Grafos – Busca em Profundidade - DFS

Estrutura de Dados Avançada — QXD0015

Prof. Atílio Gomes Luiz

gomes.atilio@ufc.br

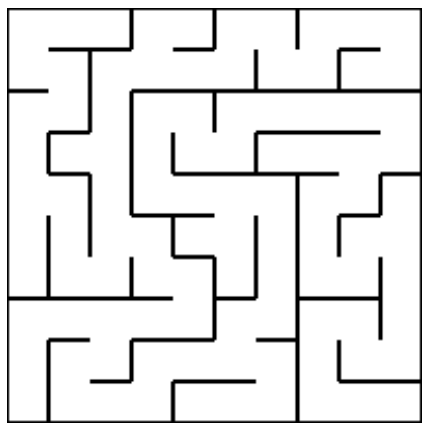
Universidade Federal do Ceará

1º semestre/2023

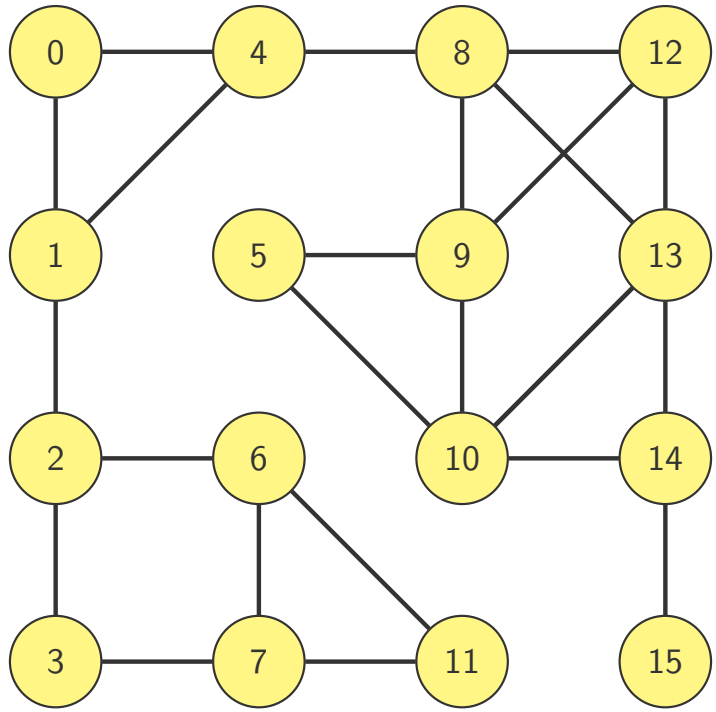
Busca em Profundidade

- Ordem de exploração: explorar vértices descobertos mais recentes primeiro.

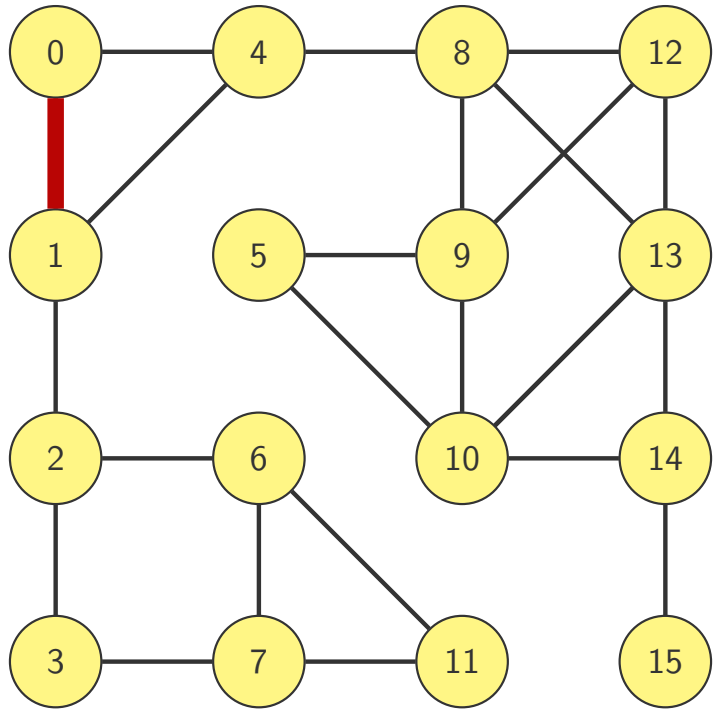
- **Interpretação:**
  - Estamos tentando procurar a saída de um labirinto.
  - Vamos fundo até a saída, tomando decisões a cada encruzilhada.
  - Voltamos à última encruzilhada quando encontramos um beco sem saída (ou um lugar já visitado)



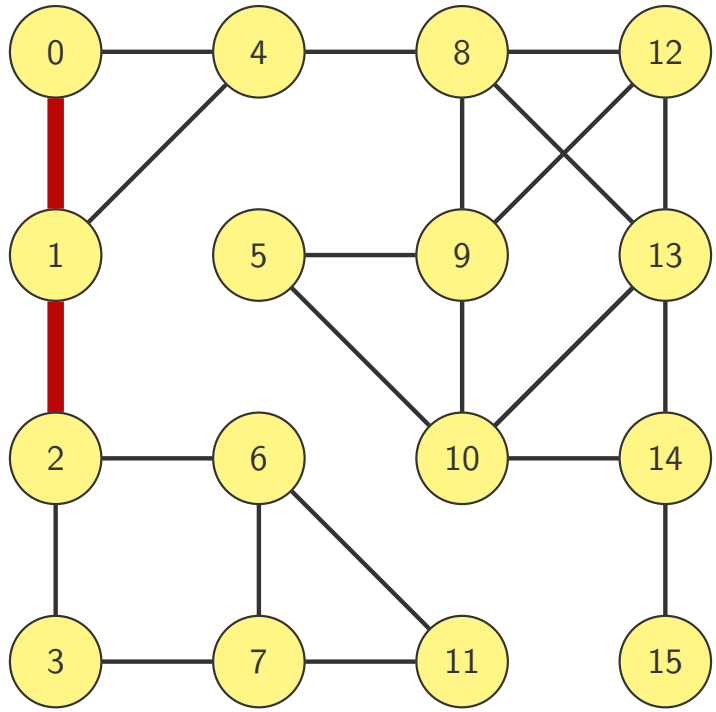
Exemplo - Existe caminho de 0 até 15?



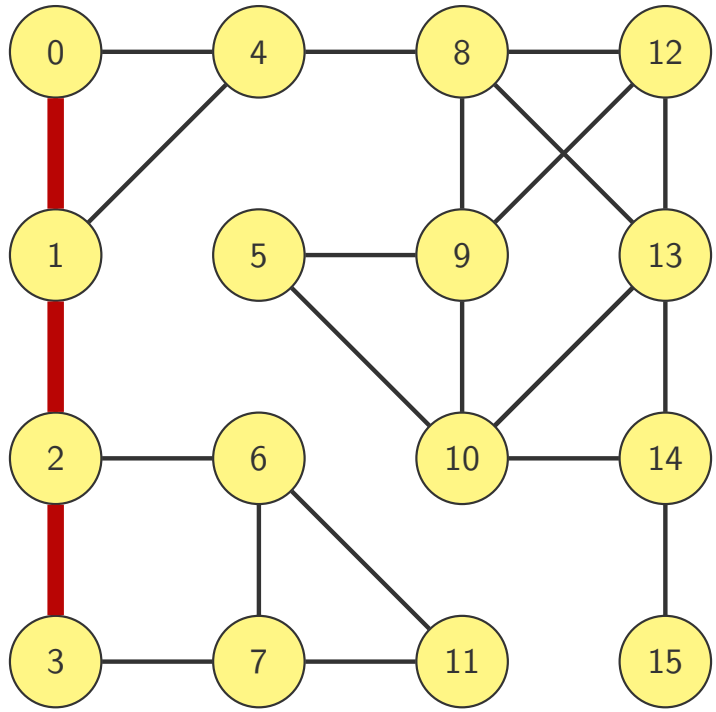
Exemplo - Existe caminho de 0 até 15?



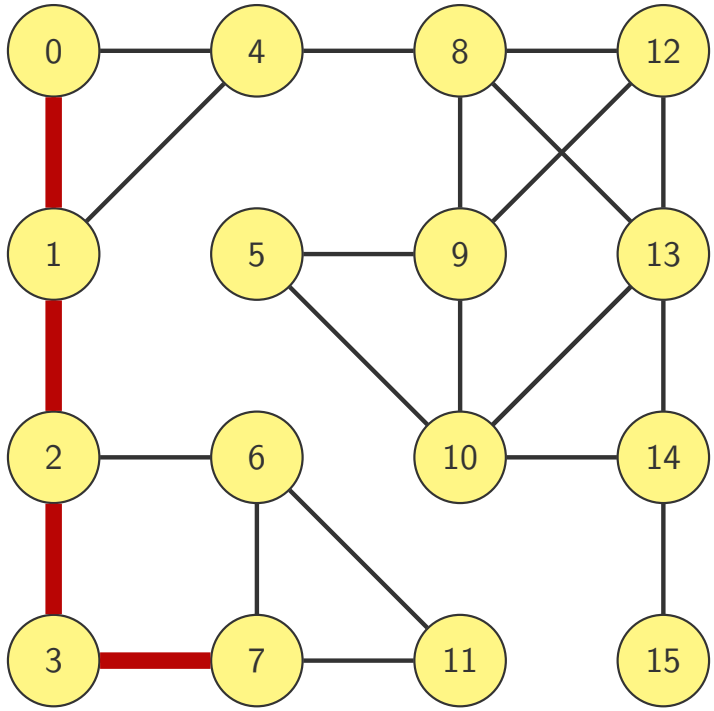
Exemplo - Existe caminho de 0 até 15?



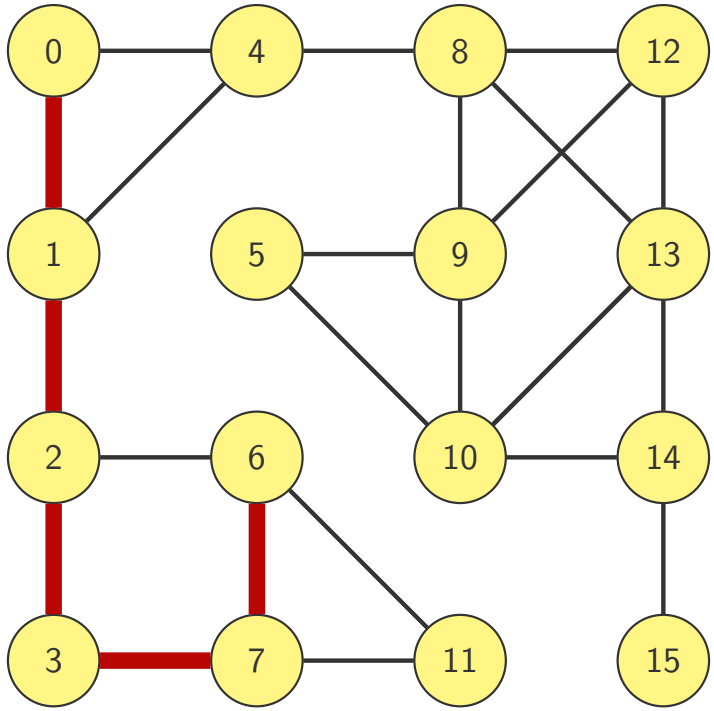
Exemplo - Existe caminho de 0 até 15?



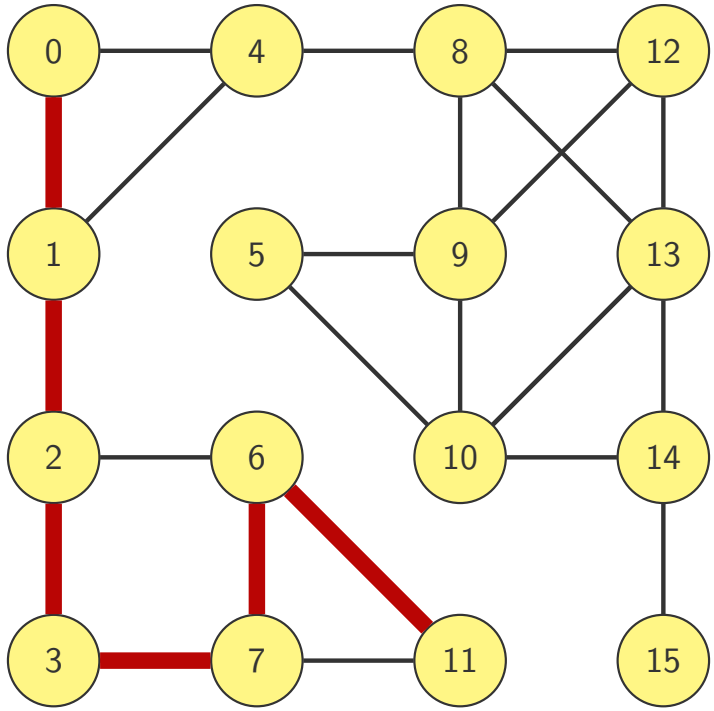
Exemplo - Existe caminho de 0 até 15?



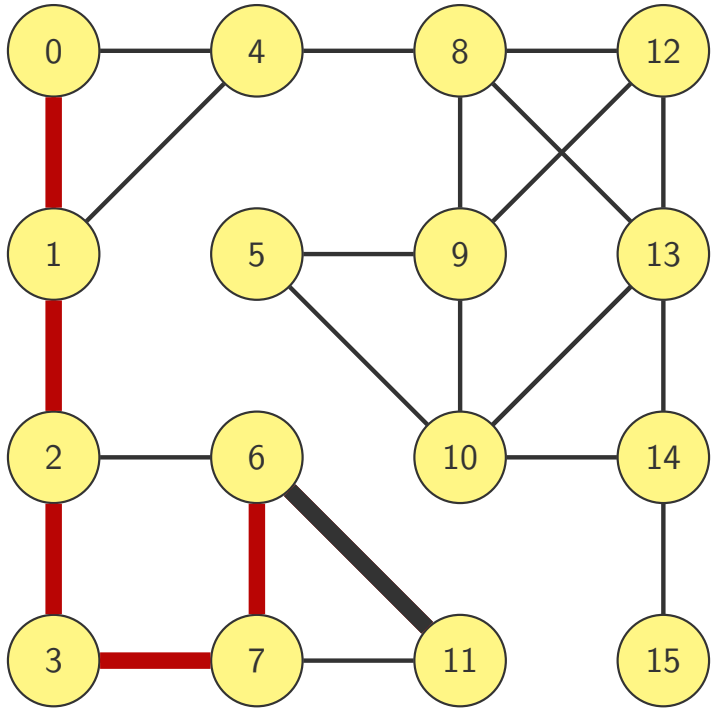
Exemplo - Existe caminho de 0 até 15?



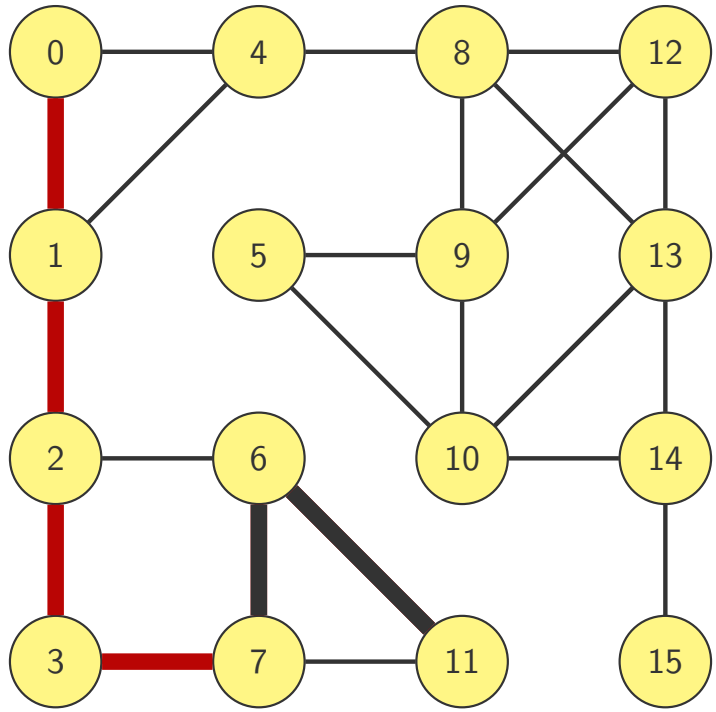
Exemplo - Existe caminho de 0 até 15?



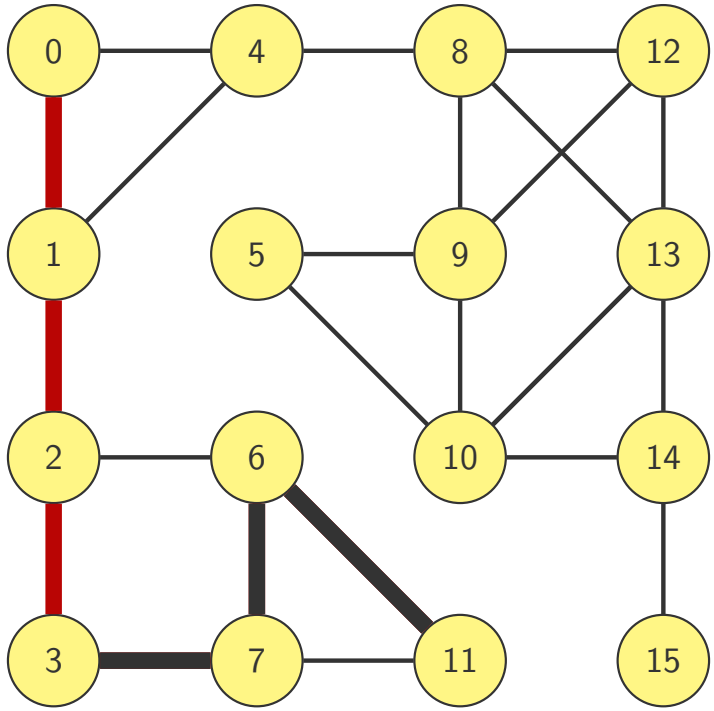
Exemplo - Existe caminho de 0 até 15?



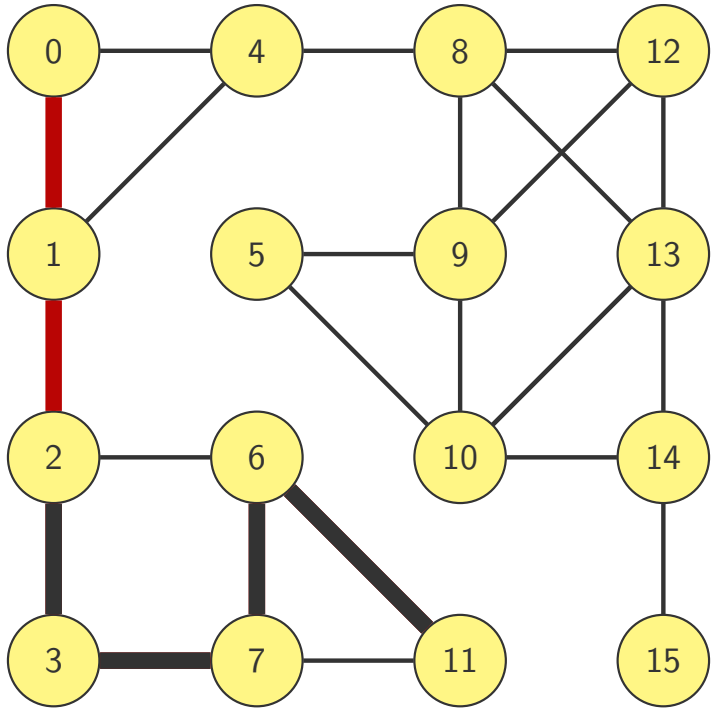
Exemplo - Existe caminho de 0 até 15?



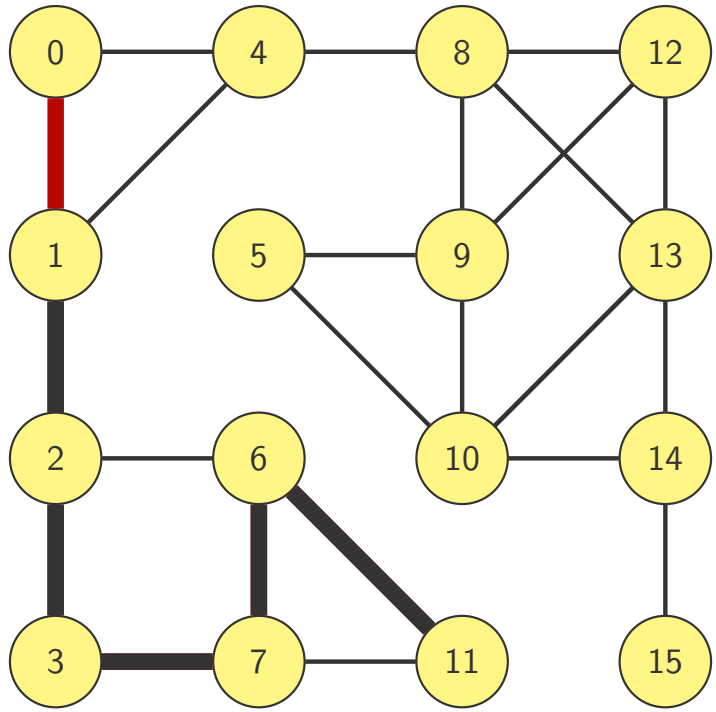
Exemplo - Existe caminho de 0 até 15?



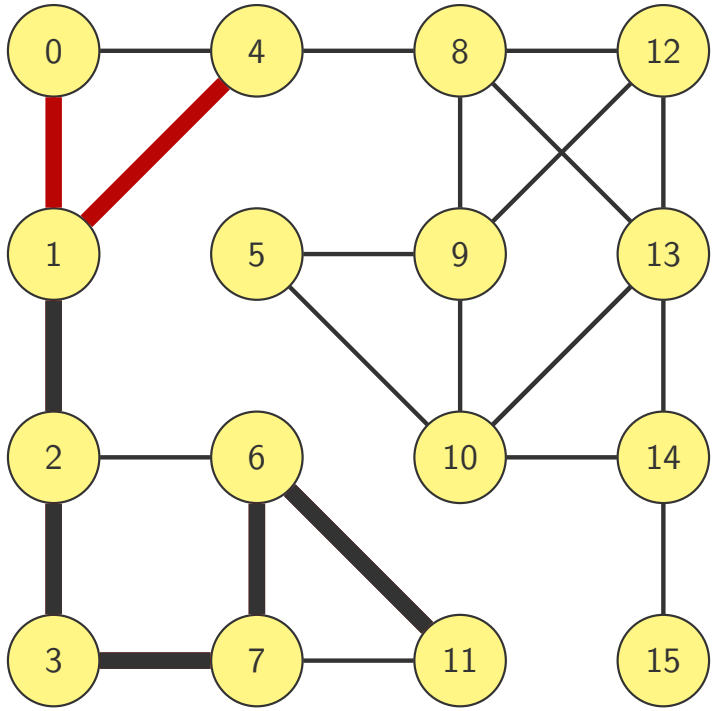
Exemplo - Existe caminho de 0 até 15?



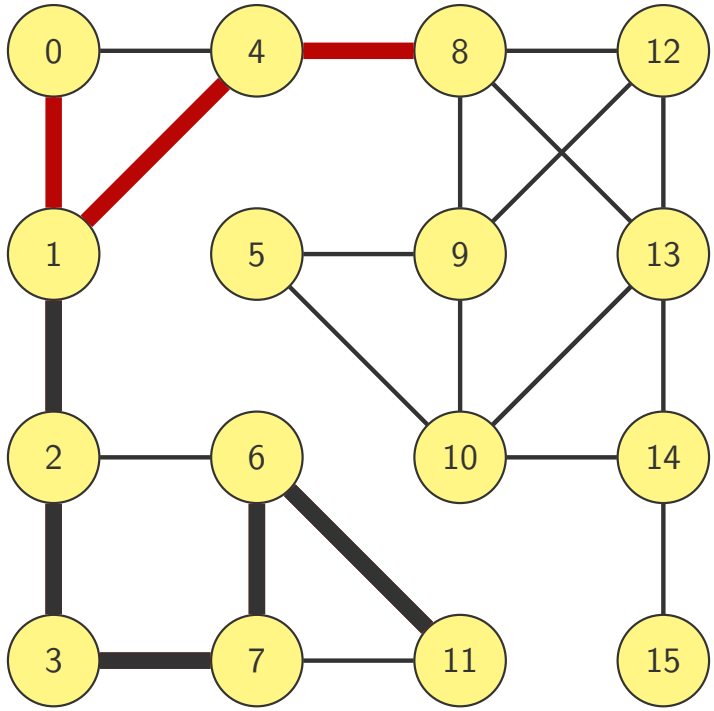
Exemplo - Existe caminho de 0 até 15?



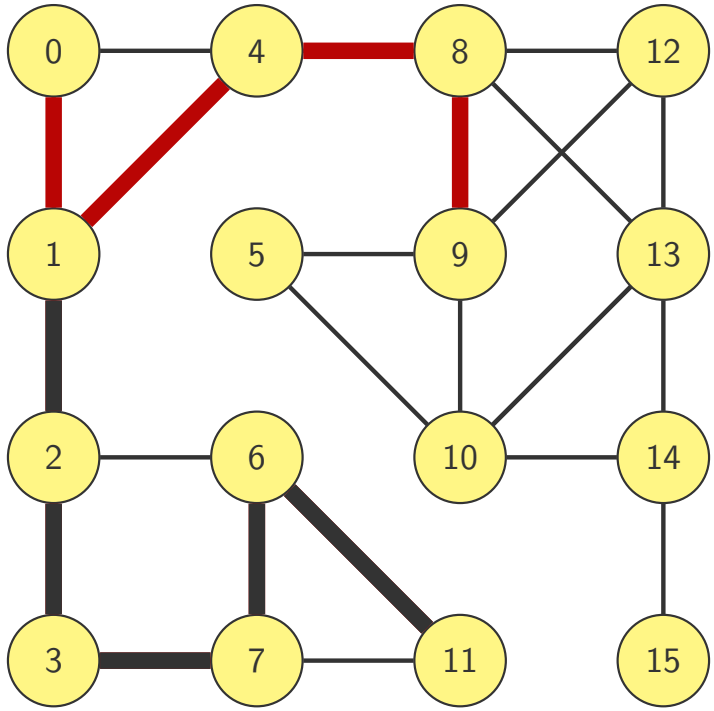
Exemplo - Existe caminho de 0 até 15?



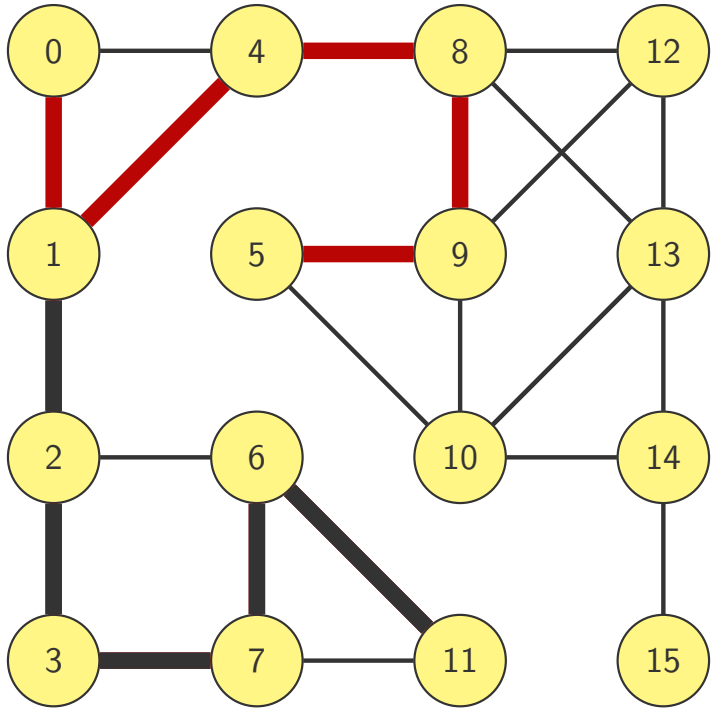
Exemplo - Existe caminho de 0 até 15?



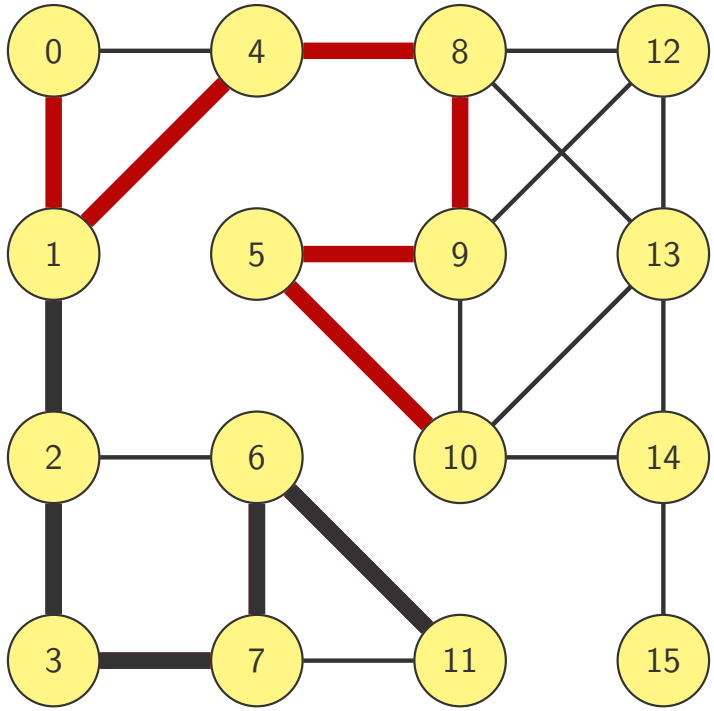
Exemplo - Existe caminho de 0 até 15?



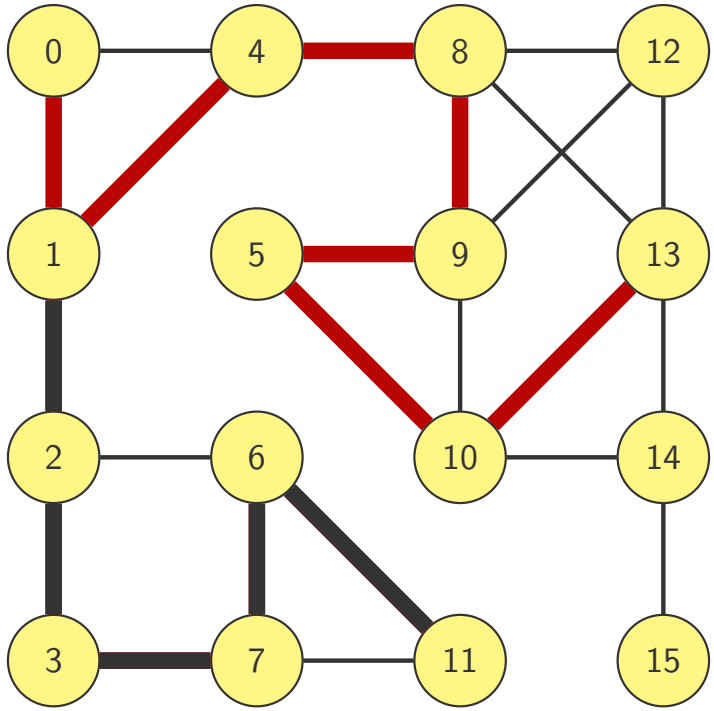
Exemplo - Existe caminho de 0 até 15?



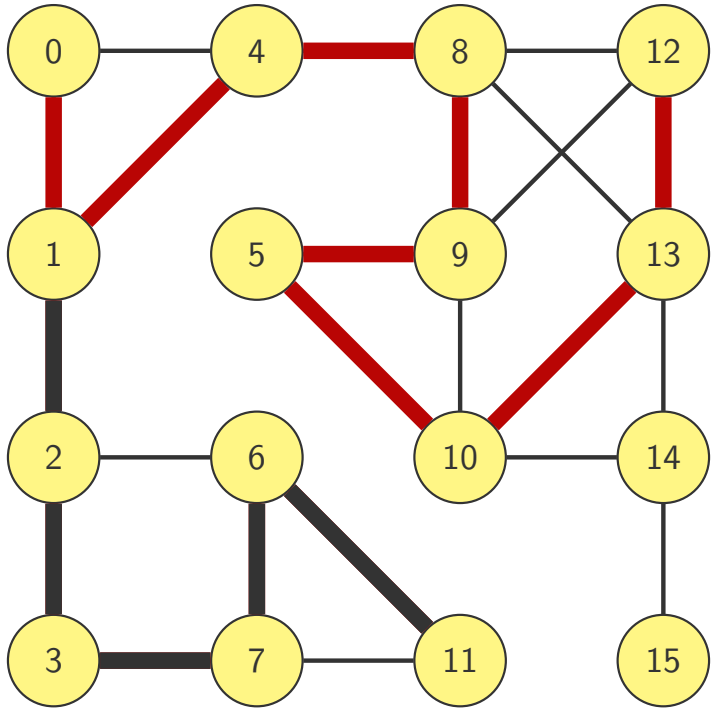
Exemplo - Existe caminho de 0 até 15?



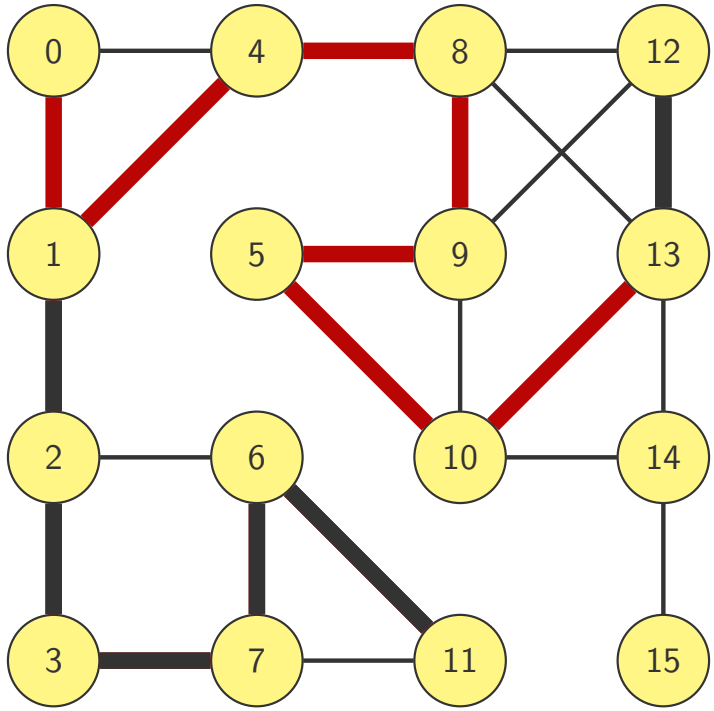
Exemplo - Existe caminho de 0 até 15?



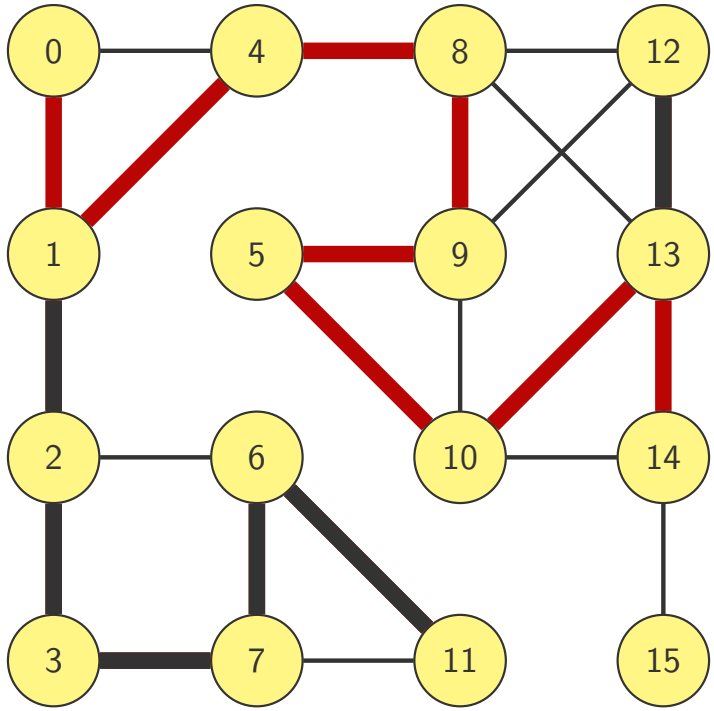
Exemplo - Existe caminho de 0 até 15?



