

# Leitura Complementar + Lista de Exercícios

## SEMANA 07 - Divisibilidade

2022.1

Notas de Aula de Matemática Discreta

Prof. Samy Sá

Universidade Federal do Ceará  
Campus de Quixadá

Este documento traz uma lista de exercícios referentes aos tópicos da SEMANA 07. É recomendado que você faça todos os exercícios e tire suas dúvidas antes das aulas da semana seguinte.

### 1 Instruções Preliminares

Obs.: “prove”, “demonstre” e “mostre” são sinônimos. Nos exercícios abaixo, em cada um dos casos, você deve oferecer uma demonstração (uma prova!) do que estiver sendo afirmado.

Quando a resposta envolver números, todos os cálculos para chegar a estes números devem ser apresentados. Busque fornecer respostas que deixem claro seu raciocínio, exibindo e justificando todos os passos executados. Lembre-se que a sua resposta será lida por alguém no futuro e escreva suas respostas pensando no leitor. Idealmente, as suas respostas devem permitir que qualquer colega da turma possa identificar claramente quais foram os passos que você fez e porquê.

É muito importante que você suplemente esta lista com exercícios do livro conforme sua necessidade. Se tiver facilidade com os tópicos, poucos exercícios bastarão para compreendê-los; se tiver dificuldades, o caminho será reforçar a leitura do capítulo e resolver mais exercícios.

### 2 Exercícios

**Exercício 1.** Verifique se a relação de divisibilidade apresentada em cada item é verdadeira ou falsa. Em cada item, justifique sua resposta utilizando a definição de divisibilidade.

(a)  $2 \mid 30$

(b)  $2 \mid 31$

(c)  $3 \mid 73$

(d)  $4 \mid 78$

(e)  $5 \mid 40$

(f)  $5 \mid 42$

(g)  $6 \mid 30$

(h)  $7 \mid 35$

(i)  $7 \mid 28$

(j)  $8 \mid 25$

**Exercício 2.** Quais serão os valores de quociente e resto obtidos quando...

- |                             |                          |
|-----------------------------|--------------------------|
| (a) 19 é dividido por 7?    | (e) 0 é dividido por 19? |
| (b) -111 é dividido por 11? | (f) 3 é dividido por 5?  |
| (c) 789 é dividido por 23?  | (g) -1 é dividido por 3? |
| (d) 1001 é dividido por 13? | (h) 4 é dividido por 1?  |

**Exercício 3.** Prove ou desprove: “se  $a \mid bc$ , onde  $a, b, c \in \mathbb{Z}$ , então  $a \mid b$  ou  $a \mid c$ .”

**Exercício 4.** Prove os teoremas abaixo usando as técnicas de sua preferência:

- (a) “Para todo  $n \neq 0$  inteiro,  $n \mid 0$ ”
- (b) “Para todo  $n$  inteiro,  $1 \mid n$ .”
- (c) “Para todo par de inteiros  $a, n$  com  $a \neq 0$ , se  $a \mid n$ , então  $a \mid n^2$ .”
- (d) “Para todo par de inteiros  $a, n$  com  $a \neq 0$ , se  $a \mid n$ , então  $a^2 \mid n^2$ .”
- (e) “Para todo  $n$ , se  $n$  é inteiro, então 2 divide  $n^2 + n$ .”
- (f) “Para todo  $n$  inteiro, 3 divide  $n^3 - n$ .”
- (g) “Para todo  $n$  inteiro, se  $n$  ímpar, então  $n^2 \bmod 8 = 1$ .”
- (h) “Para todos  $a, b, c$  inteiros com  $a \neq 0$ ,  $a \mid b - c$  se e somente se  $a \mid c - b$ .”
- (i) “Sejam  $a, b \in \mathbb{Z}$  com  $a \neq 0$  e  $b \neq 0$ , se  $a \mid b$  e  $b \mid a$ , então  $a = b$  ou  $a = -b$ .”
- (j) “Sejam  $a, b, c \in \mathbb{Z}$  com  $a \neq 0$  e  $c \neq 0$ , temos  $ac \mid bc$  se e somente se  $a \mid b$ .”
- (k) “Sejam  $a, b, c \in \mathbb{Z}$ , se  $ab \mid c$ , então  $a \mid c$  e  $b \mid c$ .”
- (l) “Sejam  $a, b, m \in \mathbb{Z}$ ,  $m > 0$ ,  $a \bmod m = b \bmod m$  se e somente se  $m \mid a - b$ .”