



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ  
Campus de Quixadá  
Prof. Arthur Araruna  
QXD0115- Estrutura de Dados Avançada

LE4  
2025.1

Nome: \_\_\_\_\_ Matrícula: \_\_\_\_\_

#### Observação

Para os exercícios a seguir, quando alguma questão solicitar um algoritmo que recebe ou retorna uma árvore, considere que essa árvore será sempre representada por seu nó raiz.

## 1 Exercícios de Fixação

1. Desenhe todas as árvores Rubro-Negras possíveis contendo 5 nós internos.
2. Mostre a menor árvore binária que não seja Rubro-Negra (ou seja, é impossível colorir os seus nós mantendo todas as propriedades de Rubro-Negras).
3. Mostre a árvore Rubro-Negra resultante após a inserção de cada um dos valores a seguir, na ordem em que aparecem:

$\langle 21, 32, 64, 75, 15 \rangle$ .

Mostre de maneira clara a árvore obtida após cada novo valor, indique as cores dos nós e indique qualquer rotação que seja necessária.

4. Determine, dado uma quantidade  $n$  de nós, como obter uma árvore Rubro-Negra de  $n$  nós com:
  - (a) a máxima quantidade de nós rubros.
  - (b) a máxima quantidade de nós negros.
5. Suponha que fundimos todos os nós rubros de uma árvore Rubro-Negra com o seu respectivo nó pai, de forma que os filhos dos nós rubros sejam agora filhos do pai dele (ignore o que acontece com as chaves).
  - (a) Quais são os possíveis graus de cada nó negro depois que todos os seus filhos rubros tenham sido absorvidos?
  - (b) O que podemos dizer sobre o nível das folhas da árvore resultante?
6. Qual é o máximo de nós internos que uma árvore Rubro-Negra com altura-negra  $k$  pode possuir? E o mínimo?
7. **POSCOMP 2009.**

Quais das seguintes propriedades não se aplicam a árvores rubro-negras?

  - A. Todo nó é vermelho ou preto.
  - B. Todo nó folha é preto.
  - C. Se um nó é preto, ambos seus filhos são vermelhos.
  - D. Se um nó é vermelho, ambos seus filhos são negros.
  - E. Todos os caminhos simples entre um nó e suas folhas descendentes contêm o mesmo número de nós pretos.
8. Determine se cada afirmação a seguir é verdadeira ou falsa.
  - ☐ Sempre é possível, a partir de uma árvore AVL, colorir os nós de rubro ou negro e obter uma árvore Rubro-Negra sem alterações estruturais.

- ☐ As subárvores da raiz de uma árvore Rubro-Negra são também árvores Rubro-Negras.
  - ☐ O irmão de um nó externo em uma árvore Rubro-Negra só pode ser outro nó externo ou um nó rubro.
  - ☐ Se  $n > 1$  valores forem inseridos em uma árvore Rubro-Negra  $T$ , inicialmente vazia, pelo algoritmo INSERIR-RN visto, existirá em  $T$  ao menos um nó rubro.
  - ☐ Se  $n$  valores forem inseridos em uma árvore Rubro-Negra  $T$ , inicialmente vazia, pelo algoritmo INSERIR-RN visto, existirá em  $T$  uma sequência de nós negros desde a raiz até alguma folha sem a presença de nós rubros, qualquer que seja  $n$ .
  - ☐ Se tomarmos uma árvore Rubro-Negra  $T$ , executarmos  $\text{INSERIR-RN}(T, x)$  e, logo após, executarmos  $\text{REMOVER-RN}(T, x)$ , a árvore resultante será sempre distinta da configuração inicial de  $T$ .
  - ☐ É impossível construir uma árvore Rubro-Negra de 10 nós sem qualquer nó rubro.
  - ☐ Se  $n$  é um nó de uma árvore Rubro-Negra com apenas um filho,  $n$  deve ser negro e seu filho deve ser rubro e sem filhos internos.
  - ☐ Sempre podemos determinar uma ordem de inserção em árvores rubro-negras de forma a nunca precisarmos de uma rotação.
  - ☐ Em árvores rubro-negras, a única forma de aumentarmos a altura-negra da árvore é quando o algoritmo de inserção considera mudar a cor da raiz.
9. Forneça uma sequência de 10 valores que, se inseridos em árvores AVL e Rubro-Negras inicialmente vazias, na mesma ordem em ambas, não realizam qualquer rotação nas árvores.
10. Mostre uma sequência de 10 nós que, se inseridos nessa ordem em uma árvore AVL e em uma árvore Rubro-Negra, ambas inicialmente vazias, gerarão, ao final, duas árvores estruturalmente idênticas. Consideraremos duas árvores estruturalmente idênticas quando seus desenhos forem os mesmos afora informações gerenciais como cor e balanço.
11. Mostre uma sequência de 10 elementos que, se inseridos nessa ordem em uma *árvore rubro-negra*  $T$  inicialmente vazia, gerarão uma árvore com  $h(T) = 2 \ln n(T)$ . Mostre a configuração final dessa árvore, evidenciando quais nós são vermelhos e quais são pretos.

## 2 Exercícios de Aplicação

12. Dada uma árvore AVL  $T$  onde cada nó  $n$  possui um campo  $n.cor$  ainda não preenchido, escreva um algoritmo para colorir os nós de forma que  $T$  respeite as propriedades de Rubro-Negras caso seja possível. Retorne a indicação se foi possível ou não realizar a coloração.
13. Você pode usar árvores balanceadas para realizar uma ordenação. Descreva como você faria isso da forma mais eficiente possível. Qual seria a complexidade dessa sua solução? Faz diferença se usarmos AVLs ou Rubro-Negras?