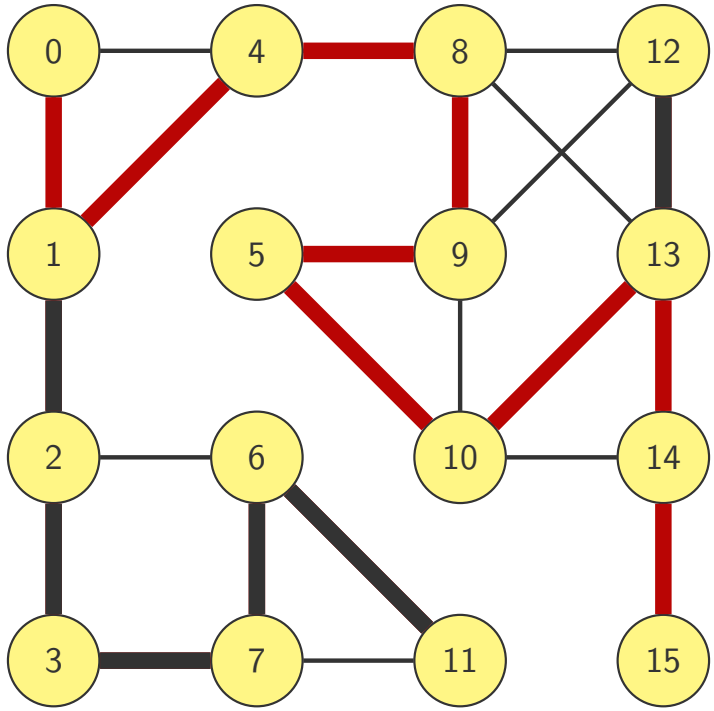
Exemplo - Existe caminho de 0 até 15?



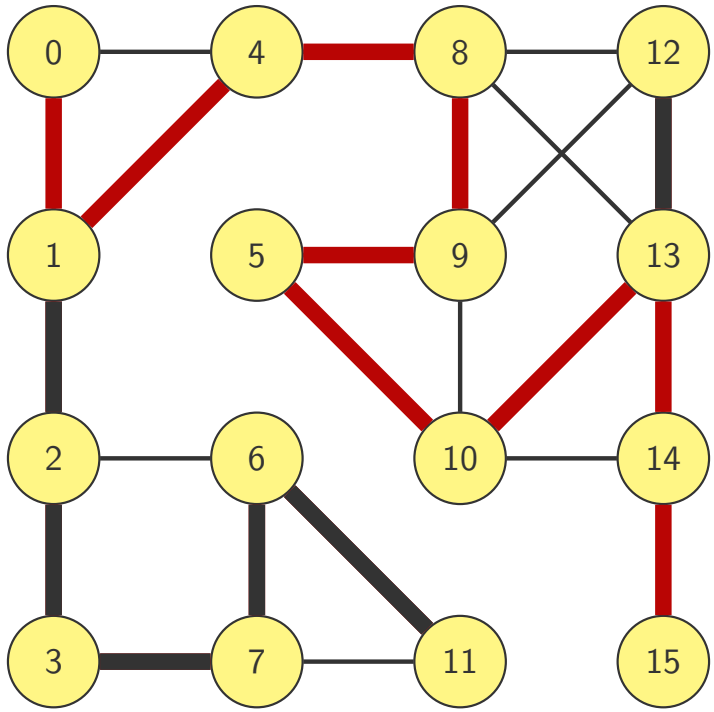
Exemplo - Existe caminho de 0 até 15?



Exemplo - Existe caminho de 0 até 15?

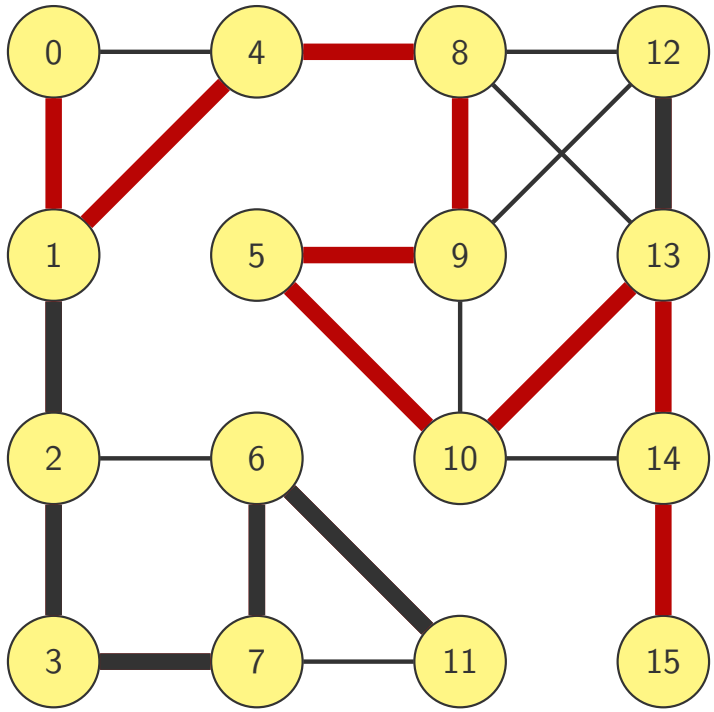


Exemplo - Existe caminho de 0 até 15?



Essa é uma busca em profundidade:

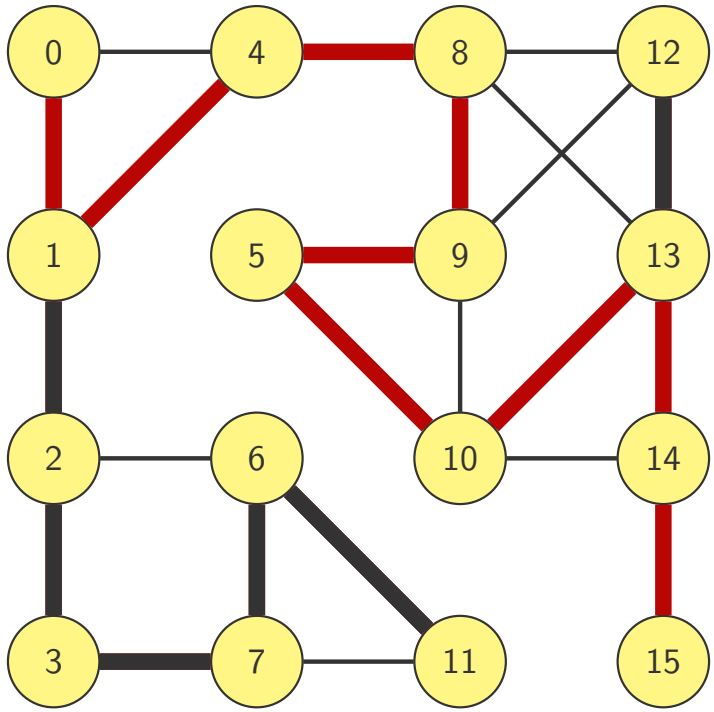
Exemplo - Existe caminho de 0 até 15?



Essa é uma busca em profundidade:

- Vá o máximo possível em uma direção

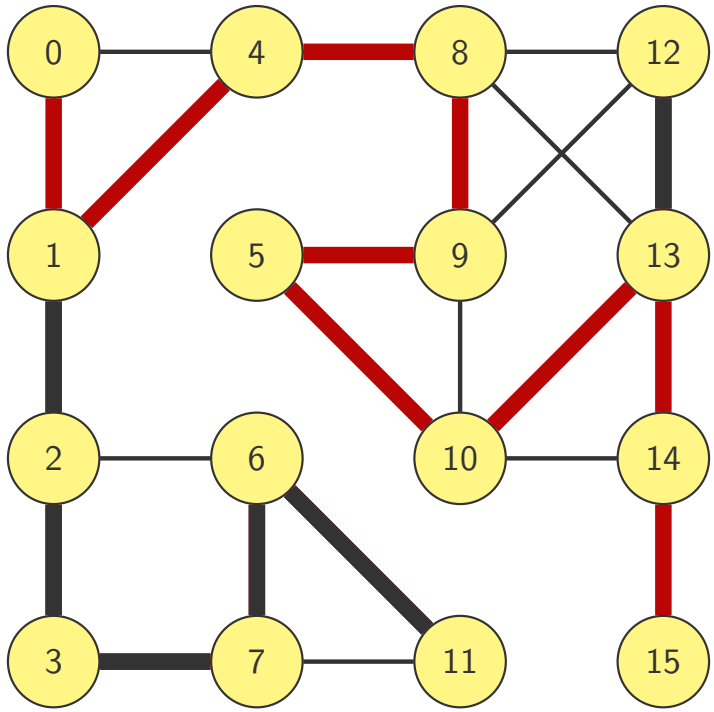
Exemplo - Existe caminho de 0 até 15?



Essa é uma busca em profundidade:

- Vá o máximo possível em uma direção
- Se não encontrar o vértice, volte o mínimo possível e pegue um novo caminho por um vértice não visitado

Exemplo - Existe caminho de 0 até 15?



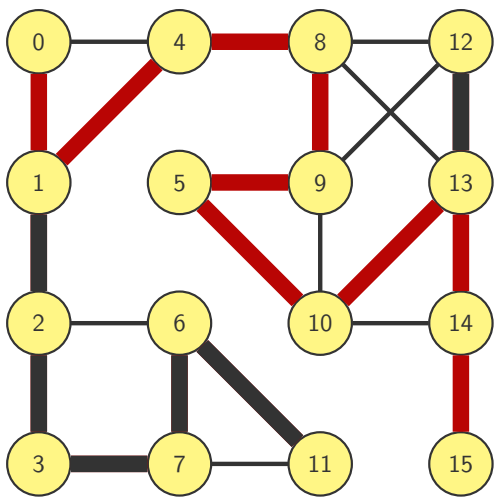
Essa é uma busca em profundidade:

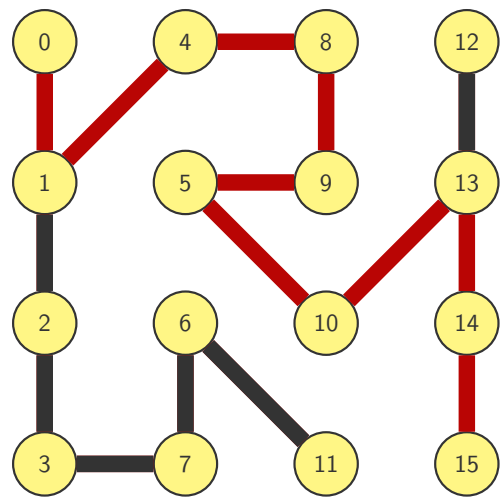
- Vá o máximo possível em uma direção
- Se não encontrar o vértice, volte o mínimo possível e pegue um novo caminho por um vértice não visitado
- Note que as arestas que foram visitadas formam uma árvore.
  Elas poderiam ter formado uma floresta?

Árvore de Profundidade

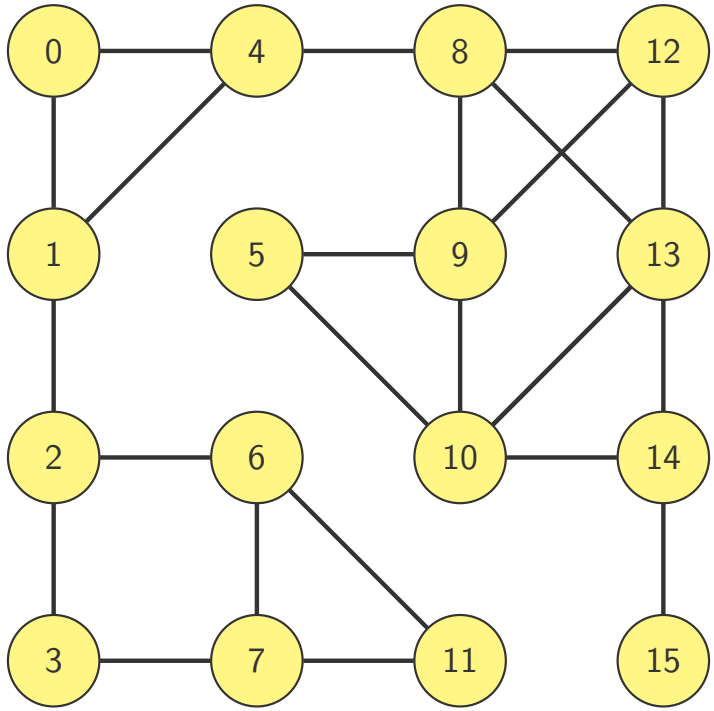
- **Árvore de Profundidade:** é arvore induzida pela busca em profundidade em uma componente conexa de um grafo G.
  - Raiz da árvore: vértice inicial da busca.
  - Pai de $v \in V(G)$: nó que levou à descoberta de v.

- Vértice inicial e ordem dos vizinhos variam e podem levar a árvores distintas.





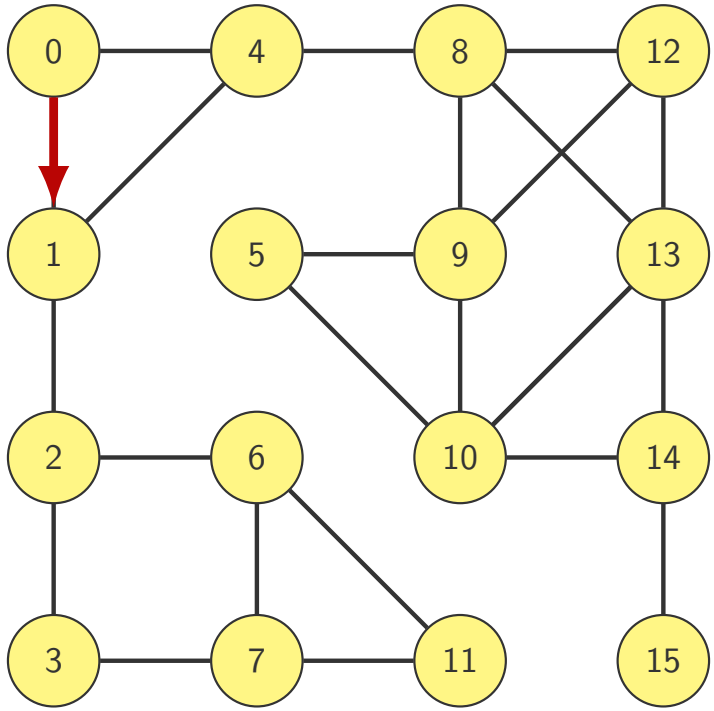
Determinando o pai de um nó na árvore DFS



Guardamos o pai de cada nó na árvore no vetor de predecessores π.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
NIL															

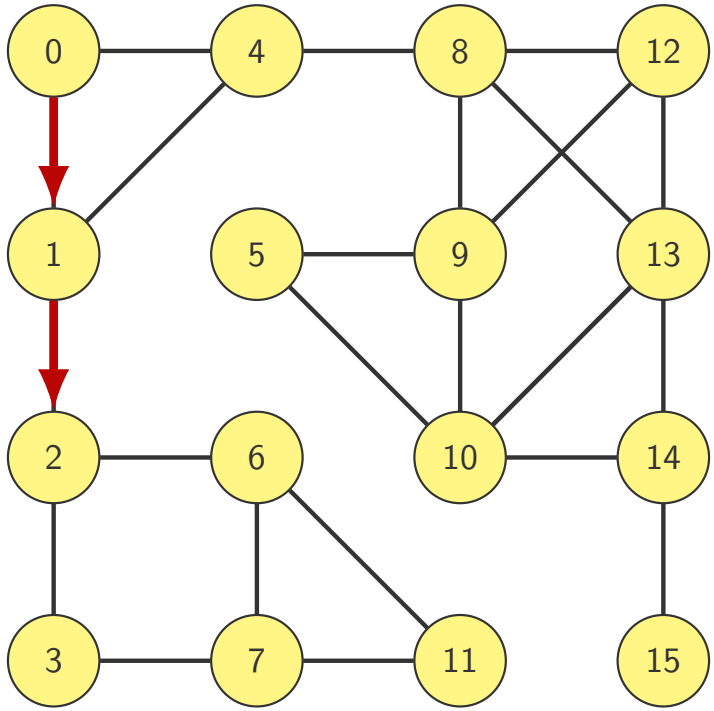
Determinando o pai de um nó na árvore DFS



Guardamos o pai de cada nó na árvore no vetor de predecessores π.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
NIL	0														

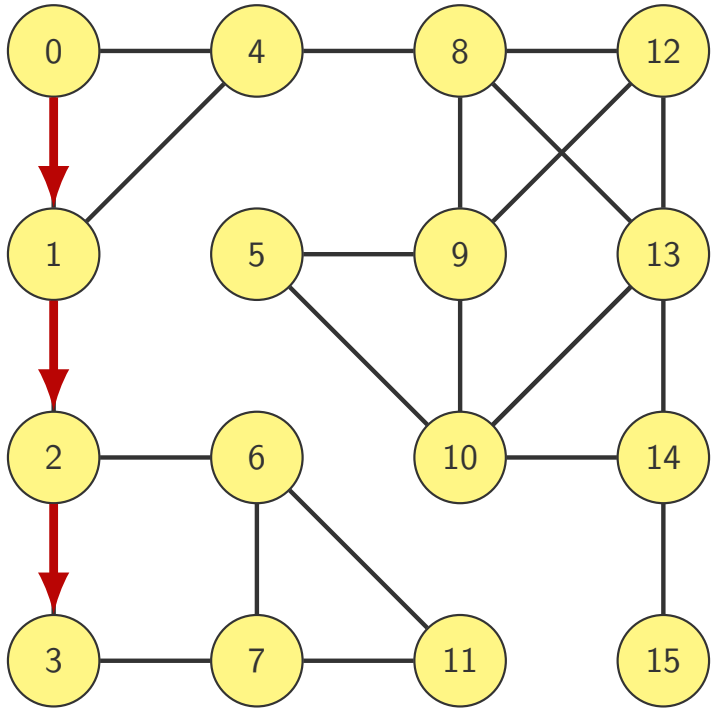
Determinando o pai de um nó na árvore DFS



Guardamos o pai de cada nó na árvore no vetor de predecessores π.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
NIL	0	1													

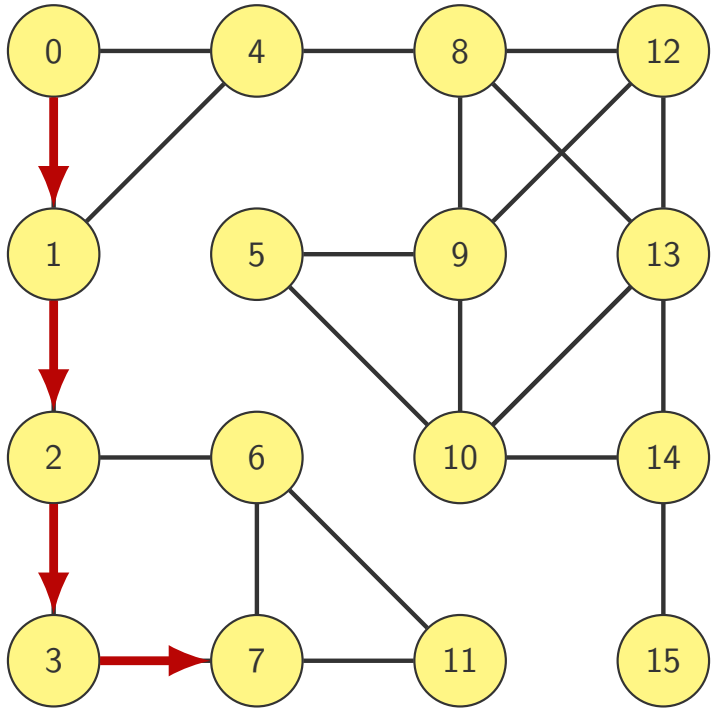
Determinando o pai de um nó na árvore DFS



Guardamos o pai de cada nó na árvore no vetor de predecessores π.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
NIL	0	1	2												

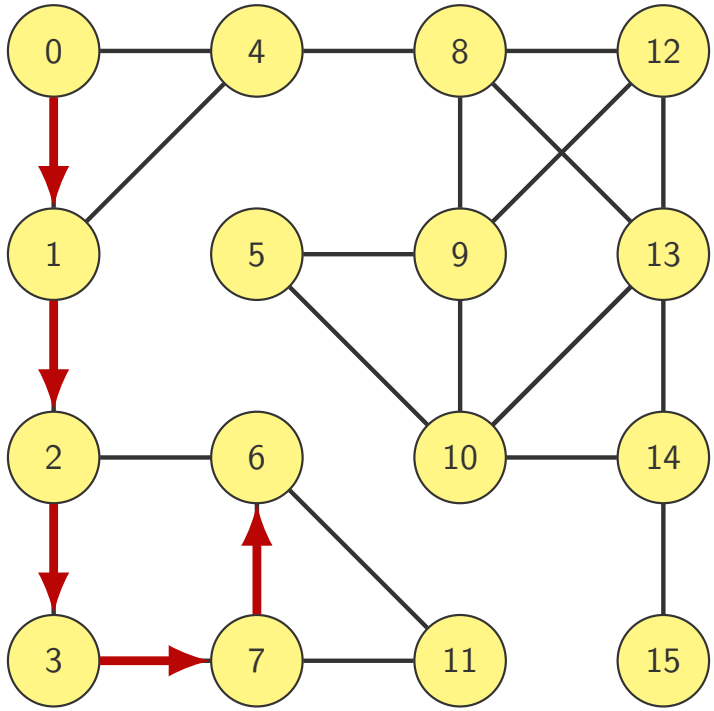
Determinando o pai de um nó na árvore DFS



Guardamos o pai de cada nó na árvore no vetor de predecessores π.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
NIL	0	1	2				3								

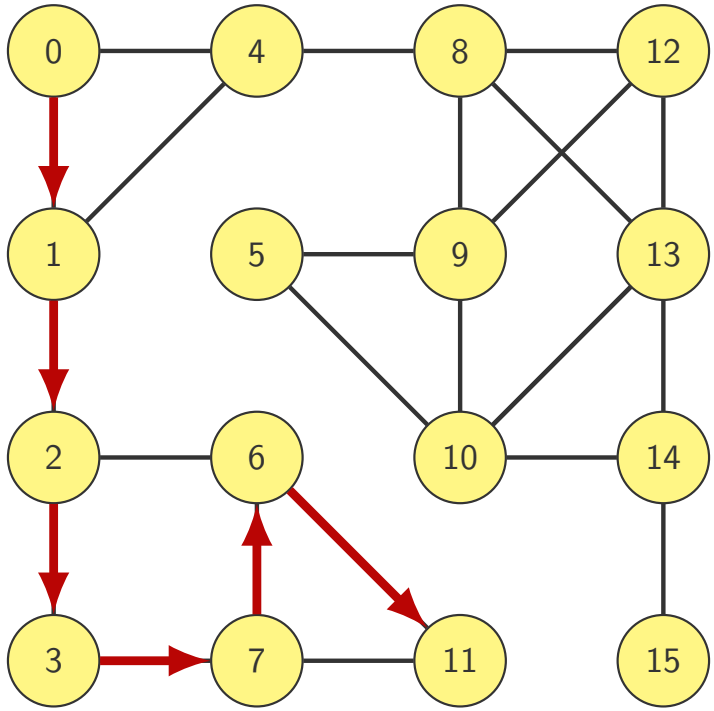
Determinando o pai de um nó na árvore DFS



Guardamos o pai de cada nó na árvore no vetor de predecessores π.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
NIL	0	1	2			7	3								

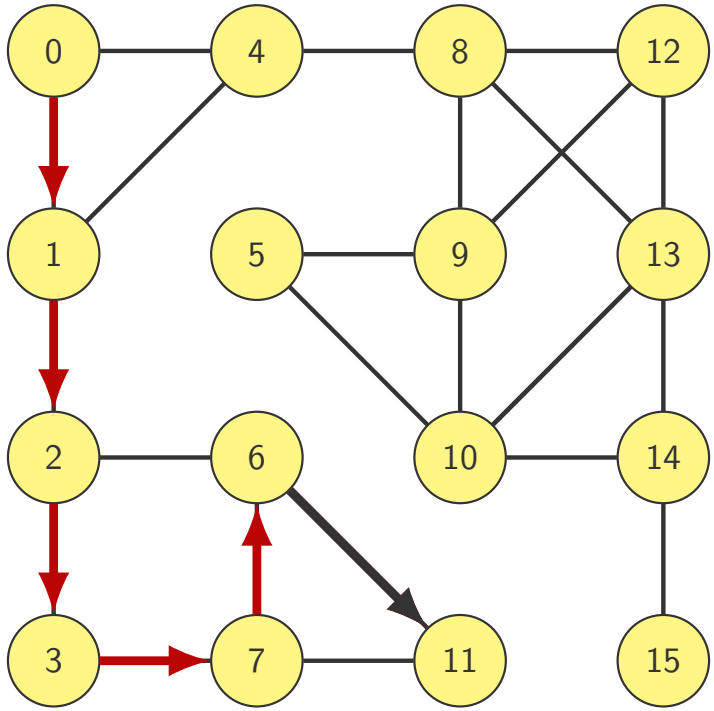
Determinando o pai de um nó na árvore DFS



Guardamos o pai de cada nó na árvore no vetor de predecessores π.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
NIL	0	1	2			7	3				6				

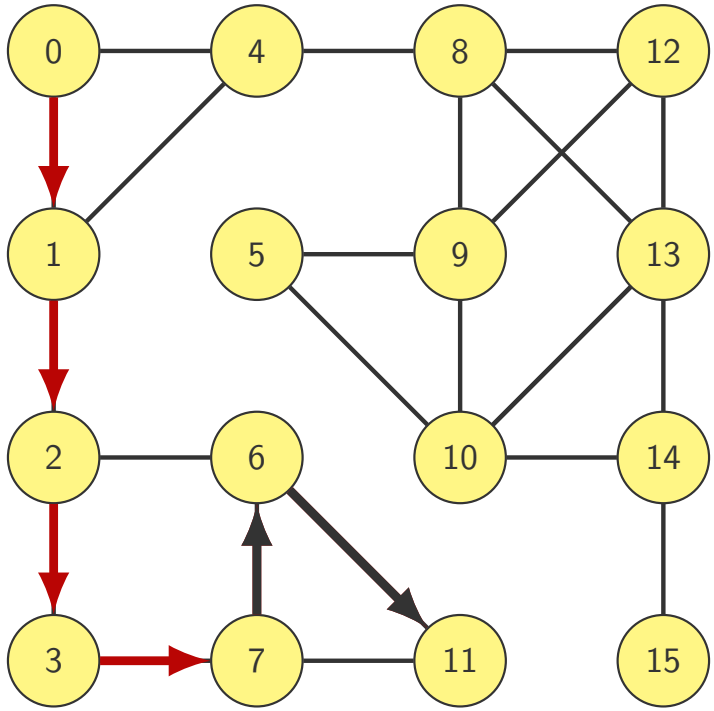
Determinando o pai de um nó na árvore DFS



Guardamos o pai de cada nó na árvore no vetor de predecessores π.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
NIL	0	1	2			7	3				6				

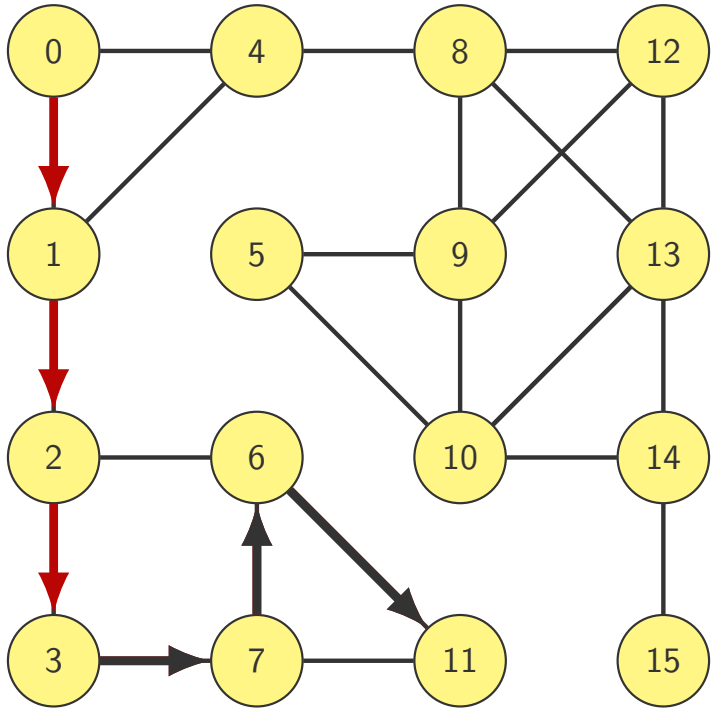
Determinando o pai de um nó na árvore DFS



Guardamos o pai de cada nó na árvore no vetor de predecessores π.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
NIL	0	1	2			7	3				6				

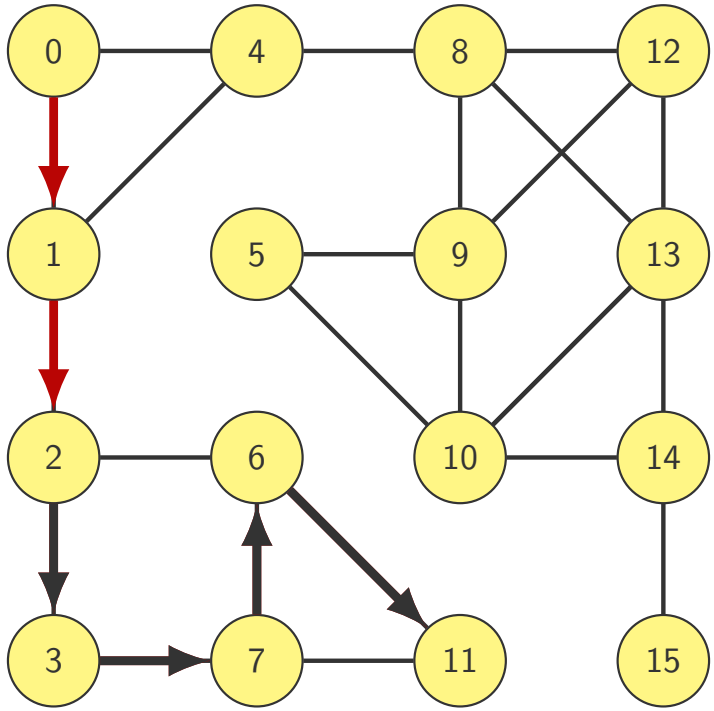
Determinando o pai de um nó na árvore DFS



Guardamos o pai de cada nó na árvore no vetor de predecessores π.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
NIL	0	1	2			7	3				6				

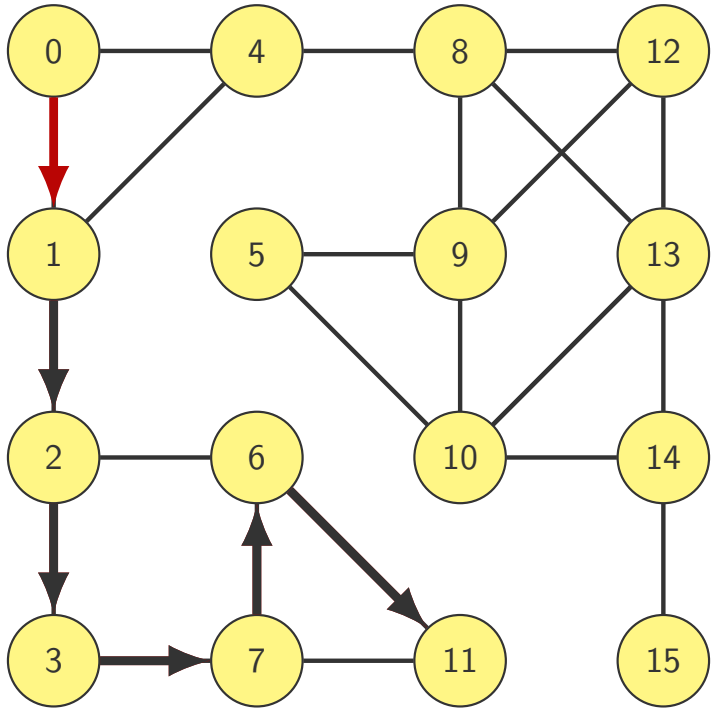
Determinando o pai de um nó na árvore DFS



Guardamos o pai de cada nó na árvore no vetor de predecessores π.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
NIL	0	1	2			7	3				6				

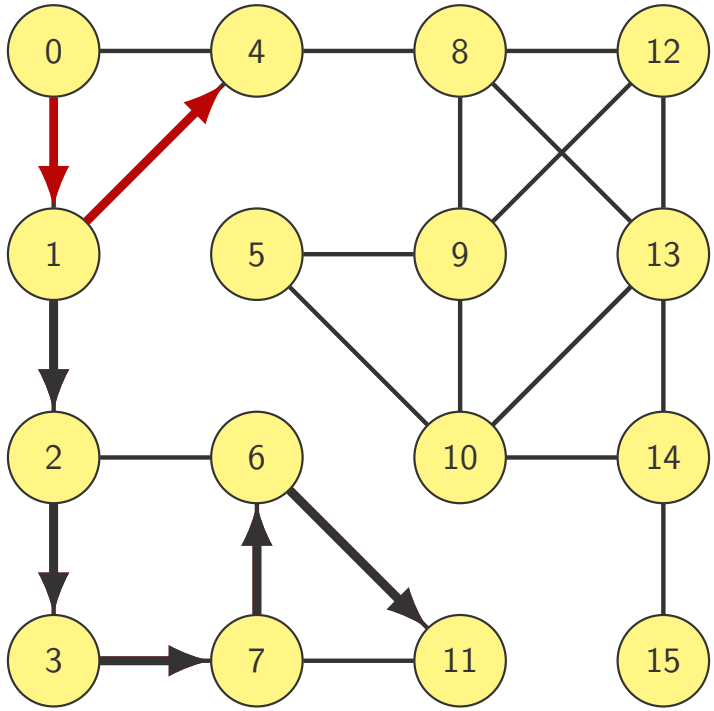
Determinando o pai de um nó na árvore DFS



Guardamos o pai de cada nó na árvore no vetor de predecessores π.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
NIL	0	1	2			7	3				6				

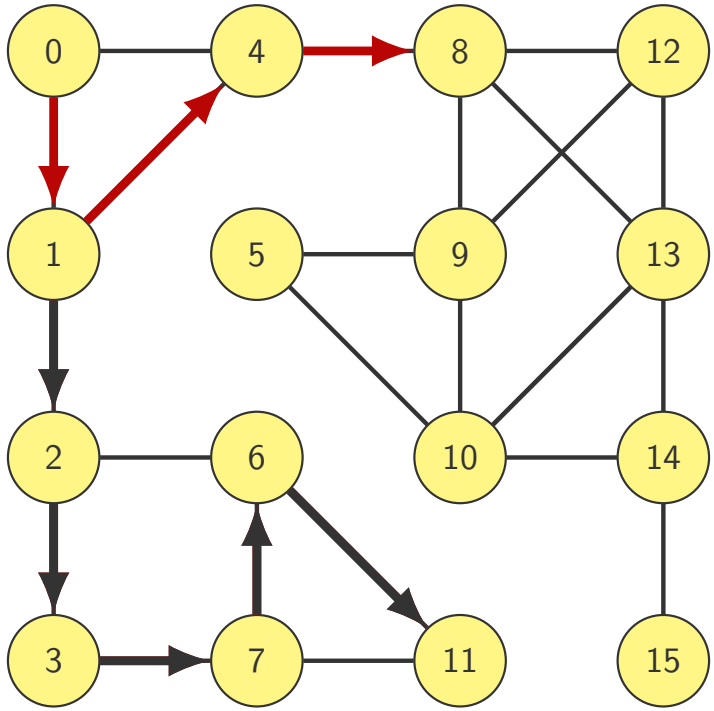
Determinando o pai de um nó na árvore DFS



Guardamos o pai de cada nó na árvore no vetor de predecessores π.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
NIL	0	1	2	1		7	3				6				

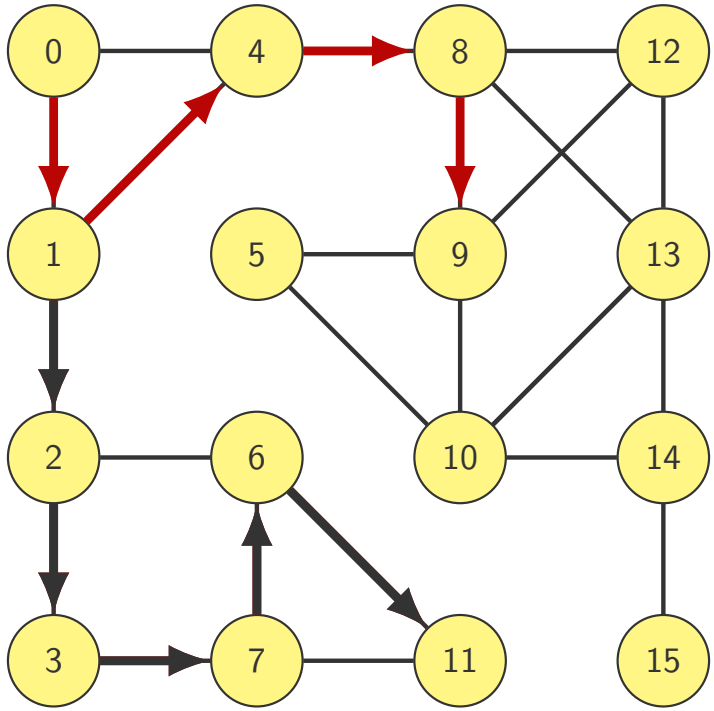
Determinando o pai de um nó na árvore DFS



Guardamos o pai de cada nó na árvore no vetor de predecessores π.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
NIL	0	1	2	1		7	3	4			6					

