Lógica para Computação

Profa. Dra. Viviane Menezes

vivianemenezes@ufc.br

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ

Lógica de Predicados

Há vários argumentos que não podem ser adequadamente formalizados em lógica proposicional.

- Sócrates é homem.
- **Todo** homem é mortal.
- Logo, Sócrates é mortal.

Lógica de Predicados

Há vários argumentos que não podem ser adequadamente formalizados em lógica proposicional.

- Sócrates é homem.
- **Todo** homem é mortal.
- Logo, Sócrates é mortal.

Lógica de Predicados

Linguagem Formal

- **Mais expressiva** que a lógica proposicional, englobando:

Lógica de Predicados

Linguagem Formal

- **Mais expressiva** que a lógica proposicional, englobando:
  - objetos;

Lógica de Predicados

Linguagem Formal

- **Mais expressiva** que a lógica proposicional, englobando:
  - objetos;
  - predicados;

Lógica de Predicados

Linguagem Formal

- **Mais expressiva** que a lógica proposicional, englobando:
  - objetos;
  - predicados;
  - conectivos;

Lógica de Predicados

Linguagem Formal

- **Mais expressiva** que a lógica proposicional, englobando:
  - objetos;
  - predicados;
  - conectivos;
  - variáveis;

Lógica de Predicados

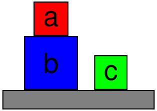
Linguagem Formal

- **Mais expressiva** que a lógica proposicional, englobando:
  - objetos;
  - predicados;
  - conectivos;
  - variáveis;
  - quantificadores;

Lógica de Predicados

Predicados

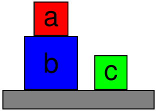
denotam uma relação entre objetos.



Lógica de Predicados

Predicados

denotam uma relação entre objetos.

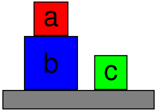


- **Sobre(a,b)**: o bloco *a* está sobre o bloco *b*;

Lógica de Predicados

Predicados

denotam uma relação entre objetos.

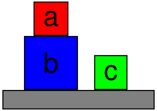


- **Sobre(a,b)**: o bloco *a* está sobre o bloco *b*;
- **Cor(b, azul)**: a cor do bloco *b* é *azul*

Lógica de Predicados

Predicados

denotam uma relação entre objetos.

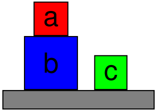


- **Sobre(a,b)**: o bloco *a* está sobre o bloco *b*;
- **Cor(b, azul)**: a cor do bloco *b* é *azul*
- **Maior(a, b)**: o bloco *a* é maior que o bloco *b*

Lógica de Predicados

Conectivos

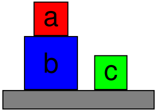
formam proposições compostas a partir de proposições atômicas.



Lógica de Predicados

Conectivos

formam proposições compostas a partir de proposições atômicas.

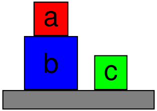


- **Sobre(a,b) $\wedge$ Sobre(b,m)**

Lógica de Predicados

Conectivos

formam proposições compostas a partir de proposições atômicas.

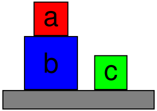


- **Sobre(a,b) $\wedge$ Sobre(b,m)**
- **$\neg$ Cor(a, azul)**

Lógica de Predicados

Conectivos

formam proposições compostas a partir de proposições atômicas.

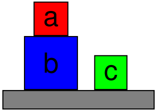


- **Sobre(a,b) $\wedge$ Sobre(b,m)**
- **$\neg$ Cor(a, azul)**
- **Maior(c, b) $\vee$ Maior(b, c)**

Lógica de Predicados

Conectivos

formam proposições compostas a partir de proposições atômicas.

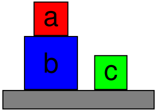


- **Sobre(a,b) $\wedge$ Sobre(b,m)**
- **$\neg$ Cor(a, azul)**
- **Maior(c, b) $\vee$ Maior(b, c)**
- **Sobre(a, b) $\rightarrow$ $\neg$Sobre(b, a)**

Lógica de Predicados

Variáveis

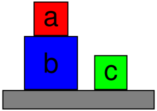
permitem estabelecer fatos sobre objetos, sem nomeá-los explicitamente.



