

Lógica para Computação

Profa. Dra. Viviane Menezes

Universidade Federal do Ceará

vivianemenezes@ufc.br

4 de abril de 2024

Nas aulas passadas...

Nas aulas passadas...

Regras de dedução natural

- ▶ Regras para a Conjunção
- ▶ Regras para o Condicional
- ▶ Regras para a Disjunção

Exercícios

Exercícios

1. Prove que:

$$Q \rightarrow R \vdash (P \vee Q) \rightarrow (P \vee R)$$

2. Prove que:

$$(P \vee Q) \vee R \vdash P \vee (Q \vee R)$$

3. Prove que:

$$P \wedge (Q \vee R) \vdash (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$$

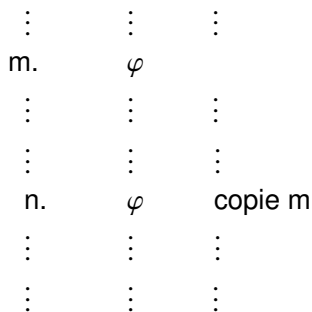
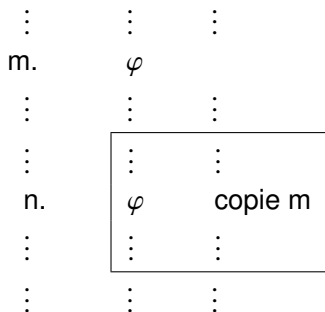
4. Prove que:

$$(P \wedge Q) \vee (P \wedge R) \vdash P \wedge (Q \vee R)$$

A Regra Copie

A Regra Copie

- Permite repetir algo que já provado como verdadeiro.



OBS: não é permitido copiar algo provado em uma caixa que já foi fechada.

A Regra Copie

Exemplo

$$\vdash P \rightarrow (Q \rightarrow P)$$

Regras para a Negação

Regras para a negação

- ▶ As regras para a negação envolvem a noção de **contradição**.



Regras para a negação

Contradição Eliminação

- Qualquer fórmula pode ser deduzida de uma contradição.

\vdots	\vdots	\vdots
$m.$	\perp	
\vdots	\vdots	\vdots
$n.$	ψ	$\perp e m$

Regras para a negação

Negação Eliminação

\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
$m.$	$\neg\varphi$		$m.$	φ	
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
$n.$	φ		$n.$	$\neg\varphi$	
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
$p.$	\perp	$\neg\text{e } m,n$	$p.$	\perp	$\neg\text{e } m,n$

Regras para a negação

Exemplo

Prove que:

$$\neg P \vee Q \vdash P \rightarrow Q$$

Regras para a negação

Negação Introdução

\vdots	\vdots	\vdots
$m.$	φ	hipótese
\vdots	\vdots	\vdots
$n.$	\perp	
$n + 1.$	$\neg \varphi$	$\neg i$ m-n

Regras para a negação

Exemplo

$$P \rightarrow Q, P \rightarrow \neg Q \vdash \neg P$$

Exercícios

Exercício

Prove que:

$$P \rightarrow (Q \rightarrow R), P, \neg R \vdash \neg Q$$

Redução ao Absurdo

Redução ao Absurdo (*Reduction ad absurdum*)

\vdots	\vdots	\vdots
m.	$\neg\varphi$	hipótese
\vdots	\vdots	\vdots
n.	\perp	
n+1.	φ	raa m-n

Redução ao Absurdo (*Reduction ad absurdum*)

Exemplo

- Prove que:

$$P \wedge \neg Q \rightarrow R, \neg R, P \vdash Q$$

Exercícios

Exercício

Prove a regra Modus Tollens:

$$\phi \rightarrow \psi, \neg\psi \vdash \neg\phi$$

Exercício

Prove a regra Dupla Negação Introdução:

$$\phi \vdash \neg\neg\phi$$