash para associar cada chave a um número inteiro (entre 0 e 8)

Encadeamento Exterior

Universidade Federal do Ceará
Campus Quixadá

broca $\rightsquigarrow$ `h("broca") = 3`

boca $\rightsquigarrow$ `h("boca") = 0`

bolo $\rightsquigarrow$ `h("bolo") = 5`

bela

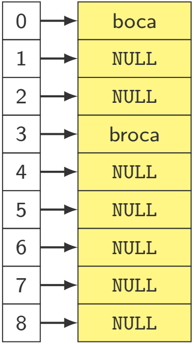
bala

dia

escola

gratuito

ilha



Ideia:

- Dada uma tabela com $M = 9$ slots, usamos uma função hash para associar cada chave a um número inteiro (entre 0 e 8)

Encadeamento Exterior

broca $\rightsquigarrow$ `h("broca") = 3`

boca $\rightsquigarrow$ `h("boca") = 0`

bolo $\rightsquigarrow$ `h("bolo") = 5`

bela

bala

dia

escola

gratuito

ilha

0	→ boca
1	→ NULL
2	→ NULL
3	→ broca
4	→ NULL
5	→ bolo
6	→ NULL
7	→ NULL
8	→ NULL

Ideia:

- Dada uma tabela com $M = 9$ slots, usamos uma função hash para associar cada chave a um número inteiro (entre 0 e 8)

Encadeamento Exterior

broca $\rightsquigarrow$ `h("broca") = 3`

boca $\rightsquigarrow$ `h("boca") = 0`

bolo $\rightsquigarrow$ `h("bolo") = 5`

bela $\rightsquigarrow$ `h("bela") = 2`

bala

dia

escola

gratuito

ilha

0	→ boca
1	→ NULL
2	→ NULL
3	→ broca
4	→ NULL
5	→ bolo
6	→ NULL
7	→ NULL
8	→ NULL

Ideia:

- Dada uma tabela com $M = 9$ slots, usamos uma função hash para associar cada chave a um número inteiro (entre 0 e 8)

Encadeamento Exterior

broca $\rightsquigarrow$ `h("broca") = 3`

boca $\rightsquigarrow$ `h("boca") = 0`

bolo $\rightsquigarrow$ `h("bolo") = 5`

bela $\rightsquigarrow$ `h("bela") = 2`

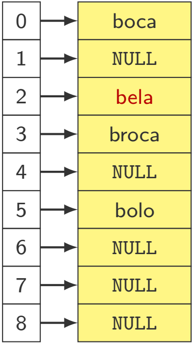
bala

dia

escola

gratuito

ilha



Ideia:

- Dada uma tabela com $M = 9$ slots, usamos uma função hash para associar cada chave a um número inteiro (entre 0 e 8)

Encadeamento Exterior

Universidade Federal do Ceará
Campus Quixadá

broca $\rightsquigarrow$ `h("broca") = 3`

boca $\rightsquigarrow$ `h("boca") = 0`

bolo $\rightsquigarrow$ `h("bolo") = 5`

bela $\rightsquigarrow$ `h("bela") = 2`

bala $\rightsquigarrow$ `h("bala") = 0`

dia

escola

gratuito

ilha

0	→	boca
1	→	NULL
2	→	bela
3	→	broca
4	→	NULL
5	→	bolo
6	→	NULL
7	→	NULL
8	→	NULL

Ideia:

- Dada uma tabela com $M = 9$ slots, usamos uma função hash para associar cada chave a um número inteiro (entre 0 e 8)

Encadeamento Exterior

broca $\rightsquigarrow$ `h("broca") = 3`

boca $\rightsquigarrow$ `h("boca") = 0`

bolo $\rightsquigarrow$ `h("bolo") = 5`

bela $\rightsquigarrow$ `h("bela") = 2`

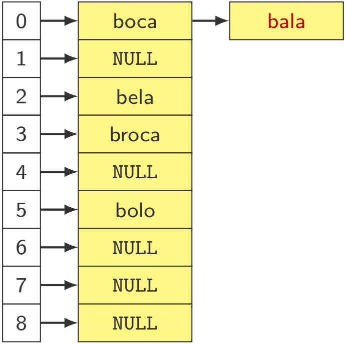
bala $\rightsquigarrow$ `h("bala") = 0`

dia

escola

gratuito

ilha



Ideia:

- Dada uma tabela com $M = 9$ slots, usamos uma função hash para associar cada chave a um número inteiro (entre 0 e 8)

Encadeamento Exterior

broca $\rightsquigarrow$ `h("broca") = 3`

boca $\rightsquigarrow$ `h("boca") = 0`

bolo $\rightsquigarrow$ `h("bolo") = 5`

bela $\rightsquigarrow$ `h("bela") = 2`

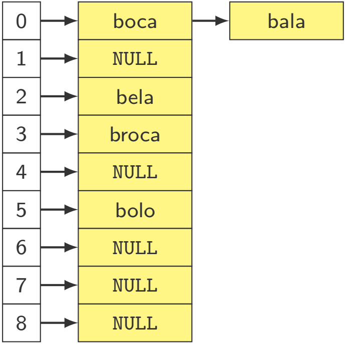
bala $\rightsquigarrow$ `h("bala") = 0`

dia $\rightsquigarrow$ `h("dia") = 2`

escola

gratuito

ilha



Ideia:

- Dada uma tabela com $M = 9$ slots, usamos uma função hash para associar cada chave a um número inteiro (entre 0 e 8)

Encadeamento Exterior

Universidade Federal do Ceará
Campus Quixadá

broca $\rightsquigarrow$ `h("broca") = 3`

boca $\rightsquigarrow$ `h("boca") = 0`

bolo $\rightsquigarrow$ `h("bolo") = 5`

bela $\rightsquigarrow$ `h("bela") = 2`

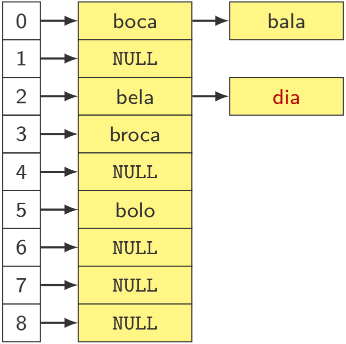
bala $\rightsquigarrow$ `h("bala") = 0`

dia $\rightsquigarrow$ `h("dia") = 2`

escola

gratuito

ilha



Ideia:

- Dada uma tabela com $M = 9$ slots, usamos uma função hash para associar cada chave a um número inteiro (entre 0 e 8)

Encadeamento Exterior

broca $\rightsquigarrow$ `h("broca") = 3`

boca $\rightsquigarrow$ `h("boca") = 0`

bolo $\rightsquigarrow$ `h("bolo") = 5`

bela $\rightsquigarrow$ `h("bela") = 2`

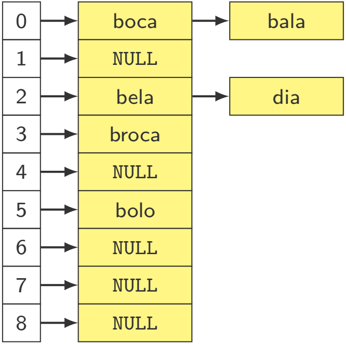
bala $\rightsquigarrow$ `h("bala") = 0`

dia $\rightsquigarrow$ `h("dia") = 2`

escola $\rightsquigarrow$ `h("escola") = 7`

gratuito

ilha



Ideia:

- Dada uma tabela com $M = 9$ slots, usamos uma função hash para associar cada chave a um número inteiro (entre 0 e 8)

Encadeamento Exterior

broca $\rightsquigarrow$ `h("broca") = 3`

boca $\rightsquigarrow$ `h("boca") = 0`

bolo $\rightsquigarrow$ `h("bolo") = 5`

bela $\rightsquigarrow$ `h("bela") = 2`

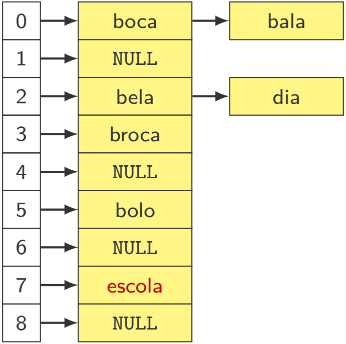
bala $\rightsquigarrow$ `h("bala") = 0`

dia $\rightsquigarrow$ `h("dia") = 2`

escola $\rightsquigarrow$ `h("escola") = 7`

gratuito

ilha



Ideia:

- Dada uma tabela com $M = 9$ slots, usamos uma função hash para associar cada chave a um número inteiro (entre 0 e 8)

Encadeamento Exterior

broca $\rightsquigarrow$ `h("broca") = 3`

boca $\rightsquigarrow$ `h("boca") = 0`

bolo $\rightsquigarrow$ `h("bolo") = 5`

bela $\rightsquigarrow$ `h("bela") = 2`

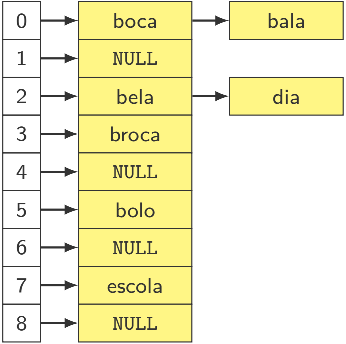
bala $\rightsquigarrow$ `h("bala") = 0`

dia $\rightsquigarrow$ `h("dia") = 2`

escola $\rightsquigarrow$ `h("escola") = 7`

gratuito $\rightsquigarrow$ `h("gratuito") = 0`

ilha



Ideia:

- Dada uma tabela com $M = 9$ slots, usamos uma função hash para associar cada chave a um número inteiro (entre 0 e 8)

Encadeamento Exterior

broca $\rightsquigarrow$ `h("broca") = 3`

boca $\rightsquigarrow$ `h("boca") = 0`

bolo $\rightsquigarrow$ `h("bolo") = 5`

bela $\rightsquigarrow$ `h("bela") = 2`

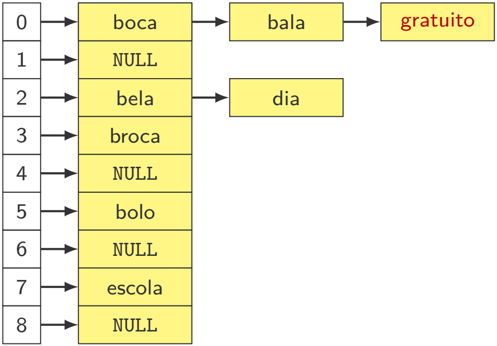
bala $\rightsquigarrow$ `h("bala") = 0`

dia $\rightsquigarrow$ `h("dia") = 2`

escola $\rightsquigarrow$ `h("escola") = 7`

gratuito $\rightsquigarrow$ `h("gratuito") = 0`

ilha



Ideia:

- Dada uma tabela com $M = 9$ slots, usamos uma função hash para associar cada chave a um número inteiro (entre 0 e 8)

