Avaliação Parcial 3

2022.2

Matemática Discreta

Prof. Samy Sá

Universidade Federal do Ceará
Campus de Quixadá

Este documento traz as questões da terceira avaliação parcial de Matemática Discreta e as instruções necessárias para a submissão das suas respostas no Moodle.

Instruções Preliminares

Todos os itens devem ser resolvidos utilizando as definições, métodos e algoritmos fornecidos nos materiais da disciplina. Em cada caso, todos os passos de desenvolvimento das demonstração e cálculos devem ser fornecidos.

Para esta avaliação, é importante que suas respostas sejam detalhadas e bem justificadas. Você pode ser sucinto nas explicações (é o ideal), mas deve comentar de forma suficiente para mostrar o seu domínio do conteúdo. No caso das demonstrações, justifique seus passos, indicando as propriedades ou definições relevantes. No caso dos cálculos, sempre que possível, indique qual método ou propriedades estará utilizando.

Lembre-se: "prove", "demonstre" e "mostre" são sinônimos. Nas questões envolvendo provas de teoremas você deve oferecer uma demonstração (uma prova!) do que estiver sendo afirmado. Assim como instruído semanalmente nas nossas atividades de correção, respostas para questões de prova que não utilizarem técnicas de demonstração na sua composição serão automaticamente zeradas.

Pontuação:

1. 2,5 pt **2.** 2,5 pt **3.** 2,5 pt **4.** 2,5 pt **B1** 2,0 pt

Questões

1. Considere a sequência $a_n = n^2 + 3$, definida para todo número natural n. Responda às perguntas abaixo, justificando cada uma de suas respostas. Respostas para esta questão só receberão pontos se forem acompanhadas de justificativa.

   (a) $\{a_n\}$ é uma progressão aritmética?
   (b) $\{a_n\}$ é uma progressão geométrica?
   (c) Forneça uma *relação de recorrência* para $\{a_n\}$.

2. Resolva as somas abaixo utilizando as propriedades de somatórios e fórmulas fechadas discutidas nas nossas aulas. Explique suas respostas e indique quais propriedades ou fórmulas usará em cada passo. Respostas sem explicações ou com adição manual dos termos serão automaticamente zeradas.

   (a) $\sum_{j=1}^{25}(4j+3)$ (b) $\sum_{j=1}^{6} 2.3^j$ (c) $\sum_{j=1}^{20}(2j^2+1)$

   (d) Resolva $\sum_{j=11}^{20}(3j^2-200)$ usando uma *mudança de índices*.

3. Usando a técnica de *Prova por Indução*, mostre que:
   "Para todo n inteiro positivo, $3 \mid n^3 + 2n$".

4. Os itens dessa questão referem-se às relações listadas abaixo. Respostas para esta questão só receberão pontos se forem acompanhadas de justificativa.

   $R_1 \subseteq \{1,2,3,4\}^2$, com $R_1 = \{(1,1),(2,2),(1,2),(2,3),(1,3),(3,3),(2,4),(4,4)\}$
   $R_2 \subseteq \{x \mid x \text{ é um divisor de } 42\}^2$, com $R_2 = \{(x,y) \mid x \text{ divide } y\}$
   $R_3 \subseteq \mathbb{N}^2$, com $R_3 = \{(x,y) \mid x = y\}$
   $R_4 \subseteq \mathbb{Z}^2$, com $R_4 = \{(x,y) \mid x - y \geq 0\}$

   (a) Quais destas relações são *ordens parciais*? Em cada caso, se a relação não for uma ordem parcial, indique quais propriedades lhe faltam e justifique.

   (b) Quais destas relações são *ordens totais*? Em cada caso, se a relação não for uma ordem total, indique exemplos de elementos incomparáveis.

BÔNUS 1. Considere a relação de recorrência abaixo:

$$f_n = \begin{cases} 3, & \text{se n} = 0 \\ 2.f_{n-1}, & \text{se n} > 0. \end{cases}$$

Usando *Prova por Indução*, mostre que $f_n = 3.2^n$ para todo n natural.