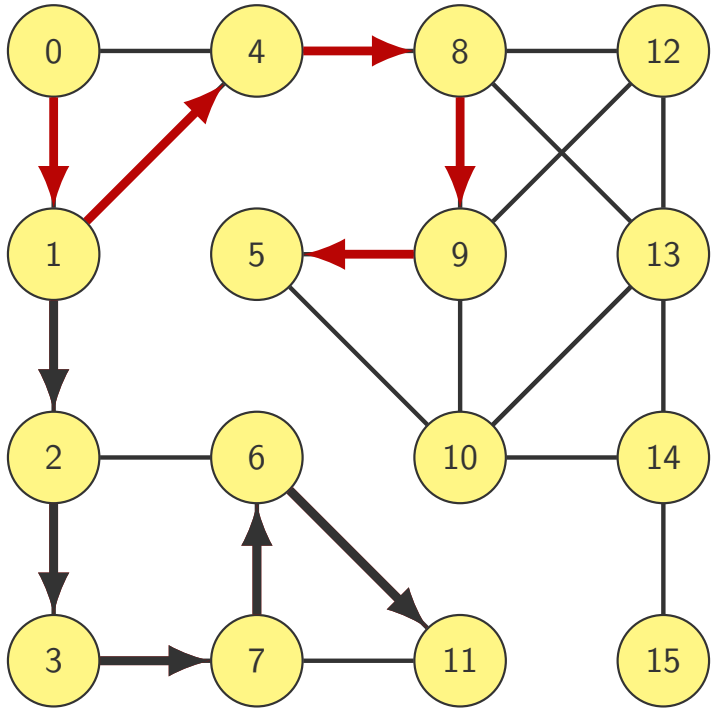
Determinando o pai de um nó na árvore DFS



Guardamos o pai de cada nó na árvore no vetor de predecessores π.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
NIL	0	1	2	1		7	3	4	8		6					

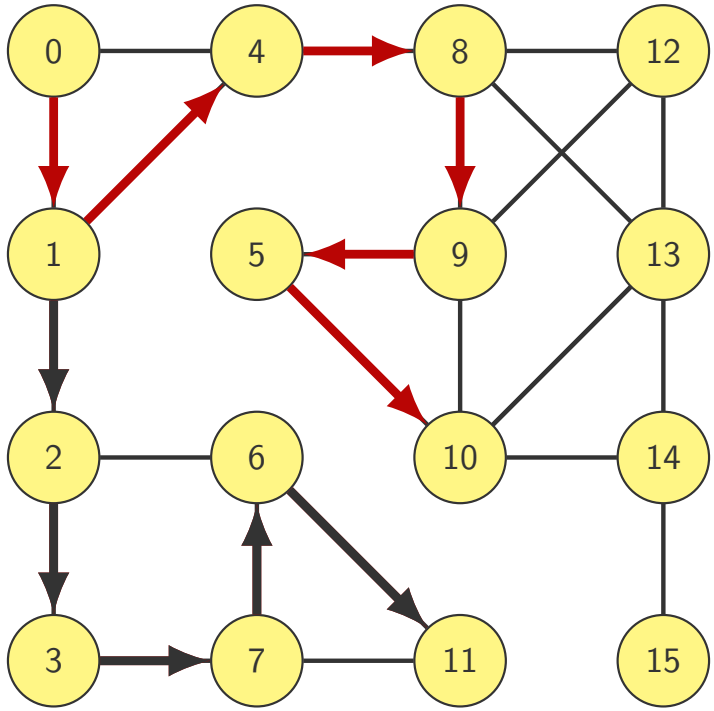
Determinando o pai de um nó na árvore DFS



Guardamos o pai de cada nó na árvore no vetor de predecessores π.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
NIL	0	1	2	1	9	7	3	4	8		6				

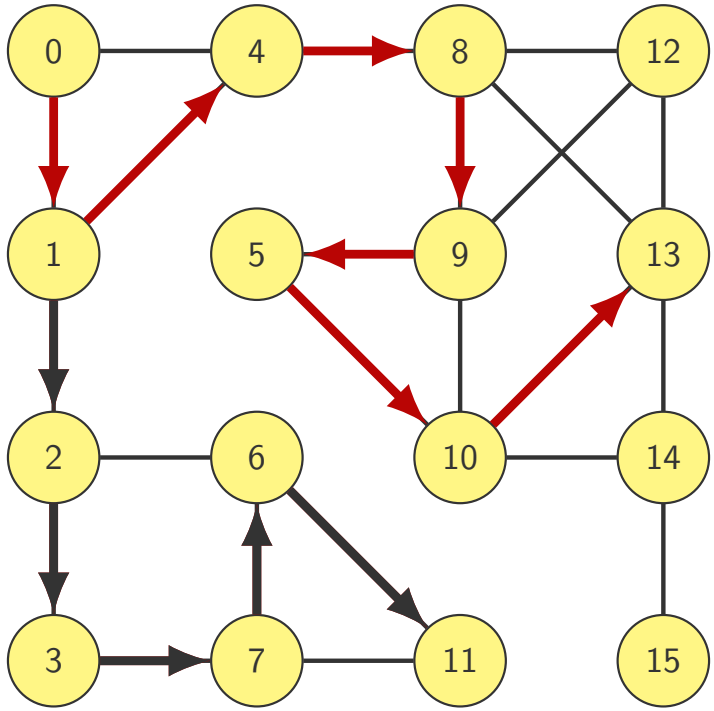
Determinando o pai de um nó na árvore DFS



Guardamos o pai de cada nó na árvore no vetor de predecessores π.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
π	NIL	0	1	2	1	9	7	3	4	8	5	6				

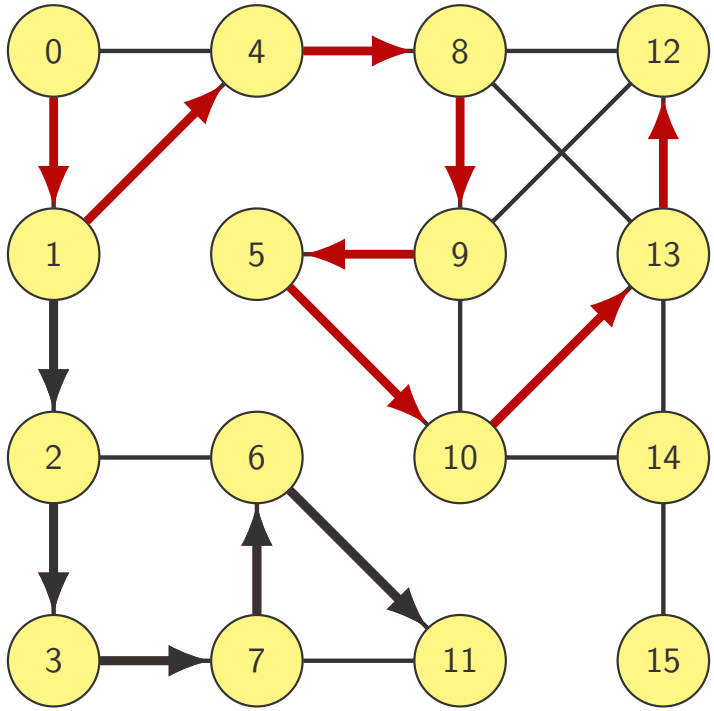
Determinando o pai de um nó na árvore DFS



Guardamos o pai de cada nó na árvore no vetor de predecessores π.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
NIL	0	1	2	1	9	7	3	4	8	5	6		10		

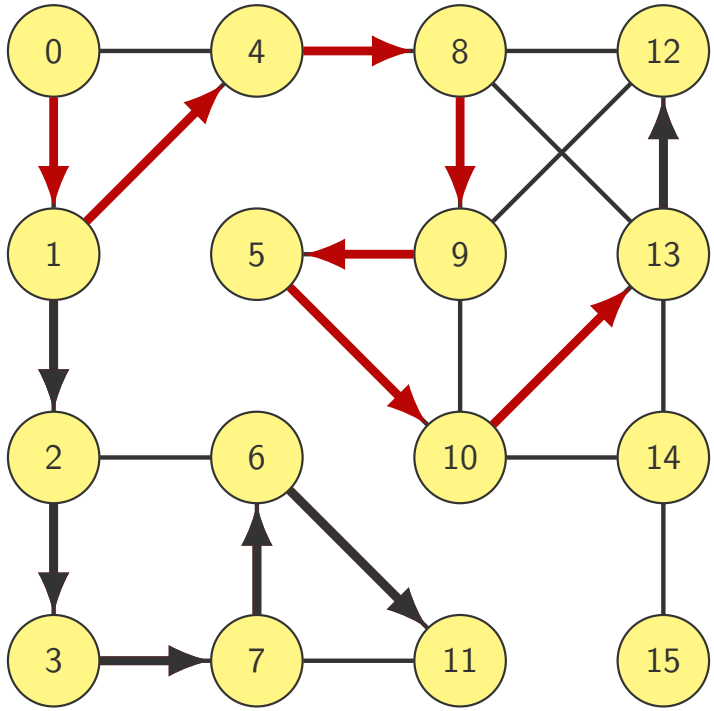
Determinando o pai de um nó na árvore DFS



Guardamos o pai de cada nó na árvore no vetor de predecessores π.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
NIL	0	1	2	1	9	7	3	4	8	5	6	13	10			

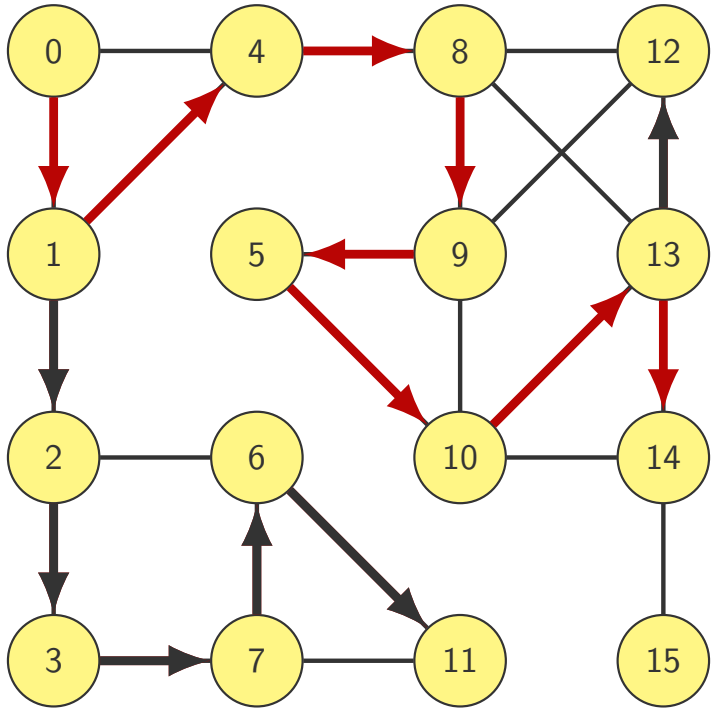
Determinando o pai de um nó na árvore DFS



Guardamos o pai de cada nó na árvore no vetor de predecessores π.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
π	NIL	0	1	2	1	9	7	3	4	8	5	6	13	10		

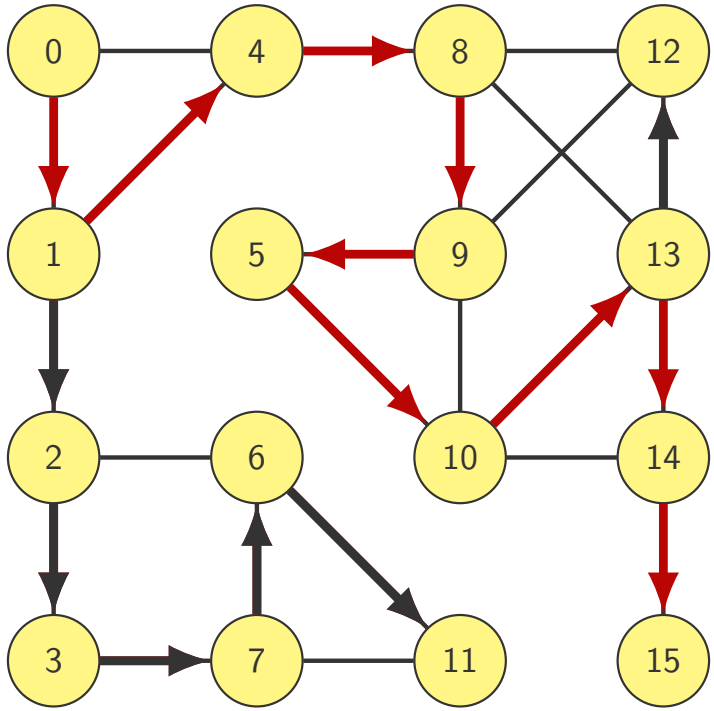
Determinando o pai de um nó na árvore DFS



Guardamos o pai de cada nó na árvore no vetor de predecessores π.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
π	NIL	0	1	2	1	9	7	3	4	8	5	6	13	10	13	

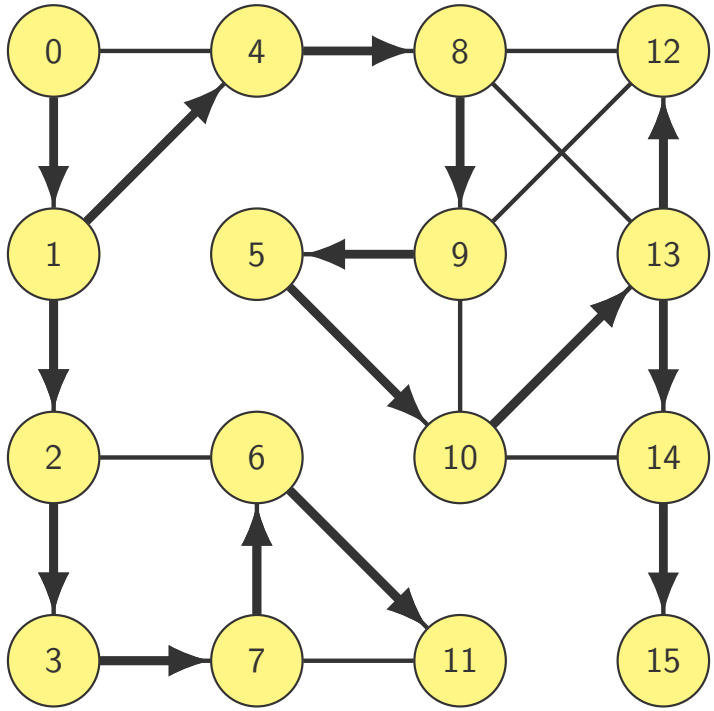
Determinando o pai de um nó na árvore DFS



Guardamos o pai de cada nó na árvore no vetor de predecessores π.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
π	NIL	0	1	2	1	9	7	3	4	8	5	6	13	10	13	14

Determinando o pai de um nó na árvore DFS



Guardamos o pai de cada nó na árvore no vetor de predecessores π.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
NIL	0	1	2	1	9	7	3	4	8	5	6	13	10	13	14	

Como implementar a busca em profundidade?

- Note que o DFS volta atrás (backtracks) quando encontra um "beco sem saída", ou seja, quando encontra um vértice sem arestas a serem exploradas.
  - Ele volta até encontrar o primeiro vértice descoberto que tem vizinhos ainda não descobertos.

Como implementar a busca em profundidade?

- Note que o DFS volta atrás (backtracks) quando encontra um "beco sem saída", ou seja, quando encontra um vértice sem arestas a serem exploradas.
  - Ele volta até encontrar o primeiro vértice descoberto que tem vizinhos ainda não descobertos.

- Logo, o DFS pode ser projetado como um **algoritmo recursivo**.
  - ou como um algoritmo iterativo usando pilha.

Cores dos vértices

De novo, vamos pintar o grafo durante a busca:

- cor[v] $=$ branco se não descobrimos v ainda.

Cores dos vértices

De novo, vamos pintar o grafo durante a busca:

- cor[v] $=$ branco se não descobrimos v ainda.
- cor[v] $=$ cinza se já descobrimos, mas não finalizamos v.

Cores dos vértices

De novo, vamos pintar o grafo durante a busca:

- cor[v] $=$ branco se não descobrimos v ainda.
- cor[v] $=$ cinza se já descobrimos, mas não finalizamos v.
- cor[v] $=$ preto se já descobrimos e já finalizamos v.

Cores dos vértices

De novo, vamos pintar o grafo durante a busca:

- cor[v] $=$ branco se não descobrimos v ainda.
- cor[v] $=$ cinza se já descobrimos, mas não finalizamos v.
- cor[v] $=$ preto se já descobrimos e já finalizamos v.

Observações

- os vértices cinza têm suas chamadas recursivas ativas
- a pilha de chamadas induz um caminho na floresta

Tempo de descoberta e finalização

A busca em profundidade associa dois rótulos aos vértices:

- $d[u]$: instante da descoberta de u.
- $f[u]$: instante da finalização de u (completamente explorado.)

Tempo de descoberta e finalização

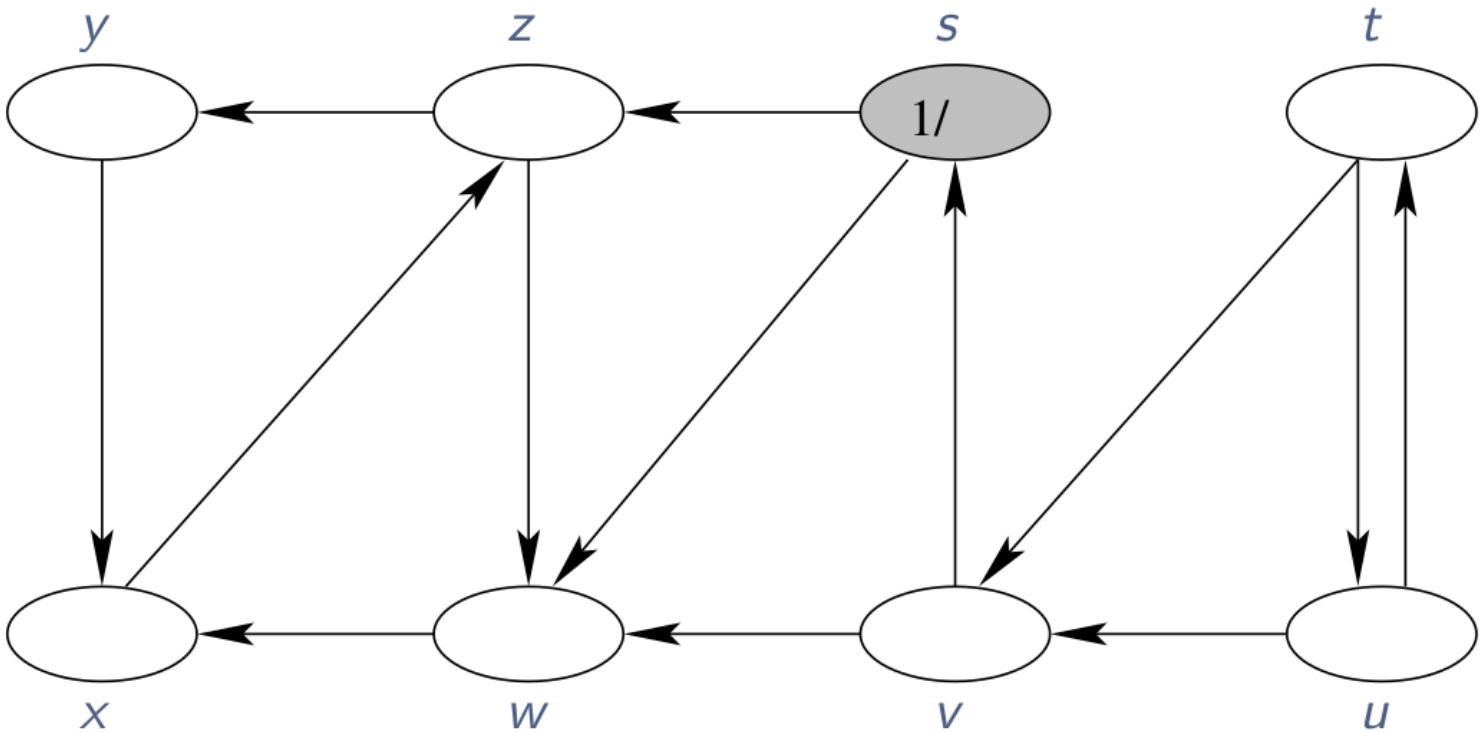
A busca em profundidade associa dois rótulos aos vértices:

- $d[u]$: instante da descoberta de u.
- $f[u]$: instante da finalização de u (completamente explorado.)

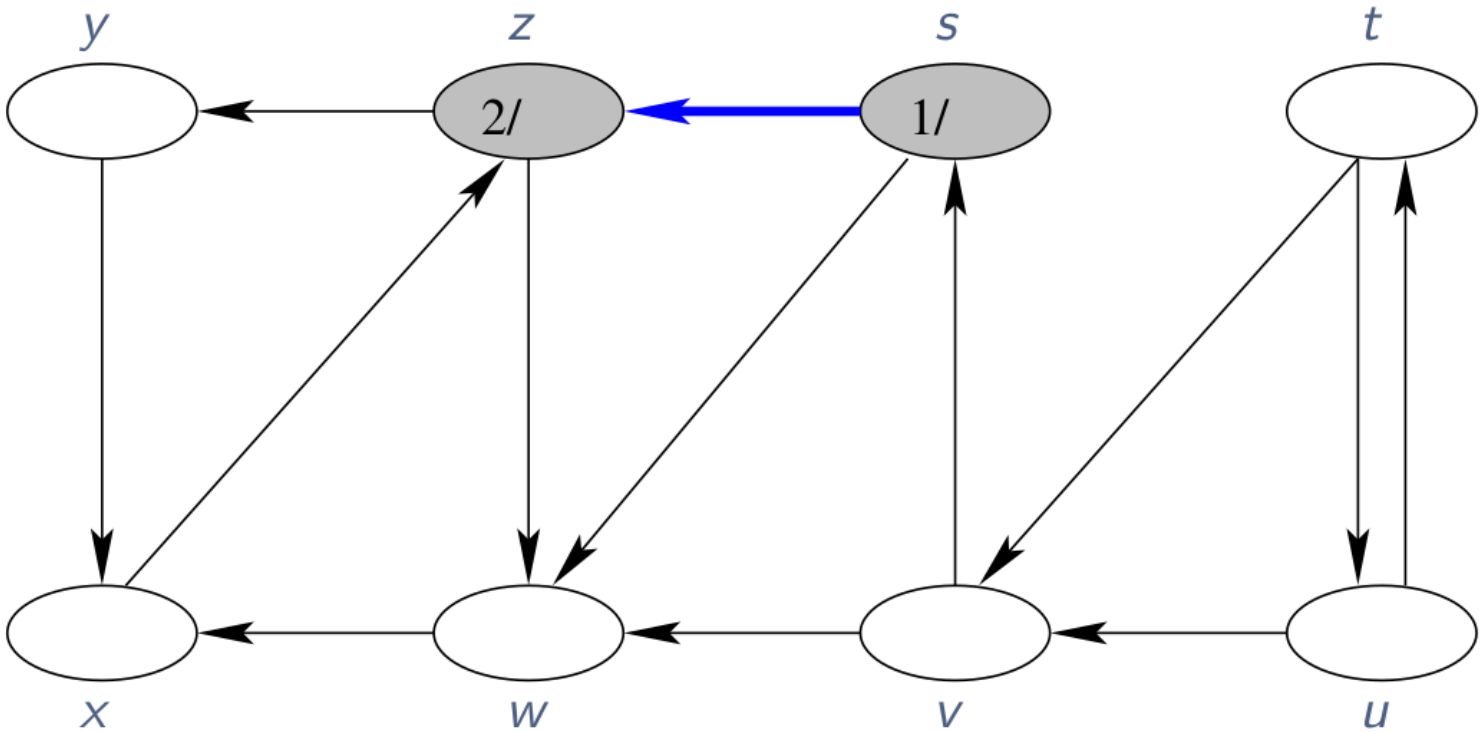
Observações

- os rótulos são inteiros distintos entre 1 e $2|V|$
- refletem os instantes em que v muda de cor

