UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
Campus de Quixadá
Prof. Fabio Dias
QXD0041 - Projeto e Análise de Algoritmos

UFC

AP1
2024.2

Nome: ______________ Matrícula:

1. Sejam $f(n)$, $g(n)$, $u(n)$ e $v(n)$ funções assintoticamente não negativas. Usando a definição da notação assintótica, prove que: Se $f(n) = O(u(n))$ e $g(n) = O(v(n))$, então $f(n) + g(n) = O(u(n) + v(n))$.
2. Usando o método da Árvore de Recorrência ou o Método Iterativo, resolva a seguinte recorrência:
$$T(n) = \begin{cases} 1, & \text{Se } n = 1. \\ 2T(\frac{n}{4}) + 1, & \text{Se } n > 1. \end{cases} \tag{1}$$
3. Usando o Teorema Mestre, forneça limites assintóticos para as recorrências abaixo. Com explicação. $T(n) = 8T(\frac{n}{2}) + n^2\sqrt{n}$.
4. Um vetor de tamanho n possui a seguinte propriedade: os elementos de 1 até o índice p estão ordenados em ordem crescente, e os elementos de p até n em ordem decrescente. Assumindo que todos os valores são distintos, desenvolva um algoritmo de divisão-e-conquista com complexidade $O(\log n)$ que retorna o índice p.
5. Mostre como a busca em largura funciona no grafo da figura **no verso da prova**. Mostre os valores das cores, π, d e fila Q ao final de percorrer a lista de adjacência de cada vértice. O vértice origem deve ser o vértice j.

---

1. Soma dos termos de uma PA com n termos $= \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$
2. Soma dos termos de uma PG de razão $q > 1$ e n termos $= a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}$
3. Soma dos termos de uma PG infinita de razão q $(0 < q < 1) = a_1 \frac{a_1}{1-q}$
4. $a^{\log_a^n} = n$
5. $a^{\log_b^n} = n^{\log_b^a}$
6. $\log_a b * c = \log_a b + \log_a c$
7. $\log_a b/c = \log_a b - \log_a c$
8. $\log_a b^k = k \log_a b$
9. $\log_4 2 = 0.5$, $\log_4 3 = 0.79$, $\log_2 8 = 3$
10. $\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$

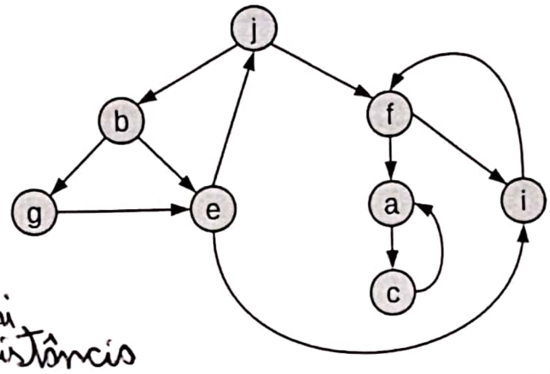
Teorema Mestre: Sejam $a \geq 1$ e $b > 1$ são constantes, $f(n)$ uma função assintoticamente positiva e seja $T(n)$ definida para os inteiros não-negativos pela relação de recorrência

$$T(n) = aT(\frac{n}{b}) + f(n)$$

Então $T(n)$ pode ser limitada assintoticamente da seguinte forma:

1. Se $f(n) = O(n^{\log_b^a - \epsilon})$ para alguma constante $\epsilon > 0$, então $T(n) = \Theta(n^{\log_b^a})$.
2. Se $f(n) = \Theta(n^{\log_b^a})$, então $T(n) = \Theta(n^{\log_b^a} \log n)$.
3. Se $f(n) = \Omega(n^{\log_b^a + \epsilon})$, para alguma constante $\epsilon > 0$ e se $af(\frac{n}{b}) \leq cf(n)$, para alguma constante $c < 1$ e para n suficientemente grande, então $T(n) = \Theta(f(n))$.

Nota: ___ ______



π → Pai
d → distância

Iter.		a	b	c	e	f	g	i	j
1	cor	B	C	B	B	C	B	B	C
	π	N	J	N	N	J	N	N	N
	d	0	1	0	0	1	0	0	0
	Q	B, F							
2	cor	B	P	B	C	C	C	B	P
	π	N	J	N	B	J	B	N	N
	d	0	1	0	2	1	2	0	0
	Q	F, G, E							
3	cor	C	P	B	C	P	C	C	P
	π	F	J	N	B	J	B	F	N
	d	2	1	0	2	1	2	2	0
	Q	G, E, A, I							
4	cor	C	P	B	C	P	P	C	P
	π	F	J	N	B	J	B	F	N
	d	2	1	0	2	1	2	2	0
	Q	E, A, I							
5	cor	C	P	B	P	P	P	C	P
	π	F	J	N	B	J	B	F	N
	d	2	1	0	2	1	2	2	0
	Q	A, I							
6	cor	C	P	C	P	P	P	C	P
	π	F	J	A	B	J	B	F	N
	d	2	1	3	2	1	2	2	0
	Q	I, C, A							
7	cor	C	P	C	P	P	P	P	P
	π	F	J	A	B	J	B	F	N
	d	2	1	3	2	1	2	2	0
	Q	C, A							
8	cor	P	P	P	P	P	P	P	P
	π	F	J	A	B	J	B	F	N
	d	2	1	3	2	1	2	2	0
	Q	A							

N = Nulo

Legenda
C → Cinza, visitado, mas não finalizado
B → nem visitado, nem finalizado (Branco)
P → Preto, finalizado