Avaliação Parcial 2

2022.2

Matemática Discreta

Prof. Samy Sá

Universidade Federal do Ceará
Campus de Quixadá

Este documento traz as questões da primeira avaliação parcial de Matemática Discreta e as instruções necessárias para a submissão das suas respostas no Moodle.

Instruções Preliminares

Todos os itens devem ser resolvidos utilizando as definições, métodos e algoritmos fornecidos nos materiais da disciplina. Em cada caso, todos os passos de desenvolvimento das demonstração e cálculos devem ser fornecidos.

Para esta avaliação, é importante que suas respostas sejam detalhadas e bem justificadas. Você pode ser sucinto nas explicações (é o ideal), mas deve comentar de forma suficiente para mostrar o seu domínio do conteúdo. No caso das demonstrações, justifique seus passos, indicando as propriedades ou definições relevantes. No caso dos cálculos, sempre que possível, indique qual método ou propriedades estará utilizando.

Lembre-se: "prove", "demonstre" e "mostre" são sinônimos. Nas questões envolvendo provas de teoremas você deve oferecer uma demonstração (uma prova!) do que estiver sendo afirmado. Assim como instruído semanalmente nas nossas atividades de correção, respostas para questões de prova que não utilizarem técnicas de demonstração na sua composição serão automaticamente zeradas.

Pontuação:

1. 1,2 pt **2.** 2,4 pt **3.** 3,0 pt **4.** 1,5 pt **5.** 2,4 pt **B1** 1,5 pt

Questões

1. Explique a diferença entre as expressões "$j \equiv k \ (mod\ m)$" e "$j \ \mathbf{mod}\ m = k$".

2. Prove o teorema:

"Para todo m inteiro positivo e todos j, k e l inteiros,
se $j \equiv k \ (mod\ m)$ e $k \equiv l \ (mod\ m)$, então $j^2 \equiv l^2 \ (mod\ m)$."

3. Resolva os itens abaixo utilizando os métodos apresentados nos slides e vídeo-aulas da disciplina. Em cada item forneça todos os cálculos e passos que seriam realizados pelo método escolhido de forma a justificar claramente suas respostas.

(a) Enconte a fatoração do número 539.

(b) Utilizando a fatoração obtida no Item (a), descubra quantos divisores positivos o número 539 tem. Em seguida, liste todos os divisores positivos de 539.
OBS.: Não será válido calcular os divisores para contá-los depois. É necessário encontrar o total de divisores de forma independente da sua listagem. 1, 7, 77, 539

(c) Verifique se o número 737 é primo.

(d) Fatore individualmente os números 168 e 490. Utilize estas fatorações para calcular os valores de $\mathtt{mdc}(168, 490)$ e $\mathtt{mmc}(168, 490)$.

(e) Encontre todos os divisores positivos comuns de 168 e 490. 1, 2, 7, 14

(f) Este item é um pouco diferente dos demais, pois caberá a você propor um método. Encontre dois números x e y tais que $\mathtt{mdc}(x, y) = 15$ e $\mathtt{mmc}(x, y) = 540$. Os números propostos devem ser ambos diferentes de 15 e 540. Explique como você os encontrou.

4. Dado o conjunto $S = \{a, b, c, d, e\}$, resolva:

(a) Calcule o *produto cartesiano* de S por S.

(b) Proponha uma Relação Binária *reflexiva*, *anti-simétrica* e *transitiva* em S.

(c) Levando em conta a definição de *Relação Binária em um Conjunto*, quantas relações binárias *diferentes* existem em S? Justifique sua resposta.

(d) Sobre a sua resposta para o item anterior, responda: a relação que você propôs é uma *Relação de Ordem Parcial*? Justifique sua resposta.

(e) Sobre a sua resposta para o item anterior, responda: a relação que você propôs é uma *Relação de Equivalência*? Justifique sua resposta.

5. Seja $R \subseteq \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ tal que $R = \{\ (x, y) \mid x + y \text{ é par }\}$, avalie as afirmações abaixo, indicando se as afirmações são verdadeiras ou falsas. Em cada caso, a resposta só será aceita se incluir uma *prova* para a sua conclusão.

(a) "R é reflexiva"
(b) "R é simétrica"
(c) "R é anti-simétrica"
(d) "R é transitiva"

BÔNUS 1. Prove o teorema:

"Para todo m inteiro positivo e todos j e k inteiros,
$(j + k)$ **mod** $m = (j + (k$ **mod** $m))$ **mod** m."