Prova 2017.1

1-a) Sendo n composto $\to n = a \cdot b$, $1 < a \le b \le n$

Pelo algoritmo $\to n = (x-y)(x+y)$

$$\begin{cases} a = x-y \\ b = x+y \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} & a+b = 2x \\ & x = \frac{a+b}{2} \end{aligned}$$

Como $b = x+y \to y = b - x = b - \left(\frac{a+b}{2}\right) = \frac{b-a}{2}$

$x = \frac{a+b}{2}$; $y = \frac{b-a}{2}$

a e b ímpares $\to$ a+b / b−a são pares $\to$ x e y são inteiros
pares

Quero mostrar que $x = \frac{a+b}{2} \to [\sqrt{n}] \le x < \frac{n+1}{2}$

$\boxed{x < \frac{n+1}{2}} \to \frac{a+b}{\cancel{2}} < \frac{n+1}{\cancel{2}} \to a+b < n+1 \to a+b < ab+1$

$b-1 < ab-a$

$\cancel{b-1} < a(\cancel{b-1})$ $\quad a > 1 \to$ Verdadeiro

$\boxed{x \geq [\sqrt{n}]} \to \sqrt{n} \geq [\sqrt{n}] \to x \geq \sqrt{n}$

$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{n} \to a+b \geq 2\sqrt{n} \to (a+b)^2 \geq 4n$

$a^2 + 2ab + b^2 \geq 4n$

$a^2 + 2ab + b^2 \geq 4ab$

$a^2 - 2ab + b^2 \geq 0$

$(a-b)^2 \geq 0 \to$ Verdadeiro

1-b) Demonstração de Euclides

Sendo l uma lista finita de quaisquer números primos $l = \{P_1, P_2, \dots P_n\}$

Sendo P o produto de todos os números primos dessa lista $P = P_1 \times P_2 \dots \times P_n$

Sendo $q = P+1$

Se q é primo, então sempre existe um número primo q que não está listado

Se q não é primo, então q é divisível por um primo K

K não pode estar dentro do conjunto l, pois K deveria ser divisor de P e $q = (P+1)$.

Para que K fosse divisor de P e q, seria preciso que K também dividisse 1, porém 1 não é divisível por nenhum número primo. (contradição)

Isso prova que sempre irá existir um número primo (q ou K) fora de QUALQUER conjunto de números primos. Portanto, há infinitos números primos.

$q = p + 1$

$\frac{p}{K} = i_1 \to p = K \cdot i_1$ $\Big\{$ $\frac{q}{K} = i_2 \to q = K \cdot i_2$

$p + 1 = K \cdot i_2$

$(K \cdot i_1) + 1 = K \cdot i_2$

$i_2 = \frac{K \cdot i_1}{K} + \frac{1}{K} \to i_2 = i_1 + \frac{1}{K}$

2-

$278247x + 2073651y = 22338$

$448043x + 3046091y = 21049$

R	Q	α	β
278247	—	1	
2073651	—	0	
278247	0	1	
125922	7	-7	
26403	2	15	
20310	4	-67	
6093	1	82	
2031	3	-313	42
0	3	—	—

Soluções positivas

$-313 + 1021t > 0$

$t > \frac{313}{1021} \to t > 0$

$42 - 137t > 0$

$t > -\frac{42}{137} \to t > 0$

MDC não divide c

$\boxed{\text{Não tem solução inteira}}$

$\beta = \frac{d \cdot a - d}{b} = \frac{(-313 \cdot 278247) - 2031}{2073651} = -42$

* Só calcular solução global se d dividir c

$X = \alpha + (b/d)t = -313 + 1021t$

$Y = \beta - (a/d)t = 42 - 137t$

448043	—	1
3046091	—	0
448043	0	1
357833	6	-6
90210	1	7
87203	3	-27
3007	1	34 -5
0	29	— —

$\beta = \frac{d \cdot a - d}{b} = 5$

$c' = \frac{21049}{3007} = 7$

$34 \cdot 7 = 238$

$-5 \cdot 7 = -35$

$\boxed{\begin{array}{l} X = 238 + 1013t \\ Y = -35 - 149t \end{array}}$

$X = \alpha \cdot c' + (b/d)t$

$Y = \beta \cdot c' - (a/d)t$

$34 + 1013t > 0$

$t > -\frac{34}{1013} \to t > 0$

$-5 - 149t > 0$

$t > \frac{5}{149} \to t > 0$

3- 4390579

$Y = \left[\sqrt{x^2 - m}\right]$

X	Y	$m = x^2 - y^2$
2095	0	N
2096	51	N
2097	82	N
2098	105	S

$(x - y) = 1993$

$(x + y) = 2203$

4- ZSZRLD   K = 11   ABCDEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZ

↓↓↓↓↓↓

OHOGAS

Oh O Gas

5-
```
def main():
    n = input()
    for i in range(n):
        a, b = input()
        x1 = y2 = alfa = 1
        x2 = y1 = beta = 0
        print a, '-', x1, y1, '\n', b, '-', x2, y2
        resto = a % b
        div = a // b
        temp = b
        while (resto != 0):
            alfa = x1 - (x2 * div)
            beta = y1 - (y2 * div)
            print resto, div, alfa, beta
            a = temp
            b = resto
            resto = a % b
            div = a // b
            temp = b
            x1 = x2
            y1 = y2
            x2 = alfa
            y2 = beta
    print resto, div, '- -\n---'

if __name__ == '__main__':
    main()
```