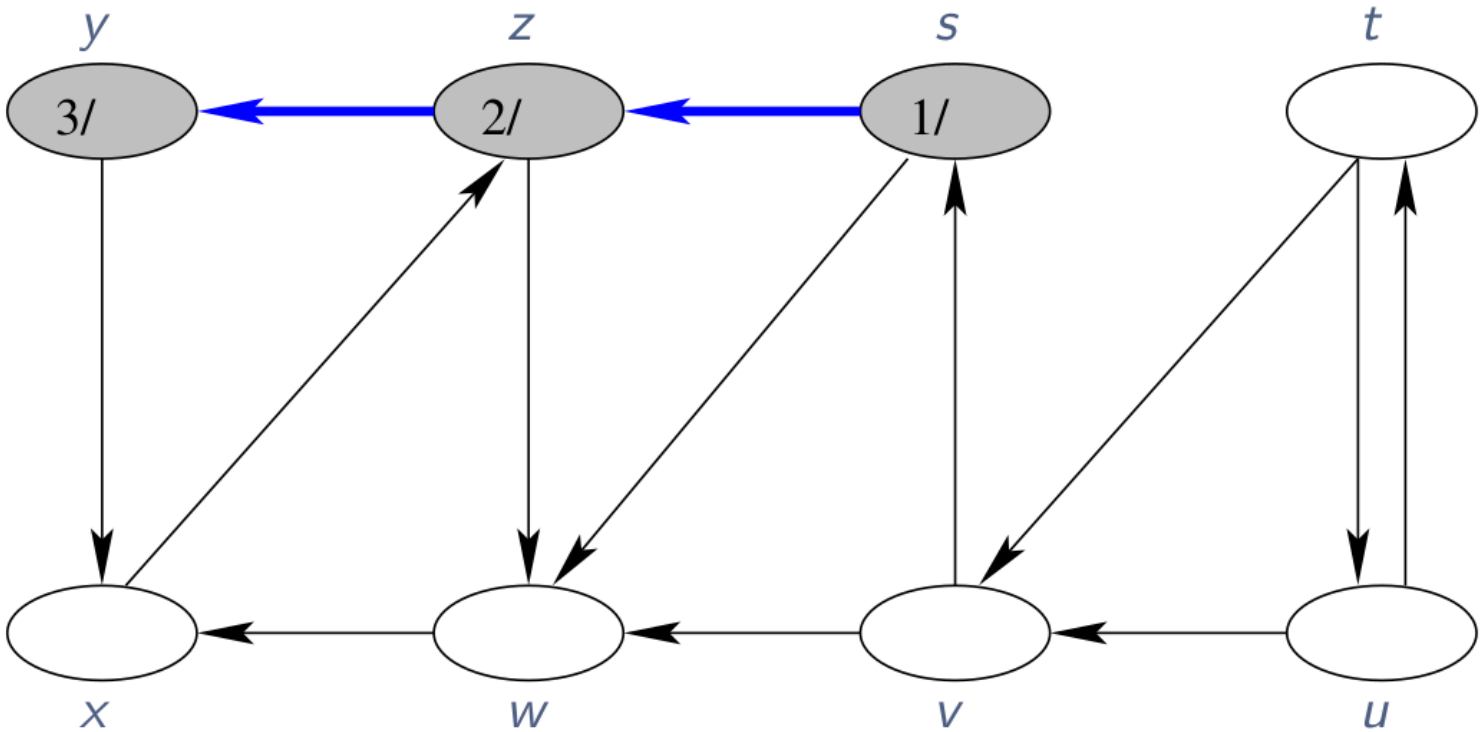
Exemplo de busca em profundidade



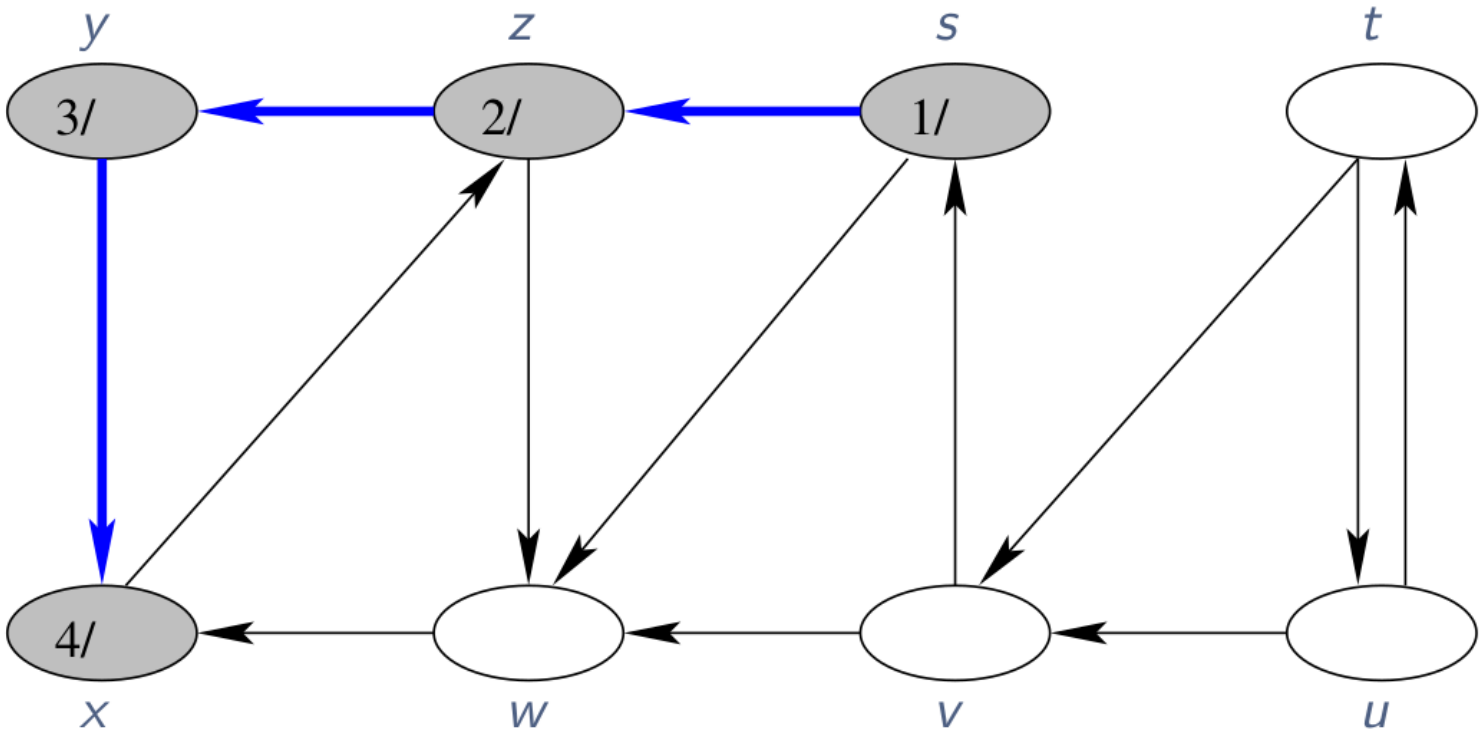
Exemplo de busca em profundidade



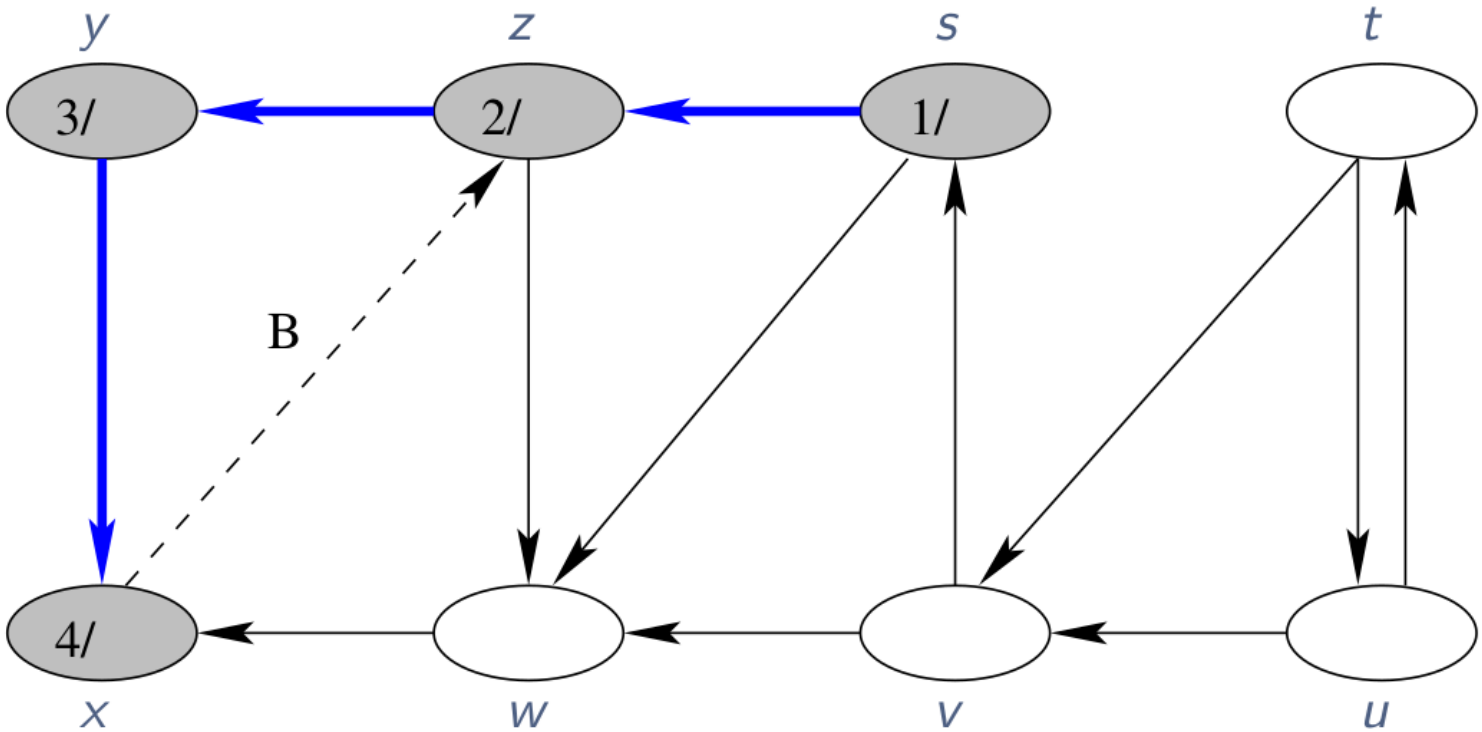
Exemplo de busca em profundidade



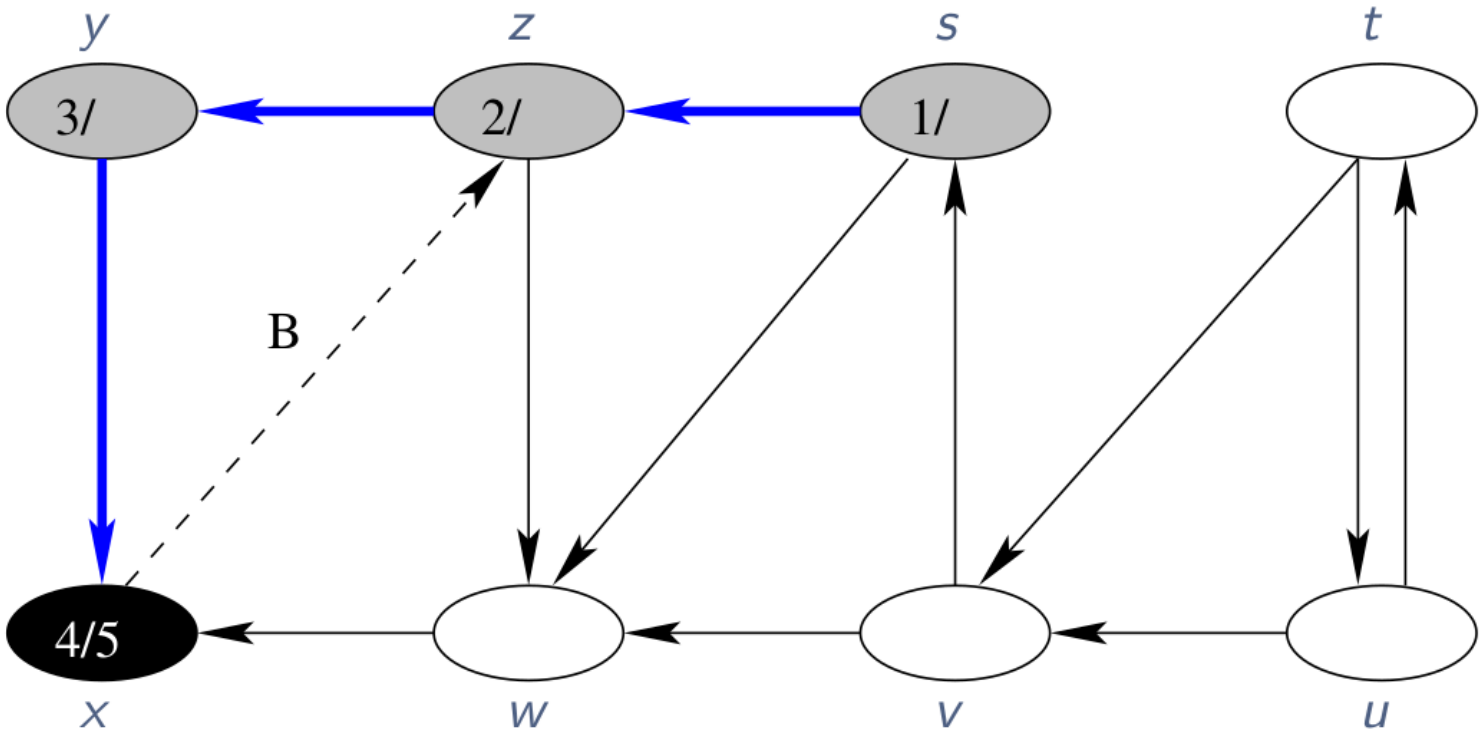
Exemplo de busca em profundidade



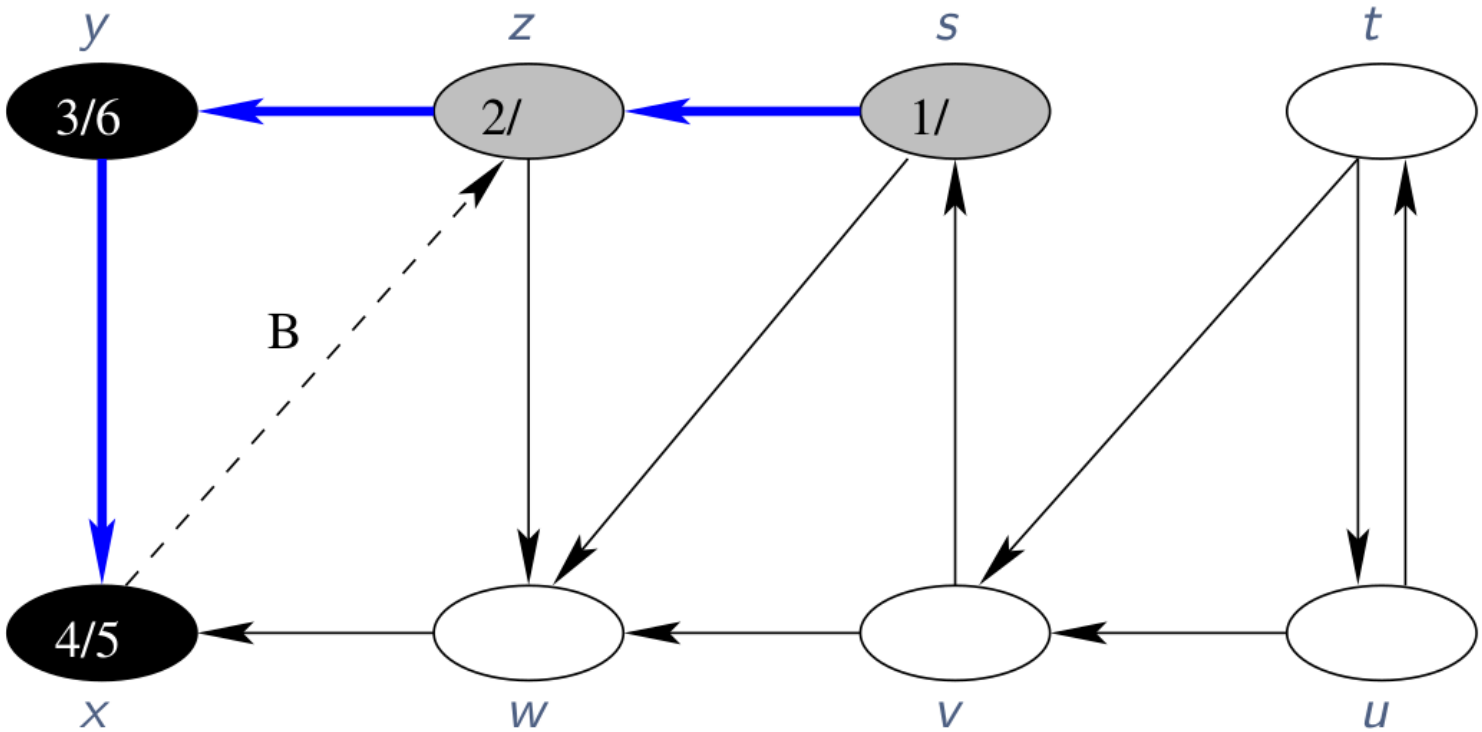
Exemplo de busca em profundidade



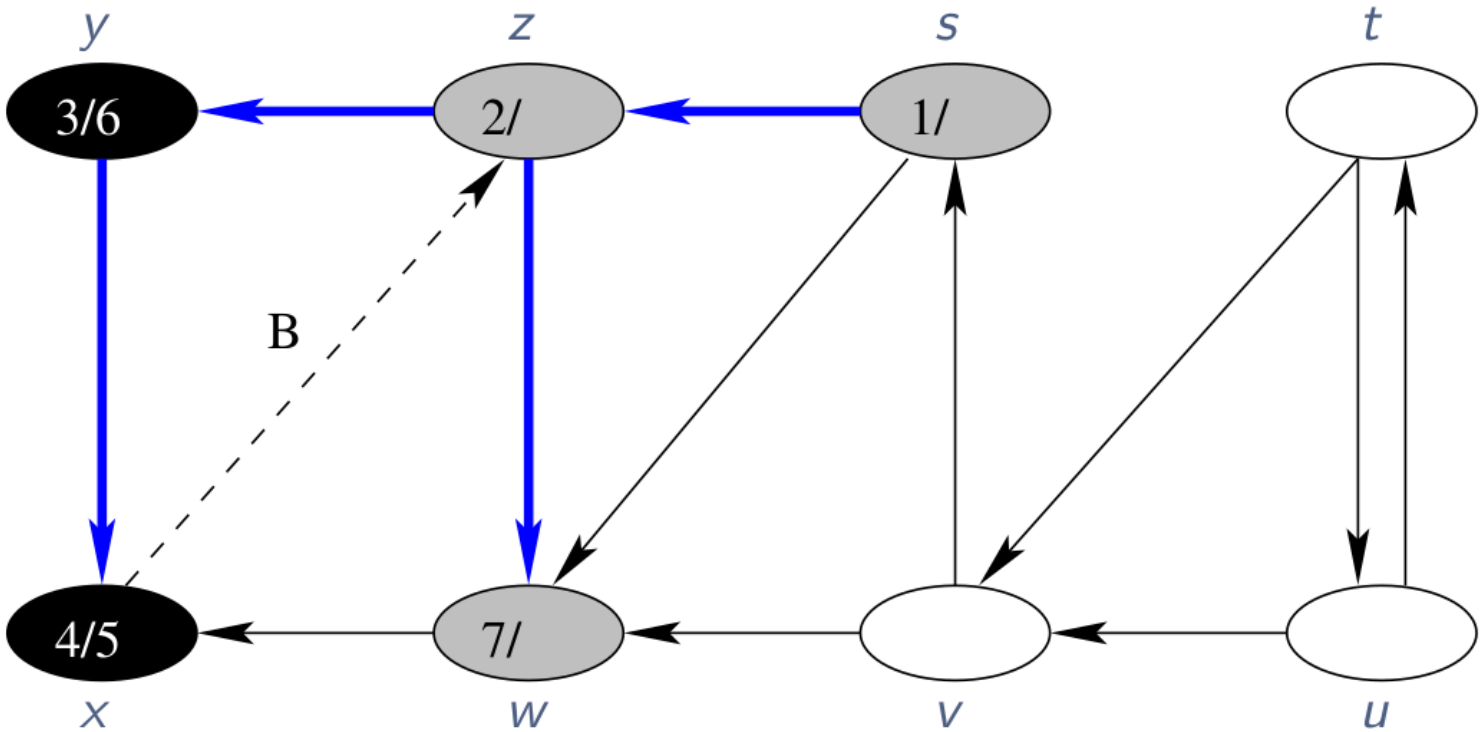
Exemplo de busca em profundidade



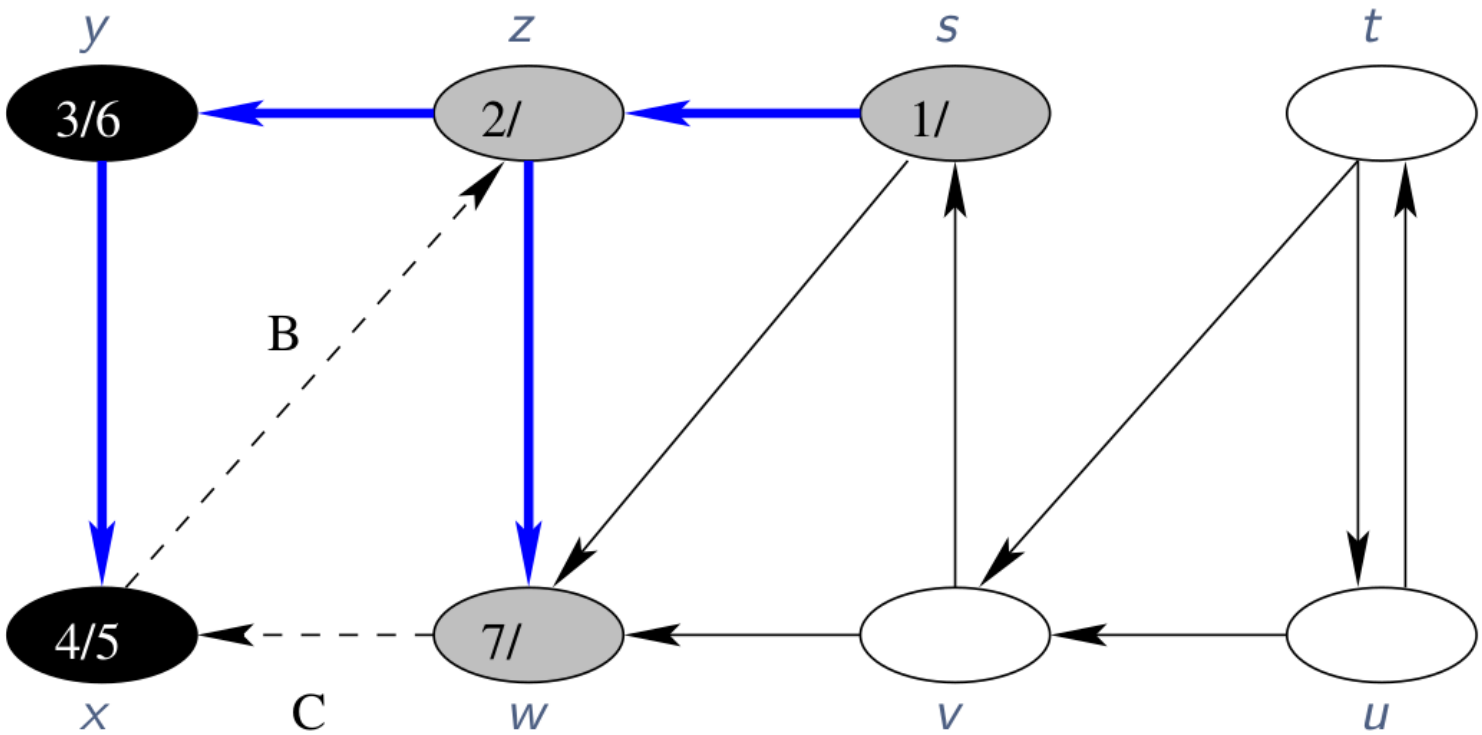
Exemplo de busca em profundidade



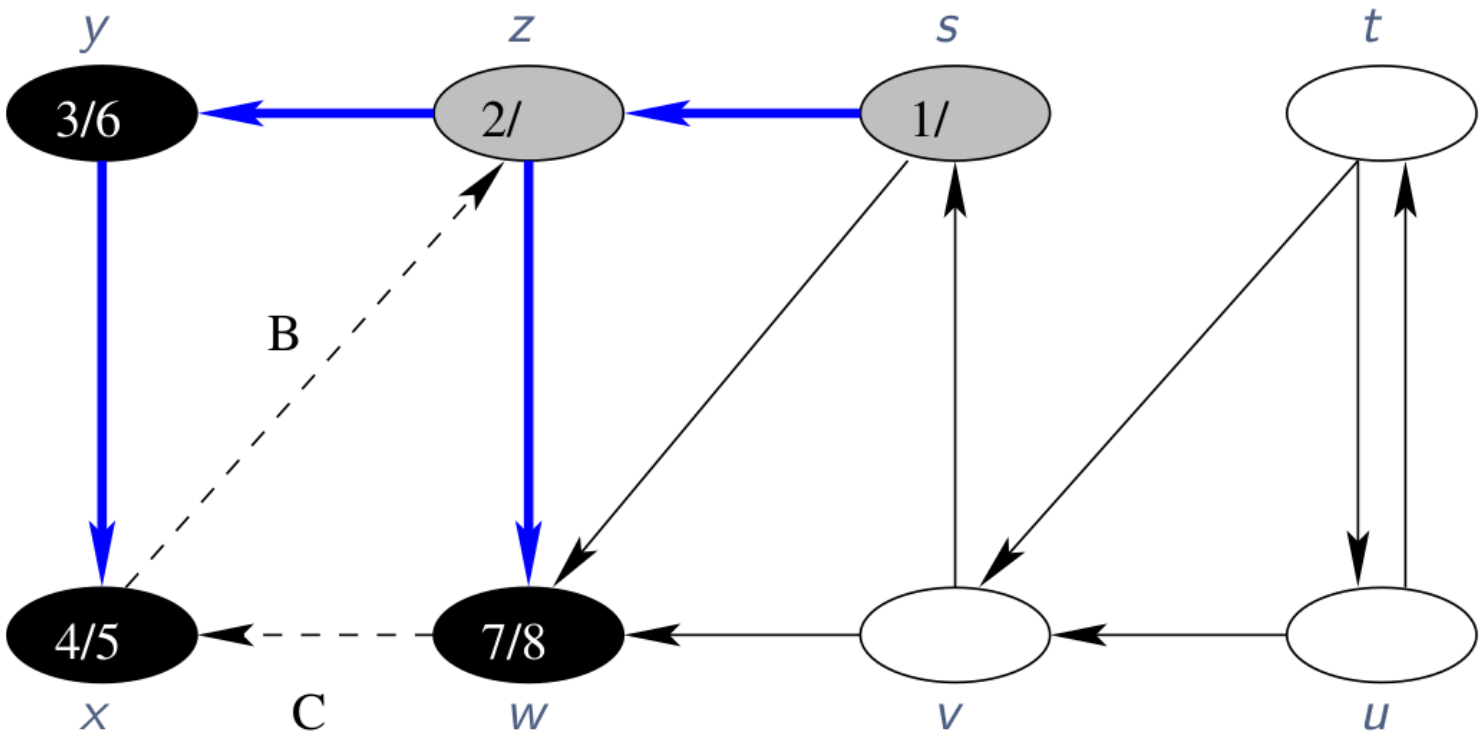
Exemplo de busca em profundidade



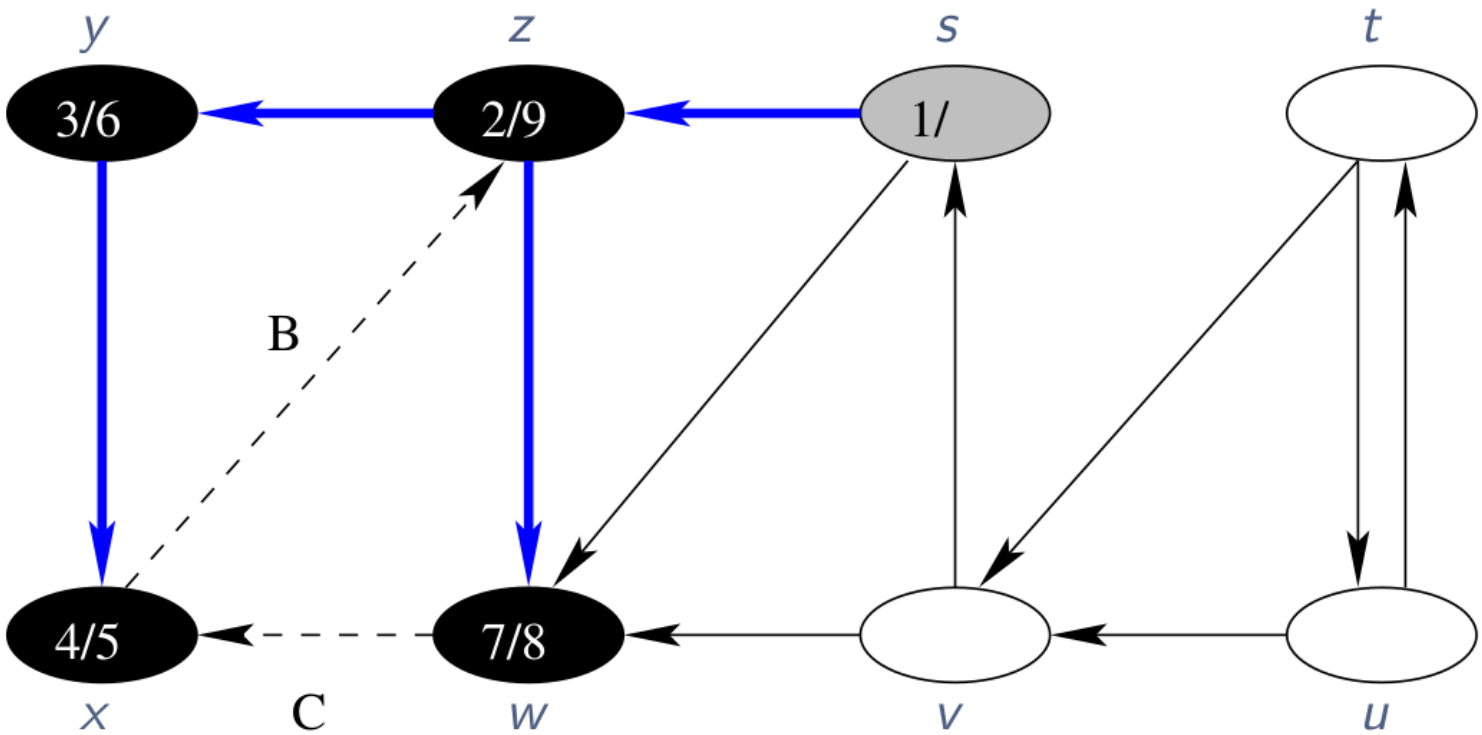
Exemplo de busca em profundidade



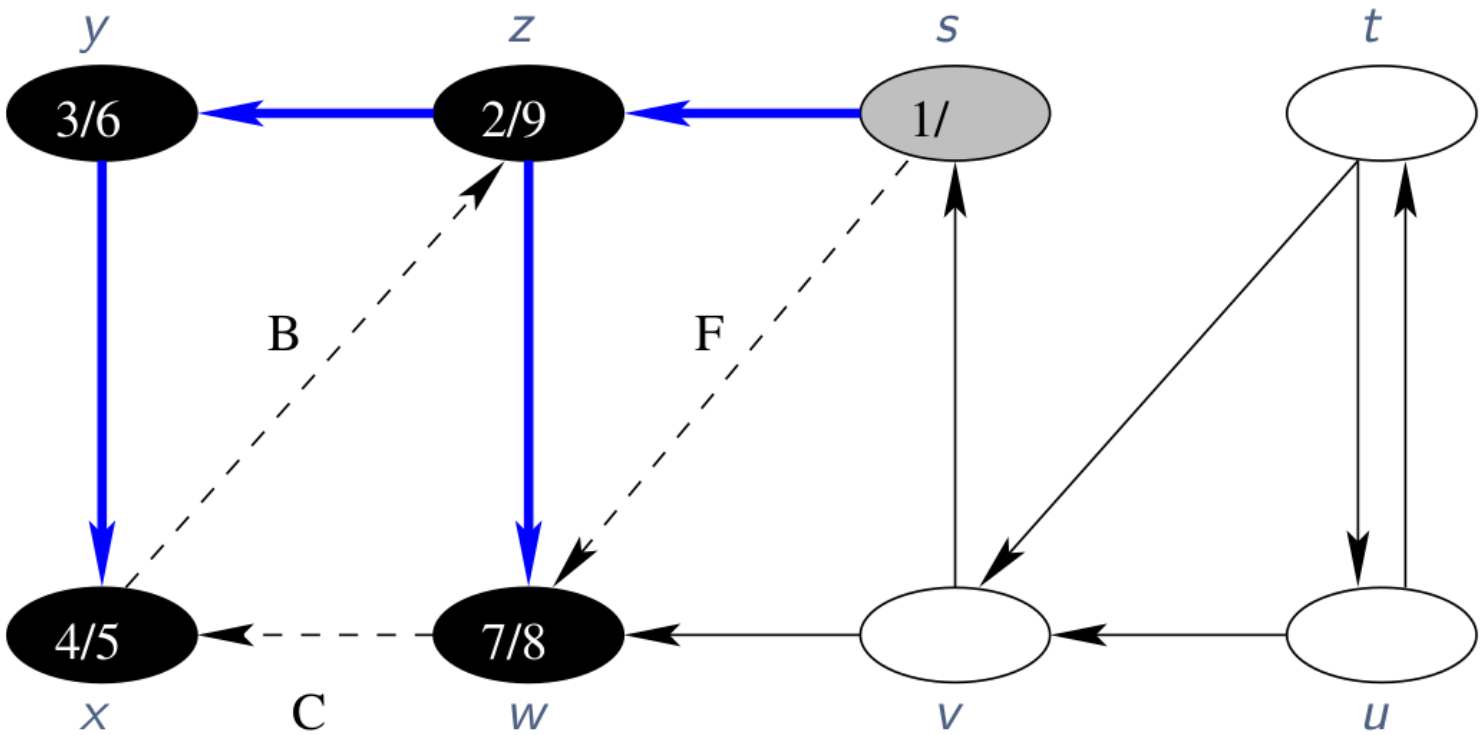
Exemplo de busca em profundidade



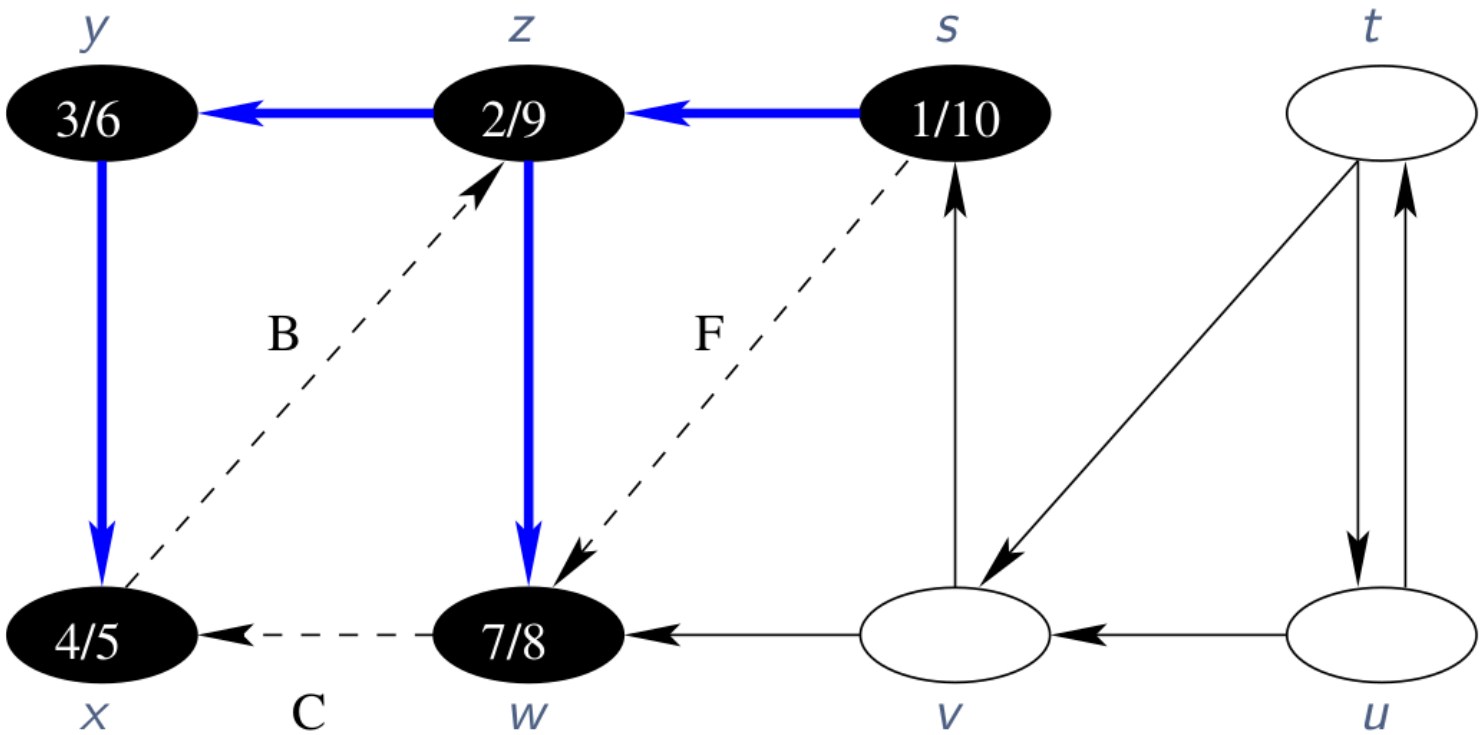
Exemplo de busca em profundidade



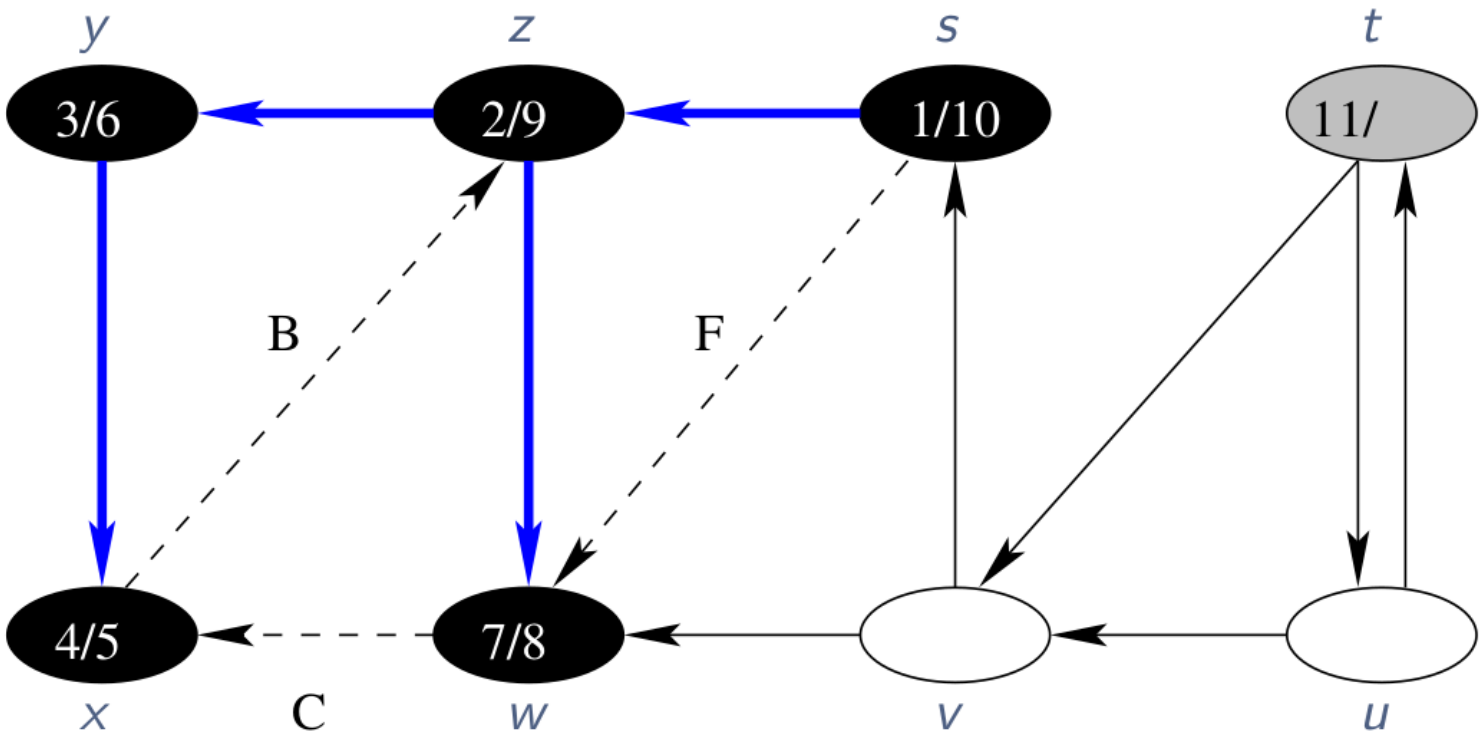
Exemplo de busca em profundidade



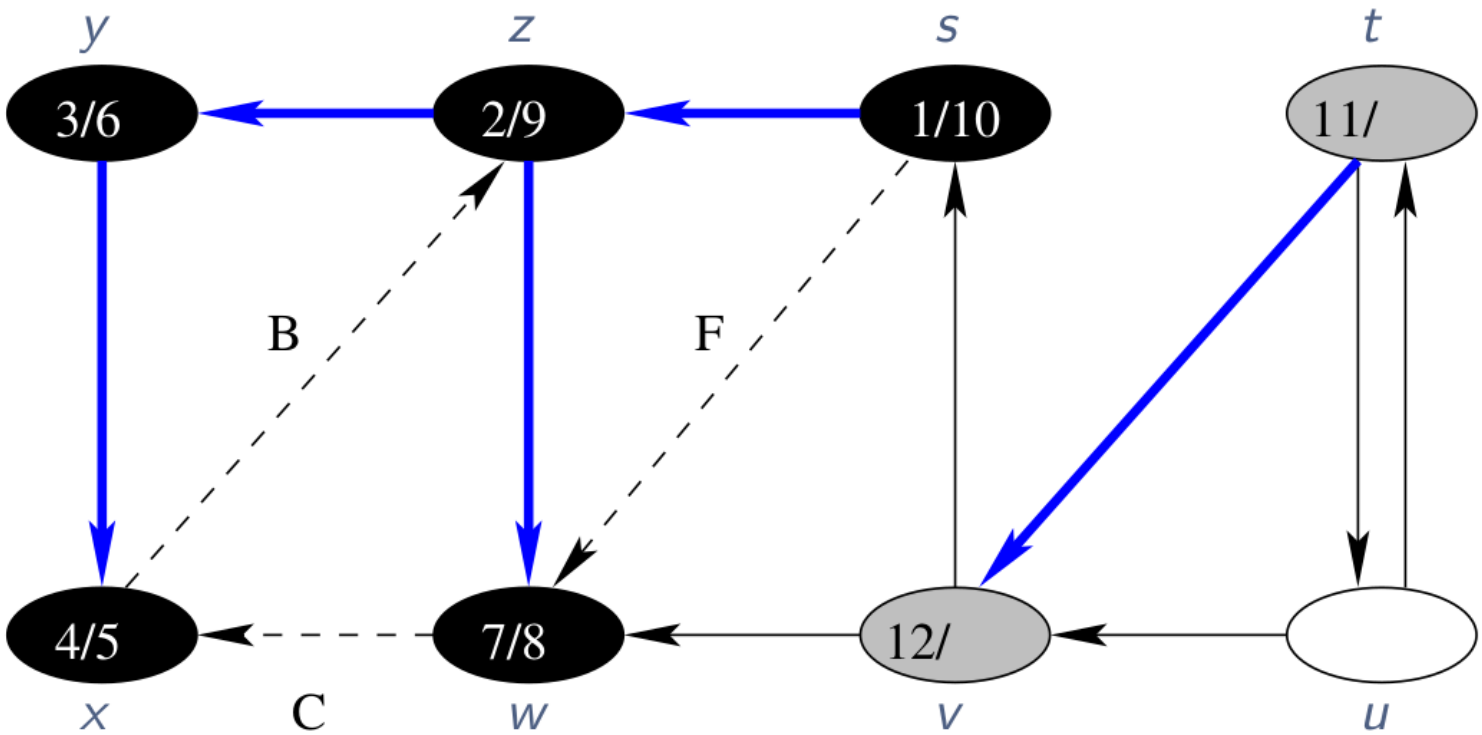
Exemplo de busca em profundidade



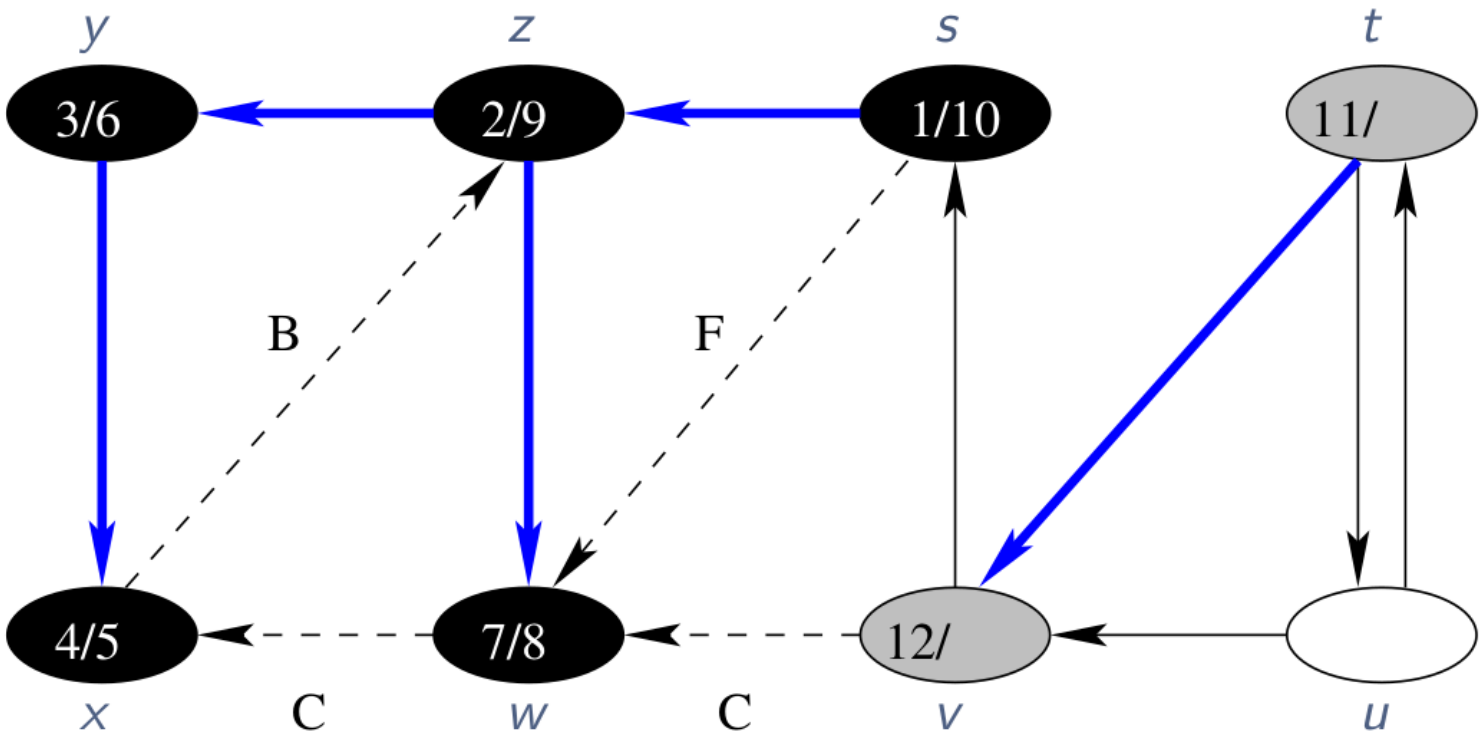
Exemplo de busca em profundidade



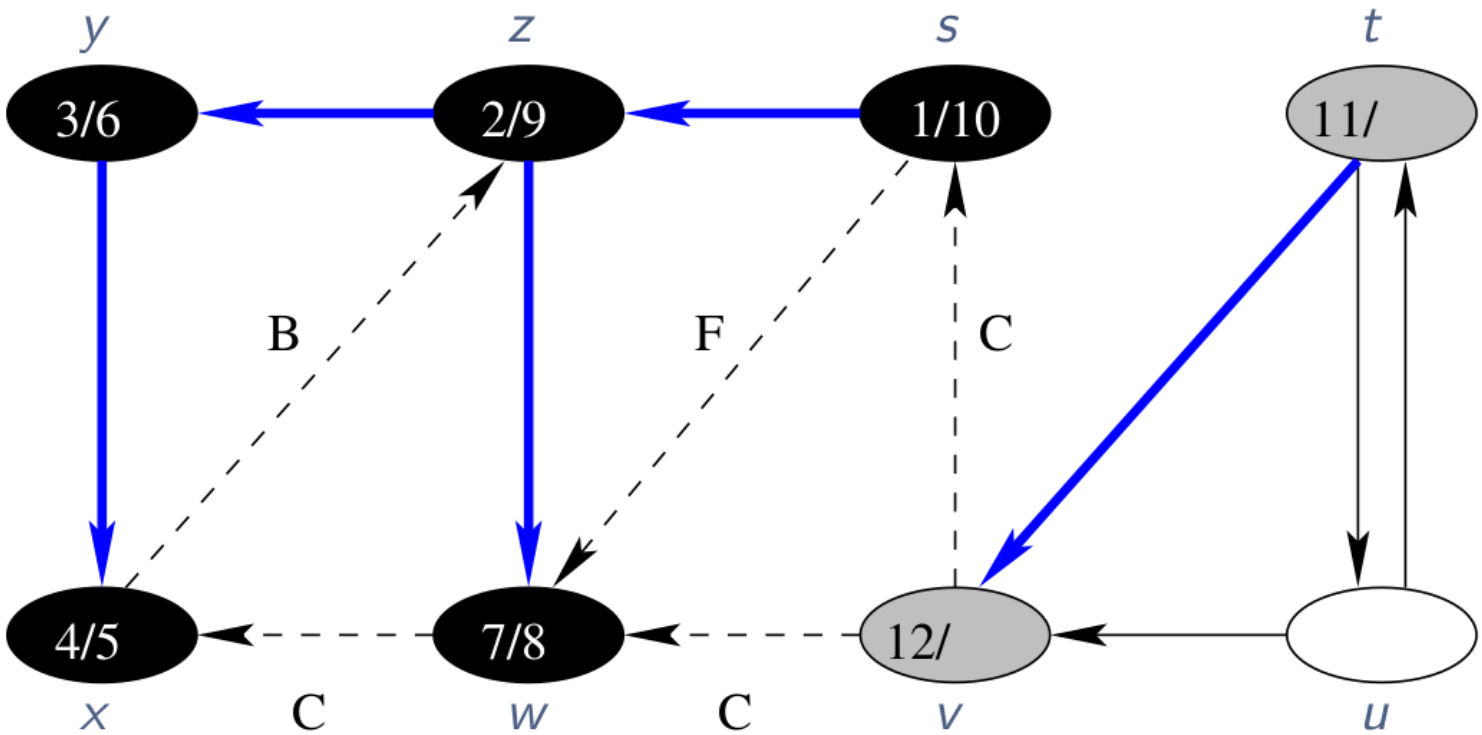
Exemplo de busca em profundidade



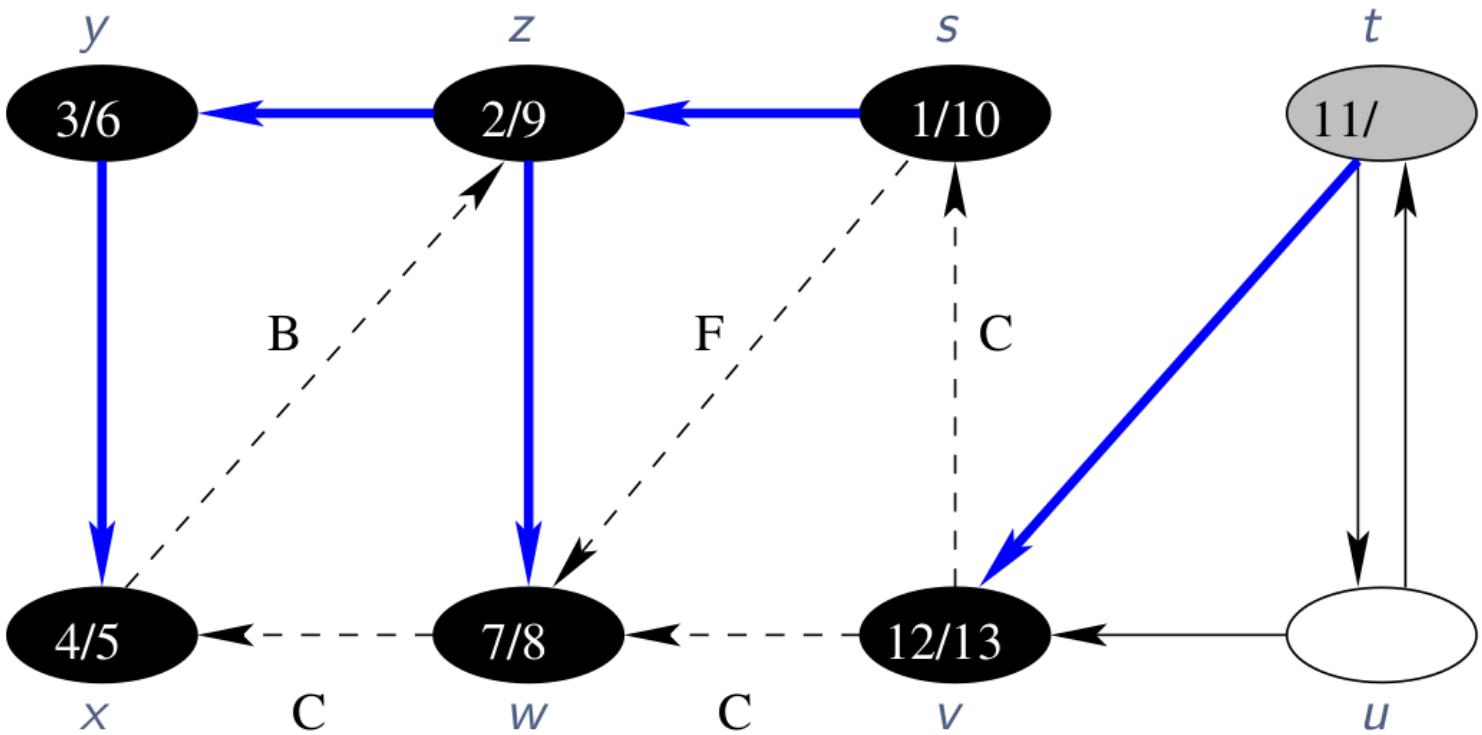
Exemplo de busca em profundidade



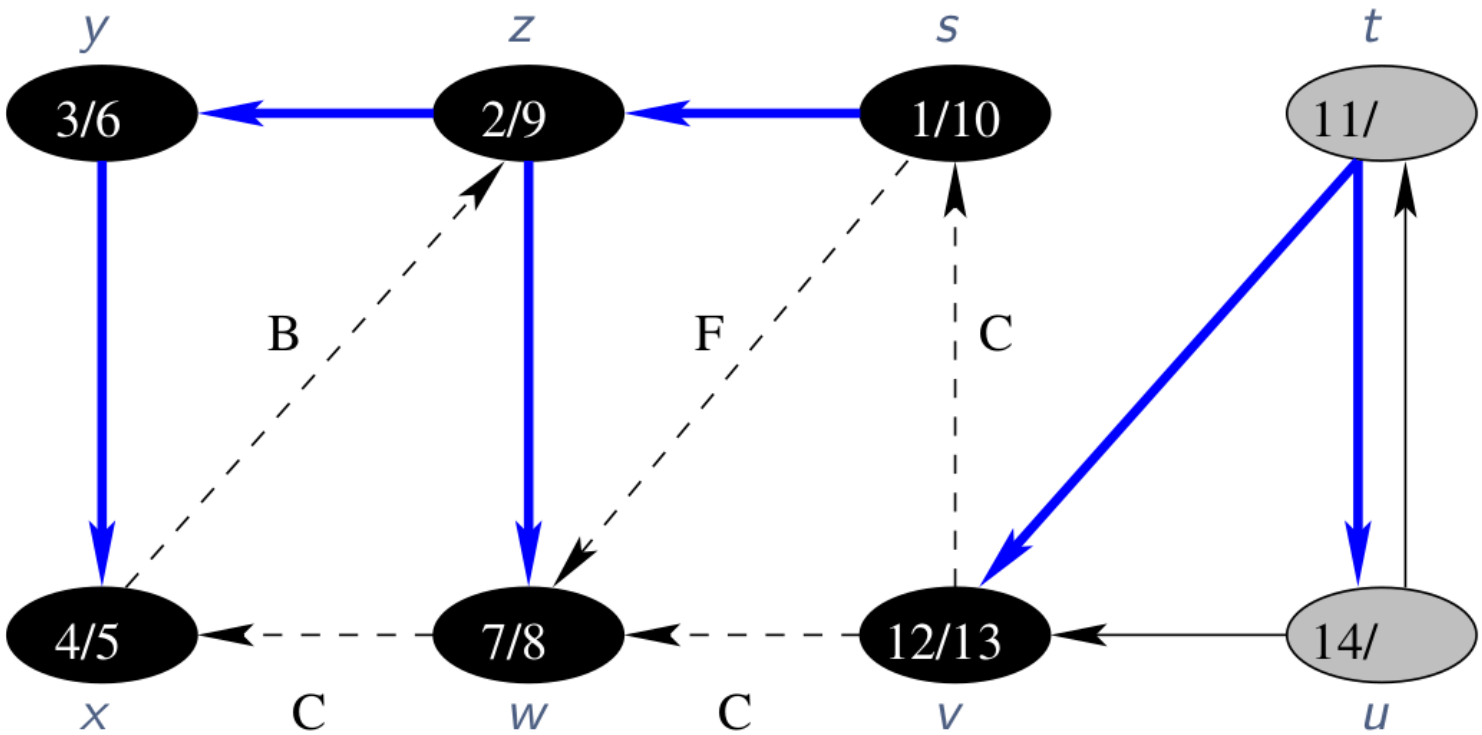
Exemplo de busca em profundidade



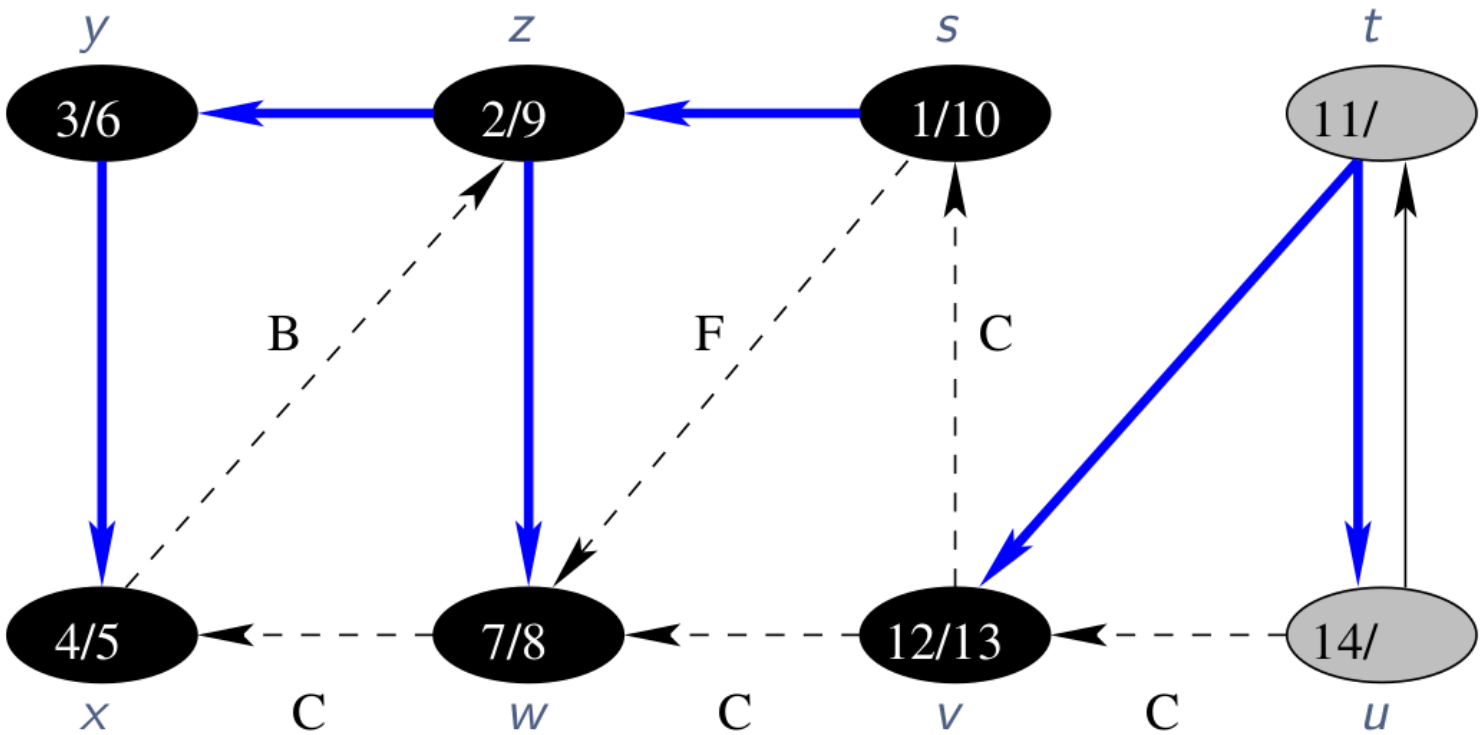
Exemplo de busca em profundidade



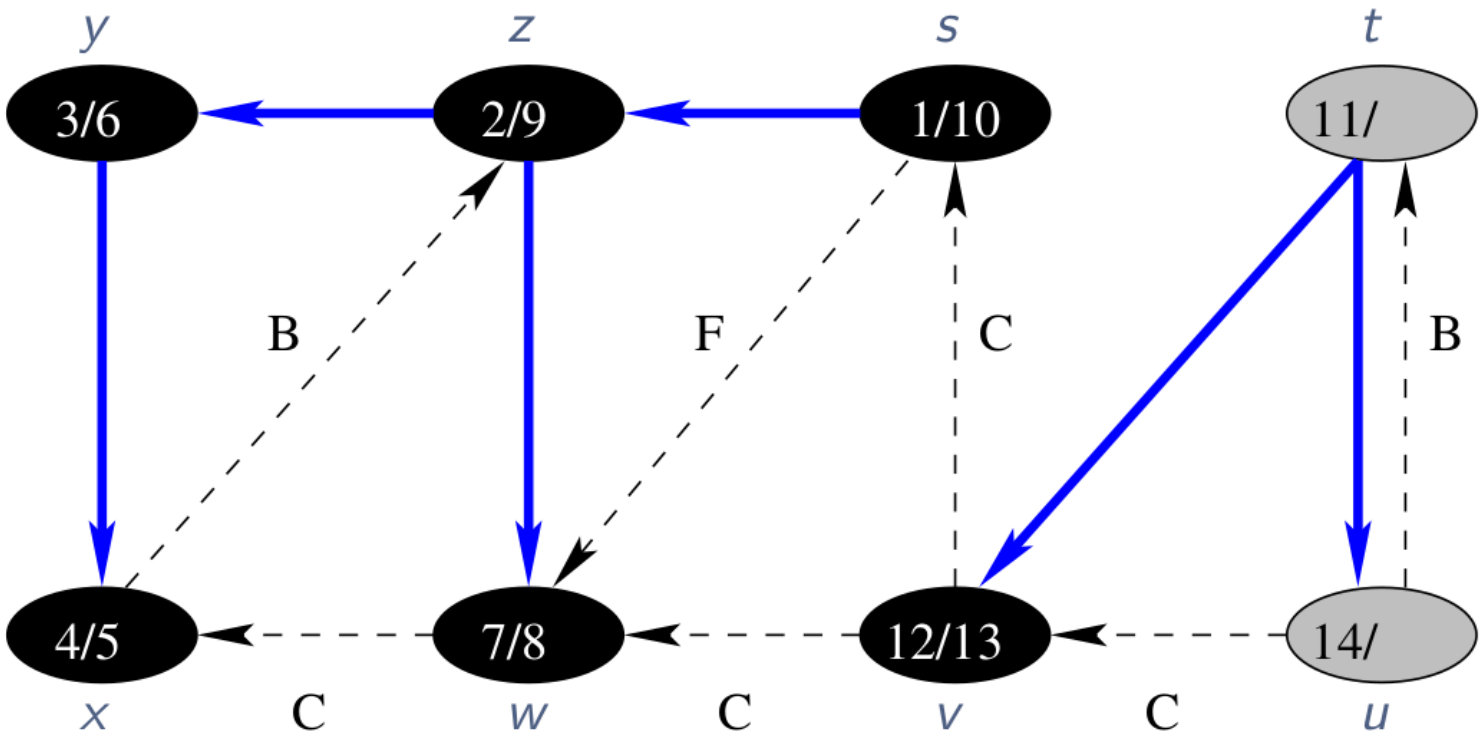
Exemplo de busca em profundidade



Exemplo de busca em profundidade



Exemplo de busca em profundidade



Rótulos versus cores

- u é branco antes do instante $d[u]$,
- u é cinza entre os instantes $d[u]$ e $f[u]$,
- u é preto após o instante $f[u]$.

Busca em Profundidade

DFS(G)

1. **para cada** $u \in V(G)$ **faça**
2. $\quad cor[u] \leftarrow$ `BRANCO`
3. $\quad \pi[u] \leftarrow$ `NIL`
4. tempo $\leftarrow 0$
5. **para cada** $u \in V(G)$ **faça**
6. $\quad$ **se** $cor[u] ==$ `BRANCO`
7. $\quad\quad$ DFS-VISIT(G,u)

Busca em Profundidade

DFS(G)

1. **para cada** $u \in V(G)$ **faça**
2. $\quad cor[u] \leftarrow$ `BRANCO`
3. $\quad \pi[u] \leftarrow$ `NIL`
4. tempo $\leftarrow 0$
5. **para cada** $u \in V(G)$ **faça**
6. $\quad$ **se** $cor[u] ==$ `BRANCO`
7. $\quad\quad$ DFS-VISIT(G,u)

DFS-VISIT(G,u)

1. $cor[u] \leftarrow$ `CINZA`
2. tempo $\leftarrow$ tempo $+ 1$
3. $d[u] \leftarrow$ tempo
4. **para cada** $v \in Adj[u]$ **faça**
5. $\quad$ **se** $cor[v] ==$ `BRANCO`
6. $\quad\quad \pi[v] \leftarrow u$
7. $\quad\quad$ DFS-VISIT(G,v)
8. $cor[u] \leftarrow$ `PRETO`
9. tempo $\leftarrow$ tempo $+ 1$
10. $f[u] \leftarrow$ tempo

Busca em Profundidade

DFS(G)

1. **para cada** $u \in V(G)$ **faça**
2. $cor[u] \leftarrow$ BRANCO
3. $\pi[u] \leftarrow$ NIL
4. tempo $\leftarrow 0$
5. **para cada** $u \in V(G)$ **faça**
6. **se** $cor[u] ==$ BRANCO
7. DFS-VISIT(G,u)

DFS-VISIT(G,u)

1. $cor[u] \leftarrow$ CINZA
2. tempo $\leftarrow$ tempo $+ 1$
3. $d[u] \leftarrow$ tempo
4. **para cada** $v \in Adj[u]$ **faça**
5. **se** $cor[v] ==$ BRANCO
6. $\pi[v] \leftarrow u$
7. DFS-VISIT(G,v)
8. $cor[u] \leftarrow$ PRETO
9. tempo $\leftarrow$ tempo $+ 1$
10. $f[u] \leftarrow$ tempo

Qual a complexidade de tempo deste algoritmo?

Análise de complexidade

Tempo do algoritmo principal DFS

Análise de complexidade

Tempo do algoritmo principal DFS

- a inicialização consome tempo $O(V)$

Análise de complexidade

Tempo do algoritmo principal DFS

- a inicialização consome tempo $O(V)$
- realizamos $|V|$ chamadas a DFS-VISIT

Análise de complexidade

Tempo do algoritmo principal DFS

- a inicialização consome tempo $O(V)$
- realizamos $|V|$ chamadas a DFS-VISIT

Análise de complexidade

Tempo do algoritmo principal DFS

- a inicialização consome tempo $O(V)$
- realizamos $|V|$ chamadas a DFS-VISIT

Tempo da sub-rotina DFS-VISIT

Análise de complexidade

Tempo do algoritmo principal DFS

- a inicialização consome tempo $O(V)$
- realizamos $|V|$ chamadas a DFS-VISIT

Tempo da sub-rotina DFS-VISIT

- processamos cada vértice exatamente uma vez

Análise de complexidade

Tempo do algoritmo principal DFS

- a inicialização consome tempo $O(V)$
- realizamos $|V|$ chamadas a DFS-VISIT

Tempo da sub-rotina DFS-VISIT

- processamos cada vértice exatamente uma vez
- cada chamada percorre sua lista de adjacências

Análise de complexidade

Tempo do algoritmo principal DFS

- a inicialização consome tempo $O(V)$
- realizamos $|V|$ chamadas a DFS-VISIT

Tempo da sub-rotina DFS-VISIT

- processamos cada vértice exatamente uma vez
- cada chamada percorre sua lista de adjacências
- o tempo gasto percorrendo adjacências é $O(E)$

Análise de complexidade

Tempo do algoritmo principal DFS

- a inicialização consome tempo $O(V)$
- realizamos $|V|$ chamadas a DFS-VISIT

Tempo da sub-rotina DFS-VISIT

- processamos cada vértice exatamente uma vez
- cada chamada percorre sua lista de adjacências
- o tempo gasto percorrendo adjacências é $O(E)$

A complexidade da busca em profundidade é $O(V + E)$.

Propriedades da DFS

Estrutura de parênteses balanceados

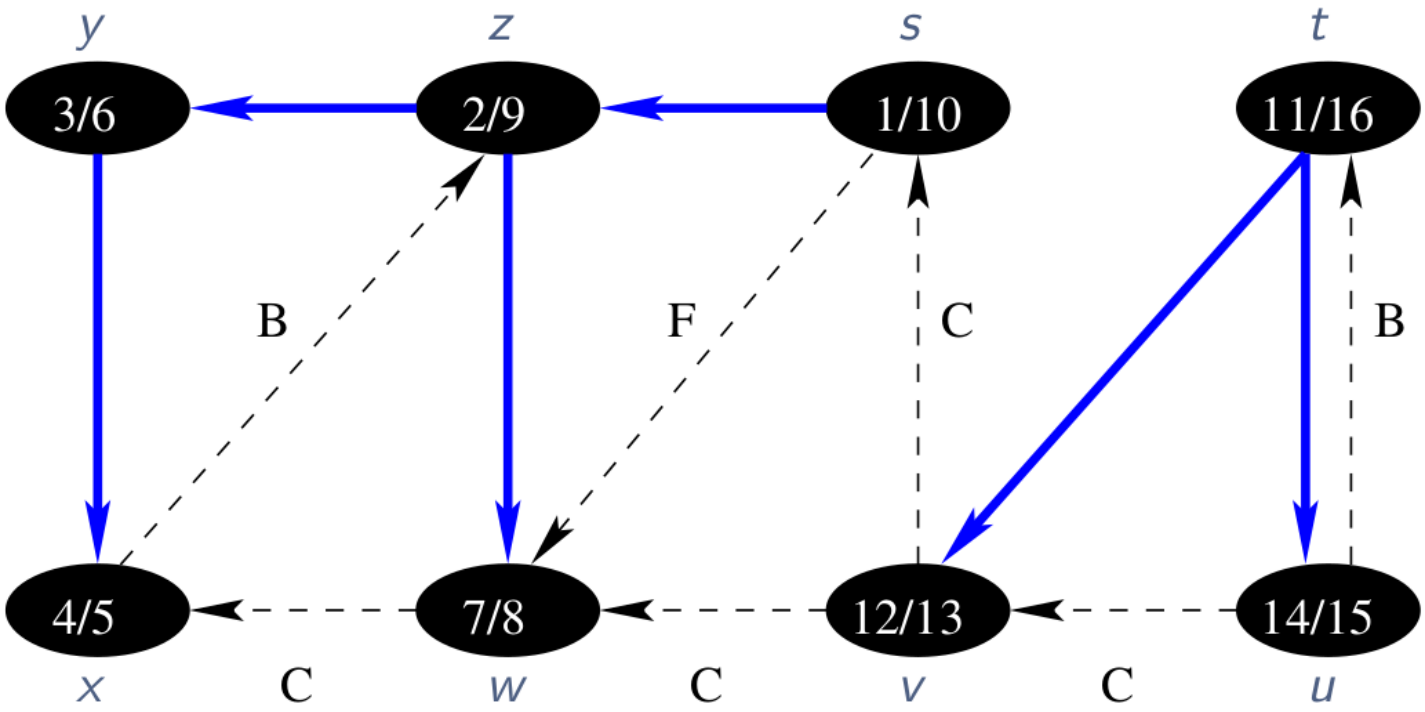
Teorema dos parênteses:
Se u e v são vértices de uma árvore de busca em profundidade, então ocorre exatamente um entre os três casos abaixo:

(a) Os intervalos $[d[u], f[u]]$ e $[d[v], f[v]]$ são disjuntos, e nem u é descendente de v, nem v é descendente de u.

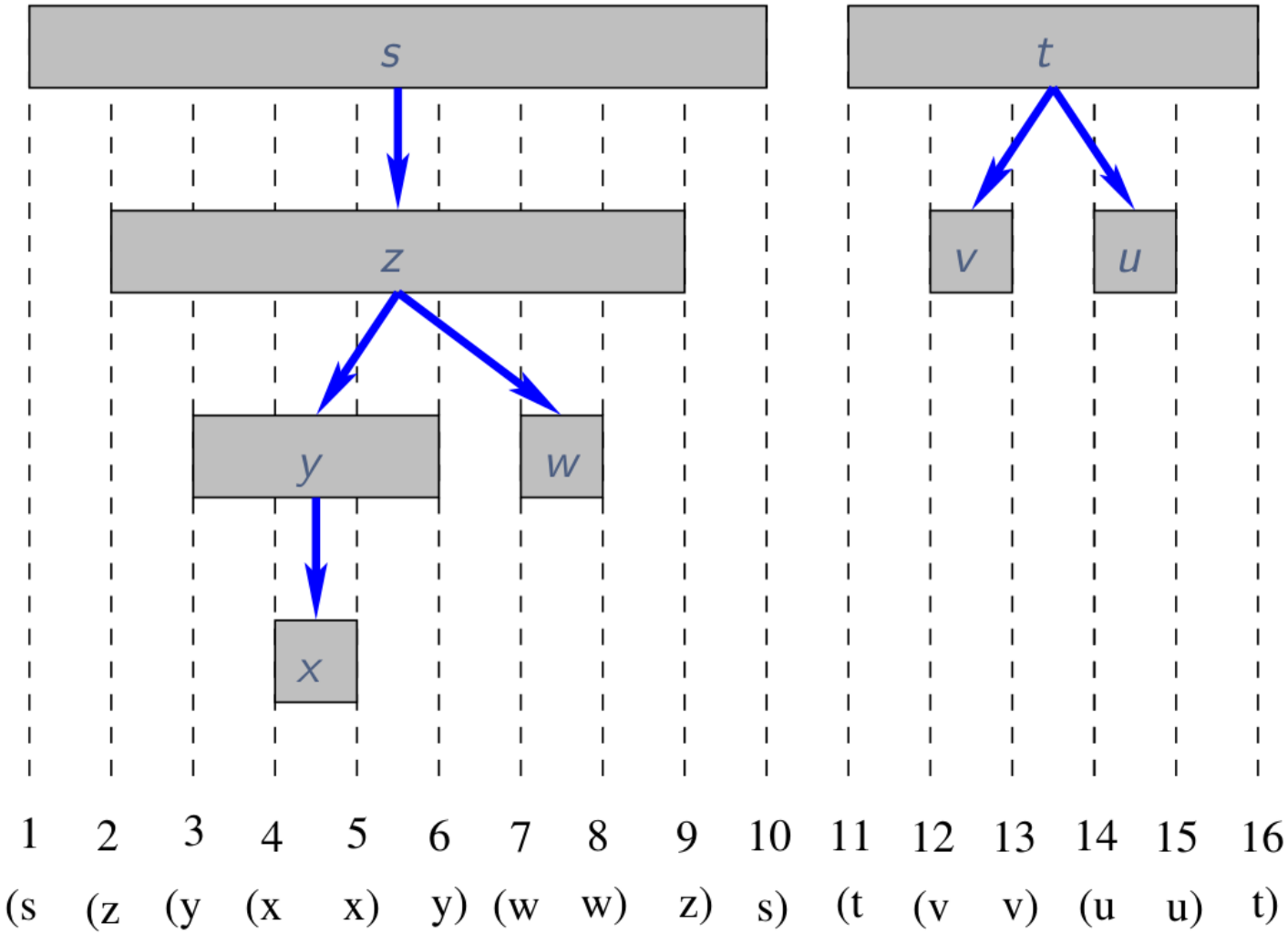
(b) O intervalo $[d[v], f[v]]$ está contido em $[d[u], f[u]]$, e v é descendente de u.

