

Lista de Exercícios 2

Universidade Federal do Ceará - Campus Quixadá
Projeto e Análise de Algoritmo — QXD0041 – 2023.2
Prof. Fabio Dias

Notação Assintótica

- Para cada uma das afirmações abaixo, justifique formalmente (usando definições, manipulações algébricas e implicações) se for verdade ou explique do porque é falso.
 - $3n = O(n)$
 - $2n^2 - n = O(n^2)$
 - $\log 8n = O(\log 2n)$
 - $2^{n+1} = O(2^n)$
 - $2^n = O(2^{n/2})$
 - $n^2 - 200n - 300 = O(n)$
 - Se $f(n) = 17$, então $f(n) = O(1)$
 - Se $f(n) = 3n^2 - n + 4$, então $f(n) = \Theta(n^2)$
 - $n^2 - 200n - 300 = O(n)$.
- Suponha $f(n) = \lceil n/2 \rceil + 10$ e $g(n) = n$. Mostre que $f(n) = \Theta(g(n))$.
- Seja $C(n, k)$ o número de combinações de n objetos tomados k a k , ou seja, $C(n, k) = \binom{n}{k}$. Prove que $C(n, 2) = O(n^2)$ e $C(n, 3) = O(n^3)$.
- Sejam as funções de complexidade $T_A(n) = n^2 - n + 549$ e $T_B(n) = 49n + 49$ referentes a certos algoritmos A e B, respectivamente. Para que valores de n é melhor aplicar o Algoritmo A?
- Suponha $f(n) = 5n \lg n + 8 \lg^2 n - 11$ e $g(n) = n \lg n$. Mostre que $f(n) = O(g(n))$. Não precisa ser assintoticamente justo.
- Em cada uma das situações abaixo, indique se $f = O(g)$, ou se $f = \Omega(g)$, ou ambos (quando $f = \Theta(g)$). [Dica: para (q), suponha que k é constante e compare o quanto cada função cresce para de n para $n + 1$.]

	$f(n)$	$g(n)$
(a)	$n - 100$	$n - 200$
(b)	$n^{1/2}$	$n^{2/3}$
(c)	$100n + \log n$	$n + (\log n)^2$
(d)	$n \log n$	$10n \log 10n$
(e)	$\log 2n$	$\log 3n$
(f)	$10 \log n$	$\log(n^2)$
(g)	$n^{1.01}$	$n \log^2 n$
(h)	$n^2 / \log n$	$n(\log n)^2$
(i)	$n^{0.1}$	$(\log n)^{10}$
(j)	$(\log n)^{\log n}$	$n / \log n$
(k)	\sqrt{n}	$(\log n)^3$
(l)	$n^{1/2}$	$5^{\log_2 n}$
(m)	$n2^n$	3^n
(n)	2^n	2^{n+1}
(o)	$n!$	2^n
(p)	$(\log n)^{\log n}$	$2^{(\log_2 n)^2}$
(q)	$\sum_{i=1}^n i^k$	n^{k+1}

7. Sejam $f(n)$ e $g(n)$ funções assintoticamente não negativas. Usando a definição da notação Θ , prove que:

1. $\max\{f(n), g(n)\} = \Theta(f(n) + g(n))$.
2. $\min\{f(n), g(n)\} \notin \Theta(f(n) + g(n))$.

8. Mostre que, para quaisquer constantes reais a e b , onde $b > 0$, $(n + a)^b = \Theta(n^b)$.

9. É verdade que $2^{n+1} = O(2^n)$? E $2^{2n} = O(2^n)$?