Universidade Federal do Ceará-UFC
Campus Quixadá

Probabilidade e Estatísitica
Nome:

Nota:
Matrícula:

1. **(1,5 pontos)** Suponha que A e B sejam eventos independentes associados a um experimento. Se a probabilidade de A ou B ocorrerem for igual a 0,6, enquanto a probabilidade da ocorrência de A for igual a 0,4, determine a probabilidade da ocorrência de B.

2. **(1,5 pontos)** Suponha que temos duas urnas 1 e 2, cada uma com duas gavetas. A urna 1 contém uma moeda de ouro em uma gaveta e uma moeda de prata na outra gaveta; enquanto a urna 2 contém uma moeda de ouro em cada gaveta. Uma urna é escolhida ao acaso; a seguir uma de suas gavetas é aberta ao acaso. Verifica-se que a moeda encontrada nessa gaveta é de ouro. Qual a probabilidade de que a moeda provenha da urna 2?

3. **(1,5 pontos)** Em uma fábrica de parafusos , as máquinas A, B, C produzem 25, 35 e 40 por cento do total produzido, respectivamente. Da produção de cada máquina, 5, 4 e 2 por cento, respectivamente, são parafusos defeituosos. Escolhe-se ao acaso um parafuso e se verifica ser defeituoso. Qual será a probabilidade de que o parafuso venha da máquina A? Da B? Da C?

4. **(2 pontos)** Um número binário é constituiído apenas dos dígitos zero e um. (Por exemplo, 1 011, 1 100 etc.) Esses números têm importante papel na utilização de computadores eletrônicos. Suponha que um número binário seja formado de n dígitos. Suponha que a probabilidade de um dígito incorreto aparecer seja p e que os erros em diferentes dígitos sejam independentes uns dos outros. Qual será a probabilidade de formar-se um número incorreto?

5. **(2 pontos)** (O problema das caixas de fósforos de Banach*) Um matemático sai de casa todos os dias com duas caixas de fósforos, cada uma com n palitos. Toda vez que ele quer acender um cigarro, ele pega (ao acaso) uma das caixas e retira daí um palito. O matemático é meio distraído, de modo que quando ele retira o último palito de uma caixa, ele não percebe que a caixa fica vazia. Como ele fuma muito, em certa hora ele pega uma caixa e constata que ela está vazia. Qual é a probabilidade de nesse momento a outra caixa conter exatamente $k(0 \leq k \leq n)$ palitos?

6. **(4 pontos)** (Propriedades das Probabilidades Binomiais.) Um padrão geral para as probabilidades binomiais $\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$ foi sugerido. Vamos denotar essas probabilidades por $p_n(k)$;
   (a) Mostre que, para $0 \leq k < n$, temos $p_n(k+1)/p_n(\text{k}) = [(n-k)/(k+1)][p/(1-p)]$,
   (b) Empregando (a), mostre que
   (i) $p_n(k+1) > p_n(k)$ se $k < np - (1-p)$,
   (ii) $p_n(k+1) = p_n(k)$ se $k = np - (1-p)$,
   (iii) $p_n(k+1) < p_n(k)$ se $k > np - (1-p)$,
   (c) Mostre que se $np - 1(1-p)$ for um inteiro, $p_n(k)$ toma seu valor máximo para dois valores de k,a ber, $k_0 = np - (1-p)$ e $k_0' = np - (1-p) + 1$.
   (d) Mostre que se $np - (1-p)$ não for um inteiro, então $p_n(k)$ toma seu valor máximo quando k for igual ao menor inteiro maior que k_0.

A jornada do conhecimento é repleta de desafios, e esta prova é mais um deles a serem superados!!!
Joel Castro joelcastro@fisica.ufc.br

7. (1,5 pontos) De um lote que contém 25 peças, das quais 5 são defeituosas, são escolhidas 4 ao acaso, com reposição. Seja X o número de defeituosas encontradas. Estabeleça a distribuição de probabilidades de X, quando:

   (a) As peças forem escolhidas com reposição.