Encadeamento Exterior

broca $\rightsquigarrow$ `h("broca") = 3`

boca $\rightsquigarrow$ `h("boca") = 0`

bolo $\rightsquigarrow$ `h("bolo") = 5`

bela $\rightsquigarrow$ `h("bela") = 2`

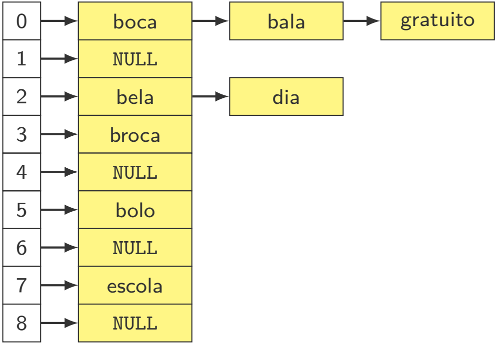
bala $\rightsquigarrow$ `h("bala") = 0`

dia $\rightsquigarrow$ `h("dia") = 2`

escola $\rightsquigarrow$ `h("escola") = 7`

gratuito $\rightsquigarrow$ `h("gratuito") = 0`

ilha $\rightsquigarrow$ `h("ilha") = 6`



Ideia:

- Dada uma tabela com $M = 9$ slots, usamos uma função hash para associar cada chave a um número inteiro (entre 0 e 8)

Encadeamento Exterior

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

broca $\rightsquigarrow$ `h("broca") = 3`

boca $\rightsquigarrow$ `h("boca") = 0`

bolo $\rightsquigarrow$ `h("bolo") = 5`

bela $\rightsquigarrow$ `h("bela") = 2`

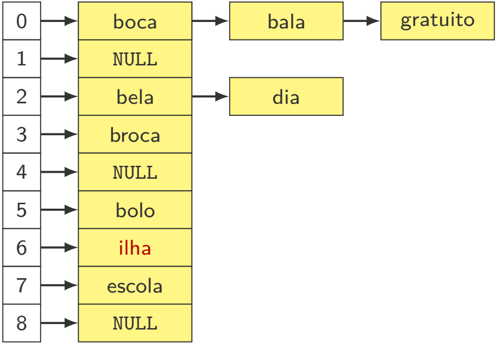
bala $\rightsquigarrow$ `h("bala") = 0`

dia $\rightsquigarrow$ `h("dia") = 2`

escola $\rightsquigarrow$ `h("escola") = 7`

gratuito $\rightsquigarrow$ `h("gratuito") = 0`

ilha $\rightsquigarrow$ `h("ilha") = 6`



Ideia:

- Dada uma tabela com $M = 9$ slots, usamos uma função hash para associar cada chave a um número inteiro (entre 0 e 8)

Tabelas de dispersão com encadeamento exterior

Propriedades:

- Se a tabela for de tamanho fixo, a estimativa do tamanho do conjunto de dados deve ser conhecida

Tabelas de dispersão com encadeamento exterior

Propriedades:

- Se a tabela for de tamanho fixo, a estimativa do tamanho do conjunto de dados deve ser conhecida

- tempo das operações depende da função de hash escolhida:

Tabelas de dispersão com encadeamento exterior

Propriedades:

- Se a tabela for de tamanho fixo, a estimativa do tamanho do conjunto de dados deve ser conhecida

- tempo das operações depende da função de hash escolhida:
  - muitas chaves agrupadas em uma mesma lista: pior caso $O(n)$
    - Vira uma lista ligada contendo todos os elementos.

Tabelas de dispersão com encadeamento exterior

Propriedades:

- Se a tabela for de tamanho fixo, a estimativa do tamanho do conjunto de dados deve ser conhecida

- tempo das operações depende da função de hash escolhida:
  - muitas chaves agrupadas em uma mesma lista: pior caso $O(n)$
    - Vira uma lista ligada contendo todos os elementos.
  - chaves bem espalhadas: tempo médio $O(1)$
    - se temos n itens e uma tabela de tamanho M, então o tempo de acesso é o tempo de calcular a função de hashing $+\ O(n/M)$
    - chamamos a razão $\frac{n}{M}$ de fator de carga (*load factor*).
    - é comum tentar garantir que $\frac{n}{M} \leq 1$.

Complexidade do caso médio para tabela hash com encadeamento exterior

- **Definição:** O fator de carga de uma tabela hash é o valor $\alpha = n/M$, onde n é o número de chaves armazenadas e M é o tamanho da tabela.

Complexidade do caso médio para tabela hash com encadeamento exterior

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

- **Definição:** O fator de carga de uma tabela hash é o valor $\alpha = n/M$, onde n é o número de chaves armazenadas e M é o tamanho da tabela.

Complexidade do caso médio para tabela hash com encadeamento exterior

- **Definição:** O fator de carga de uma tabela hash é o valor $\alpha = n/M$, onde n é o número de chaves armazenadas e M é o tamanho da tabela.

- **Definição:** Uma função de hashing h é uniforme se a probabilidade de que $h(x)$ seja igual a k é $1/M$ para toda chave x e todos os endereços $k \in \{0, \ldots, M-1\}$.

Complexidade do caso médio para tabela hash com encadeamento exterior

- **Definição:** O fator de carga de uma tabela hash é o valor $\alpha = n/M$, onde n é o número de chaves armazenadas e M é o tamanho da tabela.

- **Definição:** Uma função de hashing h é uniforme se a probabilidade de que $h(x)$ seja igual a k é $1/M$ para toda chave x e todos os endereços $k \in \{0, \ldots, M-1\}$.

- **Definição:** Seja A um algoritmo, $\{E_1, \ldots, E_m\}$ o conjunto de todas as entradas possíveis de A. Denote por t_i o número de passos efetuados por A quando a entrada for E_i. Seja p_i a probabilidade de ocorrência da entrada E_i. A complexidade do caso médio de A é dada por

$$\sum_{1 \leq i \leq m} p_i t_i.$$

Complexidade do caso médio para tabela hash com encadeamento exterior

Complexidade da busca malsucedida

Teorema 1. Numa tabela hash que utiliza função de hashing uniforme e na qual as colisões são tratadas por encadeamento exterior, o número médio de comparações efetuadas numa busca sem sucesso é igual ao fator de carga α.

Complexidade do caso médio para tabela hash com encadeamento exterior

Demonstração:

- Seja $N(T)$ o número médio de comparações efetuadas em uma busca sem sucesso, numa tabela hash T.

Complexidade do caso médio para tabela hash com encadeamento exterior

Demonstração:

- Seja $N(T)$ o número médio de comparações efetuadas em uma busca sem sucesso, numa tabela hash T.

- Como a função de hashing é uniforme, existe a mesma probabilidade $1/M$ da busca ser efetuada em qualquer uma das M listas encadeadas. Seja L_i a lista onde a busca se efetua e $|L_i|$ o seu comprimento. Então,

$$N(T) = \frac{1}{M}|L_0| + \frac{1}{M}|L_1| + \cdots + \frac{1}{M}|L_{M-1}| = \frac{1}{M}\sum_{i=0}^{M-1}|L_i|.$$

Complexidade do caso médio para tabela hash com encadeamento exterior

Demonstração:

- Seja $N(T)$ o número médio de comparações efetuadas em uma busca sem sucesso, numa tabela hash T.

- Como a função de hashing é uniforme, existe a mesma probabilidade $1/M$ da busca ser efetuada em qualquer uma das M listas encadeadas. Seja L_i a lista onde a busca se efetua e $|L_i|$ o seu comprimento. Então,

$$N(T) = \frac{1}{M}|L_0| + \frac{1}{M}|L_1| + \cdots + \frac{1}{M}|L_{M-1}| = \frac{1}{M}\sum_{i=0}^{M-1}|L_i|.$$

- Como existe um total de n elementos, $\sum_{i=0}^{M-1}|L_i| = n$. Logo,

$$N(T) = \frac{n}{M} = \alpha. \qquad \blacksquare$$

Complexidade do caso médio da busca bem sucedida

Teorema 2. Numa tabela hash que utiliza função de hashing uniforme e na qual as colisões são tratadas por encadeamento exterior, o número médio de comparações efetuadas numa busca com sucesso é igual a $1 + \alpha/2 - 1/2M$. □

Demonstração:

Complexidade do caso médio da busca bem sucedida

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

Teorema 2. Numa tabela hash que utiliza função de hashing uniforme e na qual as colisões são tratadas por encadeamento exterior, o número médio de comparações efetuadas numa busca com sucesso é igual a $1 + \alpha/2 - 1/2M$. □

Demonstração:

- Seja T uma tabela hash e $N(T)$ o número médio de comparações efetuadas em uma busca com sucesso.

Complexidade do caso médio da busca bem sucedida

> **Teorema 2.** Numa tabela hash que utiliza função de hashing uniforme e na qual as colisões são tratadas por encadeamento exterior, o número médio de comparações efetuadas numa busca com sucesso é igual a $1 + \alpha/2 - 1/2M$. □

Demonstração:

- Seja T uma tabela hash e $N(T)$ o número médio de comparações efetuadas em uma busca com sucesso.

- Sabe-se que a inclusão de cada chave nas listas encadeadas é realizada sempre no final da lista. Supondo a ausência de exclusões nas listas, a posição de cada chave em relação à cabeça da lista se mantém constante.

Complexidade do caso médio da busca bem sucedida

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

- Logo, o número médio de comparações para localizar uma chave x, com sucesso, localizada em uma certa lista L_i, é igual ao comprimento médio de L_i na ocasião em que a chave foi inserida em L_i, adicionado de uma unidade (correspondente à comparação final com a própria chave x).

Complexidade do caso médio da busca bem sucedida

- Logo, o número médio de comparações para localizar uma chave x, com sucesso, localizada em uma certa lista L_i, é igual ao comprimento médio de L_i na ocasião em que a chave foi inserida em L_i, adicionado de uma unidade (correspondente à comparação final com a própria chave x).

- Supondo que x tenha sido a $(j+1)$-ésima chave a ser incluída, o comprimento médio de L_i é j/M. Logo,

$$N(T) = \frac{1}{n}\sum_{j=0}^{n-1}(1+\frac{j}{M}) = 1 + \frac{n(n-1)}{2nM} = 1 + \frac{\alpha}{2} - \frac{1}{2M}.$$

$\square$

Interpretação dos resultados

- Se o tamanho da tabela for proporcional ao número de elementos, então temos que $n = O(M)$.

Interpretação dos resultados

- Se o tamanho da tabela for proporcional ao número de elementos, então temos que $n = O(M)$.
- Ou seja, $\alpha = n/M = O(M)/M = O(1)$.

Interpretação dos resultados

- Se o tamanho da tabela for proporcional ao número de elementos, então temos que $n = O(M)$.
- Ou seja, $\alpha = n/M = O(M)/M = O(1)$.
- Tanto a complexidade média de busca sem sucesso quanto a da busca com sucesso são constantes.

Interpretação dos resultados

- Se o tamanho da tabela for proporcional ao número de elementos, então temos que $n = O(M)$.
- Ou seja, $\alpha = n/M = O(M)/M = O(1)$.
- Tanto a complexidade média de busca sem sucesso quanto a da busca com sucesso são constantes.

A fim de garantir que as listas não se tornem muito longas, devemos manter o invariante

$$\frac{n}{M} \leq c$$

onde c é uma constante inteira positiva pequena. Para isso, pode ser necessário aumentar o tamanho da tabela e reconstruí-la.

Função de hashing

Função de hashing

Universidade Federal do Ceará
Campus Quixadá

- Dado um conjunto de chaves K e um inteiro positivo M , uma função de hashing é uma função $h \colon K \to \{0, 1, \ldots, M-1\}$.

- Idealmente, uma função de hashing deve satisfazer as seguintes condições:

    - produzir um número baixo de colisões.

    - ser facilmente computável.

    - ser uniforme: a probabilidade de que $h(x)$ seja igual ao índice k dever ser $1/M$ para todas as chaves x e todos os endereços $k \in [0, M-1]$.