(c) O intervalo $[d[u], f[u]]$ está contido em $[d[v], f[v]]$, e u é descendente de v.

Exemplo de floresta de busca



Exemplo de estrutura de parênteses



Prova do teorema

Demonstração do teorema dos parênteses

Prova do teorema

Demonstração do teorema dos parênteses

- podemos supor que $d[u] < d[v]$

Prova do teorema

Demonstração do teorema dos parênteses

- podemos supor que $d[u] < d[v]$
- analisamos dois casos

Prova do teorema

Demonstração do teorema dos parênteses

- podemos supor que $d[u] < d[v]$
- analisamos dois casos

  Caso 1: suponha que $d[v] < f[u]$

Prova do teorema

Demonstração do teorema dos parênteses

- podemos supor que $d[u] < d[v]$
- analisamos dois casos

  Caso 1: suponha que $d[v] < f[u]$

  - então v foi descoberto enquanto u era cinza

Prova do teorema

Demonstração do teorema dos parênteses

- podemos supor que $d[u] < d[v]$
- analisamos dois casos

  Caso 1: suponha que $d[v] < f[u]$

  - então v foi descoberto enquanto u era cinza
  - e a chamada recursiva para v termina antes da de u

Prova do teorema

Demonstração do teorema dos parênteses

- podemos supor que $d[u] < d[v]$
- analisamos dois casos

  Caso 1: suponha que $d[v] < f[u]$

  - então v foi descoberto enquanto u era cinza
  - e a chamada recursiva para v termina antes da de u
  - portanto v é descendente de u

Prova do teorema

Demonstração do teorema dos parênteses

- podemos supor que $d[u] < d[v]$
- analisamos dois casos

  Caso 1: suponha que $d[v] < f[u]$

  - então v foi descoberto enquanto u era cinza
  - e a chamada recursiva para v termina antes da de u
  - portanto v é descendente de u

  Caso 2: suponha que $f[u] < d[v]$

Prova do teorema

Demonstração do teorema dos parênteses

- podemos supor que $d[u] < d[v]$
- analisamos dois casos

  Caso 1: suponha que $d[v] < f[u]$

  - então v foi descoberto enquanto u era cinza
  - e a chamada recursiva para v termina antes da de u
  - portanto v é descendente de u

  Caso 2: suponha que $f[u] < d[v]$

  - então u foi finalizado enquanto v era branco

Prova do teorema

Demonstração do teorema dos parênteses

- podemos supor que $d[u] < d[v]$
- analisamos dois casos

  Caso 1: suponha que $d[v] < f[u]$

  - então v foi descoberto enquanto u era cinza
  - e a chamada recursiva para v termina antes da de u
  - portanto v é descendente de u

  Caso 2: suponha que $f[u] < d[v]$

  - então u foi finalizado enquanto v era branco
  - e a chamada de u termina antes que a de v comece

Prova do teorema

Demonstração do teorema dos parênteses

- podemos supor que $d[u] < d[v]$
- analisamos dois casos

  Caso 1: suponha que $d[v] < f[u]$

  - então v foi descoberto enquanto u era cinza
  - e a chamada recursiva para v termina antes da de u
  - portanto v é descendente de u

  Caso 2: suponha que $f[u] < d[v]$

  - então u foi finalizado enquanto v era branco
  - e a chamada de u termina antes que a de v comece
  - portanto u e v não são descendentes um do outro

Prova do teorema

Demonstração do teorema dos parênteses

- podemos supor que $d[u] < d[v]$
- analisamos dois casos

  Caso 1: suponha que $d[v] < f[u]$

  - então v foi descoberto enquanto u era cinza
  - e a chamada recursiva para v termina antes da de u
  - portanto v é descendente de u

  Caso 2: suponha que $f[u] < d[v]$

  - então u foi finalizado enquanto v era branco
  - e a chamada de u termina antes que a de v comece
  - portanto u e v não são descendentes um do outro

- no primeiro caso, $[d[v], f[v]]$ está contido em $[d[u], f[u]]$

Prova do teorema

Demonstração do teorema dos parênteses

- podemos supor que $d[u] < d[v]$
- analisamos dois casos

  Caso 1: suponha que $d[v] < f[u]$

  - então v foi descoberto enquanto u era cinza
  - e a chamada recursiva para v termina antes da de u
  - portanto v é descendente de u

  Caso 2: suponha que $f[u] < d[v]$

  - então u foi finalizado enquanto v era branco
  - e a chamada de u termina antes que a de v comece
  - portanto u e v não são descendentes um do outro

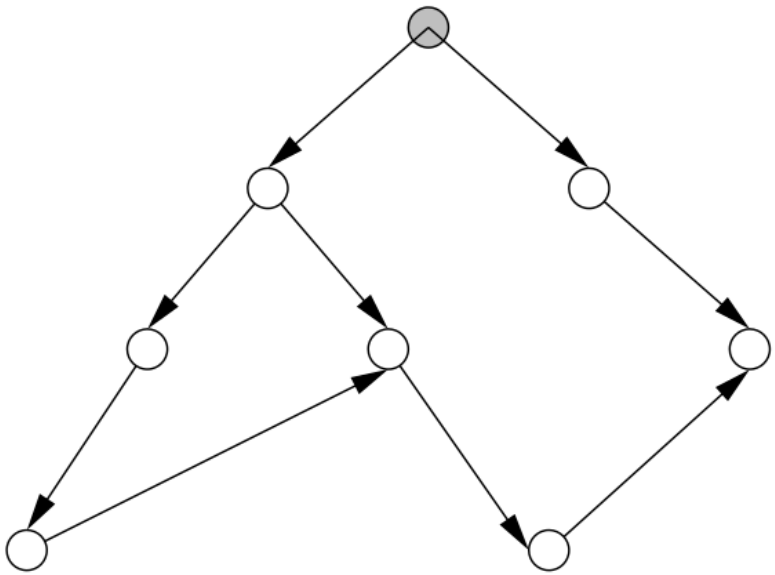
- no primeiro caso, $[d[v], f[v]]$ está contido em $[d[u], f[u]]$
- e no segundo, $[d[v], f[v]]$ e $[d[u], f[u]]$ são disjuntos

Vértices alcançáveis

Teorema do caminho branco
Considere dois vértices u e v. São equivalentes:

(1) v é descendente de u na floresta de busca

(2) quando u foi descoberto, existia um caminho de u a v formado apenas por vértices brancos



Classificação das arestas em digrafos

Quatro tipos de arestas derivadas de uma DFS:

1. Aresta de árvore: aresta da floresta DFS

Classificação das arestas em digrafos

Quatro tipos de arestas derivadas de uma DFS:

1. Aresta de árvore: aresta da floresta DFS
2. Aresta de retorno: de um vértice para um ancestral na floresta DFS.

Classificação das arestas em digrafos

Quatro tipos de arestas derivadas de uma DFS:

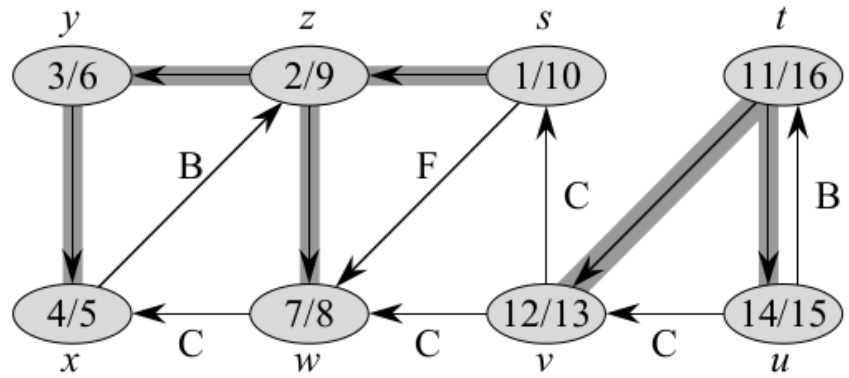
1. Aresta de árvore: aresta da floresta DFS
2. Aresta de retorno: de um vértice para um ancestral na floresta DFS.
3. Aresta de avanço: de um vértice para um descendente na floresta DFS.

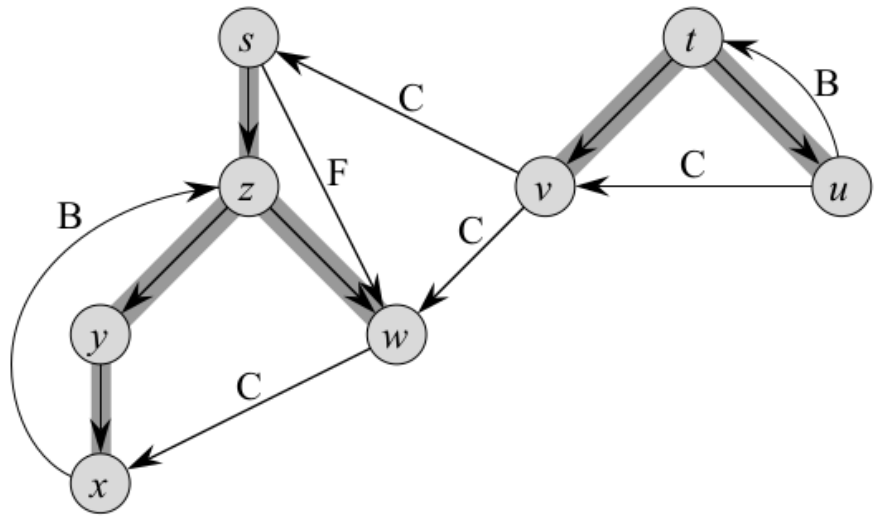
Classificação das arestas em digrafos

Quatro tipos de arestas derivadas de uma DFS:

1. Aresta de árvore: aresta da floresta DFS
2. Aresta de retorno: de um vértice para um ancestral na floresta DFS.
3. Aresta de avanço: de um vértice para um descendente na floresta DFS.
4. Arestas cruzadas: todas as outras arestas.