Lógica de Predicados

Variáveis

permitem estabelecer fatos sobre objetos, sem nomeá-los explicitamente.

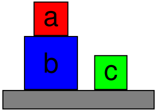


- **Bloco(x)**: *x* é um bloco

Lógica de Predicados

Variáveis

permitem estabelecer fatos sobre objetos, sem nomeá-los explicitamente.

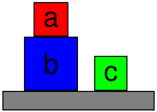


- **Bloco(x)**: *x* é um bloco
- **Mesa(y)**: *y* é uma mesa

Lógica de Predicados

Variáveis

permitem estabelecer fatos sobre objetos, sem nomeá-los explicitamente.

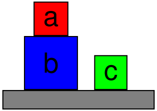


- **Bloco(x)**: *x* é um bloco
- **Mesa(y)**: *y* é uma mesa
- **Sobre(x, y)**: *x* está sobre *y*

Lógica de Predicados

Variáveis

permitem estabelecer fatos sobre objetos, sem nomeá-los explicitamente.



- **Bloco(x)**: x é um bloco
- **Mesa(y)**: y é uma mesa
- **Sobre(x, y)**: x está sobre y

Não podemos dizer que bloco(x) tem valor V ou F até que a variável x seja instanciada!

Lógica de Predicados

Quantificadores

permitem estabelecer fatos sobre objetos, sem enumerá-los explicitamente.

Lógica de Predicados

Quantificadores

permitem estabelecer fatos sobre objetos, sem enumerá-los explicitamente.

Há dois Quantificadores

Lógica de Predicados

Quantificadores

permitem estabelecer fatos sobre objetos, sem enumerá-los explicitamente.

Há dois Quantificadores

- Universal: $\forall x\,\text{Bloco}(x)$: todo objeto é um bloco.

Lógica de Predicados

Quantificadores

permitem estabelecer fatos sobre objetos, sem enumerá-los explicitamente.

Há dois Quantificadores

- Universal: $\forall x\, \text{Bloco}(x)$: todo objeto é um bloco.
- Existencial: $\exists y\, \text{Mesa}(y)$ existe um objeto que é uma mesa.

Exercício

Expresse as frases em lógica de predicados:

- *Nem todas as aves podem voar.*
- *Todo atleta é esforçado.*

Exercício

Expresse em Lógica de Predicados

Toda criança é mais jovem do que sua mãe.

- $Criança(x)$: x é uma criança.
- $Mãe(x, y)$: x é mãe de y.
- $MaisJovem(x,y)$: x é mais jovem que y.

Exercício

Expresse em Lógica de Predicados

Toda criança é mais jovem do que sua mãe.

- $Criança(x)$: x é uma criança.
- $Mãe(x, y)$: x é mãe de y.
- $MaisJovem(x,y)$: x é mais jovem que y.

Para todo x, se x é um criança e existe algum y que é mãe de x então x é mais jovem do que y.

Símbolos Funcionais

- $Mãe(x, y)$: predicado que é verdade se x é mãe de y.

Símbolos Funcionais

- $Mãe(x, y)$: predicado que é verdade se x é mãe de y.
  - Ex: *Mãe*(florinda,quico).

Símbolos Funcionais

- $Mãe(x, y)$: predicado que é verdade se x é mãe de y.
  - Ex: *Mãe*(florinda,quico).
- *mãe(x)*: **símbolo funcional**, retorna um objeto que é a mãe de x

Símbolos Funcionais

- *Mãe*(x, y): predicado que é verdade se x é mãe de y.
  - Ex: *Mãe*(florinda,quico).
- *mãe(x)*: **símbolo funcional**, retorna um objeto que é a mãe de x
  - *mãe(quico)*

Símbolos Funcionais

- *Mãe*(x, y): predicado que é verdade se x é mãe de y.
  - Ex: *Mãe*(florinda,quico).
- *mãe(x)*: **símbolo funcional**, retorna um objeto que é a mãe de x
  - *mãe(quico)*
- O símbolo funcional é substituído por um objeto. Logo, pode ser elemento do predicados.

