

Avaliação Parcial 1

2022.2

Matemática Discreta

Prof. Samy Sá

Universidade Federal do Ceará
Campus de Quixadá

Este documento traz as questões da primeira avaliação parcial de Matemática Discreta e as instruções necessárias para a submissão das suas respostas no Moodle.

Instruções Preliminares

Todos os itens devem ser resolvidos utilizando as definições, métodos e algoritmos fornecidos nos materiais da disciplina. Em cada caso, todos os passos de desenvolvimento das demonstrações e cálculos devem ser fornecidos.

Para esta avaliação, é importante que suas respostas sejam detalhadas e bem justificadas. Você pode ser sucinto nas explicações (é o ideal), mas deve comentar de forma suficiente para mostrar o seu domínio do conteúdo. No caso das demonstrações, justifique seus passos, indicando as propriedades ou definições relevantes. No caso dos cálculos, sempre que possível, indique qual método ou propriedades estará utilizando.

Lembre-se: “prove”, “demonstre” e “mostre” são sinônimos. Nas questões envolvendo provas de teoremas você deve oferecer uma demonstração (uma prova!) do que estiver sendo afirmado. Assim como instruído semanalmente nas nossas atividades de correção, respostas para questões de prova que não utilizarem técnicas de demonstração na sua composição serão automaticamente zeradas.

Pontuação:

1. 2 pt 2. 2 pt 3. 2 pt 4. 2 pt 5. 2 pt B1 1,5 pt

Questões

1. Considere o seguinte teorema:

"Para todo x e y inteiros, se x e y têm paridades diferentes, então $x + y$ é ímpar."

(a) O que deve ser escrito no primeiro passo da *Prova de Generalizações* para começar uma prova deste teorema?

(b) Após o passo acima, restará provarmos um condicional. Qual será esse condicional?

(c) Com base na sua resposta para o Item (b), o que você deverá supor para começar uma Prova Direta para esse condicional? Após criar essa hipótese, o que você precisará provar para concluir a Prova Direta?

(d) Com base na sua resposta para o Item (b), o que você deverá supor para começar uma Prova por Contraposição para esse condicional? Após criar essa hipótese, o que você precisará provar para concluir a Prova por Contraposição?

(e) Com base na sua resposta para o Item (b), o que você deverá supor para começar uma Prova por Contradição para esse condicional? Após criar essa hipótese, o que você precisará provar para concluir a Prova por Contradição?

2. Escreva uma prova completa para o teorema da Questão 1.

3. Prove: Para todo a, b e c inteiros com $a, b \neq 0$, se $a \mid b$ e $b \mid c$, então $a^2 \mid bc$.

4. Prove: Para todo x inteiro, se $x \bmod 10 = 3$, então $3x^2 \bmod 10 = 7$.

5. Calcule os valores de $-36 \operatorname{div} 7$ e de $-36 \bmod 7$, exibindo os cálculos necessários. Justifique os resultados encontrados de acordo com o *Algoritmo da Divisão*.

BÔNUS 1. Prove: "Para todo x e y inteiros, $|x| + |y| \geq |x + y|$."

Obs.: $|x|$ denota o *módulo* de x , cuja definição segue abaixo.

Definição. Dado um número real x , o **módulo** de x , denotado $|x|$ é dado por:

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{se } x \geq 0 \\ -x, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Você pode ler também desta forma:

"Dado um número real x , se $x \geq 0$, então $|x| = x$; se não, $|x| = -x$."