Classificação das arestas em digrafos





É fácil modificar o algoritmo DFS(G) para que ele também classifique as arestas de G. (Exercício)

DFS em grafos não direcionados

Classificando arestas em grafos não direcionados

DFS em grafos não direcionados

Classificando arestas em grafos não direcionados

- não pode haver aresta de avanço (por quê?)

DFS em grafos não direcionados

Classificando arestas em grafos não direcionados

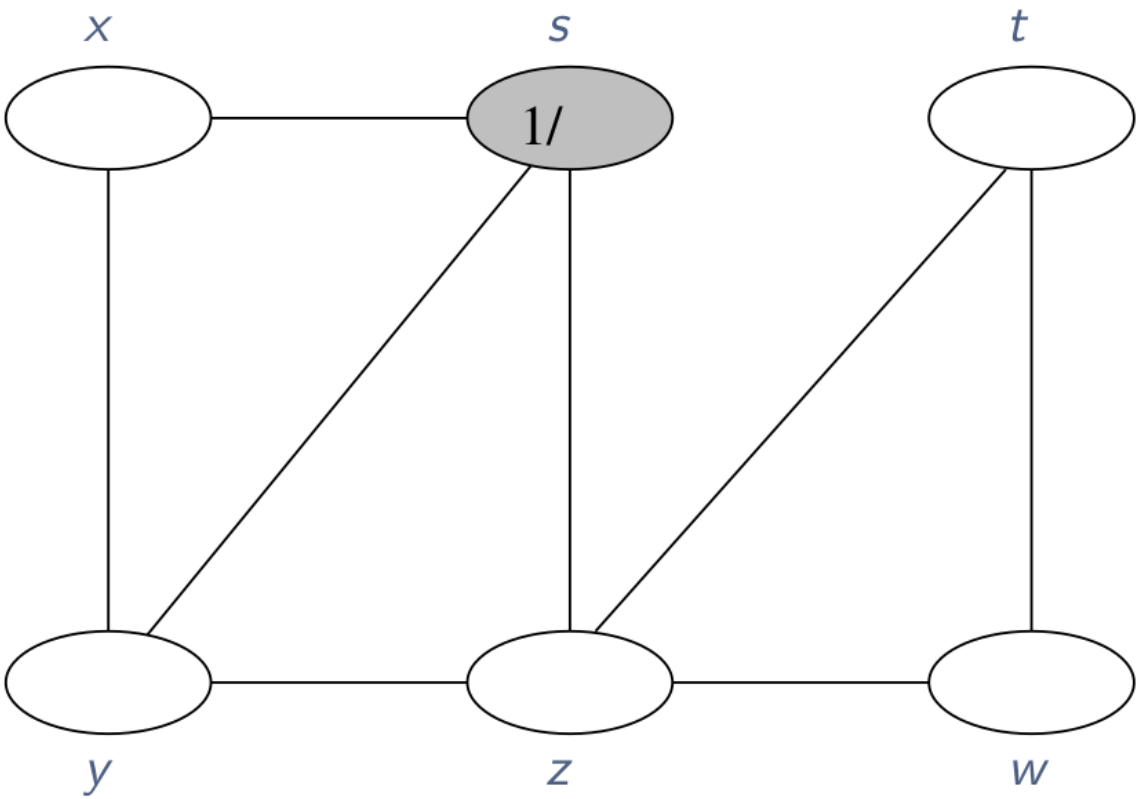
- não pode haver aresta de avanço (por quê?)
- tampouco aresta de cruzamento (por quê?)

DFS em grafos não direcionados

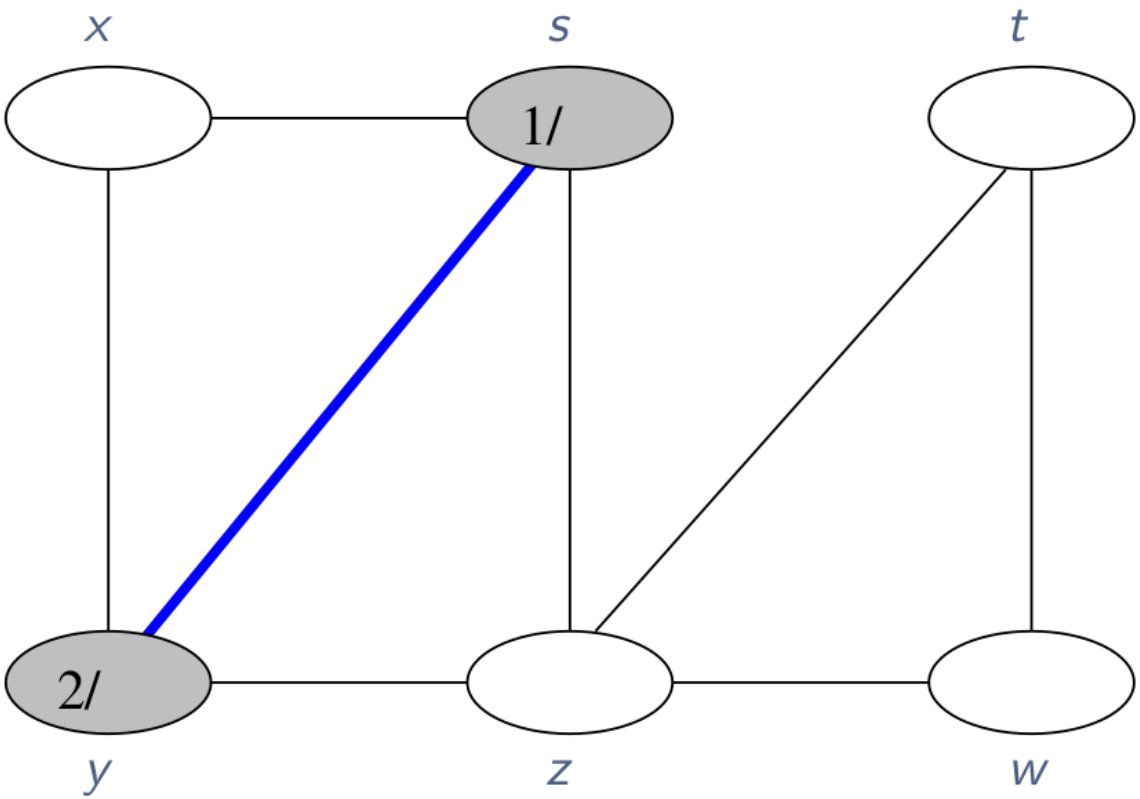
Classificando arestas em grafos não direcionados

- não pode haver aresta de avanço (por quê?)
- tampouco aresta de cruzamento (por quê?)
- daí cada aresta é aresta de árvore ou aresta de retorno