Símbolos Funcionais

- *Mãe*(x, y): predicado que é verdade se x é mãe de y.
  - Ex: *Mãe*(florinda,quico).
- *mãe(x)*: **símbolo funcional**, retorna um objeto que é a mãe de x
  - *mãe(quico)*
- O símbolo funcional é substituído por um objeto. Logo, pode ser elemento do predicados.
  - *Apaixonada(mae(quico), girafales)*

Exercício

Toda criança é mais jovem do que sua mãe.

Utilize os seguintes predicados e símbolos funcionais

- $Criança(x)$: x é uma criança.
- $mãe(x)$: retorna a mãe de x.
- $MaisJovem(x,y)$: x é mais jovem que y.

Exercício

Expresse em Lógica de Predicados

Ana gosta de um dos irmãos de Maria.

Linguagem Formal

Termo (utilizamos letras minúsculas)

Linguagem Formal

Termo (utilizamos letras minúsculas)

- Qualquer variável é um termo;

Linguagem Formal

Termo (utilizamos letras minúsculas)

- Qualquer variável é um termo;
- Um objeto (constante) é um termo;

Linguagem Formal

Termo (utilizamos letras minúsculas)

- Qualquer variável é um termo;
- Um objeto (constante) é um termo;
- Um símbolo funcional é um termo.

Linguagem Formal

Termo (utilizamos letras minúsculas)

- Qualquer variável é um termo;
- Um objeto (constante) é um termo;
- Um símbolo funcional é um termo.

$$\mathbf{t} ::= \mathbf{x} \mid \mathbf{c} \mid \mathbf{f}(t_1, \cdots, t_n)$$

Linguagem Formal

Fórmulas

Linguagem Formal

Fórmulas

- Um predicado é uma fórmula

Linguagem Formal

Fórmulas

- Um predicado é uma fórmula
- Se ϕ é uma fórmula $\neg\phi$ é uma fórmula

Linguagem Formal

Fórmulas

- Um predicado é uma fórmula
- Se ϕ é uma fórmula $\neg\phi$ é uma fórmula
- Se ϕ e ψ são fórmulas $\phi \wedge \psi$, $\phi \vee \psi$, $\phi \rightarrow \psi$ é uma fórmula.

Linguagem Formal

Fórmulas

- Um predicado é uma fórmula
- Se ϕ é uma fórmula $\neg\phi$ é uma fórmula
- Se ϕ e ψ são fórmulas $\phi \wedge \psi$, $\phi \vee \psi$, $\phi \rightarrow \psi$ é uma fórmula.
- Se ϕ é uma fórmula $\exists x\phi$ e $\forall x\phi$ também são fórmulas.

$$\phi ::= P(t_1, \cdots, t_n) \mid \neg\phi \mid \phi \wedge \phi \mid \phi \vee \phi \mid \phi \rightarrow \phi \mid \exists x\phi \mid \forall x\phi$$

Linguagem Formal

Precedência

Linguagem Formal

Precedência

- $\neg, \forall x, \exists x$

Linguagem Formal

Precedência

- $\neg, \forall x, \exists x$
- $\vee, \wedge$

Linguagem Formal

Precedência

- $\neg, \forall x, \exists x$
- $\vee,\ \wedge$
- $\rightarrow$

Exercício

Expresse as seguintes sentenças em Lógica de Predicados.

1. Quem não se ama não ama ninguém.
2. "João amava Teresa que amava Raimundo que amava Maria que amava Joaquim que amava Lili que não amava ninguém" [Andrade, Carlos Drummond 1930]
3. "Mônica gostava do Bandeira e do Bauhaus, Van Gogh e dos Mutantes, de Caetano e de Rimbaud. E o Eduardo gostava de novela e jogava futebol de botão com seu avô" [Russo, Renato 1986]
4. "Pois sem ter teu carinho. Eu me sinto sozinho. Eu me afogo em solidão" [Camelo, Marcelo 2000]