

# Lógica para Computação

Profa. Dra. Viviane Menezes

Universidade Federal do Ceará

*vivianemenezes@ufc.br*

24 de julho de 2024

Na aula passada...

# Na aula passada...

## Regras de dedução natural

- ▶ Regras para a Conjunção
- ▶ Regras para o Condicional
- ▶ Regras para a Disjunção

# Exercícios

# Exercícios

1. Prove que:

$$Q \rightarrow R \vdash (P \vee Q) \rightarrow (P \vee R)$$

2. Prove que:

$$(P \vee Q) \vee R \vdash P \vee (Q \vee R)$$

3. Prove que:

$$P \wedge (Q \vee R) \vdash (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$$

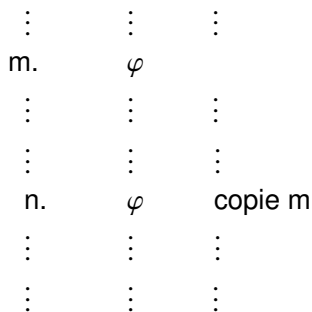
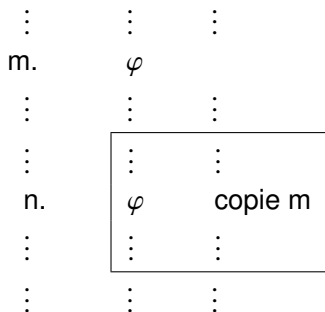
4. Prove que:

$$(P \wedge Q) \vee (P \wedge R) \vdash P \wedge (Q \vee R)$$

## A Regra Copie

# A Regra Copie

- Permite repetir algo que já provado como verdadeiro.



**OBS:** não é permitido copiar algo provado em uma caixa que já foi fechada.

# A Regra Copie

## Exemplo

$$\vdash P \rightarrow (Q \rightarrow P)$$



## Regras para a Negação

# Regras para a negação

- ▶ As regras para a negação envolvem a noção de **contradição**.



# Regras para a negação

## Contradição Eliminação

- Qualquer fórmula pode ser deduzida de uma contradição.

$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$m.$	$\perp$	
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$n.$	$\psi$	$\perp e m$

# Regras para a negação

## Negação Eliminação

$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$m.$	$\neg\varphi$		$m.$	$\varphi$	
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$n.$	$\varphi$		$n.$	$\neg\varphi$	
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$p.$	$\perp$	$\neg\text{e } m,n$	$p.$	$\perp$	$\neg\text{e } m,n$

# Regras para a negação

## Exemplo

Prove que:

$$\neg P \vee Q \vdash P \rightarrow Q$$

# Regras para a negação

## Negação Introdução

$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$m.$	$\varphi$	hipótese
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$n.$	$\perp$	
$n + 1.$	$\neg \varphi$	$\neg i$ m-n

# Regras para a negação

## Exemplo

$$P \rightarrow Q, P \rightarrow \neg Q \vdash \neg P$$

# Exercícios



# Exercício

Prove que:

$$P \rightarrow (Q \rightarrow R), P, \neg R \vdash \neg Q$$

## Redução ao Absurdo

# Redução ao Absurdo (*Reduction ad absurdum*)

$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
m.	$\neg\varphi$	hipótese
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
n.	$\perp$	
n+1.	$\varphi$	raa m-n

# Redução ao Absurdo (*Reduction ad absurdum*)

## Exemplo

- Prove que:

$$(P \wedge \neg Q) \rightarrow R, \neg R, P \vdash Q$$

# Exercícios

# Exercício

Prove a regra Modus Tollens:

$$\phi \rightarrow \psi, \neg\psi \vdash \neg\phi$$

# Exercício

Prove a regra Dupla Negação Introdução:

$$\phi \vdash \neg\neg\phi$$