

Lista de Exercícios 3 — Árvores AVL

QXD0115 – Estrutura de Dados Avançada – 2023

Prof. Atílio Gomes

6 de abril de 2023

Aluno: [] Matrícula: []

Referências: SZWARCFITER, Jayme Luiz; MARKENZON, Lilian. Estruturas de dados e seus algoritmos. 2. ed. rev. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos (1994).

1. Em uma árvore AVL, a ordem de inserção dos elementos não importa pois sempre resulta na mesma árvore. **Prove ou mostre um contra exemplo.**
2. Qual o melhor e o pior caso de altura de uma árvore binária de busca e uma árvore AVL para um mesmo número n de elementos?
3. Desenhe **passo a passo** a árvore AVL resultante da inserção dos elementos 5, 7, 11, 17, 4, 6, 2, 1, 22 e 3, nesta ordem, indicando as rotações que foram executadas.
4. **Prove ou dê um contraexemplo** para as afirmações abaixo:
 - (a) Toda árvore cheia é completa.
 - (b) Toda árvore AVL é completa.
 - (c) Toda árvore estritamente binária é AVL.
5. **Prove** que uma rotação dupla à direita pode ser obtida com uma rotação esquerda seguida de uma rotação direita.
6. Qual o número mínimo e máximo de nós em uma árvore AVL de altura h ? **Justifique sua resposta.**
7. Desenhe a árvore AVL formada pela inserção dos números de 1 a 12 em ordem crescente.
8. Descreva a estrutura de uma árvore AVL formada pela inserção dos números de 1 a n em ordem crescente. Qual é a altura dessa árvore?

9. Detalhar o algoritmo de remoção de nós em árvores AVL.
10. Dada a árvore resultante da Questão 3, desenhe **passo a passo** a árvore AVL resultante da remoção dos elementos 22, 17, 7, 5, 3 e 6, nesta ordem, indicando as rotações que foram executadas.
11. Mostre uma árvore AVL T que possua um nó v cuja remoção resulta em uma árvore não-AVL T' , tal que T' não possa ser balanceada por meio de uma única rotação (simples ou dupla). Desenhe a árvore T , especifique o nó a ser removido, e explique por quê a árvore resultante T' não pode ser balanceada com uma única rotação.
12. Dê exemplo de uma família de árvores AVL cuja exclusão de nós implica a realização de $O(\log n)$ operações de rotação para o rebalanceamento.

Exercícios de Programação

13. Implemente uma rotação dupla à direita sem utilizar uma rotação esquerda e depois uma direita.
14. Implemente uma rotação dupla à esquerda sem utilizar uma rotação direita e depois uma esquerda.
15. Suponha que, agora, todo nó v da árvore AVL tem um novo campo chamado **parent** que nada mais é que um ponteiro para nó pai. Como a raiz não tem pai, seu campo **parent** aponta para nulo).

Implemente todas as funções da árvore AVL vistas em sala **iterativamente** (sem usar recursão) e atualize os campos **parent** de cada nó adequadamente.

16. Implemente uma versão da AVL em que a condição de balanceamento seja:

$$|h_D(v) - h_E(v)| \leq 2.$$

17. Uma **operação de concatenação** toma dois conjuntos, tais que as chaves em um dos conjuntos são menores do que todas as chaves do outro conjunto, e faz o merge (intercalação) dessas chaves em um novo conjunto.

Projete um algoritmo para concatenar duas árvores AVL T_1 e T_2 a fim de gerar uma nova árvore AVL válida. Suponha que todas as chaves de T_1 são menores do que todas as chaves de T_2 . O tempo de execução do seu algoritmo, no pior caso, deve ser da ordem de $O(\log n)$, onde n é o número de elementos da árvore AVL resultante.

18. São dadas duas árvores AVL T_1 e T_2 . Escreva uma função que faça a **intercalação (merge)** das duas árvores AVL fornecidas gerando, ao final, uma árvore AVL válida. Dado que a primeira árvore tem m nós e a segunda árvore tem n nós, sua função de intercalação deve levar tempo $O(m + n)$. Suponha que os números de nós m e n das árvores também sejam dados como entrada.