Função de hashing

- Na prática, é conveniente implementar uma função de hashing h como a composição de duas funções f e g.
  - A função de codificação f mapeia chaves em inteiros não negativos (hash codes):
$$f\colon K \to \mathbb{Z}^+$$
  - A função de compressão g mapeia `hash codes` em inteiros no conjunto $\{0, 1, \ldots, M-1\}$:
$$g\colon \mathbb{Z}^+ \to \{0, \ldots, M-1\}$$
- Assim, o valor de hashing $h(x)$ de uma chave $x \in K$ é dado por
$$h(x) = g(f(x)).$$

Primeira componente da função de hashing: Função de codificação

Função de codificação — Strings

- Strings estão entre os tipos mais comuns de chaves.

- Temos um conjunto de chaves K do tipo string e queremos construir uma função de codificação $f\colon K \to \mathbb{Z}^+$. Vamos supor que o tipo de retorno da função é `unsigned int`.

- Pergunta: Dado um valor do tipo `string`, como transformá-lo em um valor do tipo `unsigned int`?
  - **Fato:** Uma string é composta por uma cadeia de caracteres. Cada caractere é um inteiro positivo cujo valor é determinado na tabela ASCII.
  - Ideia: Vamos usar o valor ASCII de cada caractere da chave para compor o valor de retorno da função.

Função de codificação — Strings

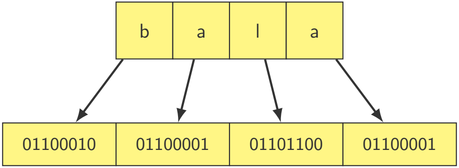
- Por exemplo, 'c' $= 99$, 'a' $= 97$ e 't' $= 116$, então essa função hash produziria $99 + 97 + 116 = 312$ para a string "cat".

```
size_t hash_string_ruim (const char *x, size_t len) {
   size_t sum = 0;
   for (size_t i = 0; i < len; ++i)
      sum += x[i];
   return sum;
}
```

- Essa é uma função hash simples, mas não é muito boa. Por exemplo, produz o mesmo valor para "act" como para "cat".

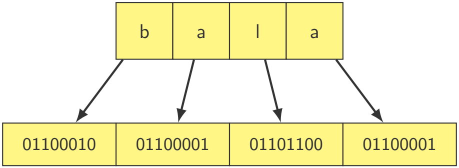
- Uma função hash para strings mais sofisticada deve certamente depender de todos os caracteres e da ordem deles.

Função de codificação — Strings



Como podemos calcular o número x que representa “bala”?

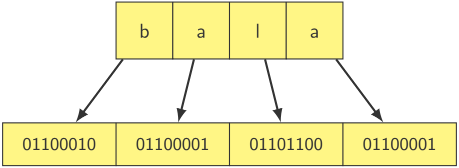
Função de codificação — Strings



Como podemos calcular o número x que representa "bala"?

- $x = \texttt{'b'} \cdot 256^3 + \texttt{'a'} \cdot 256^2 + \texttt{'l'} \cdot 256^1 + \texttt{'a'} \cdot 256^0$

Função de codificação — Strings

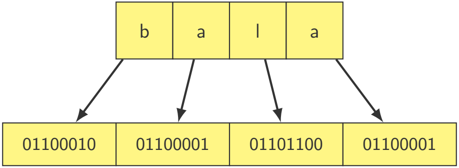


Como podemos calcular o número x que representa "bala"?

- $x = \texttt{'b'} \cdot 256^3 + \texttt{'a'} \cdot 256^2 + \texttt{'l'} \cdot 256^1 + \texttt{'a'} \cdot 256^0$

que pode ser reescrito como

Função de codificação — Strings



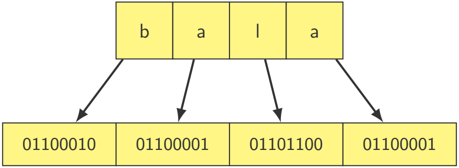
Como podemos calcular o número x que representa "bala"?

- $x = \texttt{'b'} \cdot 256^3 + \texttt{'a'} \cdot 256^2 + \texttt{'l'} \cdot 256^1 + \texttt{'a'} \cdot 256^0$

que pode ser reescrito como

- $x = (((\texttt{'b'}) \cdot 256 + \texttt{'a'}) \cdot 256 + \texttt{'l'}) \cdot 256 + \texttt{'a'}$

Função de codificação — Strings



Como podemos calcular o número x que representa "bala"?

- $x = \texttt{'b'} \cdot 256^3 + \texttt{'a'} \cdot 256^2 + \texttt{'l'} \cdot 256^1 + \texttt{'a'} \cdot 256^0$

que pode ser reescrito como

- $x = (((\texttt{'b'}) \cdot 256 + \texttt{'a'}) \cdot 256 + \texttt{'l'}) \cdot 256 + \texttt{'a'}$

Caso o valor de x fique muito grande para caber em um `unsigned int`, uma operação modulo M é executada internamente, em que M é o valor do maior `unsigned int`.

Função de codificação — Strings

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

```
// teste.cpp
size_t hash_string ( const char *x, size_t len ) {
   size_t code = 0, BASE = 127;
   for (size_t i = 0; i < len; ++i)
      code = ( code * BASE ) + x[i];
   return code;
}
```

Função de codificação — Strings

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

```
// teste.cpp
size_t hash_string ( const char *x, size_t len ) {
   size_t code = 0, BASE = 127;
   for (size_t i = 0; i < len; ++i)
      code = ( code * BASE ) + x[i];
   return code;
}
```

Exemplos com $BASE = 127$:

- "casa" $= 204369132$
- "asac" $= 200560404$
- "saca" $= 237141228$

Função de codificação — `double` e `float`

- Ideia: trataremos o número de ponto flutuante como uma sequência de bytes. Em C++ um `float` utiliza pelo menos 4 bytes e um double tem pelo menos 8 bytes.
- Como um `char` é armazenado em 8 bits (1 byte), podemos interpretar um `float` de 32 bits como um vetor de 4 caracteres.
- Do mesmo modo, um `double` pode ser interpretado como um vetor de 8 caracteres.

Função de codificação — `double` e `float`

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

- Ideia: trataremos o número de ponto flutuante como uma sequência de bytes. Em C++ um `float` utiliza pelo menos 4 bytes e um double tem pelo menos 8 bytes.

- Como um `char` é armazenado em 8 bits (1 byte), podemos interpretar um `float` de 32 bits como um vetor de 4 caracteres.

- Do mesmo modo, um `double` pode ser interpretado como um vetor de 8 caracteres.

- C++ fornece uma operação de casting `reinterpret_cast`, para conversão entre tipos não relacionados.
  - Esse casting trata valores como uma sequência de bits e não tenta converter de maneira inteligente o significado de um valor para outro.

Função de codificação — `float` e `double`


```
size_t hash_float ( const float& f ) {
    size_t len = sizeof(f);
    const char *p = reinterpret_cast<const char*>(&f);
    return hash_string( p, len );
}

size_t hash_double ( const double& d ) {
    size_t len = sizeof(d);
    const char *p = reinterpret_cast<const char*>(&d);
    return hash_string( p, len );
}
```

Função de codificação — float e double

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

```
size_t hash_float ( const float& f ) {
    size_t len = sizeof(f);
    const char *p = reinterpret_cast<const char*>(&f);
    return hash_string( p, len );
}

size_t hash_double ( const double& d ) {
    size_t len = sizeof(d);
    const char *p = reinterpret_cast<const char*>(&d);
    return hash_string( p, len );
}
```

Exemplos usando hash_double:

- 23.564 = 18400852312106684793
- 87.6 = 54784713431139051
- 89.096 = 18395698627602626740
- 67.8 = 27392356715574320
- 3.23413 = 18386631061040044421

Função de codificação — int e long int

```
size_t hash_int ( const long int& f ) {
    size_t len = sizeof(f);
    const char *p = reinterpret_cast<const char*>(&f);
    return hash_string( p, len );
}

size_t hash_long_int ( const int& f ) {
    size_t len = sizeof(f);
    const char *p = reinterpret_cast<const char*>(&f);
    return hash_string( p, len );
}
```

Função de codificação — `int` e `long int`

```
size_t hash_int ( const long int& f ) {
    size_t len = sizeof(f);
    const char *p = reinterpret_cast<const char*>(&f);
    return hash_string( p, len );
}

size_t hash_long_int ( const int& f ) {
    size_t len = sizeof(f);
    const char *p = reinterpret_cast<const char*>(&f);
    return hash_string( p, len );
}
```

Exemplos usando `hash_int`:

- 234 = 18435020804785910550
- 345 = 47430147427644456
- 452 = 18414775717972536125
- 1 = 532875860165503
- -1 = 18446206968675892736

Template de classe
std::hash

std::hash

- O C++ possui o cabeçalho `<functional>` no qual está definido o template `std::hash` da seguinte maneira:

```
namespace std {
  template< typename T > class hash;
}
```

- Em `<functional>` há especializações desse template para todos os tipos primitivos, como `int`, `double`, `std::string`, etc.

- Em resumo: um objeto da classe `std::hash<T>` é um objeto sem estado que implementa o operador `()`. Esse operador recebe como parâmetro um valor do tipo `T` e retorna seu `hash` code como `size_t`.

std::hash — Exemplo de uso

Universidade Federal do Ceará
Campus Quixadá

```cpp
#include <iostream> //hash01.cpp
#include <string>
#include <functional> // para std::hash
using namespace std;

int main () {
  string name { "Ana Almeida" };
  hash<string> ff;
  cout << name << " = " << ff(name) << endl;

  int i = 24, j = -24;
  hash<int> hint;
  cout << i << " = " << hint( i ) << endl;
  cout << j << " = " << hint( j ) << endl;

  double d = 23.45, e = 24.35;
  cout << d << " = " << hash<double>()( d ) << endl;
  cout << e << " = " << hash<double>()( e ) << endl;
  return 0;
}
```

std::hash — Tipos definidos pelo usuário

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

Também podemos especializar o template `std::hash` para definir hash codes para tipos que nós mesmos definirmos.

```
#include <iostream> // hash02.cpp
#include <string>
#include <functional>

typedef std::pair<std::string, std::string> Name;

namespace std {
   template <>
   class hash< Name > {
      public:
         size_t operator()( const Name & p ) const {
            auto n1 = std::hash<string>()(p.first);
            auto n2 = std::hash<string>()(p.second);
            return n1 ^ n2; // XOR operation
         }
   };
}
```

std::hash — Tipos definidos pelo usuário (cont.)

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

```cpp
int main () {
  Name p1 ("Ana", "Almeida" );
  Name p2 { "Aan", "Ameidal" };

  size_t key1 = std::hash<Name>()( p1 );
  size_t key2 = std::hash<Name>()( p2 );

  std::cout << key1 << std::endl;
  std::cout << key2 << std::endl;

  return 0;
}
```

Função de codificação como uma classe própria

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

```cpp
#include <iostream> // hash03.cpp
#include <string>
#include <functional>

typedef std::pair<std::string, std::string> Name;

class hashName {
public:
    size_t operator()( const Name &name ) const {
        auto n1 = std::hash<std::string>()(name.first);
        auto n2 = std::hash<std::string>()(name.second);
        return n1 ^ n2;
    }
};

int main () {
  Name p3 { "Pedro", "Paulo" };
  size_t key3 = hashName()( p3 );
  std::cout << key3 << std::endl;
  return 0;
}
```

Classe própria para codificação de string

```
#include <iostream> // hash04.cpp
#include <string>
#include <functional>

class hashString {
public:
    size_t operator()( const std::string & name ) const {
        size_t code = 0, BASE = 53;
        for (char ch : name)
            code = ( code * BASE ) + ch;
        return code;
    }
};

int main () {
  std::string p { "Pedro Saraiva" };

  std::cout << hashString()( p ) << std::endl;

  return 0;
}
```

Segunda componente da função de hashing: Função de compressão

Recapitulando funções hash...

