

# Avaliação Parcial 1

2023.1

Matemática Discreta

Prof. Samy Sá

Universidade Federal do Ceará

Campus de Quixadá

Todos os itens devem ser resolvidos utilizando apenas as definições, métodos e algoritmos discutidos nos materiais da disciplina. Em cada caso, todos os passos de desenvolvimento das demonstrações e cálculos devem ser fornecidos.

Pontuação:

1. 2 pt    2. 2 pt    3. 2 pt    4. 2 pt    5. 2 pt    B1 2 pt

## Questões

1. Considere o seguinte teorema:

“Para todos  $x$  e  $y$  inteiros, se  $x$  é par ou  $y$  é par, então  $x \cdot y$  é par.”

- (a) O que deve ser escrito no primeiro passo da *Prova de Generalizações* para começar uma prova deste teorema?
- (b) Após o passo acima, restará provarmos um condicional. Qual será esse condicional?
- (c) Com base na sua resposta para o Item (b), o que você deverá supor para começar uma Prova Direta para esse condicional? Após criar essa hipótese, o que você precisará provar para concluir a Prova Direta?
- (d) Com base na sua resposta para o Item (b), o que você deverá supor para começar uma Prova por Contraposição para esse condicional? Após criar essa hipótese, o que você precisará provar para concluir a Prova por Contraposição?
- (e) Com base na sua resposta para o Item (b), o que você deverá supor para começar uma Prova por Contradição para esse condicional? Após criar essa hipótese, o que você precisará provar para concluir a Prova por Contradição?

2. Prove: Para todo  $a, b$  e  $c$  inteiros com  $a, b \neq 0$ , se  $a \mid b$  e  $b \mid c$ , então  $a^2 \mid c^2$ .

3. Prove: Para todo inteiro  $n$ , se  $n \bmod 7 = 3$ , então  $n^2 \bmod 7 = 2$ .

4. Trabalhando com a divisão inteira de  $-42$  por  $9$ , um estudante obteve como resultados que  $-42 \text{ div } 9 = -4$  e  $-42 \text{ mod } 9 = -6$ . Estes resultados estão corretos ou incorretos? Justifique a sua resposta de acordo com o *Algoritmo da Divisão*.
5. Resolva os itens abaixo utilizando os métodos apresentados nos slides e vídeo-aulas da disciplina. Em cada item forneça todos os cálculos e passos que seriam realizados pelo método escolhido de forma a justificar claramente suas respostas.
- (a) Encontre a fatoração do número  $539$
  - (b) Utilizando a fatoração obtida no Item (a), descubra quantos divisores positivos o número  $539$  tem. Em seguida, liste todos os divisores positivos de  $539$ .  
**OBS.:** Não será válido calcular os divisores para contá-los depois. É necessário encontrar o total de divisores de forma independente da sua listagem.
  - (c) Verifique se o número  $737$  é primo.
  - (d) Fatore individualmente os números  $168$  e  $490$ . Utilize estas fatorações para calcular os valores de  $\text{mdc}(168, 490)$  e  $\text{mmc}(168, 490)$ .

**BÔNUS :** Prove: Para todos os inteiros  $a$  e  $b$ ,  $|a + b| \leq |a| + |b|$ .

**Obs.:**  $|x|$  denota o *módulo* de  $x$ , cuja definição segue abaixo.

**Definição.** Dado um número real  $x$ , o **módulo** de  $x$ , denotado  $|x|$  é dado por.

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{se } x \geq 0 \\ -x, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Você pode ler também desta forma:

“Dado um número real  $x$ , se  $x \geq 0$ , então  $|x| = x$ ; se não,  $|x| = -x$ .”