   (b) As peças forem escolhidas sem reposição.

8. (1,5 pontos) Uma caixa contém 2n sorvetes, n do sabor A e n do sabor B. De um grupo de 2n pessoas, $a < n$ preferem o sabor A, $b < n$ o sabor B e 2n - (a+b) não têm preferência. Encontre a probabilidade de que a preferência de todas as pessoas sejam respeitadas, se os sorvetes são distribuídos ao acaso.

9. (1,5 pontos) Jogadores I e II têm $R\$$ 200,00 cada um. Lança-se uma moeda com probabilidade p de dar cara. Se der cara, o jogador I recebe $R\$$ 50,00 do II; Se der coroa, I paga $R\$$ 100,00 ao II. Continua-se lançando a moeda, independentemente, até um dos jogadores perder tudo. Determine o número de lançamentos até terminar o jogo.

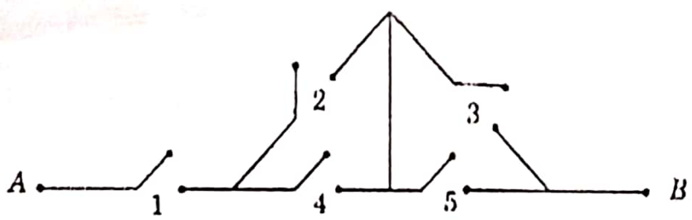
10. (1,5 pontos) Uma caixa contém 4 válvulas defeituosas e 6 perfeitas. Duas válvulas são extraídas juntas. Uma delas é verificada e observa-se que é perfeita. Qual a probabilidade de que a outra válvula também seja perfeita?

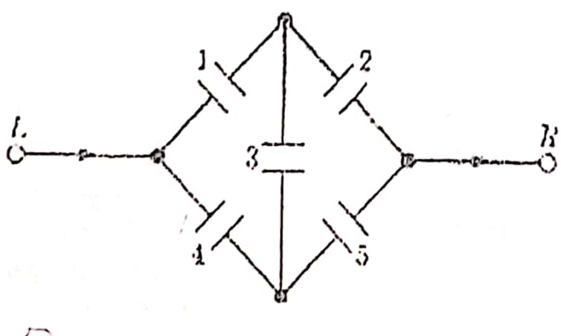
11. (1,5 pontos) Um inteiro é escolhido ao acaso, dentre os números 1, 2, . . . , 50. Qual a probabilidade de que o número esoolhldo seja divisível por 6 ou por 8?

12. (1,5 pontos) Dentre 6 números positivos e 8 negativos, escolhem-se ao acaso 4 números (sem reposição) e multiplicam-se esses números. Qual, será a probabilidade de que o produto seja um número positivo?

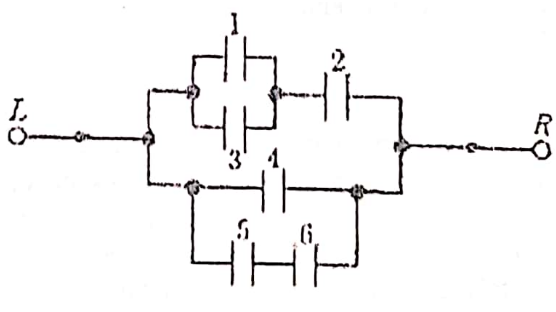
13. (1,5 pontos) Uma partida de cem peças é composta de 30 peças defeituosas e 70 peças perfeitas. Dez dessas peças são escolhidas ao acaso, sem reposição de qualquer peça escolhida antes que a seguinte seja escolhida. Qual é a probabilidade de que exatamente 70% das peças escolhidas seja defeituosa?

14. (6 pontos) A probabilidade de fechamento de cada relé dos circuitos mostrados abaixo são p, onde p é maior que zero e menor que 1, se todas as réles funcionam de forma independente qual a probabilidade de passagem de corrente entre os terminais?





(a)



(b)

Fig. 3.11