- Implementamos uma função hash h como a composição de duas funções f e g.
  - A função de codificação f mapeia chaves em inteiros não negativos (hash codes):
  $$f\colon K \to \mathbb{Z}^+$$
  - A função de compressão g mapeia hash codes em inteiros no conjunto $\{0, 1, \ldots, M-1\}$:
  $$g\colon \mathbb{Z}^+ \to \{0, \ldots, M-1\}$$

Recapitulando funções hash...

- Implementamos uma função hash h como a composição de duas funções f e g.
  - A função de codificação f mapeia chaves em inteiros não negativos (hash codes):
  $$f\colon K \to \mathbb{Z}^+$$
  - A função de compressão g mapeia hash codes em inteiros no conjunto $\{0, 1, \ldots, M-1\}$:
  $$g\colon \mathbb{Z}^+ \to \{0, \ldots, M-1\}$$

Vamos ver agora como implementar uma função de compressão.

- Vamos ver dois métodos básicos: o método da divisão e o método da multiplicação.

Método da divisão

Método da divisão

- **Objetivo:** Construir função g que mapeia qualquer inteiro x não negativo no conjunto $\{0, 1, \ldots, M - 1\}$

Método da divisão

- **Objetivo:** Construir função g que mapeia qualquer inteiro x não negativo no conjunto $\{0, 1, \ldots, M-1\}$

- Ideia: usar a função módulo para obter o resto da divisão de x pelo tamanho M da tabela hash.

$$g(x) = x \textbf{ mod } M$$

Método da divisão

- **Objetivo:** Construir função g que mapeia qualquer inteiro x não negativo no conjunto $\{0, 1, \ldots, M-1\}$

- Ideia: usar a função módulo para obter o resto da divisão de x pelo tamanho M da tabela hash.

$$g(x) = x \textbf{ mod } M$$

Exemplo: supondo hash(“bala”) $= 1.650.551.905$, temos

$$g(\text{hash(“bala”)}) = 1.650.551.905 \textbf{ mod } 1783 = 277$$

Método da divisão

- **Objetivo:** Construir função g que mapeia qualquer inteiro x não negativo no conjunto $\{0, 1, \ldots, M-1\}$
- Ideia: usar a função módulo para obter o resto da divisão de x pelo tamanho M da tabela hash.

$$g(x) = x \ \mathbf{mod}\ M$$

Exemplo: supondo hash("bala") $= 1.650.551.905$, temos

$$g(\text{hash(“bala”)}) = 1.650.551.905\ \mathbf{mod}\ 1783 = 277$$

Escolhendo M:

Método da divisão

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

- **Objetivo:** Construir função g que mapeia qualquer inteiro x não negativo no conjunto $\{0, 1, \ldots, M-1\}$

- Ideia: usar a função módulo para obter o resto da divisão de x pelo tamanho M da tabela hash.

$$g(x) = x \textbf{ mod } M$$

Exemplo: supondo hash("bala") $= 1.650.551.905$, temos

$$g(\text{hash(“bala”)}) = 1.650.551.905 \textbf{ mod } 1783 = 277$$

Escolhendo M:

- escolher M como uma potência de 2 não é uma boa ideia:

Método da divisão

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

- **Objetivo:** Construir função g que mapeia qualquer inteiro x não negativo no conjunto $\{0, 1, \ldots, M-1\}$

- Ideia: usar a função módulo para obter o resto da divisão de x pelo tamanho M da tabela hash.

$$g(x) = x \textbf{ mod } M$$

Exemplo: supondo hash(“bala”) $= 1.650.551.905$, temos

$$g(\text{hash(“bala”)}) = 1.650.551.905 \textbf{ mod } 1783 = 277$$

Escolhendo M:

- escolher M como uma potência de 2 não é uma boa ideia:
  - considera apenas os bits menos significativos. Exemplo:

Método da divisão — M como potência de 2

- Suponha $M = 2^j$ e a chave armazenada numa palavra de memória de 16 bits.

Método da divisão — M como potência de 2

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

- Suponha $M = 2^j$ e a chave armazenada numa palavra de memória de 16 bits.
- Se $j = 5$, a função $g(x)$ produzirá endereços que resultam dos últimos cinco bits da chave, isto é, $g(x)$ não levará nunca em consideração os dígitos mais significativos de x.

Método da divisão — M como potência de 2

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

- Suponha $M = 2^j$ e a chave armazenada numa palavra de memória de 16 bits.
- Se $j = 5$, a função $g(x)$ produzirá endereços que resultam dos últimos cinco bits da chave, isto é, $g(x)$ não levará nunca em consideração os dígitos mais significativos de x.

x	g$(x) = x \mod 32$	binário(x)
16838	6	1000001110**00110**
5758	30	1011001**11110**
17515	11	1000100011**01011**
31051	11	1111001010**01011**
5627	27	1010111**11011**
23010	2	1011001111**00010**
7419	27	1110011**11011**
16212	20	111111010**10100**
4086	22	1111111**10110**

Método da divisão — M como potência de 2

- Suponha $M = 2^j$ e a chave armazenada numa palavra de memória de 16 bits.
- Se $j = 5$, a função $g(x)$ produzirá endereços que resultam dos últimos cinco bits da chave, isto é, $g(x)$ não levará nunca em consideração os dígitos mais significativos de x.

x	g$(x) = x \mod 32$	binário(x)
16838	6	1000001110**00110**
5758	30	10110011**11110**
17515	11	1000100011**01011**
31051	11	1111001010**01011**
5627	27	10101111**11011**
23010	2	1011001111**00010**
7419	27	11100111**11011**
16212	20	111111010**10100**
4086	22	1111111**10110**

- Outra escolha ruim: Se M for par, $g(x)$ será par quando x for par e será ímpar caso contrário.

Escolhendo o tamanho M da tabela hash

- Dica: normalmente escolhemos M como um número primo.

Escolhendo o tamanho M da tabela hash

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

- Dica: normalmente escolhemos M como um número primo.
- Sedgewick: Escolha uma potência de 2 que esteja próxima do valor desejado de M. Depois, adote para M o número primo que esteja logo abaixo da potência escolhida.

Escolhendo o tamanho M da tabela hash

Universidade Federal do Ceará
Campus Quixadá

- Dica: normalmente escolhemos M como um número primo.
- Sedgewick: Escolha uma potência de 2 que esteja próxima do valor desejado de M. Depois, adote para M o número primo que esteja logo abaixo da potência escolhida.

k	2^k	M
7	128	127
8	256	251
9	512	509
10	1024	1021
11	2048	2039
12	4096	4093
13	8192	8191
14	16384	16381
15	32768	32749
16	65536	65521
17	131072	131071
18	262144	262139

Método da divisão — Implementação

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

```cpp
#include <iostream> // hashFunction02a.cpp
#include <iomanip>
#include <functional>
using namespace std;

// funcao de codificacao + uncao de compressao
size_t hash_code( const float& chave, size_t tableSize )
{
    return std::hash<float>()(chave) % tableSize;
}

int main()
{
    for(int i = 1; i <= 10; ++i)
    {
        cout << "hash_code(" << setw(3) << right << i * 0.5
             << ") = " << hash_code(i * 0.5, 251) << endl;
    }
}
```

Universidade Federal do Ceará
Campus Quixadá

Método da multiplicação

Método da multiplicação

- No método da multiplicação, usamos uma tabela de tamanho 2^d, para algum inteiro d (chamado dimensão).

Método da multiplicação

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

- No método da multiplicação, usamos uma tabela de tamanho 2^d, para algum inteiro d (chamado dimensão).

- A fórmula para codificar um inteiro $x \in \{0, \ldots, 2^{w-1}\}$ é

$$hash(x) = ((z \cdot x) \ \mathbf{mod} \ 2^w) \ \mathbf{div} \ 2^{w-d}$$

onde z é um inteiro aleatório escolhido do conjunto $\{1, \ldots, 2^{w-1}\}$.

Método da multiplicação

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

- No método da multiplicação, usamos uma tabela de tamanho 2^d, para algum inteiro d (chamado dimensão).

- A fórmula para codificar um inteiro $x \in \{0, \ldots, 2^{w-1}\}$ é

$$hash(x) = ((z \cdot x) \textbf{ mod } 2^w) \textbf{ div } 2^{w-d}$$

  onde z é um inteiro aleatório escolhido do conjunto $\{1, \ldots, 2^{w-1}\}$.

- Essa função de hash pode ser implementada de maneira muito eficiente em C++ observando que, por padrão, as operações aritméticas com números inteiros já são feitas módulo 2^w onde w é o número de bits em um número inteiro.

Método da multiplicação

- No método da multiplicação, usamos uma tabela de tamanho 2^d, para algum inteiro d (chamado dimensão).

- A fórmula para codificar um inteiro $x \in \{0, \ldots, 2^{w-1}\}$ é

$$hash(x) = ((z \cdot x) \mathbf{\ mod\ } 2^w) \mathbf{\ div\ } 2^{w-d}$$

  onde z é um inteiro aleatório escolhido do conjunto $\{1, \ldots, 2^{w-1}\}$.

- Essa função de hash pode ser implementada de maneira muito eficiente em C++ observando que, por padrão, as operações aritméticas com números inteiros já são feitas módulo 2^w onde w é o número de bits em um número inteiro.

- Ademais, a divisão inteira por 2^{w-d} é equivalente a descartar os $w - d$ bits mais à direita em uma representação binária (que é implementada deslocando os bits à direita $w - d$ posições usando o operador >>).

Método da multiplicação

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

- O valor de z é geralmente escolhido como $z = A \cdot 2^w$, tal que $0 < A < 1$.

[1] Cormen et al. Introduction to algorithms. 4th Edition, page 264.

Método da multiplicação

- O valor de z é geralmente escolhido como $z = A \cdot 2^w$, tal que $0 < A < 1$.
- Knuth[1] sugere $A \approx (\sqrt{5} - 1)/2 = 0.6180339887...$

[1] Cormen et al. Introduction to algorithms. 4th Edition, page 264.

Método da multiplicação

- O valor de z é geralmente escolhido como $z = A \cdot 2^w$, tal que $0 < A < 1$.
- Knuth[1] sugere $A \approx (\sqrt{5} - 1)/2 = 0.6180339887...$
  - Para $w = 32$, obtemos $S =$ 2654435769

[1] Cormen et al. Introduction to algorithms. 4th Edition, page 264.

Método da multiplicação

- O valor de z é geralmente escolhido como $z = A \cdot 2^w$, tal que $0 < A < 1$.
- Knuth[1] sugere $A \approx (\sqrt{5} - 1)/2 = 0.6180339887...$
  - Para $w = 32$, obtemos $S = 2654435769$
  - Para $w = 64$, obtemos $S = 11400714819323200000$

[1] Cormen et al. Introduction to algorithms. 4th Edition, page 264.