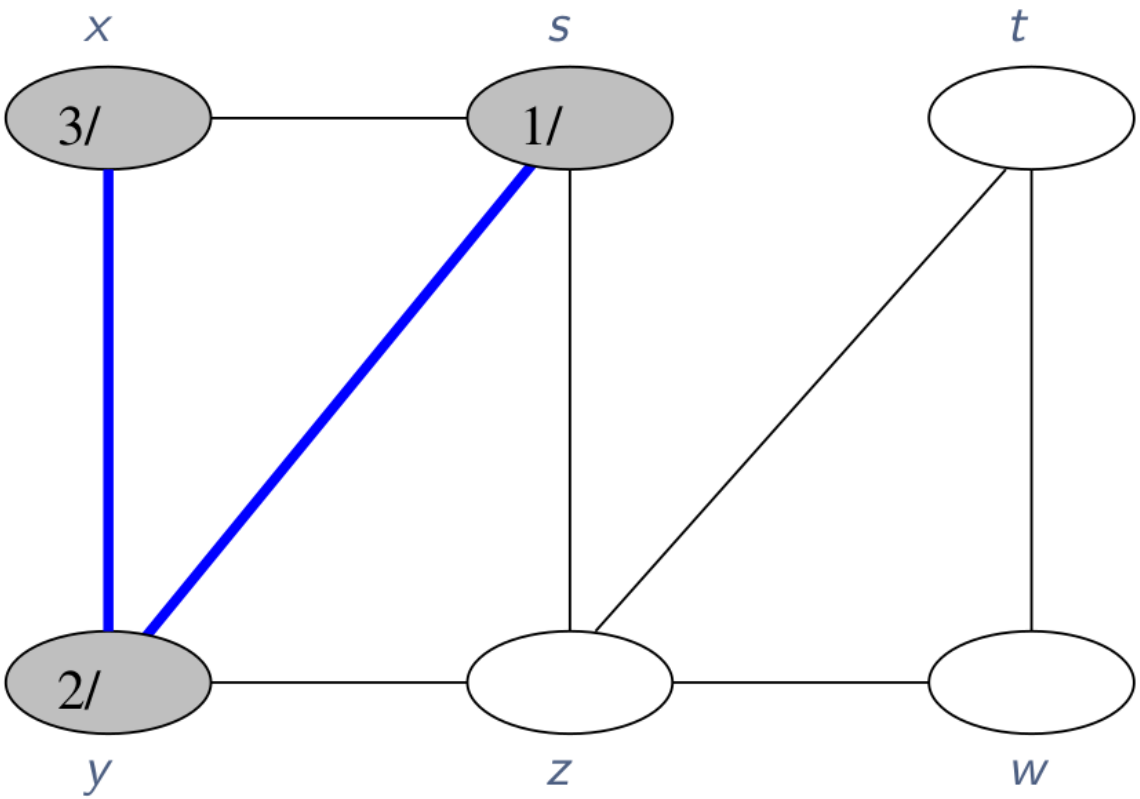
DFS em grafos não direcionados



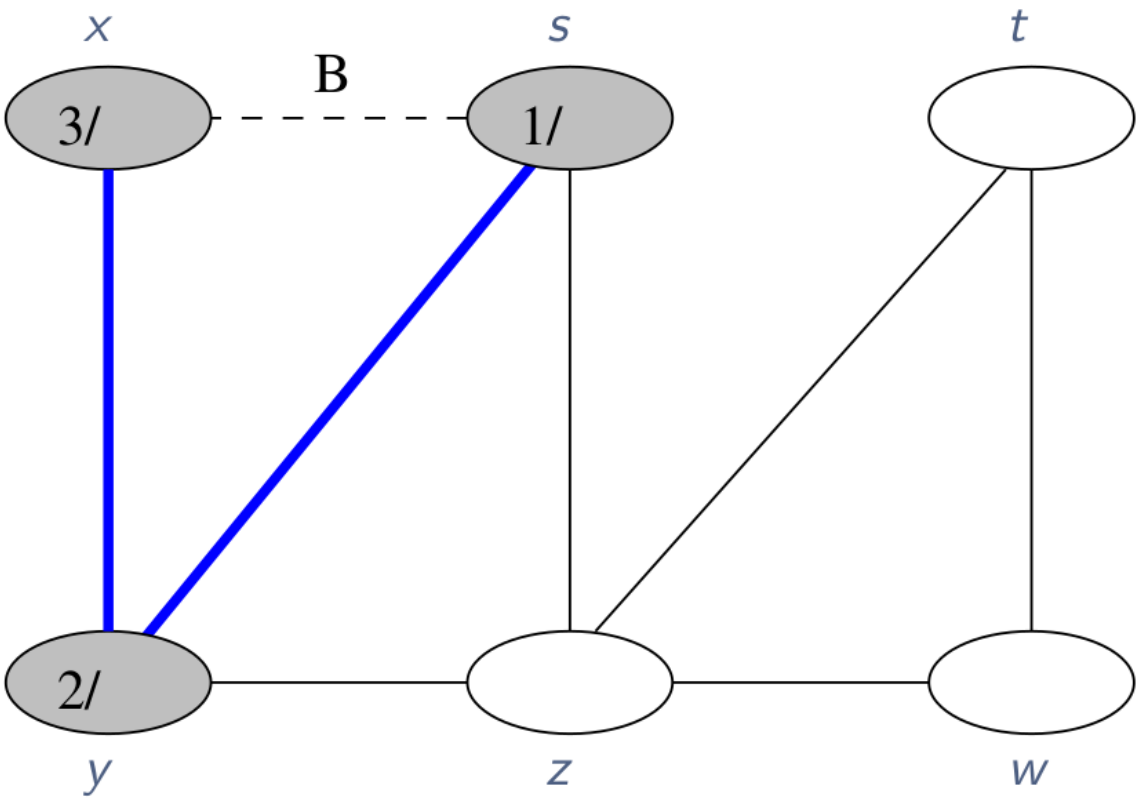
DFS em grafos não direcionados



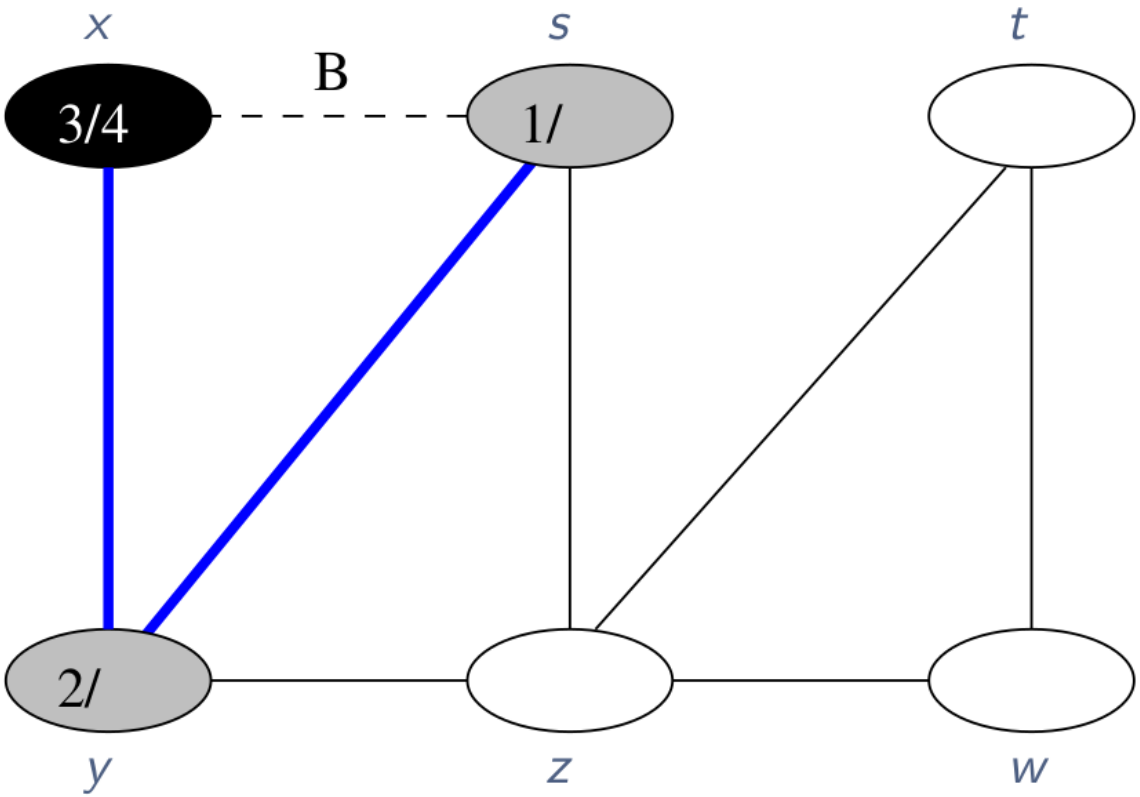
DFS em grafos não direcionados



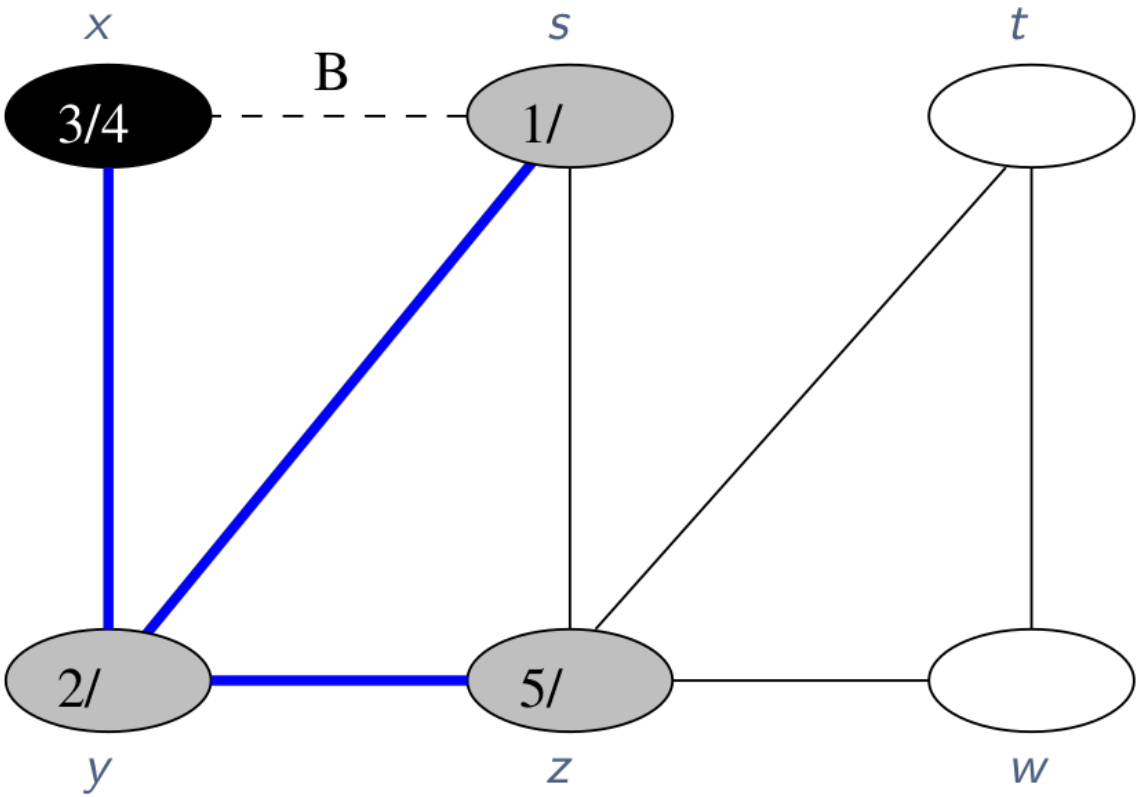
DFS em grafos não direcionados



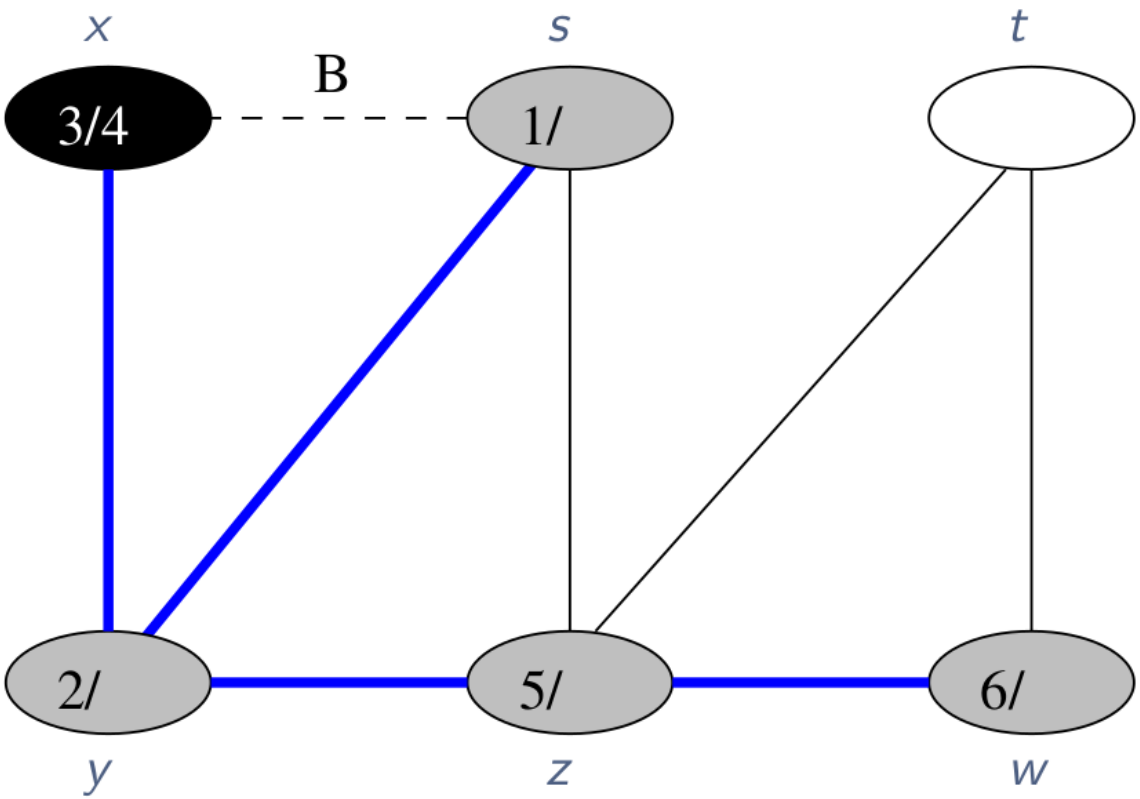
DFS em grafos não direcionados



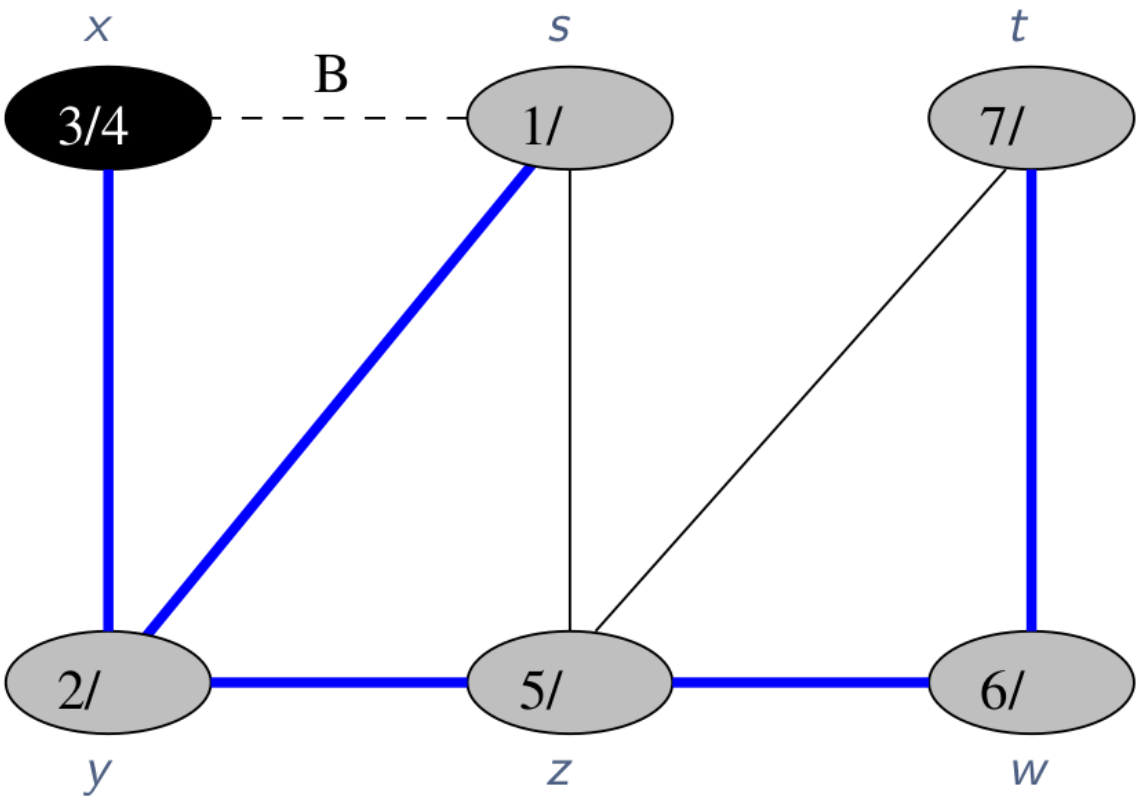
DFS em grafos não direcionados



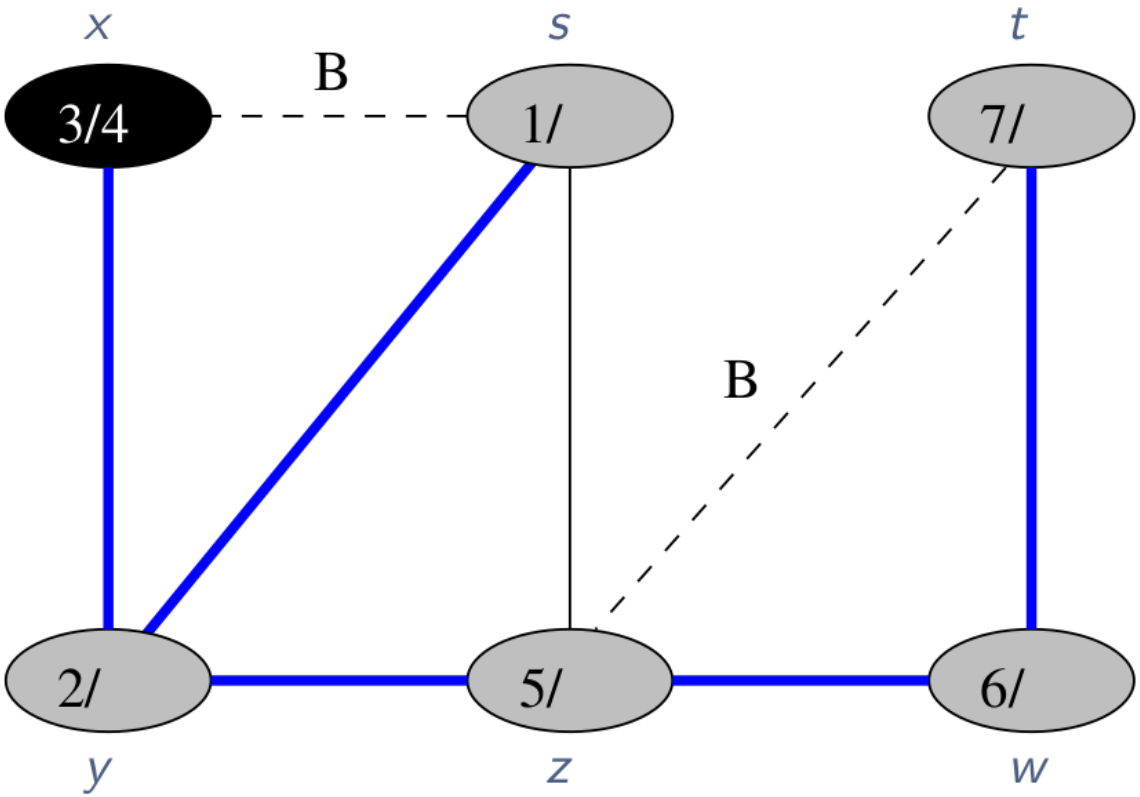
DFS em grafos não direcionados



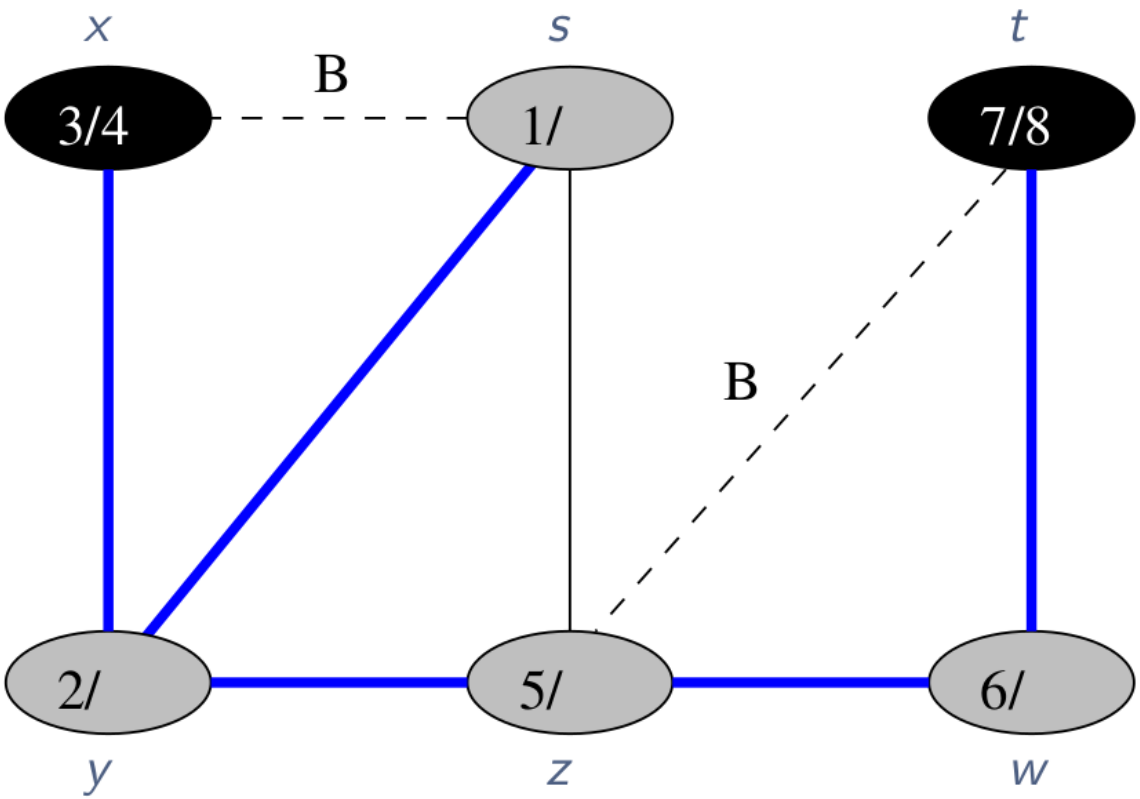
DFS em grafos não direcionados



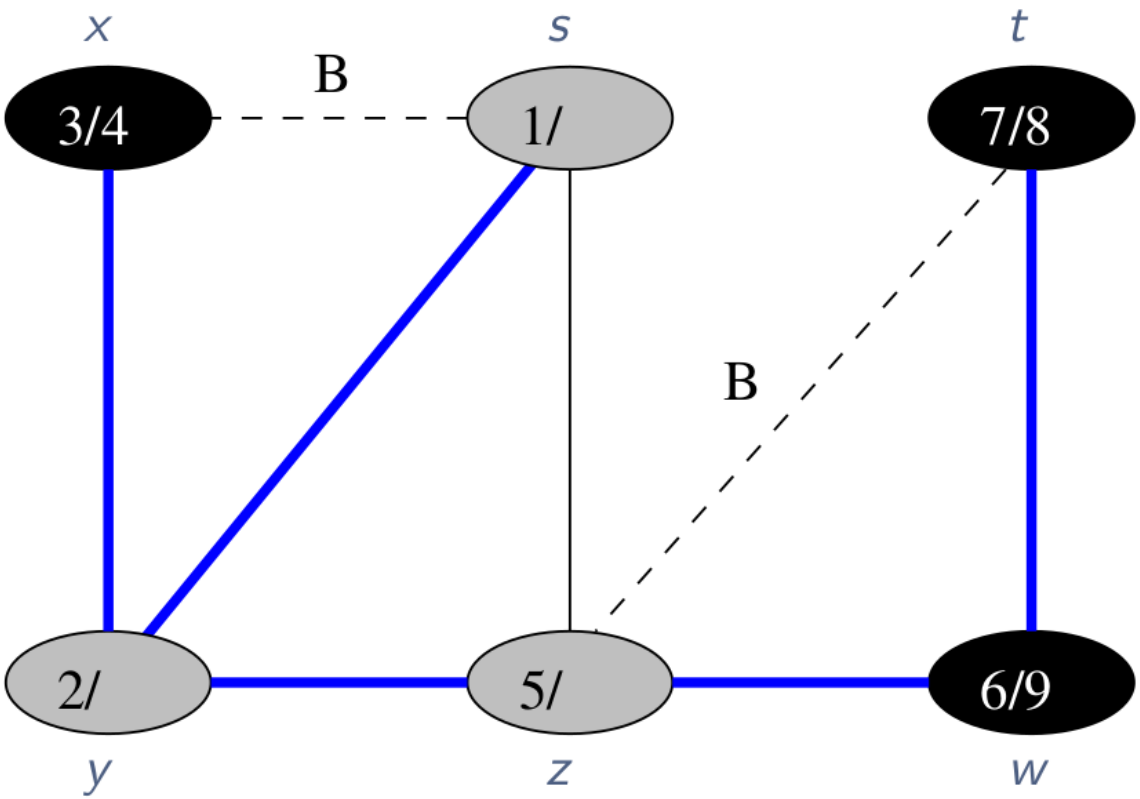
DFS em grafos não direcionados



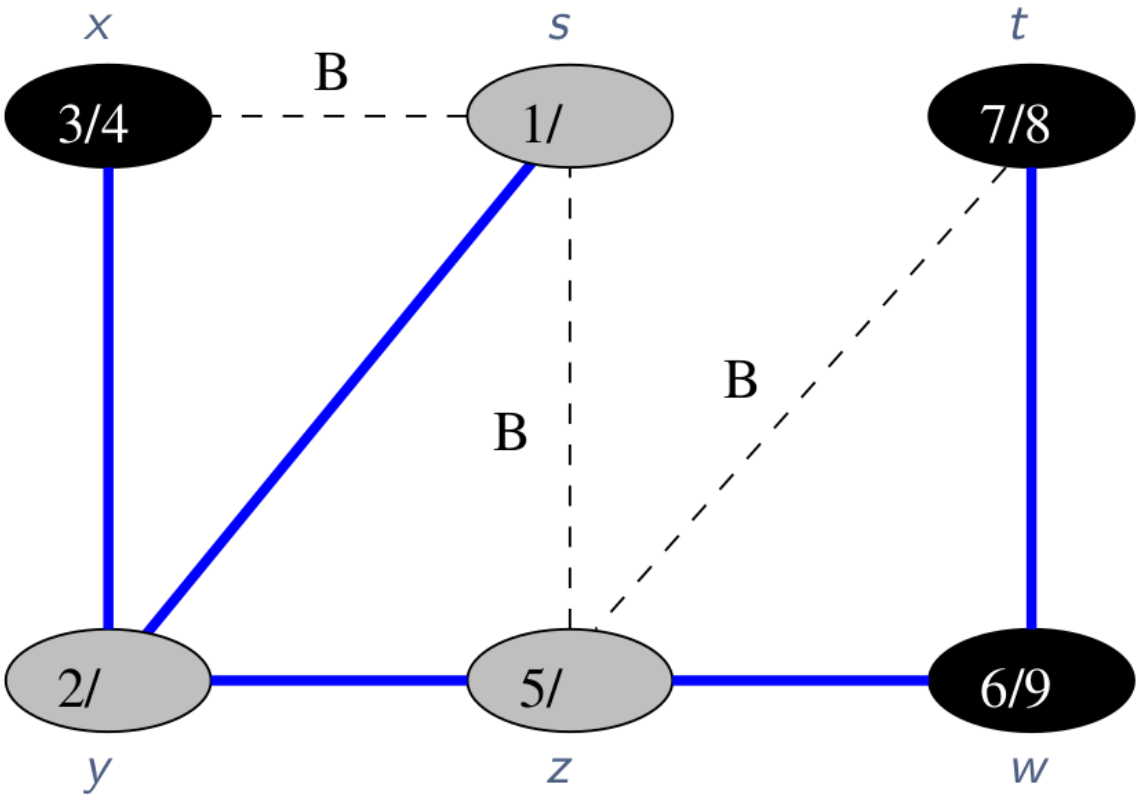
DFS em grafos não direcionados



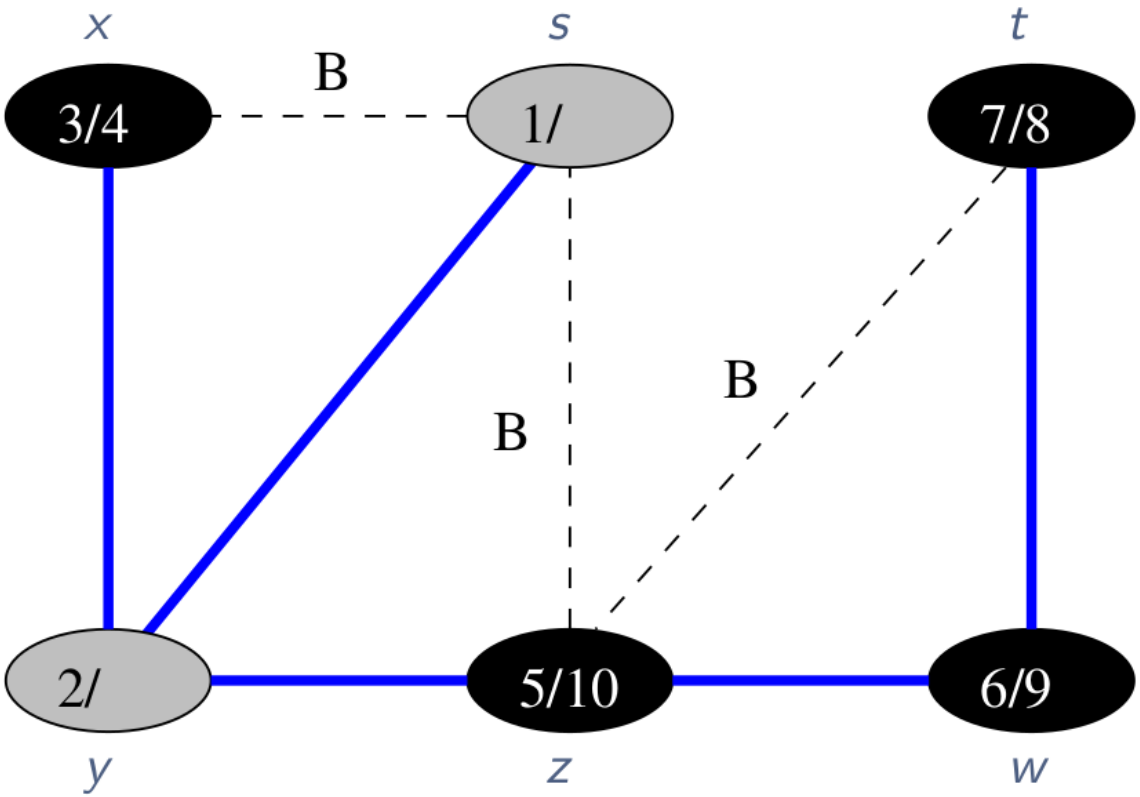
DFS em grafos não direcionados



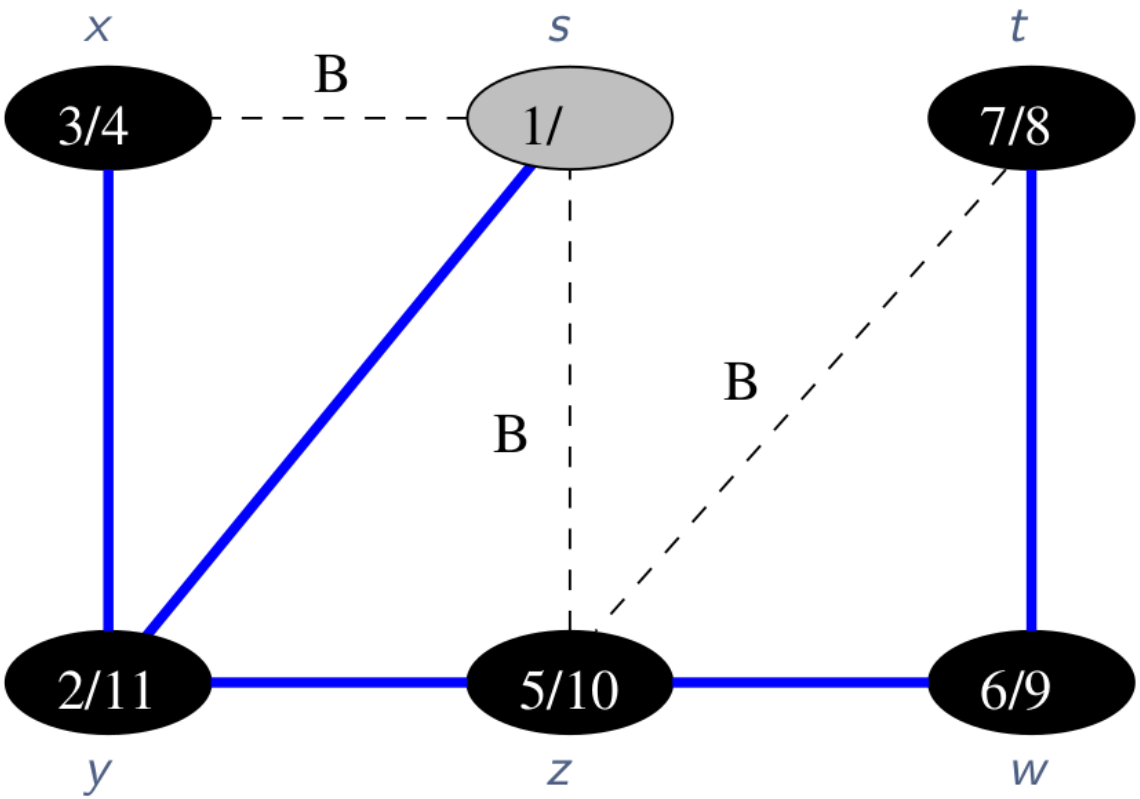
DFS em grafos não direcionados



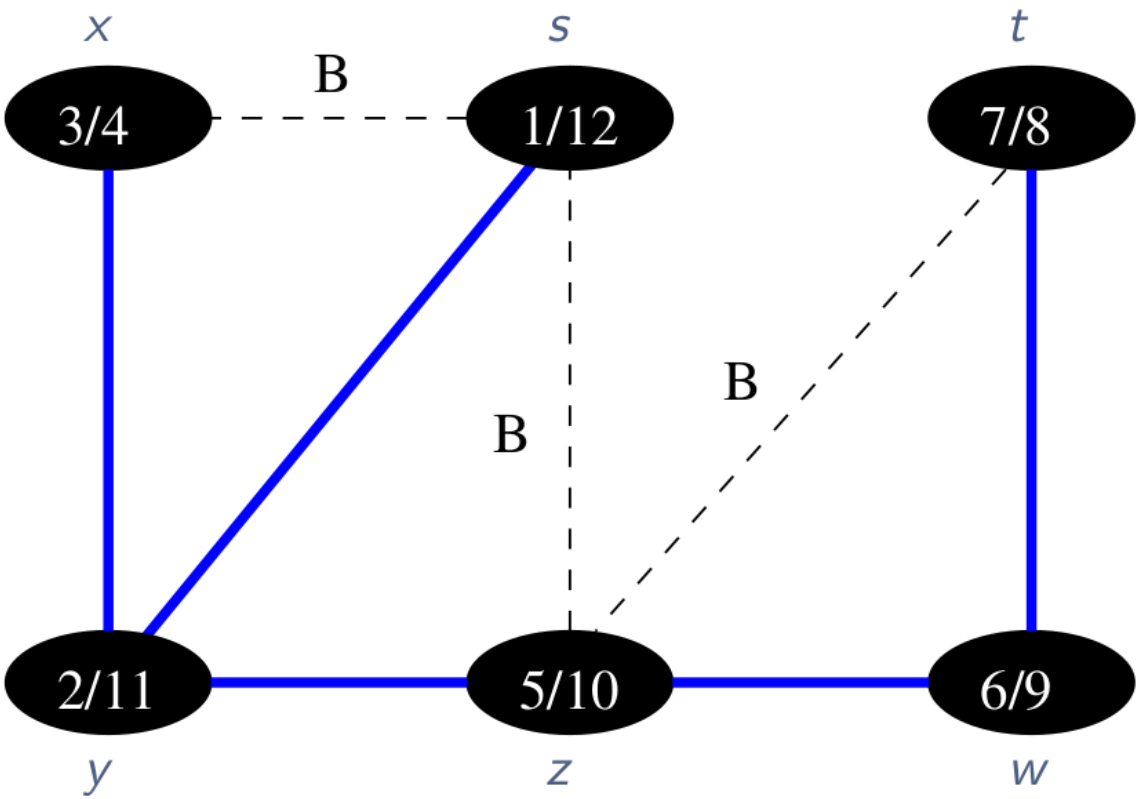
DFS em grafos não direcionados



DFS em grafos não direcionados

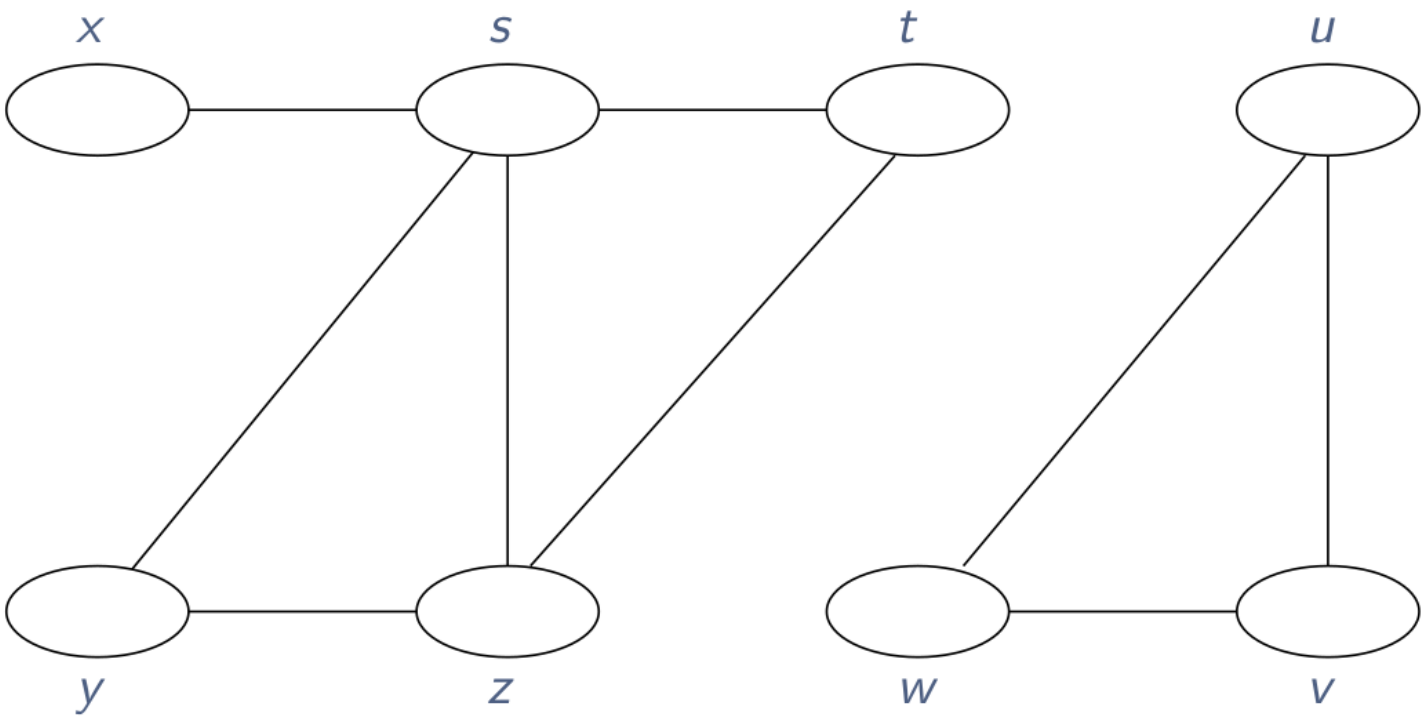


DFS em grafos não direcionados

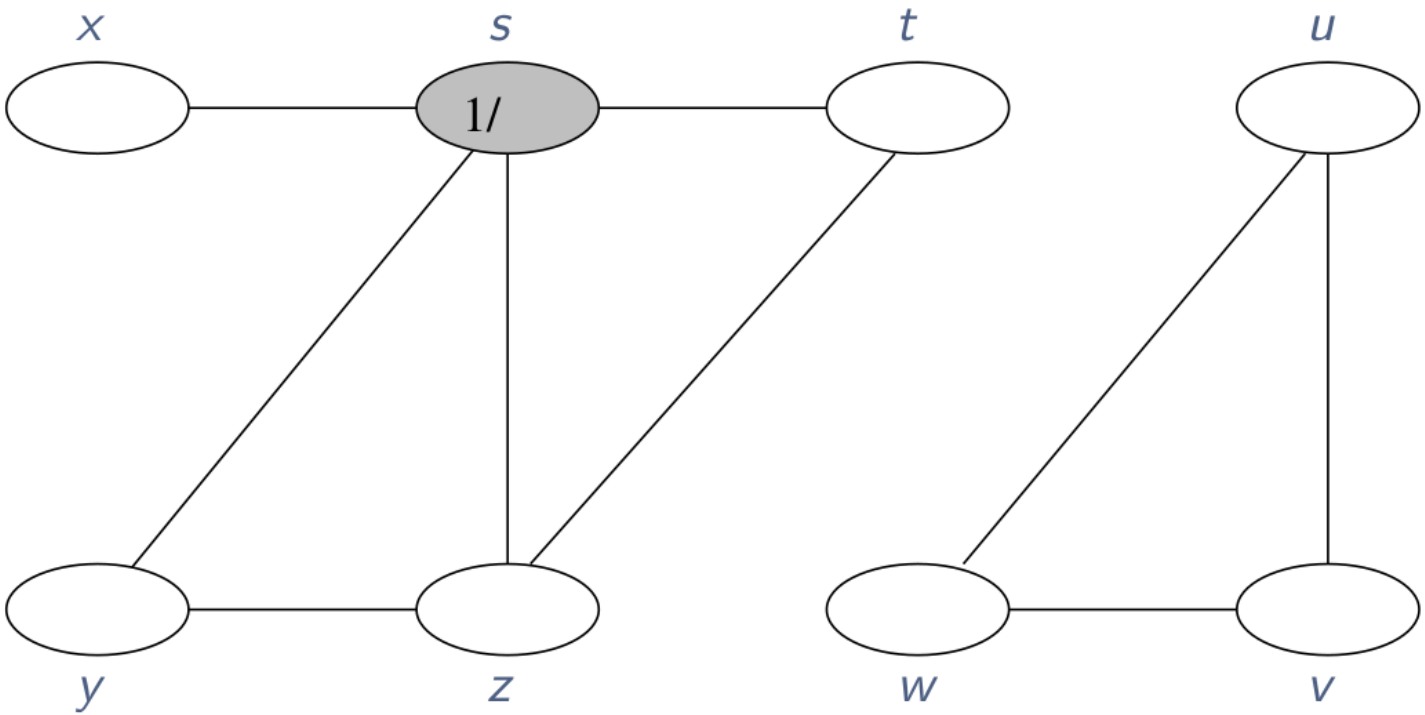


Componentes conexas

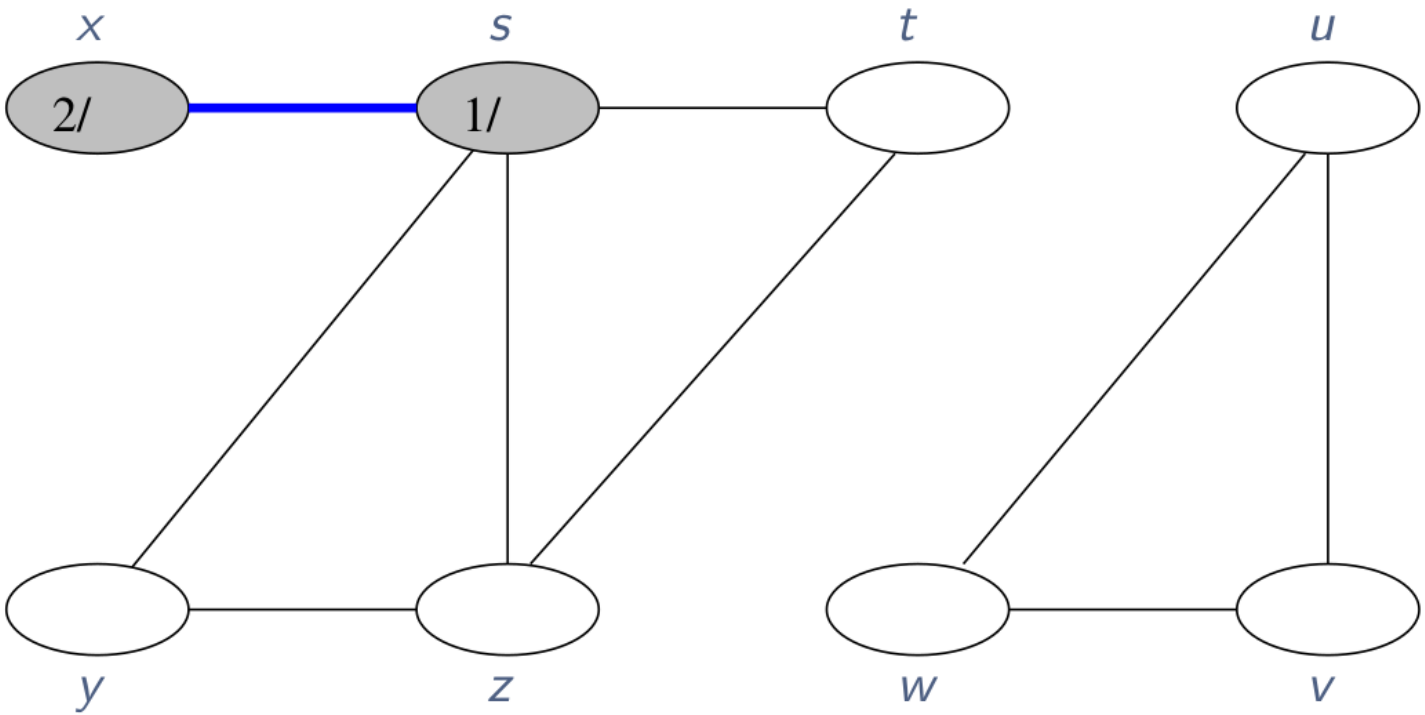
Componentes conexas de grafos não direcionados



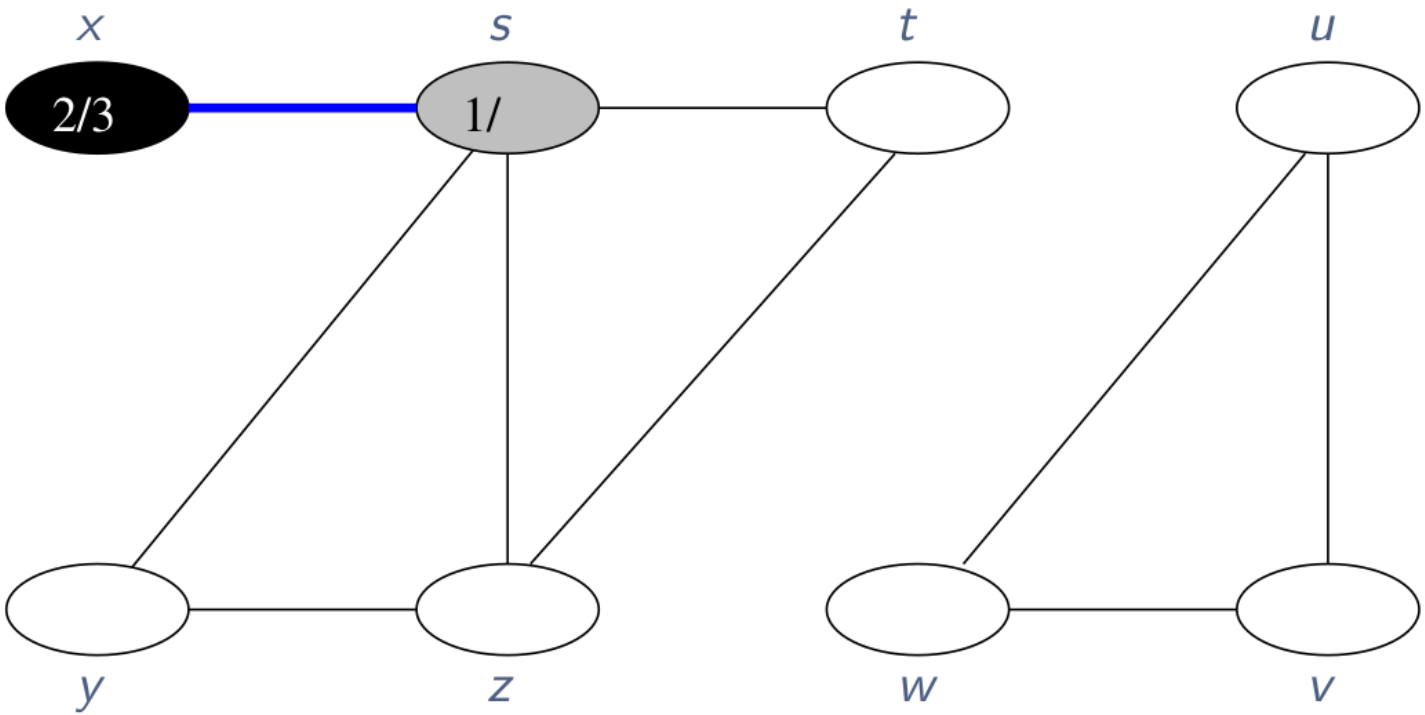
Componentes conexas de grafos não direcionados



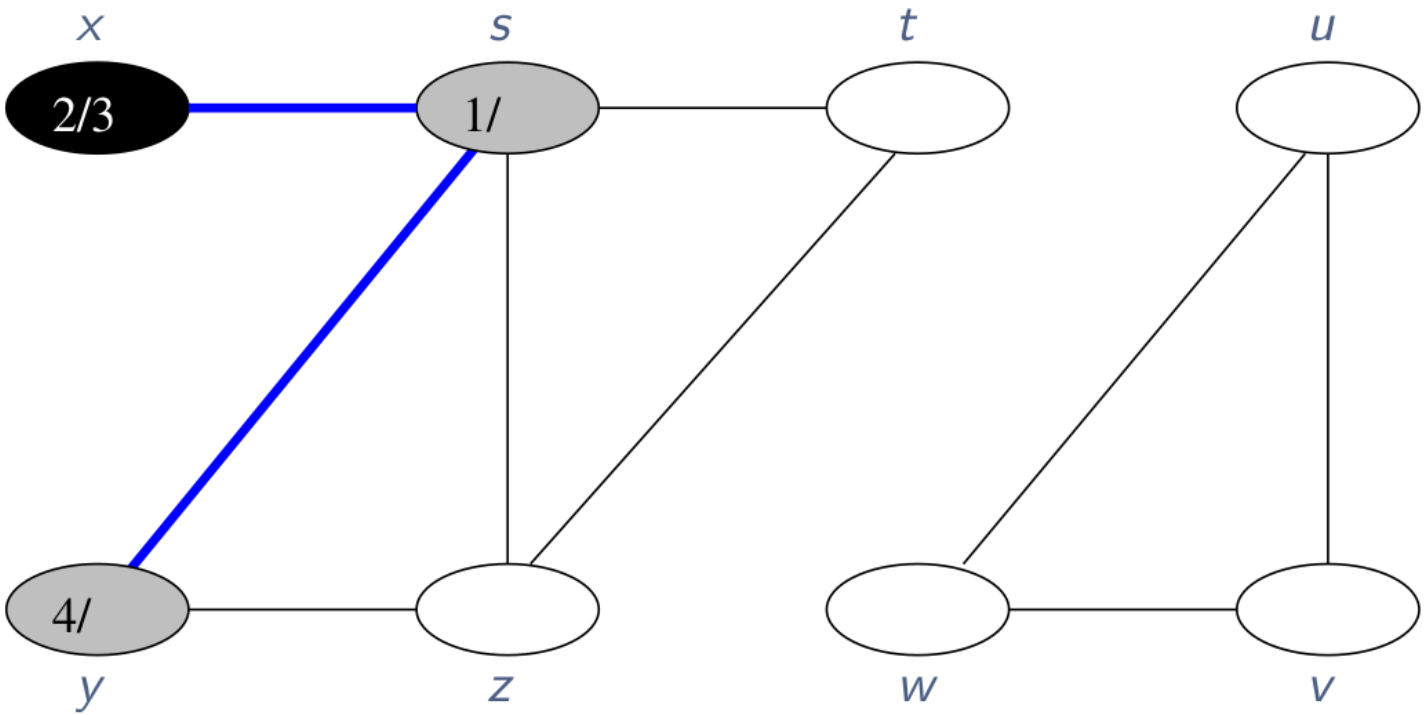
Componentes conexas de grafos não direcionados



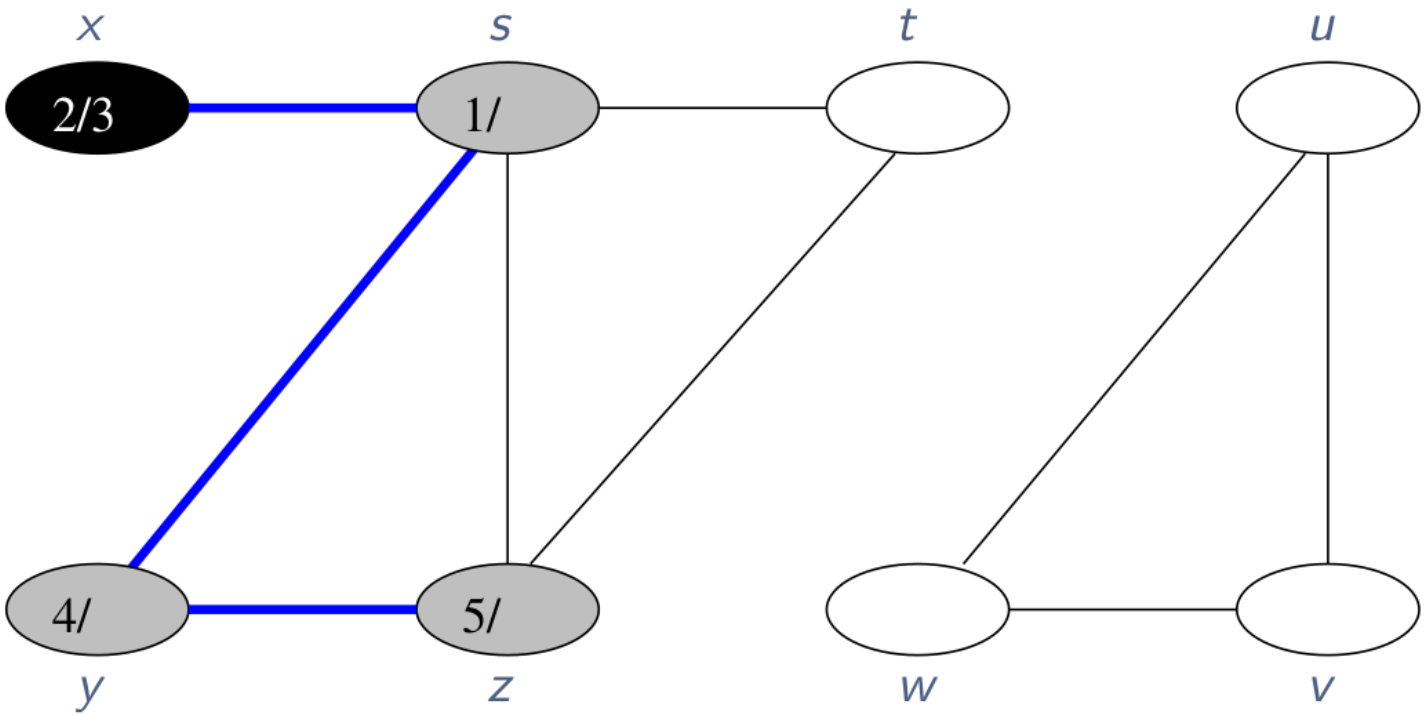
Componentes conexas de grafos não direcionados



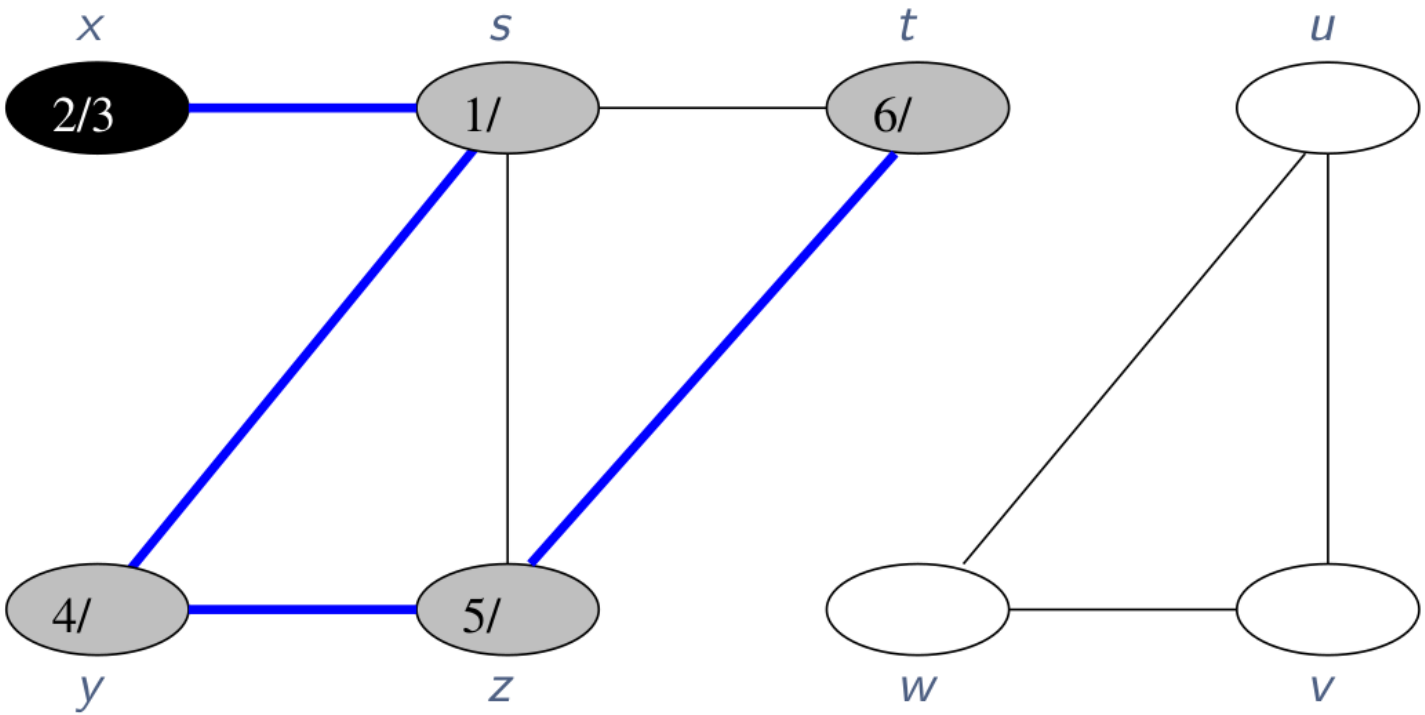
Componentes conexas de grafos não direcionados



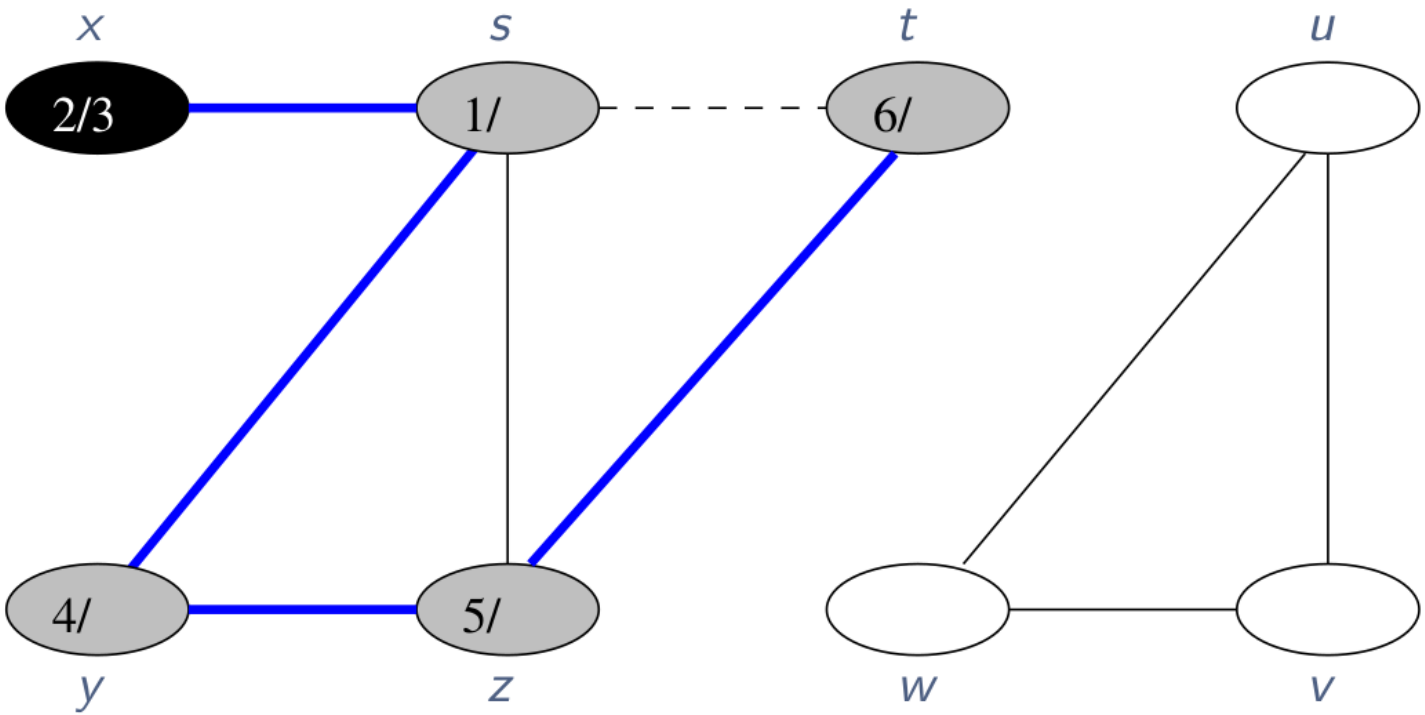
Componentes conexas de grafos não direcionados



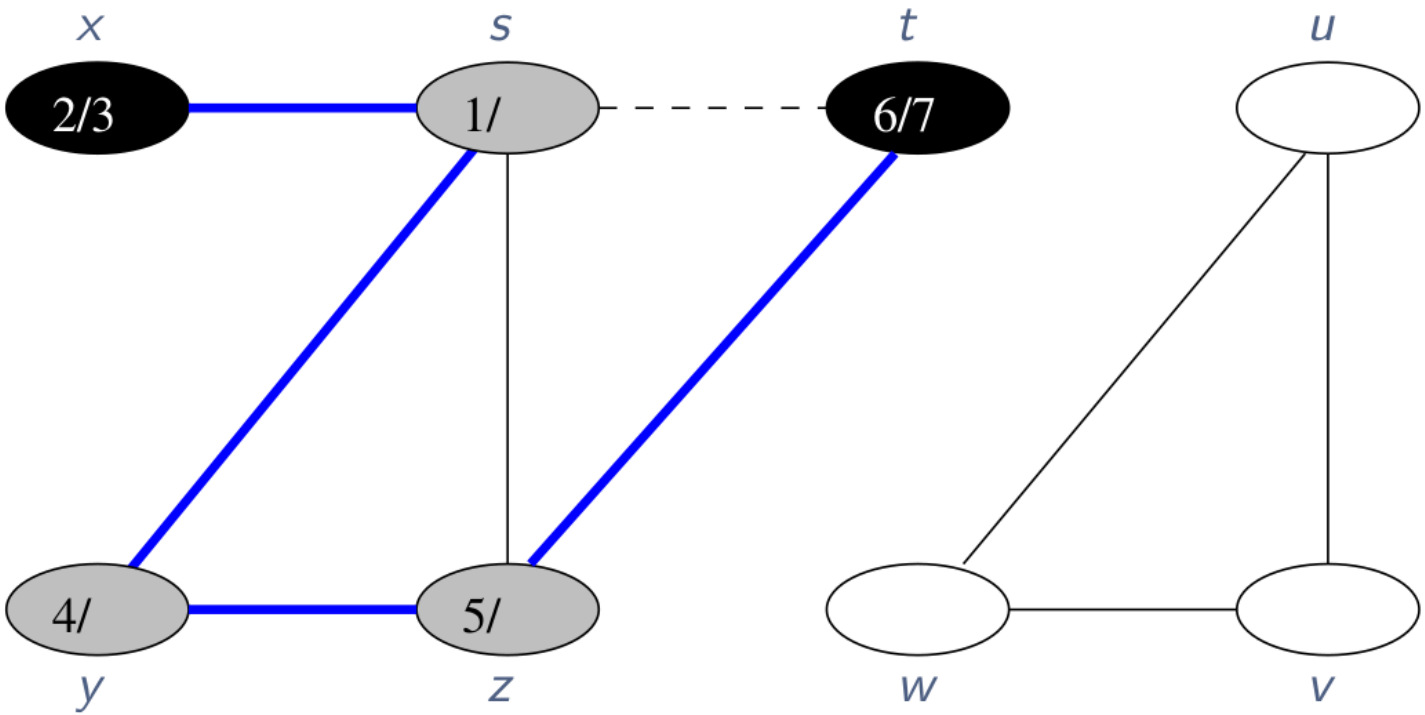
Componentes conexas de grafos não direcionados



