

Segunda Avaliação Parcial

Matemática Discreta

Prof. Lucas Ismailly

2º Semestre de 2023

Aluno: [

] Matrícula: []

Informações importantes:

- A prova vale 11 pontos;
- Caso não saiba responder uma questão, se você escrever "não sei" ganhará 10% da questão. Por exemplo, se uma questão vale 2 pontos, você receberá 0,2 décimos;
- **Prova individual.** Sejam honestos com vocês e comigo, por favor. Se for detectado qualquer tipo de fraude, os envolvidos receberão nota zero. Note: os envolvidos receberão zero, não importa se você foi a origem ou o destino, ambos receberão nota zero.

Questões:

1. (2,0 pontos) Demonstre que $\sum_{j=1}^n j^4 = n(n+1)(2n+1)(3n^2+3n-1)/30$ sempre que n for um número inteiro positivo.
2. (3,0 pontos) Um estacionamento tem 31 vagas para visitantes, numeradas de 0 a 30. Os visitantes são determinados a parar nas vagas usando-se a função de hashing $h(k) = k \bmod 31$, em que k é o número formado pelos três primeiros dígitos da placa do carro do visitante.
 - (a) Quais vagas são determinadas pela função de hashing para os carros que têm os seguintes três primeiros dígitos da placa do carro?
 $317, 918, 007, 100, 111, 310$
 - (b) Descreva um procedimento que os visitantes deverão seguir a fim de encontrar um vaga livre para estacionar, quando o espaço designado a eles está ocupado.
3. (3,0 pontos) Encontre a fatoração em primos de cada um dos números abaixo.

(a) 88

(b) 126

(c) 729

4. (3,0 pontos) Sabendo que

$$\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\sum_{i=1}^n a^i = \frac{a^{n+1} - a}{a - 1}$$

Utilizando as propriedades dos somatórios, encontre a fórmula fechada para os seguintes somatórios:

(a) $1 + 4 + 7 + \dots + (3n - 2).$

(b) $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1).$

(c) $-1 + 6 + 25 + \dots + (3^n + n - 5).$