Método da multiplicação

- O valor de z é geralmente escolhido como $z = A \cdot 2^w$, tal que $0 < A < 1$.
- Knuth[1] sugere $A \approx (\sqrt{5} - 1)/2 = 0.6180339887...$
  - Para $w = 32$, obtemos $S = 2654435769$
  - Para $w = 64$, obtemos $S = 11400714819323200000$

```
// x inteiro no intervalo [0 .. 2^{64-1}]
// d dimensao da tabela
std::uint64_t index(std::uint64_t x, std::uint64_t d) {
    std::uint64_t S = 11400714819323200000U;
    return (S * x) >> (64 - d);
}
```

[1] Cormen et al. Introduction to algorithms. 4th Edition, page 264.

Implementação da função de compressão Método da multiplicação

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

```cpp
#include <iostream> // hashFunction.cpp
#include <functional>
using namespace std;

// x inteiro no intervalo [0 .. 2^{64-1}]
// d dimensao da tabela
std::uint64_t index(std::uint64_t x, std::uint64_t d) {
    std::uint64_t S = 11400714819323200000U;
    return (S * x) >> (64 - d);
}

int main()
{
    for(int i = 1; i <= 200; ++i)
    {
        size_t x = std::hash<int>()(i);
        cout << i << ": " << index(x, 10) << endl;
    }
}
```

Implementação da tabela hash com tratamento de colisão por encadeamento exterior

Detalhes de implementação

- Implementaremos a tabela hash como um template de classe chamado **HashTable**. O template terá dois parâmetros: `T` para a chave e `V` para o valor associado à chave.
    - Dentro da classe, esses dois valores serão representados como um tipo composto. Para isso, usaremos o tipo `std::pair` padrão do C++.

Detalhes de implementação

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

- Implementaremos a tabela hash como um template de classe chamado **HashTable**. O template terá dois parâmetros: `T` para a chave e `V` para o valor associado à chave.
  - Dentro da classe, esses dois valores serão representados como um tipo composto. Para isso, usaremos o tipo `std::pair` padrão do C++.

- A tabela hash com tratamento de colisão por encadeamento exterior consiste em um vetor $T[0..M-1]$ com M slots, onde cada slot é uma lista encadeada contendo as chaves mapeadas naquele slot.
  - Não vamos programar do zero.
  - Vamos usar um `std::vector` em que cada elemento é uma lista `std::list` de elementos do tipo `std::pair<T,V>`

Classe `std::pair`

- `std::pair`: Esta classe acopla um par de valores, que podem ser de diferentes tipos (T1 e T2). Está definido no cabeçalho `<utility>`.

Classe `std::pair`

- `std::pair`: Esta classe acopla um par de valores, que podem ser de diferentes tipos (T1 e T2). Está definido no cabeçalho `<utility>`.
- O primeiro elemento é acessado pelo atributo público '`first`' e o segundo elemento é acessado pelo atributo público '`second`' e a ordem é fixa `(first, second)`.

Classe `std::pair`

- `std::pair`: Esta classe acopla um par de valores, que podem ser de diferentes tipos (T1 e T2). Está definido no cabeçalho `<utility>`.
- O primeiro elemento é acessado pelo atributo público '`first`' e o segundo elemento é acessado pelo atributo público '`second`' e a ordem é fixa `(first, second)`.
- `std::pair` fornece uma maneira de armazenar dois objetos heterogêneos como uma única unidade. O par pode ser atribuído, copiado e comparado.
- Um template de função útil que vamos usar é a função `std::make_pair`. Esta função recebe como argumento dois valores dos tipos T1 e T2 e retorna um `std::pair<T1, T2>`

Classe std::pair — Exemplo

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

```cpp
// pair.cpp
#include <utility>      // std::pair
#include <iostream>     // std::cout
using std::cout;

int main () {
  std::pair <int,int> bar(3,4);
  std::pair <int,int> foo;
  foo = std::make_pair (10,20);

  cout << "foo: " << foo.first;
  cout << ", " << foo.second << '\n';

  cout << "bar: " << bar.first;
  cout << ", " << bar.second << '\n';

  return 0;
}
```

`HashTable` — Interface

- Está no Moodle!

Outra técnica de tratamento de colisão: Endereçamento aberto

Endereçamento aberto

- Quando o número de chaves a serem armazenadas na tabela puder ser previamente estimado, não haverá necessidade de usar listas encadeadas para armazenar as chaves.

Endereçamento aberto

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

- Quando o número de chaves a serem armazenadas na tabela puder ser previamente estimado, não haverá necessidade de usar listas encadeadas para armazenar as chaves.

- Existem vários métodos para armazenar N chaves em uma tabela de tamanho $M > N$, os quais utilizam os slots vazios na própria tabela para resolver as colisões. Esses métodos são chamados endereçamento aberto (open addressing)

Endereçamento aberto

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

- Quando o número de chaves a serem armazenadas na tabela puder ser previamente estimado, não haverá necessidade de usar listas encadeadas para armazenar as chaves.

- Existem vários métodos para armazenar N chaves em uma tabela de tamanho $M > N$, os quais utilizam os slots vazios na própria tabela para resolver as colisões. Esses métodos são chamados endereçamento aberto (open addressing)

- Características:
  - evita percorrer usando ponteiros e alocação e desalocação de memória
  - se a tabela encher, uma alternativa é criar uma tabela maior
    - e mudar a função de hashing
  - a remoção no endereçamento aberto é mais complicada

Endereçamento aberto — Inserção

- Para executar inserção usando endereçamento aberto, examinamos sucessivamente, ou **sondamos**, a tabela hash até encontrar uma posição vazia na qual inserir a chave.

Endereçamento aberto — Inserção

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

- Para executar inserção usando endereçamento aberto, examinamos sucessivamente, ou **sondamos**, a tabela hash até encontrar uma posição vazia na qual inserir a chave.
- Em vez de seguir a ordem $0, 1, \ldots, m-1$ (o que exige o tempo de busca $O(n)$), a sequência de posições sondadas depende da chave que está sendo inserida.

Endereçamento aberto — Inserção

- Para determinar quais serão as posições a sondar, estendemos a função hash para incluir o número da sondagem (a partir de 0) como uma segunda entrada. Assim, a função de hashing se torna:

$$h\colon U \times \{0, 1, \ldots, m-1\} \to \{0, 1, \ldots, m-1\}.$$

Endereçamento aberto — Inserção

- Para determinar quais serão as posições a sondar, estendemos a função hash para incluir o número da sondagem (a partir de 0) como uma segunda entrada. Assim, a função de hashing se torna:

$$h\colon U \times \{0, 1, \ldots, m-1\} \to \{0, 1, \ldots, m-1\}.$$

- Com endereçamento aberto, exigimos que, para toda chave k, a **sequência de sondagem**

$$\langle h(k, 0), h(k, 1), \ldots, h(k, m-1) \rangle$$

seja uma permutação de $\langle 0, 1, \ldots, m-1 \rangle$, de modo que toda posição da tabela de espalhamento seja eventualmente considerada uma posição para uma nova chave, à medida que a tabela é preenchida.

Endereçamento aberto — Inserção Implementação da Tabela

- Como os elementos serão agora guardados na própria tabela, precisamos saber quando uma posição da tabela está vazia (disponível) e quando ela contém um elemento válido (não está disponível).

Endereçamento aberto — Inserção
Implementação da Tabela

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

- Como os elementos serão agora guardados na própria tabela, precisamos saber quando uma posição da tabela está vazia (disponível) e quando ela contém um elemento válido (não está disponível).

- Para isso, podemos supor que cada slot j da tabela $T[0..M-1]$ contém um objeto $T[j]$ que possui os seguintes campos:
  - `status:` indica se o slot está ou não disponível. Pode assumir valores como `EMPTY` ou `ACTIVE`.
  - `key:` guarda um valor de chave.

Endereçamento aberto — Inserção

Universidade Federal do Ceará
Campus Quixadá

- O procedimento Hash-Insert tem como entrada uma tabela hash $T[0..M-1]$ de tamanho M e uma chave k.
- Devolve o índice de T onde a chave k é armazenada ou sinaliza um erro porque a tabela já está cheia.

```
HASH-INSERT(T, k)
    i = 0
    do
        j = h(k,i)
        if T[j].status == EMPTY
            T[j].key = k
            T[j].status = ACTIVE
            return j
        else i = i + 1
    while i < M
    error "hash table overflow"
```

Sondagem Linear

Endereçamento aberto com sondagem linear

broca

boca

bolo

bela

bala

dia

escola

gratuito

ilha

0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	

Inserindo:

Endereçamento aberto com sondagem linear

broca $\rightsquigarrow$ `h("broca") = 3`

boca

bolo

bela

bala

dia

escola

gratuito

ilha

0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	

Inserindo:

- procuramos posição

Endereçamento aberto com sondagem linear

broca ⇝ `h("broca") = 3`

boca

bolo

bela

bala

dia

escola

gratuito

ilha

0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	

Inserindo:

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos

Endereçamento aberto com sondagem linear

broca $\rightsquigarrow$ `h("broca") = 3`

boca

bolo

bela

bala

dia

escola

gratuito

ilha

0	
1	
2	
3	broca
4	
5	
6	
7	
8	

Inserindo:

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos

Endereçamento aberto com sondagem linear

broca $\rightsquigarrow$ `h("broca") = 3`

boca $\rightsquigarrow$ `h("boca") = 0`

bolo

bela

bala

dia

escola

gratuito

ilha

0	
1	
2	
3	broca
4	
5	
6	
7	
8	

Inserindo:

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos

Endereçamento aberto com sondagem linear

broca $\rightsquigarrow$ `h("broca") = 3`

boca $\rightsquigarrow$ `h("boca") = 0`

bolo

bela

bala

dia

escola

gratuito

ilha

0	
1	
2	
3	broca
4	
5	
6	
7	
8	

Inserindo:

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos

Endereçamento aberto com sondagem linear

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

broca $\rightsquigarrow$ `h("broca") = 3`

boca $\rightsquigarrow$ `h("boca") = 0`

bolo

bela

bala

dia

escola

gratuito

ilha

0	boca
1	
2	
3	broca
4	
5	
6	
7	
8	

Inserindo:

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos

Endereçamento aberto com sondagem linear

broca $\rightsquigarrow$ `h("broca") = 3`

boca $\rightsquigarrow$ `h("boca") = 0`

bolo $\rightsquigarrow$ `h("bolo") = 5`

bela

bala

dia

escola

gratuito

ilha

0	boca
1	
2	
3	broca
4	
5	
6	
7	
8	

Inserindo:

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos

Endereçamento aberto com sondagem linear

broca ⇝ `h("broca") = 3`

boca ⇝ `h("boca") = 0`

bolo ⇝ `h("bolo") = 5`

bela

bala

dia

escola

gratuito

ilha

0	boca
1	
2	
3	broca
4	
5	
6	
7	
8	

Inserindo:

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos

Endereçamento aberto com sondagem linear

broca $\rightsquigarrow$ `h("broca") = 3`

boca $\rightsquigarrow$ `h("boca") = 0`

bolo $\rightsquigarrow$ `h("bolo") = 5`

bela

bala

dia

escola

gratuito

ilha

0	boca
1	
2	
3	broca
4	
5	bolo
6	
7	
8	

Inserindo:

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos

Endereçamento aberto com sondagem linear

broca $\rightsquigarrow$ `h("broca") = 3`

boca $\rightsquigarrow$ `h("boca") = 0`

bolo $\rightsquigarrow$ `h("bolo") = 5`

bela $\rightsquigarrow$ `h("bela") = 2`

bala

dia

escola

gratuito

ilha

0	boca
1	
2	
3	broca
4	
5	bolo
6	
7	
8	

Inserindo:

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos

Endereçamento aberto com sondagem linear

broca $\rightsquigarrow$ `h("broca") = 3`

boca $\rightsquigarrow$ `h("boca") = 0`

bolo $\rightsquigarrow$ `h("bolo") = 5`

bela $\rightsquigarrow$ `h("bela") = 2`

bala

dia

escola

gratuito

ilha

0	boca
1	
2	
3	broca
4	
5	bolo
6	
7	
8	

Inserindo:

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos

Endereçamento aberto com sondagem linear

Universidade Federal do Ceará
Campus Quixadá

broca ⇝ `h("broca") = 3`

boca ⇝ `h("boca") = 0`

bolo ⇝ `h("bolo") = 5`

bela ⇝ `h("bela") = 2`

bala

dia

escola

gratuito

ilha

0	boca
1	
2	bela
3	broca
4	
5	bolo
6	
7	
8	

Inserindo:

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos

Endereçamento aberto com sondagem linear

broca $\rightsquigarrow$ `h("broca") = 3`

boca $\rightsquigarrow$ `h("boca") = 0`

bolo $\rightsquigarrow$ `h("bolo") = 5`

bela $\rightsquigarrow$ `h("bela") = 2`

bala $\rightsquigarrow$ `h("bala") = 0`

dia

escola

gratuito

ilha

0	boca
1	
2	bela
3	broca
4	
5	bolo
6	
7	
8	

Inserindo:

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos
- se não houver espaço, procuramos a próxima posição livre (módulo M)

Endereçamento aberto com sondagem linear

broca $\rightsquigarrow$ `h("broca") = 3`

boca $\rightsquigarrow$ `h("boca") = 0`

bolo $\rightsquigarrow$ `h("bolo") = 5`

bela $\rightsquigarrow$ `h("bela") = 2`

bala $\rightsquigarrow$ `h("bala") = 0`

dia

escola

gratuito

ilha

0	boca
1	
2	bela
3	broca
4	
5	bolo
6	
7	
8	

Inserindo:

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos
- se não houver espaço, procuramos a próxima posição livre (módulo M)

Endereçamento aberto com sondagem linear

Universidade Federal do Ceará
Campus Quixadá

broca $\rightsquigarrow$ `h("broca") = 3`

boca $\rightsquigarrow$ `h("boca") = 0`

bolo $\rightsquigarrow$ `h("bolo") = 5`

bela $\rightsquigarrow$ `h("bela") = 2`

bala $\rightsquigarrow$ `h("bala") = 0`

dia

escola

gratuito

ilha

0	boca
1	bala
2	bela
3	broca
4	
5	bolo
6	
7	
8	

Inserindo:

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos
- se não houver espaço, procuramos a próxima posição livre (módulo M)

Endereçamento aberto com sondagem linear

broca $\rightsquigarrow$ `h("broca") = 3`

boca $\rightsquigarrow$ `h("boca") = 0`

bolo $\rightsquigarrow$ `h("bolo") = 5`

bela $\rightsquigarrow$ `h("bela") = 2`

bala $\rightsquigarrow$ `h("bala") = 0`

dia

escola

gratuito

ilha

0	boca
1	bala
2	bela
3	broca
4	
5	bolo
6	
7	
8	

Inserindo:

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos
- se não houver espaço, procuramos a próxima posição livre (módulo M)

Endereçamento aberto com sondagem linear

broca $\rightsquigarrow$ `h("broca") = 3`

boca $\rightsquigarrow$ `h("boca") = 0`

bolo $\rightsquigarrow$ `h("bolo") = 5`

bela $\rightsquigarrow$ `h("bela") = 2`

bala $\rightsquigarrow$ `h("bala") = 0`

dia $\rightsquigarrow$ `h("dia") = 2`

escola

gratuito

ilha

0	boca
1	bala
2	bela
3	broca
4	
5	bolo
6	
7	
8	

Inserindo:

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos
- se não houver espaço, procuramos a próxima posição livre (módulo M)

Endereçamento aberto com sondagem linear

broca ⇝ `h("broca") = 3`

boca ⇝ `h("boca") = 0`

bolo ⇝ `h("bolo") = 5`

bela ⇝ `h("bela") = 2`

bala ⇝ `h("bala") = 0`

dia ⇝ `h("dia") = 2`

escola

gratuito

ilha

0	boca
1	bala
2	bela
3	broca
4	
5	bolo
6	
7	
8	

Inserindo:

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos
- se não houver espaço, procuramos a próxima posição livre (módulo M)

Endereçamento aberto com sondagem linear

broca $\rightsquigarrow$ `h("broca") = 3`

boca $\rightsquigarrow$ `h("boca") = 0`

bolo $\rightsquigarrow$ `h("bolo") = 5`

bela $\rightsquigarrow$ `h("bela") = 2`

bala $\rightsquigarrow$ `h("bala") = 0`

dia $\rightsquigarrow$ `h("dia") = 2`

escola

gratuito

ilha

0	boca
1	bala
2	bela
3	broca
4	
5	bolo
6	
7	
8	

Inserindo:

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos
- se não houver espaço, procuramos a próxima posição livre (módulo M)

Endereçamento aberto com sondagem linear

broca $\rightsquigarrow$ `h("broca") = 3`

boca $\rightsquigarrow$ `h("boca") = 0`

bolo $\rightsquigarrow$ `h("bolo") = 5`

bela $\rightsquigarrow$ `h("bela") = 2`

bala $\rightsquigarrow$ `h("bala") = 0`

dia $\rightsquigarrow$ `h("dia") = 2`

escola

gratuito

ilha

0	boca
1	bala
2	bela
3	broca
4	
5	bolo
6	
7	
8	

Inserindo:

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos
- se não houver espaço, procuramos a próxima posição livre (módulo M)

Endereçamento aberto com sondagem linear

broca $\rightsquigarrow$ `h("broca") = 3`

boca $\rightsquigarrow$ `h("boca") = 0`

bolo $\rightsquigarrow$ `h("bolo") = 5`

bela $\rightsquigarrow$ `h("bela") = 2`

bala $\rightsquigarrow$ `h("bala") = 0`

dia $\rightsquigarrow$ `h("dia") = 2`

escola

gratuito

ilha

0	boca
1	bala
2	bela
3	broca
4	
5	bolo
6	
7	
8	

Inserindo:

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos
- se não houver espaço, procuramos a próxima posição livre (módulo M)

Endereçamento aberto com sondagem linear

broca $\rightsquigarrow$ `h("broca") = 3`

boca $\rightsquigarrow$ `h("boca") = 0`

bolo $\rightsquigarrow$ `h("bolo") = 5`

bela $\rightsquigarrow$ `h("bela") = 2`

bala $\rightsquigarrow$ `h("bala") = 0`

dia $\rightsquigarrow$ `h("dia") = 2`

escola

gratuito

ilha

0	boca
1	bala
2	bela
3	broca
4	dia
5	bolo
6	
7	
8	

Inserindo:

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos
- se não houver espaço, procuramos a próxima posição livre (módulo M)

Endereçamento aberto com sondagem linear

broca $\rightsquigarrow$ `h("broca") = 3`

boca $\rightsquigarrow$ `h("boca") = 0`

bolo $\rightsquigarrow$ `h("bolo") = 5`

bela $\rightsquigarrow$ `h("bela") = 2`

bala $\rightsquigarrow$ `h("bala") = 0`

dia $\rightsquigarrow$ `h("dia") = 2`

escola $\rightsquigarrow$ `h("escola") = 7`

gratuito

ilha

0	boca
1	bala
2	bela
3	broca
4	dia
5	bolo
6	
7	
8	

Inserindo:

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos
- se não houver espaço, procuramos a próxima posição livre (módulo M)

Endereçamento aberto com sondagem linear

broca $\rightsquigarrow$ `h("broca") = 3`

boca $\rightsquigarrow$ `h("boca") = 0`

bolo $\rightsquigarrow$ `h("bolo") = 5`

bela $\rightsquigarrow$ `h("bela") = 2`

bala $\rightsquigarrow$ `h("bala") = 0`

dia $\rightsquigarrow$ `h("dia") = 2`

escola $\rightsquigarrow$ `h("escola") = 7`

gratuito

ilha

0	boca
1	bala
2	bela
3	broca
4	dia
5	bolo
6	
7	
8	

Inserindo:

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos
- se não houver espaço, procuramos a próxima posição livre (módulo M)

Endereçamento aberto com sondagem linear

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

broca $\rightsquigarrow$ `h("broca") = 3`

boca $\rightsquigarrow$ `h("boca") = 0`

bolo $\rightsquigarrow$ `h("bolo") = 5`

bela $\rightsquigarrow$ `h("bela") = 2`

bala $\rightsquigarrow$ `h("bala") = 0`

dia $\rightsquigarrow$ `h("dia") = 2`

escola $\rightsquigarrow$ `h("escola") = 7`

gratuito

ilha

0	boca
1	bala
2	bela
3	broca
4	dia
5	bolo
6	
7	escola
8	

Inserindo:

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos
- se não houver espaço, procuramos a próxima posição livre (módulo M)

Endereçamento aberto com sondagem linear

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

broca $\rightsquigarrow$ `h("broca") = 3`

boca $\rightsquigarrow$ `h("boca") = 0`

bolo $\rightsquigarrow$ `h("bolo") = 5`

bela $\rightsquigarrow$ `h("bela") = 2`

bala $\rightsquigarrow$ `h("bala") = 0`

dia $\rightsquigarrow$ `h("dia") = 2`

escola $\rightsquigarrow$ `h("escola") = 7`

gratuito $\rightsquigarrow$ `h("gratuito") = 0`

ilha

0	boca
1	bala
2	bela
3	broca
4	dia
5	bolo
6	
7	escola
8	

Inserindo:

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos
- se não houver espaço, procuramos a próxima posição livre (módulo M)

Endereçamento aberto com sondagem linear

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

broca $\rightsquigarrow$ `h("broca") = 3`

boca $\rightsquigarrow$ `h("boca") = 0`

bolo $\rightsquigarrow$ `h("bolo") = 5`

bela $\rightsquigarrow$ `h("bela") = 2`

bala $\rightsquigarrow$ `h("bala") = 0`

dia $\rightsquigarrow$ `h("dia") = 2`

escola $\rightsquigarrow$ `h("escola") = 7`

gratuito $\rightsquigarrow$ `h("gratuito") = 0`

ilha

0	boca
1	bala
2	bela
3	broca
4	dia
5	bolo
6	
7	escola
8	

Inserindo:

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos
- se não houver espaço, procuramos a próxima posição livre (módulo M)

Endereçamento aberto com sondagem linear

broca $\rightsquigarrow$ `h("broca") = 3`

boca $\rightsquigarrow$ `h("boca") = 0`

bolo $\rightsquigarrow$ `h("bolo") = 5`

bela $\rightsquigarrow$ `h("bela") = 2`

bala $\rightsquigarrow$ `h("bala") = 0`

dia $\rightsquigarrow$ `h("dia") = 2`

escola $\rightsquigarrow$ `h("escola") = 7`

gratuito $\rightsquigarrow$ `h("gratuito") = 0`

ilha

0	boca
1	bala
2	bela
3	broca
4	dia
5	bolo
6	
7	escola
8	

Inserindo:

