

Relazioni di ricorrenza - esercizi

- (1) Trovare una relazione di ricorrenza per il numero di modi di distribuire n oggetti distinti in 4 scatole. Qual è la condizione iniziale?

Risposta: $a_n = 4a_{n-1}$, $a_1 = 4$.

- (2) Trovare una relazione di ricorrenza per l'ammontare del saldo in un conto deposito bancario dopo n anni se il tasso di interesse è del 6% e vengono aggiunti al conto 50E all'inizio di ogni anno.

Risposta: $a_n = 1.06(a_{n-1} + 50)$.

- (3) Trovare una relazione di ricorrenza per il numero di modi di accoppiare $2n$ persone per delle partite di tennis.

Risposta: $a_n = 2^{n-1}a_{n-1}$, $a_1 = 1$.

- (4) Risolvere le seguenti relazioni di ricorrenza assumendo che n sia una potenza di 2 (trovare la soluzione generale).

- $a_n = a_{n/2} + 2n - 1$;
- $a_n = 4a_{n/2} + 3n$.

Risposta: • $A + 4n - \lfloor \log_2 n \rfloor$ • $a_n = An^2 - 3n$.

- (5) Sono stati investiti 500E in un conto deposito bancario che frutta l'8% di interessi ogni anno. Trovare una formula per il saldo sul conto dopo n anni.

Risposta: $(1.08)^n \times 1000$ (attenzione alla consegna dell'esercizio: dopo aver stabilito la relazione di ricorrenza per il problema, è necessario risolverla!).

- (6) Risolvere le seguenti relazioni di ricorrenza:

- $a_n = 3a_{n-1} + 4a_{n-2}$, $a_0 = a_1 = 1$;
- $a_n = a_{n-2}$, $a_0 = a_1 = 1$;
- $a_n = 3a_{n-1} - 3a_{n-2} + a_{n-3}$, $a_0 = a_1 = 1$, $a_2 = 2$;
- $a_n = 3a_{n-1} - 2$, $a_0 = 0$;
- $a_n = 2a_{n-1} + 2n^2$, $a_0 = 3$;

Risposta:

- $a_n = \frac{2}{5}4^n + \frac{3}{5}(-1)^n$
- $a_n = 1$
- $a_n = \frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n + 1$
- $a_n = -3^n + 1$
- $a_n = 15 \times 2^n - 2n^2 - 8n - 12$