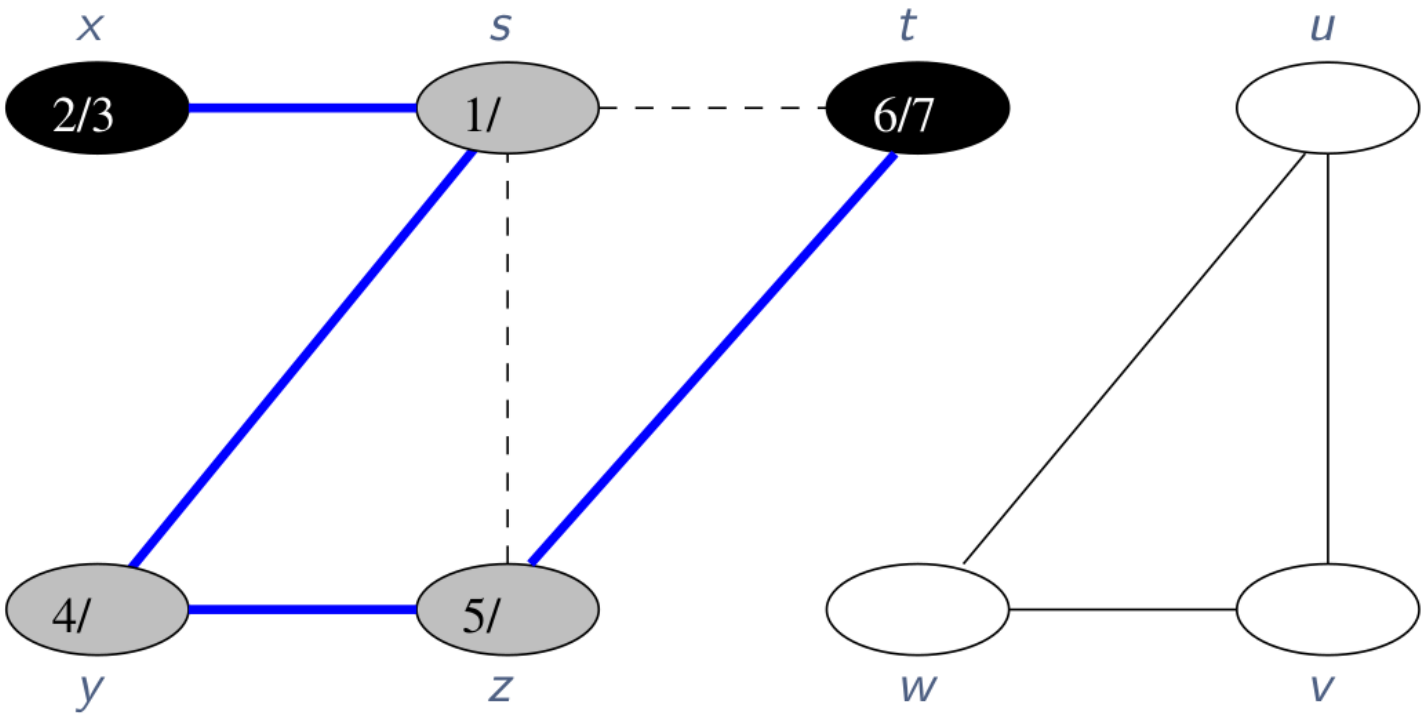
Componentes conexas de grafos não direcionados



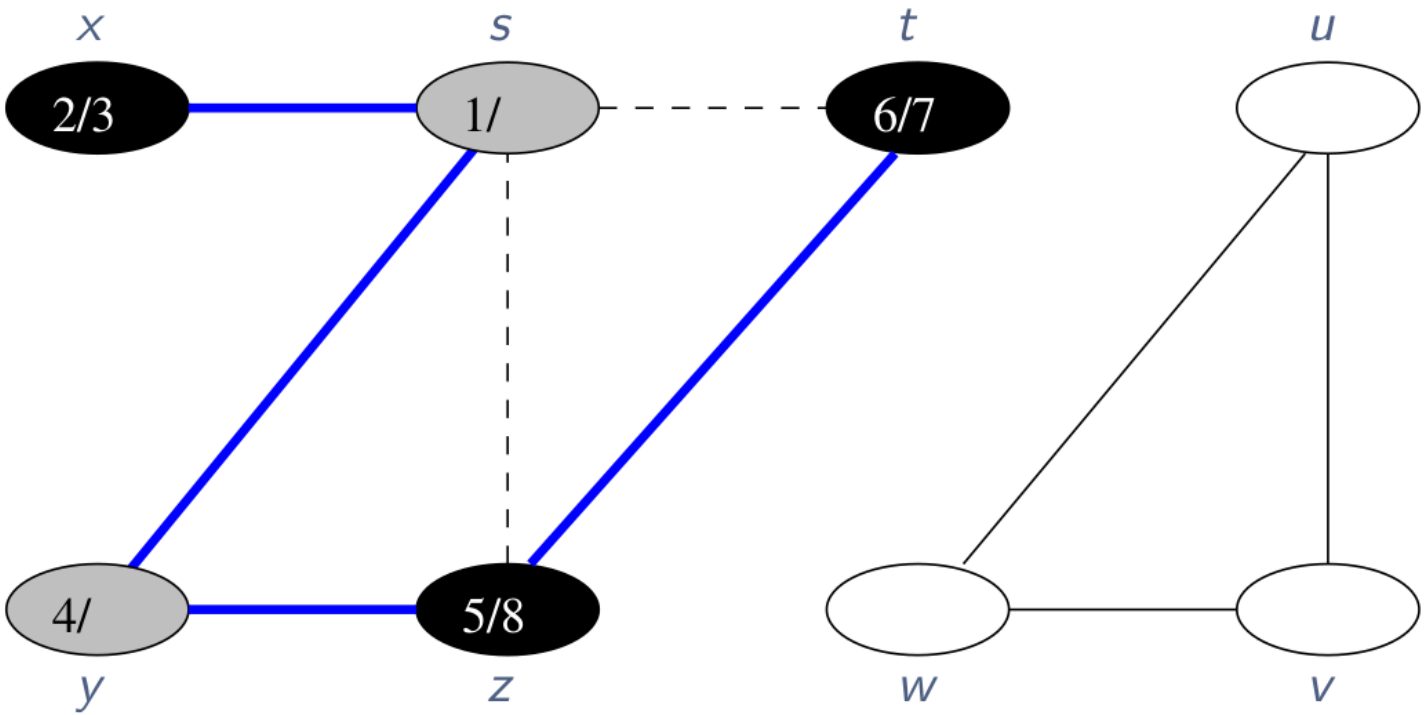
Componentes conexas de grafos não direcionados



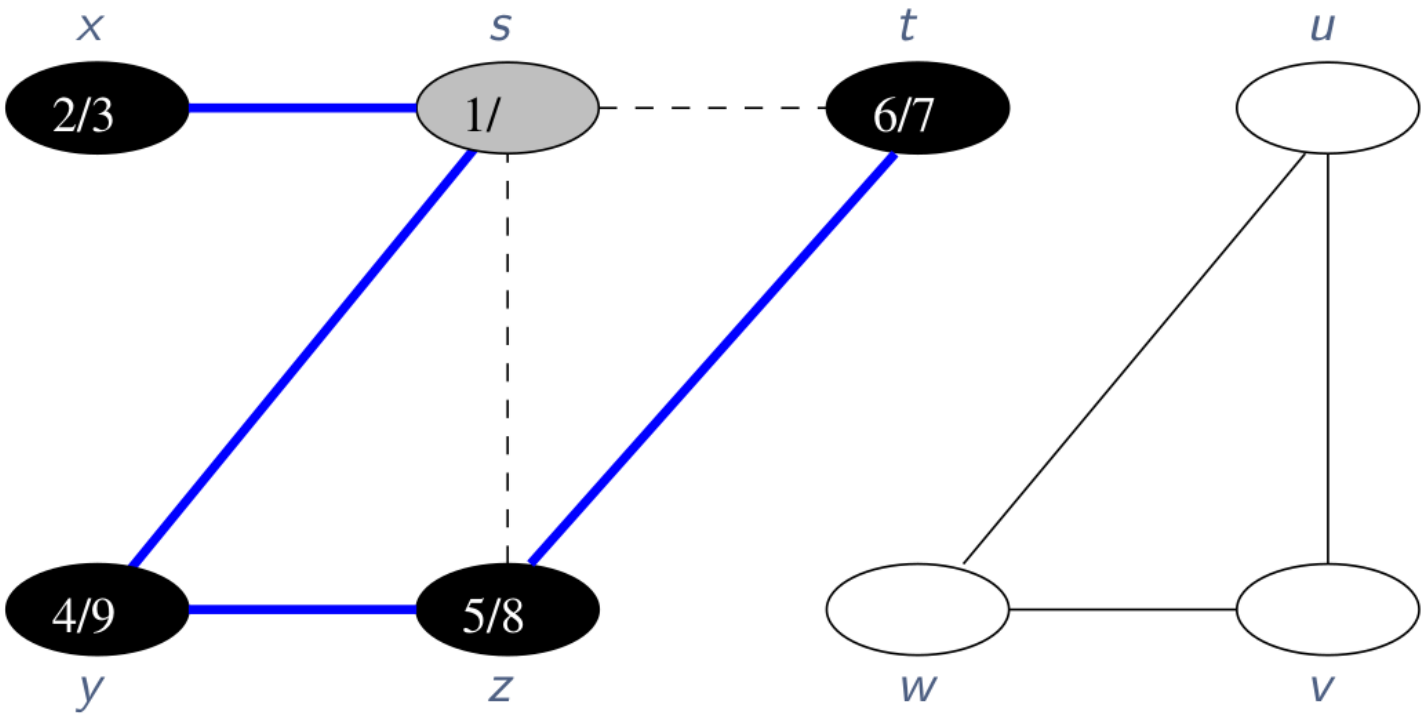
Componentes conexas de grafos não direcionados



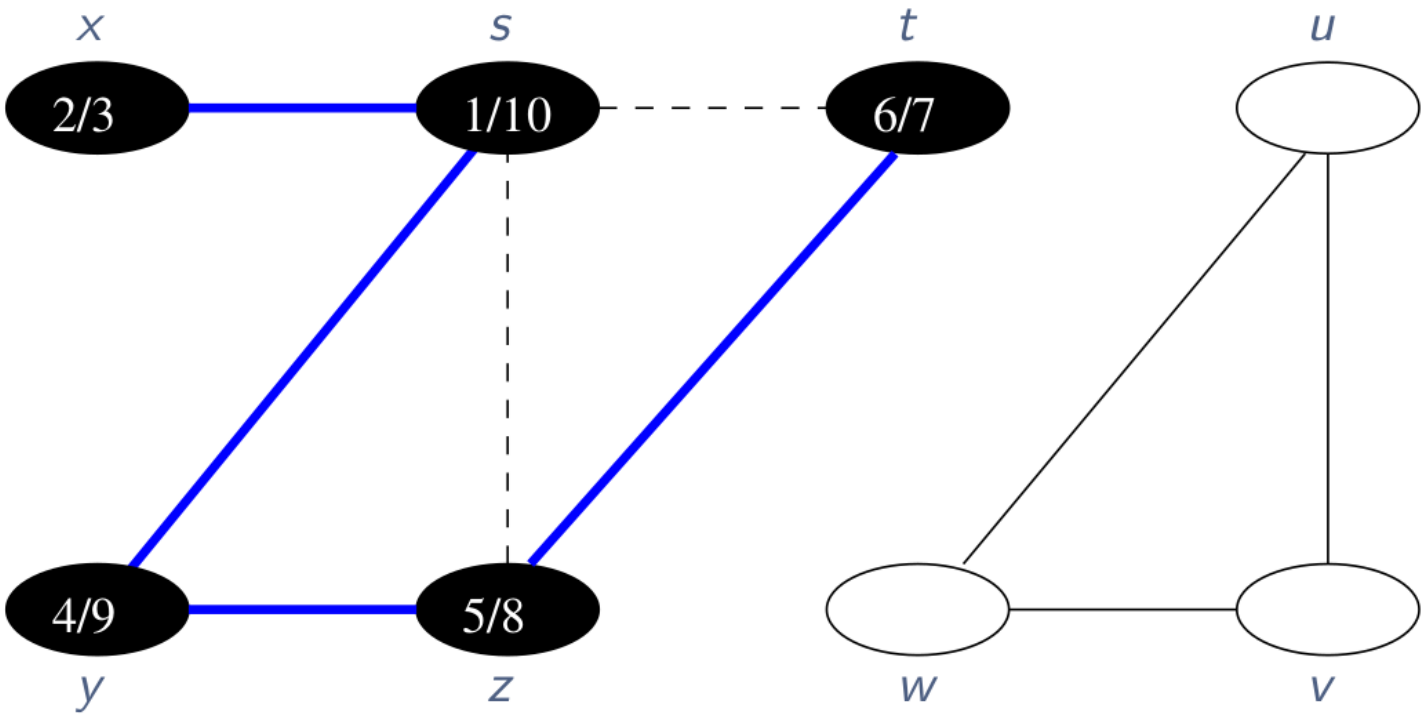
Componentes conexas de grafos não direcionados



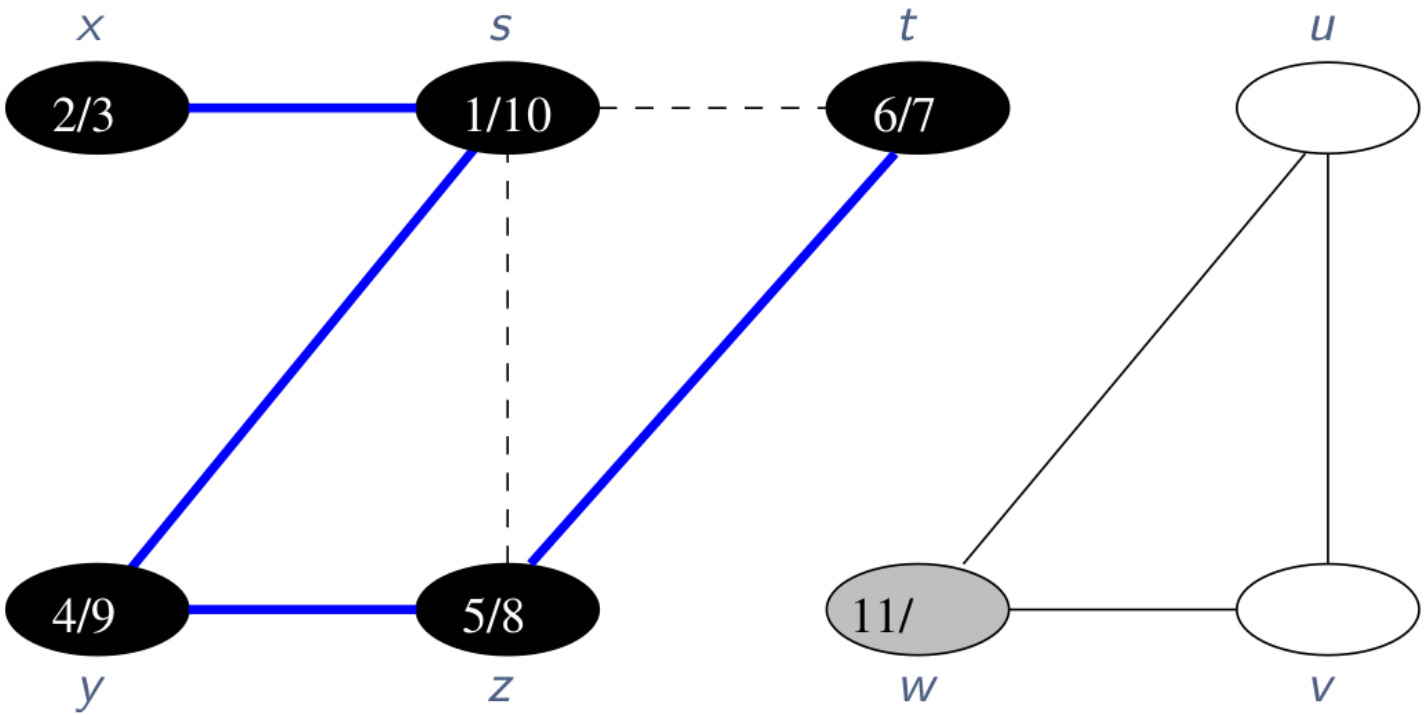
Componentes conexas de grafos não direcionados



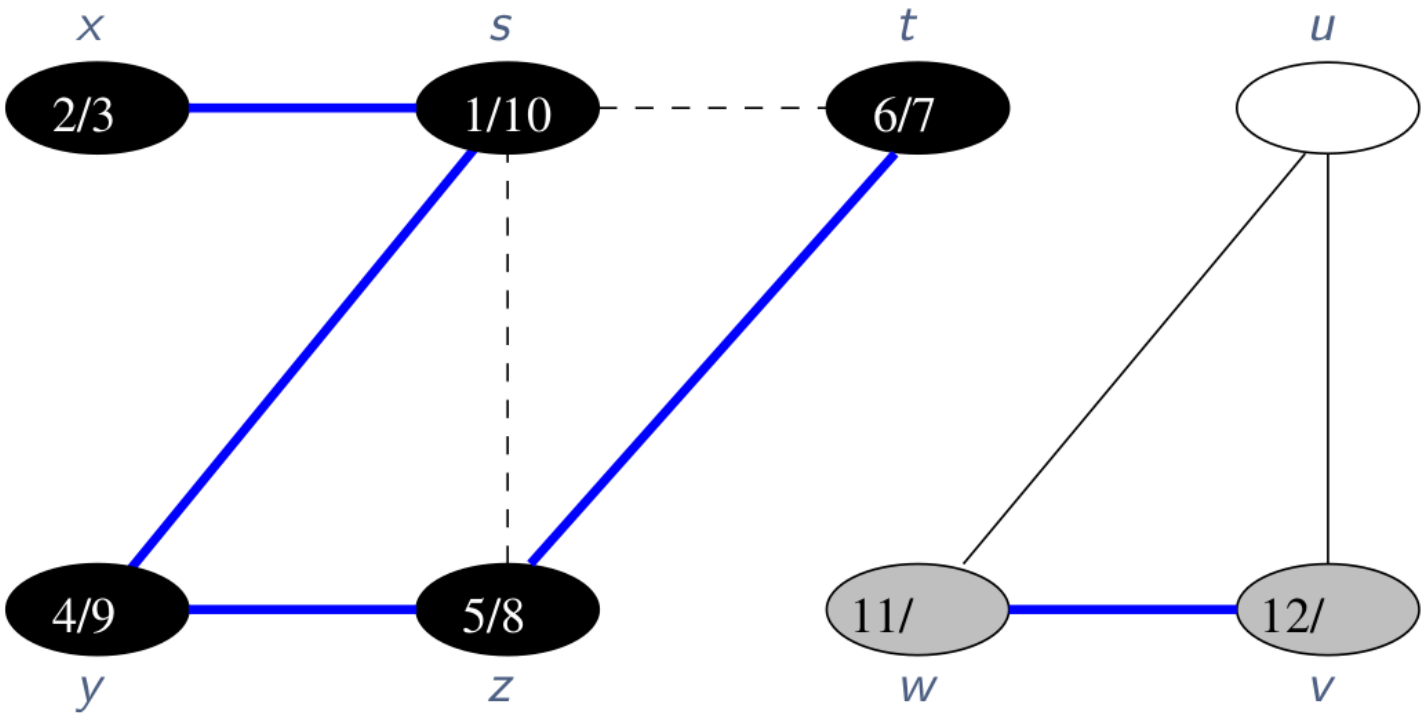
Componentes conexas de grafos não direcionados



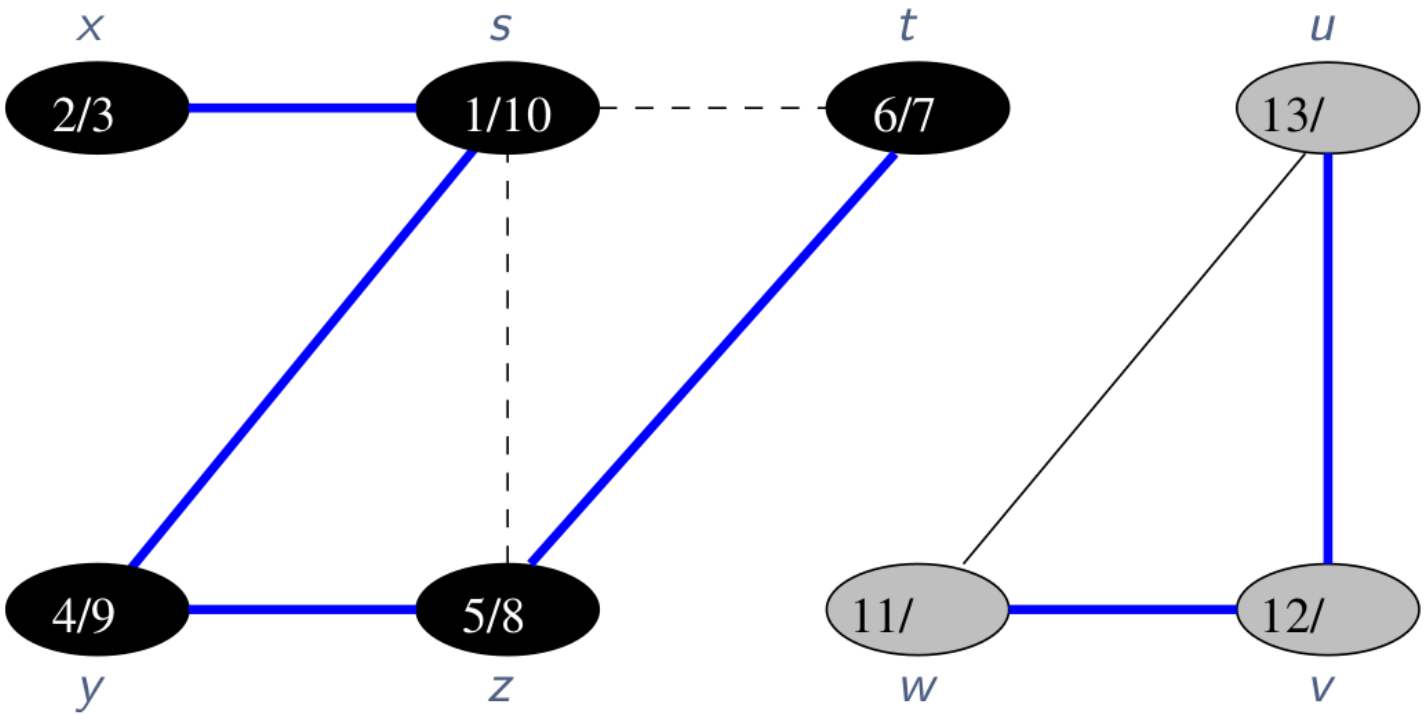
Componentes conexas de grafos não direcionados



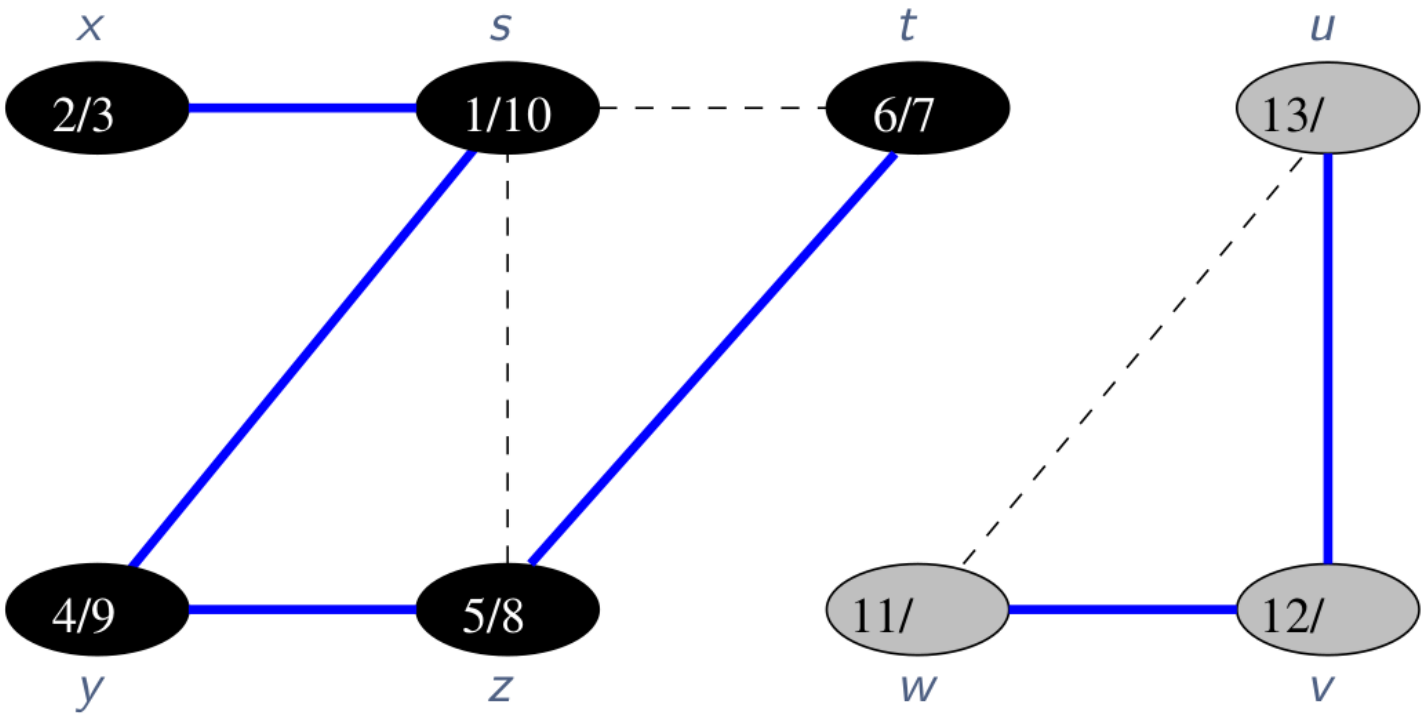
Componentes conexas de grafos não direcionados



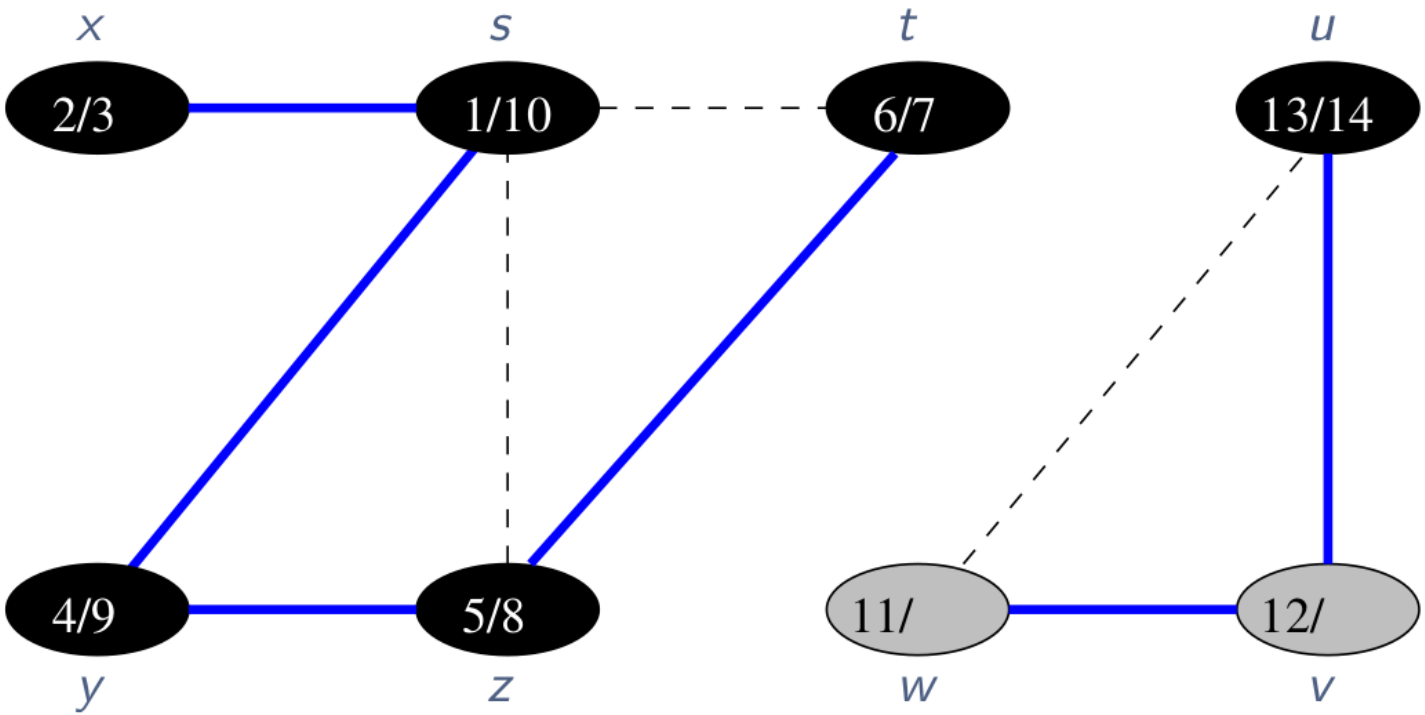
Componentes conexas de grafos não direcionados



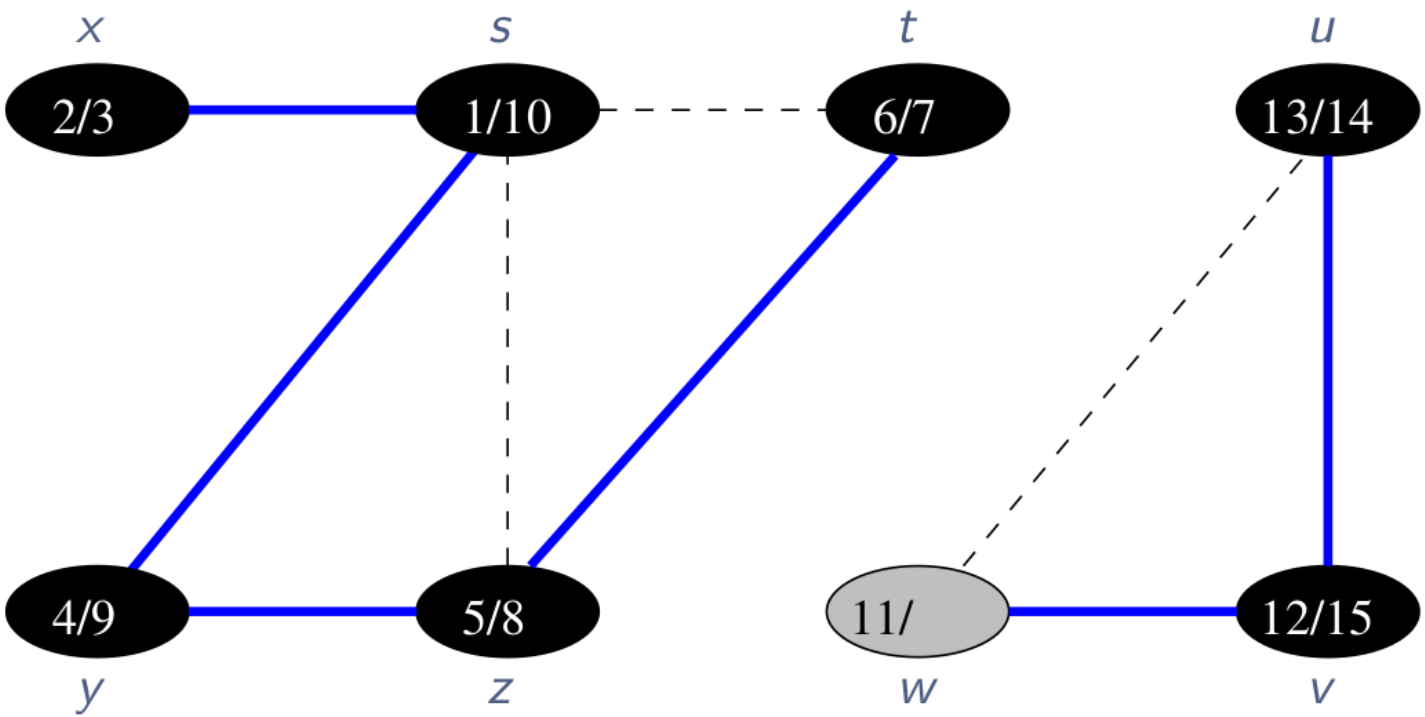
Componentes conexas de grafos não direcionados



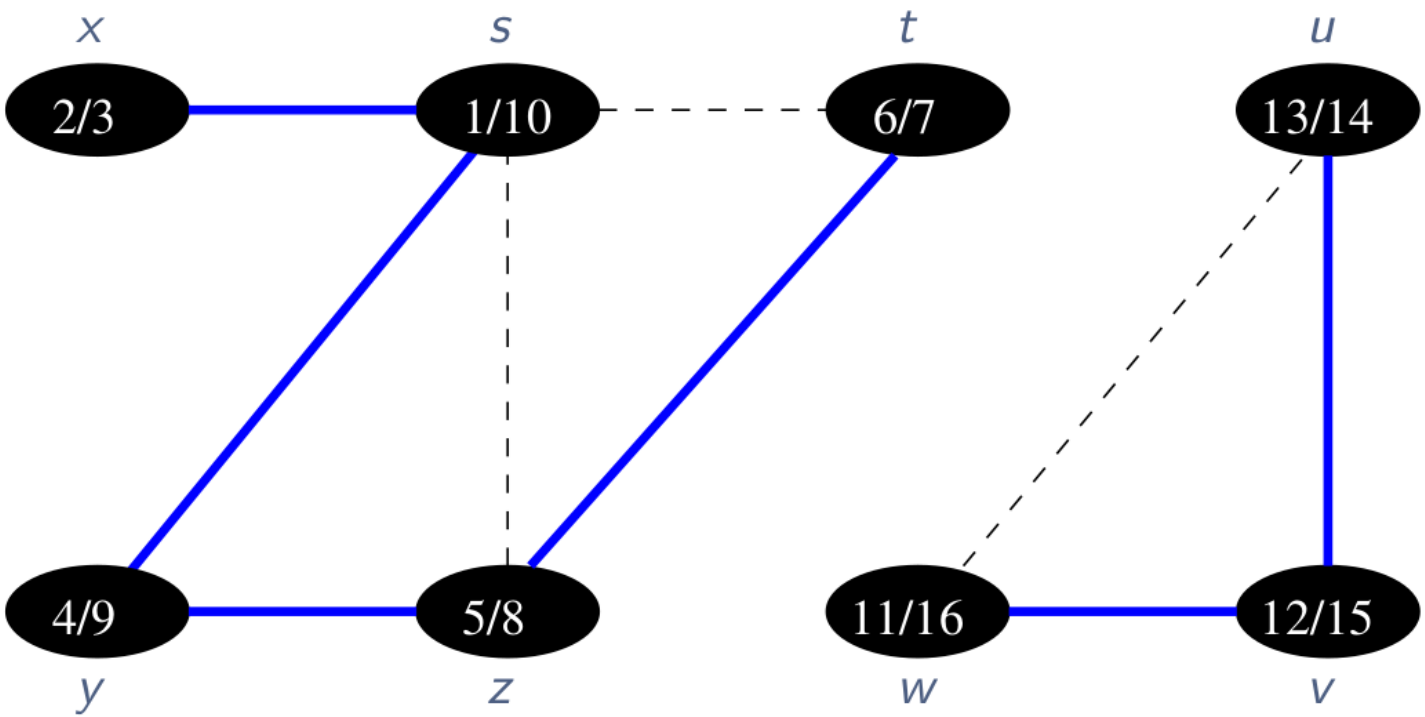
Componentes conexas de grafos não direcionados



Componentes conexas de grafos não direcionados



Componentes conexas de grafos não direcionados



Componentes conexas de grafos não direcionados

Contando o número de componentes

Componentes conexas de grafos não direcionados

Contando o número de componentes

- cada componente corresponde a uma árvore de busca

Componentes conexas de grafos não direcionados

Contando o número de componentes

- cada componente corresponde a uma árvore de busca
- é o número de chamadas a DFS-VISIT a partir de DFS

Componentes conexas de grafos não direcionados

Contando o número de componentes

- cada componente corresponde a uma árvore de busca
- é o número de chamadas a DFS-VISIT a partir de DFS

Vamos modificar DFS

Componentes conexas de grafos não direcionados

Contando o número de componentes

- cada componente corresponde a uma árvore de busca
- é o número de chamadas a DFS-VISIT a partir de DFS

Vamos modificar DFS

- identificamos cada componente por um número

Componentes conexas de grafos não direcionados

Contando o número de componentes

- cada componente corresponde a uma árvore de busca
- é o número de chamadas a DFS-VISIT a partir de DFS

Vamos modificar DFS

- identificamos cada componente por um número
- denotaremos por $comp[v]$ a componente de v

Algoritmo DFS modificado

```
DFS(G)
1   para cada u ∈ V[G] faça
2       cor[u] = branco
3   ℓ = 0
4   para cada u ∈ V[G] faça
5       se cor[u] == branco então
6           ℓ = ℓ + 1
7           DFS-VISIT(u)
```

- ℓ é o número de chamadas a DFS-VISIT a partir de DFS

Algoritmo DFS-VISIT modificado

```
DFS-visit(u)
1   cor[u] = cinza
2   para cada v ∈ Adj[u] faça
3       se cor[v] == branco então
4           DFS-VISIT(v)
5   cor[u] = preto
6   comp[u] = ℓ
```

FIM