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos
- se não houver espaço, procuramos a próxima posição livre (módulo M)

Endereçamento aberto com sondagem linear

broca $\rightsquigarrow$ `h("broca") = 3`

boca $\rightsquigarrow$ `h("boca") = 0`

bolo $\rightsquigarrow$ `h("bolo") = 5`

bela $\rightsquigarrow$ `h("bela") = 2`

bala $\rightsquigarrow$ `h("bala") = 0`

dia $\rightsquigarrow$ `h("dia") = 2`

escola $\rightsquigarrow$ `h("escola") = 7`

gratuito $\rightsquigarrow$ `h("gratuito") = 0`

ilha

0	boca
1	bala
2	bela
3	broca
4	dia
5	bolo
6	
7	escola
8	

Inserindo:

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos
- se não houver espaço, procuramos a próxima posição livre (módulo M)

Endereçamento aberto com sondagem linear

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

broca $\rightsquigarrow$ `h("broca") = 3`

boca $\rightsquigarrow$ `h("boca") = 0`

bolo $\rightsquigarrow$ `h("bolo") = 5`

bela $\rightsquigarrow$ `h("bela") = 2`

bala $\rightsquigarrow$ `h("bala") = 0`

dia $\rightsquigarrow$ `h("dia") = 2`

escola $\rightsquigarrow$ `h("escola") = 7`

gratuito $\rightsquigarrow$ `h("gratuito") = 0`

ilha

0	boca
1	bala
2	bela
3	broca
4	dia
5	bolo
6	
7	escola
8	

Inserindo:

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos
- se não houver espaço, procuramos a próxima posição livre (módulo M)

Endereçamento aberto com sondagem linear

broca $\rightsquigarrow$ `h("broca") = 3`

boca $\rightsquigarrow$ `h("boca") = 0`

bolo $\rightsquigarrow$ `h("bolo") = 5`

bela $\rightsquigarrow$ `h("bela") = 2`

bala $\rightsquigarrow$ `h("bala") = 0`

dia $\rightsquigarrow$ `h("dia") = 2`

escola $\rightsquigarrow$ `h("escola") = 7`

gratuito $\rightsquigarrow$ `h("gratuito") = 0`

ilha

0	boca
1	bala
2	bela
3	broca
4	dia
5	bolo
6	
7	escola
8	

Inserindo:

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos
- se não houver espaço, procuramos a próxima posição livre (módulo M)

Endereçamento aberto com sondagem linear

broca $\rightsquigarrow$ `h("broca") = 3`

boca $\rightsquigarrow$ `h("boca") = 0`

bolo $\rightsquigarrow$ `h("bolo") = 5`

bela $\rightsquigarrow$ `h("bela") = 2`

bala $\rightsquigarrow$ `h("bala") = 0`

dia $\rightsquigarrow$ `h("dia") = 2`

escola $\rightsquigarrow$ `h("escola") = 7`

gratuito $\rightsquigarrow$ `h("gratuito") = 0`

ilha

0	boca
1	bala
2	bela
3	broca
4	dia
5	bolo
6	
7	escola
8	

Inserindo:

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos
- se não houver espaço, procuramos a próxima posição livre (módulo M)

Endereçamento aberto com sondagem linear

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

broca $\rightsquigarrow$ `h("broca") = 3`

boca $\rightsquigarrow$ `h("boca") = 0`

bolo $\rightsquigarrow$ `h("bolo") = 5`

bela $\rightsquigarrow$ `h("bela") = 2`

bala $\rightsquigarrow$ `h("bala") = 0`

dia $\rightsquigarrow$ `h("dia") = 2`

escola $\rightsquigarrow$ `h("escola") = 7`

gratuito $\rightsquigarrow$ `h("gratuito") = 0`

ilha

0	boca
1	bala
2	bela
3	broca
4	dia
5	bolo
6	
7	escola
8	

Inserindo:

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos
- se não houver espaço, procuramos a próxima posição livre (módulo M)

Endereçamento aberto com sondagem linear

broca $\rightsquigarrow$ `h("broca") = 3`

boca $\rightsquigarrow$ `h("boca") = 0`

bolo $\rightsquigarrow$ `h("bolo") = 5`

bela $\rightsquigarrow$ `h("bela") = 2`

bala $\rightsquigarrow$ `h("bala") = 0`

dia $\rightsquigarrow$ `h("dia") = 2`

escola $\rightsquigarrow$ `h("escola") = 7`

gratuito $\rightsquigarrow$ `h("gratuito") = 0`

ilha

0	boca
1	bala
2	bela
3	broca
4	dia
5	bolo
6	gratuito
7	escola
8	

Inserindo:

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos
- se não houver espaço, procuramos a próxima posição livre (módulo M)

Endereçamento aberto com sondagem linear

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

broca $\rightsquigarrow$ `h("broca") = 3`

boca $\rightsquigarrow$ `h("boca") = 0`

bolo $\rightsquigarrow$ `h("bolo") = 5`

bela $\rightsquigarrow$ `h("bela") = 2`

bala $\rightsquigarrow$ `h("bala") = 0`

dia $\rightsquigarrow$ `h("dia") = 2`

escola $\rightsquigarrow$ `h("escola") = 7`

gratuito $\rightsquigarrow$ `h("gratuito") = 0`

ilha $\rightsquigarrow$ `h("ilha") = 6`

0	boca
1	bala
2	bela
3	broca
4	dia
5	bolo
6	gratuito
7	escola
8	

Inserindo:

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos
- se não houver espaço, procuramos a próxima posição livre (módulo M)

Endereçamento aberto com sondagem linear

broca $\rightsquigarrow$ `h("broca") = 3`

boca $\rightsquigarrow$ `h("boca") = 0`

bolo $\rightsquigarrow$ `h("bolo") = 5`

bela $\rightsquigarrow$ `h("bela") = 2`

bala $\rightsquigarrow$ `h("bala") = 0`

dia $\rightsquigarrow$ `h("dia") = 2`

escola $\rightsquigarrow$ `h("escola") = 7`

gratuito $\rightsquigarrow$ `h("gratuito") = 0`

ilha $\rightsquigarrow$ `h("ilha") = 6`

0	boca
1	bala
2	bela
3	broca
4	dia
5	bolo
6	gratuito
7	escola
8	

Inserindo:

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos
- se não houver espaço, procuramos a próxima posição livre (módulo M)

Endereçamento aberto com sondagem linear

broca $\rightsquigarrow$ `h("broca") = 3`

boca $\rightsquigarrow$ `h("boca") = 0`

bolo $\rightsquigarrow$ `h("bolo") = 5`

bela $\rightsquigarrow$ `h("bela") = 2`

bala $\rightsquigarrow$ `h("bala") = 0`

dia $\rightsquigarrow$ `h("dia") = 2`

escola $\rightsquigarrow$ `h("escola") = 7`

gratuito $\rightsquigarrow$ `h("gratuito") = 0`

ilha $\rightsquigarrow$ `h("ilha") = 6`

0	boca
1	bala
2	bela
3	broca
4	dia
5	bolo
6	gratuito
7	escola
8	

Inserindo:

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos
- se não houver espaço, procuramos a próxima posição livre (módulo M)

Endereçamento aberto com sondagem linear

broca $\rightsquigarrow$ `h("broca") = 3`

boca $\rightsquigarrow$ `h("boca") = 0`

bolo $\rightsquigarrow$ `h("bolo") = 5`

bela $\rightsquigarrow$ `h("bela") = 2`

bala $\rightsquigarrow$ `h("bala") = 0`

dia $\rightsquigarrow$ `h("dia") = 2`

escola $\rightsquigarrow$ `h("escola") = 7`

gratuito $\rightsquigarrow$ `h("gratuito") = 0`

ilha $\rightsquigarrow$ `h("ilha") = 6`

0	boca
1	bala
2	bela
3	broca
4	dia
5	bolo
6	gratuito
7	escola
8	

Inserindo:

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos
- se não houver espaço, procuramos a próxima posição livre (módulo M)

Endereçamento aberto com sondagem linear

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

broca $\rightsquigarrow$ `h("broca") = 3`

boca $\rightsquigarrow$ `h("boca") = 0`

bolo $\rightsquigarrow$ `h("bolo") = 5`

bela $\rightsquigarrow$ `h("bela") = 2`

bala $\rightsquigarrow$ `h("bala") = 0`

dia $\rightsquigarrow$ `h("dia") = 2`

escola $\rightsquigarrow$ `h("escola") = 7`

gratuito $\rightsquigarrow$ `h("gratuito") = 0`

ilha $\rightsquigarrow$ `h("ilha") = 6`

0	boca
1	bala
2	bela
3	broca
4	dia
5	bolo
6	gratuito
7	escola
8	ilha

Inserindo:

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos
- se não houver espaço, procuramos a próxima posição livre (módulo M)

Sondagem linear (linear probing)

Universidade Federal do Ceará
Campus Quixadá

- Dada uma função hash comum $h' \colon U \to \{0, 1, \ldots, m-1\}$, à qual nos referimos como uma **função hash auxiliar**, o método de **sondagem linear** usa a função hash

$$h(k, i) = (h'(k) + i) \bmod m, \text{ para } i = 0, 1, \ldots, m-1.$$

Sondagem linear (linear probing)

- Dada uma função hash comum $h' \colon U \to \{0, 1, \ldots, m-1\}$, à qual nos referimos como uma **função hash auxiliar**, o método de **sondagem linear** usa a função hash

$$h(k,i) = (h'(k) + i) \bmod m, \text{ para } i = 0, 1, \ldots, m-1.$$

- Obs.1: Note que $\langle h(k,0), h(k,1), \ldots, h(k,m-1) \rangle$ é uma permutação de $\langle 0, 1, \ldots, m-1 \rangle$.

- Obs.2: Como a sondagem inicial determina toda a sequência de sondagem, há somente m sequências de sondagem distintas.

Sondagem linear (linear probing)

- Dada uma função hash comum $h' \colon U \to \{0, 1, \ldots, m-1\}$, à qual nos referimos como uma **função hash auxiliar**, o método de **sondagem linear** usa a função hash

$$h(k, i) = (h'(k) + i) \bmod m, \text{ para } i = 0, 1, \ldots, m-1.$$

- Obs.1: Note que $\langle h(k,0), h(k,1), \ldots, h(k,m-1) \rangle$ é uma permutação de $\langle 0, 1, \ldots, m-1 \rangle$.

- Obs.2: Como a sondagem inicial determina toda a sequência de sondagem, há somente m sequências de sondagem distintas.

- A sondagem linear sofre de um problema conhecido como **agrupamento primário** (primary clustering): longas sequências de posições ocupadas se acumulam, aumentando o tempo médio de busca.

Busca em endereçamento aberto

Como fazer uma busca com endereçamento aberto?

- Basta simular a inserção:
  - Calcule a função de hashing
  - Percorra a tabela em sequência procurando pela chave
  - Se encontrar a chave, devolva o item correspondente
  - Se encontrar um espaço vazio, devolva `nullptr`

Busca em endereçamento aberto

Como fazer uma busca com endereçamento aberto?

- Basta simular a inserção:
  - Calcule a função de hashing
  - Percorra a tabela em sequência procurando pela chave
  - Se encontrar a chave, devolva o item correspondente
  - Se encontrar um espaço vazio, devolva `nullptr`

O que é um espaço vazio em um vetor?

