Lista 2 - Sistemas de Equações Lineares

1) Considere as seguintes equações lineares:

$$x_1 + 2x_2 - x_3 = 4 \tag{1}$$

$$2x_1 - 3x_2 + x_3 + 3x_4 = 9 \tag{2}$$

$$5x_1 - 2x_2 - 3x_3 + 3x_4 - x_5 = 9 \tag{3}$$

Para cada uma delas, determine:

a) a solução geral,

b) uma solução particular, fazendo as variáveis livres iguais a 1.

2) Considere o sistema linear:

$$\begin{cases} 5x_1 & + & 2x_2 & + & x_3 & = & -12 \\ -x_1 & + & 4x_2 & + & 2x_3 & = & 20 \\ 2x_1 & - & 3x_2 & + & 10x_3 & = & 3 \end{cases} \tag{4}$$

Resolva-o usando a regra de Cramer.

3) Resolver o sistema linear $Ax = b$, onde:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -1 \end{pmatrix} \qquad x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \qquad b = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

usando a regra de Cramer.

4) Considere o sistema linear:

$$\begin{cases} x_1 & + & (k-1)x_2 & + & 2x_3 & = & -1 \\ kx_1 & + & x_2 & & & = & 7 \\ 4x_1 & + & kx_2 & + & 2x_3 & = & 10 \end{cases} \tag{5}$$

a) Determine o valor de k que torna a matriz dos coeficientes não singular.

b) Faça $k = 2$ e resolva o sistema linear resultante usando a regra de Cramer.

5) Considere o sistema linear:

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & -6 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -7 \\ 4 \end{pmatrix} \tag{6}$$

Resolva-o usando o cálculo da matriz inversa.

6) Usando o cálculo da matriz inversa, resolver o sistema linear:

$$\begin{cases} 10x_1 & + & x_2 & - & x_3 & = & 10 \\ x_1 & + & 10x_2 & + & x_3 & = & 12 \\ 2x_1 & - & x_2 & + & 10x_3 & = & 11 \end{cases} \tag{7}$$

7) Considere o sistema linear $Ax = b$:

$$\begin{pmatrix} k & 0 & 2 \\ 0 & k & 1 \\ 0 & 9 & k \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -17 \end{pmatrix} \tag{8}$$

a) Determine os valores de k para que a matriz A possua inversa.

b) Faça $k = 1$ e calcule a inversa da matriz dos coeficientes

c) Revolsa o sistema linear resultante com $k = 1$, usando a matriz inversa obtida em b).

8) Considere o sistema linear:

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & -6 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -7 \\ 4 \end{pmatrix} \tag{9}$$

Resolva-o usando escalonamento.

9) Verificar, usando escalonamento, que o sistema linear:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 3 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 5 \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 1 \end{cases} \tag{10}$$

não tem solução.

10) Resolver, usando escalonamento, o sistema linear

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 - 2x_4 = 3 \\ 2x_1 + 5x_2 + 3x_3 - 3x_4 = 5 \\ -3x_1 - 7x_2 - 5x_3 + 8x_4 = -6 \\ 4x_1 + 10x_2 + 5x_3 - 7x_4 = 12 \end{cases} \tag{11}$$

11) Usando escalonamento, determine a solução geral do sistema linear:

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 4 \\ -x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 = -3 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 + 4x_4 = 4 \end{cases} \tag{12}$$

Faça as variáveis livres iguais a 1 e determine uma solução particular.

12) Considere o sistema linear:

$$\begin{pmatrix} m & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \\ 4 & -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} \tag{13}$$

a) Determine o valor de m para que o sistema linear admita solução única.

b) Faça $m = 2$ e resolva o sistema linear resultante usando escalonamento.

13) Considere o sistema linear:

$$\begin{pmatrix} k^2 & 3k & -k \\ 2 & 1 & 0 \\ k-2 & k-2 & k-2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \tag{14}$$

a) Determine os valores de k para que o sistema linear admita solução única.

b) Faça $k = 4$ e resolva o sistema linear resultante usando escalonamento.

14) Resolva o sistema linear matricial:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 & | & y_1 \\ x_2 & | & y_2 \\ x_3 & | & y_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & | & 2 \\ 2 & | & -2 \\ 12 & | & 14 \end{pmatrix} \tag{15}$$

15) Usando escalonamento, determine k de modo que o sistema linear:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 3 \\ 5x_1 - 3x_2 = 2 \\ 2x_1 - 2x_2 = k \end{cases} \tag{16}$$

admita solução única.

16) Usando escalonamento, determine a solução do sistema linear:

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 = 3 \\ x_1 + 4x_2 = 2 \\ x_1 - 5x_2 = 1 \\ 4x_1 + 16x_2 = 8 \end{cases} \tag{17}$$

17) Considere o seguinte sistema linear homogêneo:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 0 \end{cases} \tag{18}$$

Usando escalonamento, determine a solução geral, Faça as variáveis livres iguais a 1 e determine uma solução particular.

18) Usando escalonamento, obter a solução geral do seguinte sistema linear homogêneo:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 = 0 \end{cases} \tag{19}$$

Faça as variáveis livres iguais a 1 e determine uma solução particular.

19) Considere o seguinte sistema linear homogêneo:

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 - 7x_5 = 0 \\ 2x_1 + 6x_2 + x_3 - 2x_4 + 5x_5 = 0 \\ x_1 + 3x_2 - 3x_3 + 2x_5 = 0 \end{cases} \tag{20}$$

Obter a solução geral usando escalonamento. Dê uma solução particular fazendo as variáveis livres iguais a 1.

20) Usando escalonamento, resolver o sistema linear homogêneo:

$$\begin{pmatrix} 5 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{21}$$