- Se for um vetor de ponteiros, pode ser `nullptr`
- Se não for um vetor de ponteiros, precisa ser um elemento ou um valor que nunca será usado (Cormen et al. usa `NIL`)
- Em nossa implementação, usamos o campo `status` do nosso objeto e ele tem o valor `EMPTY` quando estiver vazio.

Busca em tabela de endereçamento aberto

Algoritmo:

```
HASH-SEARCH(T, k)
    i = 0
    do
        j = h(k, i)
        if T[j].status == ACTIVE and T[j].key == k
            return j
        else i = i + 1
    while T[j].status != EMPTY and i < M
    return NIL
```

- Obs.: O algoritmo acima supõe que as chaves não são removidas da tabela hash.

Remoção em endereçamento aberto

Como fazer a remoção com endereçamento aberto?

Remoção em endereçamento aberto

Como fazer a remoção com endereçamento aberto?

- Não podemos apenas remover os objetos da tabela armazenando `NIL` neles
  - Por que?
    - Quebraria a busca...

Remoção em endereçamento aberto

Como fazer a remoção com endereçamento aberto?

- Não podemos apenas remover os objetos da tabela armazenando `NIL` neles
  - Por que?
    - Quebraria a busca...

- **Ideia** permitimos que o campo `status` de cada objeto da tabela passe a suportar um valor adicional chamado `DELETED` indicando que aquele nó foi removido.
  - Deste modo, devemos modificar a função Hash-Insert para tratar esse slot como se ele estivesse vazio para que possamos inserir um valor nele.

Remoção em endereçamento aberto

Algoritmo:

```
HASH-DELETE(T, k)
    i = 0
    do
        j = h(k, i)
        if T[j].key == k
            T[j].status = DELETED
            return j
        else i = i + 1
    while T[j].status != EMPTY and i < M
    error "element does not exist"
```

Inserção Revisitada

Se fizermos a remoção marcando o item como DELETED, precisamos mudar a inserção, mas a busca não precisa ser modificada, já que ele passará por valores DELETED enquanto estiver pesquisando.

Algoritmo:

```
HASH-INSERT(T, k)
    i = 0
    do
        j = h(k,i)
        if T[j].status == EMPTY or T[j].status == DELETED
            T[j].key = k
            T[j].status = ACTIVE
            return j
        else i = i + 1
    while i < M
    error "hash table overflow"
```

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

Sondagem por hashing duplo

Sondagem por hashing duplo

É como a sondagem linear:

- Quando detectamos conflito, ao invés de dar um pulo de 1, damos um pulo $h(k, i)$ calculado a partir de uma segunda função de hashing. Isto é,

$$h(k, i) = (hash_1(k) + i \cdot hash_2(k)) \mod M$$

Sondagem por hashing duplo

É como a sondagem linear:

- Quando detectamos conflito, ao invés de dar um pulo de 1, damos um pulo $h(k,i)$ calculado a partir de uma segunda função de hashing. Isto é,

$$h(k,i) = (hash_1(k) + i \cdot hash_2(k)) \mod M$$

Cuidados:

- $hash_2(k)$ nunca pode ser zero
- $hash_2(k)$ precisa ser co-primo com M.
  - garante que toda a tabela seja pesquisada.

Sondagem por hashing duplo

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

$$h(k,i) = (hash_1(k) + i \cdot hash_2(k)) \mod M$$

Exemplos de escolhas para M e $hash_2$:

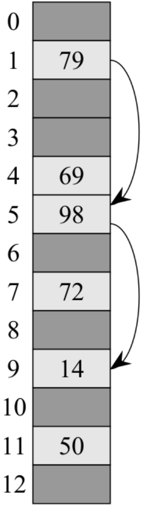
(i) Escolha M como uma potência de 2 e faça que $hash_2(k)$ seja sempre ímpar

(ii) Escolha M como um número primo e faça com que $hash_2(k) < M$. Por exemplo, escolhendo M primo, podemos fazer

- $hash_1(k) = k \mod M$
- $hash_2(k) = 1 + (k \mod m')$

onde m' é ligeiramente menor que M (por exemplo, $M - 1$)

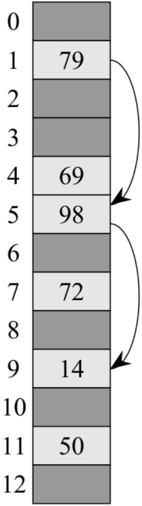
Hashing duplo — Exemplo



$$h(k, i) = (hash_1(k) + i \cdot hash_2(k)) \mod M$$

- Tabela hash de tamanho $M = 13$ com $hash_1(k) = k \bmod 13$ e $hash_2(k) = 1 + (k \bmod 11)$.

Hashing duplo — Exemplo



$$h(k, i) = (hash_1(k) + i \cdot hash_2(k)) \mod M$$

- Tabela hash de tamanho $M = 13$ com $hash_1(k) = k \bmod 13$ e $hash_2(k) = 1 + (k \bmod 11)$.
- Como $14 \equiv 1 \pmod{13}$ e $14 \equiv 3 \pmod{11}$, inserimos a chave 14 na posição vazia 9, após examinar as posições 1 e 5 e verificarmos que elas já estão ocupadas.

Sondagem linear e Hashing duplo[2]

Sondagem linear - tempo de busca médio

n/M	$1/2$	$2/3$	$3/4$	$9/10$
com sucesso	1.5	2.0	3.0	5.5
sem sucesso	2.5	5.0	8.5	55.5

[2] Baseado em Sedgewick, R. Algorithms in C, third edition, Addison-Wesley. 1998.

Sondagem linear e Hashing duplo[2]

Sondagem linear - tempo de busca médio

n/M	$1/2$	$2/3$	$3/4$	$9/10$
com sucesso	1.5	2.0	3.0	5.5
sem sucesso	2.5	5.0	8.5	55.5

Hashing duplo - tempo de busca médio

n/M	$1/2$	$2/3$	$3/4$	$9/10$
com sucesso	1.4	1.6	1.8	2.6
sem sucesso	1.5	2.0	3.0	5.5

[2] Baseado em Sedgewick, R. Algorithms in C, third edition, Addison-Wesley. 1998.

Sondagem linear e Hashing duplo[2]

Sondagem linear - tempo de busca médio

n/M	$1/2$	$2/3$	$3/4$	$9/10$
com sucesso	1.5	2.0	3.0	5.5
sem sucesso	2.5	5.0	8.5	55.5

Hashing duplo - tempo de busca médio

n/M	$1/2$	$2/3$	$3/4$	$9/10$
com sucesso	1.4	1.6	1.8	2.6
sem sucesso	1.5	2.0	3.0	5.5

De qualquer forma, é muito importante não deixar a tabela encher muito:

[2] Baseado em Sedgewick, R. Algorithms in C, third edition, Addison-Wesley. 1998.

Sondagem linear e Hashing duplo[2]

Sondagem linear - tempo de busca médio

n/M	$1/2$	$2/3$	$3/4$	$9/10$
com sucesso	1.5	2.0	3.0	5.5
sem sucesso	2.5	5.0	8.5	55.5

Hashing duplo - tempo de busca médio

n/M	$1/2$	$2/3$	$3/4$	$9/10$
com sucesso	1.4	1.6	1.8	2.6
sem sucesso	1.5	2.0	3.0	5.5

De qualquer forma, é muito importante não deixar a tabela encher muito:

- Você pode aumentar o tamanho da tabela dinamicamente

[2]Baseado em Sedgewick, R. Algorithms in C, third edition, Addison-Wesley. 1998.

Sondagem linear e Hashing duplo[2]

Sondagem linear - tempo de busca médio

n/M	$1/2$	$2/3$	$3/4$	$9/10$
com sucesso	1.5	2.0	3.0	5.5
sem sucesso	2.5	5.0	8.5	55.5

Hashing duplo - tempo de busca médio

n/M	$1/2$	$2/3$	$3/4$	$9/10$
com sucesso	1.4	1.6	1.8	2.6
sem sucesso	1.5	2.0	3.0	5.5

De qualquer forma, é muito importante não deixar a tabela encher muito:

- Você pode aumentar o tamanho da tabela dinamicamente
- Porém, precisa fazer um rehash de cada elemento para a nova tabela

[2] Baseado em Sedgewick, R. Algorithms in C, third edition, Addison-Wesley. 1998.

Conclusão

Hashing é uma boa estrutura de dados para

Conclusão

Hashing é uma boa estrutura de dados para

- inserir, remover e buscar dados pela sua chave rapidamente

Conclusão

Hashing é uma boa estrutura de dados para

- inserir, remover e buscar dados pela sua chave rapidamente
- com uma boa função de hashing, essas operações levam tempo $O(1)$

Conclusão

Hashing é uma boa estrutura de dados para

- inserir, remover e buscar dados pela sua chave rapidamente
- com uma boa função de hashing, essas operações levam tempo $O(1)$
- mas não é boa se quisermos fazer operação relacionadas a ordem das chaves

Conclusão

Hashing é uma boa estrutura de dados para

- inserir, remover e buscar dados pela sua chave rapidamente
- com uma boa função de hashing, essas operações levam tempo $O(1)$
- mas não é boa se quisermos fazer operação relacionadas a ordem das chaves

Escolhendo a implementação:

Conclusão

Hashing é uma boa estrutura de dados para

- inserir, remover e buscar dados pela sua chave rapidamente
- com uma boa função de hashing, essas operações levam tempo $O(1)$
- mas não é boa se quisermos fazer operação relacionadas a ordem das chaves

Escolhendo a implementação:

- Sondagem linear é o mais rápido se a tabela for esparsa

Conclusão

Hashing é uma boa estrutura de dados para

- inserir, remover e buscar dados pela sua chave rapidamente
- com uma boa função de hashing, essas operações levam tempo $O(1)$
- mas não é boa se quisermos fazer operação relacionadas a ordem das chaves

Escolhendo a implementação:

- Sondagem linear é o mais rápido se a tabela for esparsa
- Hashing duplo usa melhor a memória

Conclusão

Hashing é uma boa estrutura de dados para

- inserir, remover e buscar dados pela sua chave rapidamente
- com uma boa função de hashing, essas operações levam tempo $O(1)$
- mas não é boa se quisermos fazer operação relacionadas a ordem das chaves

Escolhendo a implementação:

- Sondagem linear é o mais rápido se a tabela for esparsa
- Hashing duplo usa melhor a memória
  - mas gasta mais tempo para computar a segunda função de hash

Conclusão

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

Hashing é uma boa estrutura de dados para

- inserir, remover e buscar dados pela sua chave rapidamente
- com uma boa função de hashing, essas operações levam tempo $O(1)$
- mas não é boa se quisermos fazer operação relacionadas a ordem das chaves

Escolhendo a implementação:

- Sondagem linear é o mais rápido se a tabela for esparsa
- Hashing duplo usa melhor a memória
  - mas gasta mais tempo para computar a segunda função de hash
- Encadeamento exterior é mais fácil de implementar

Conclusão

Hashing é uma boa estrutura de dados para

- inserir, remover e buscar dados pela sua chave rapidamente
- com uma boa função de hashing, essas operações levam tempo $O(1)$
- mas não é boa se quisermos fazer operação relacionadas a ordem das chaves

Escolhendo a implementação:

- Sondagem linear é o mais rápido se a tabela for esparsa
- Hashing duplo usa melhor a memória
  - mas gasta mais tempo para computar a segunda função de hash
- Encadeamento exterior é mais fácil de implementar
  - Usa memória a mais para os ponteiros

FIM