Una svista

LEZIONE 20

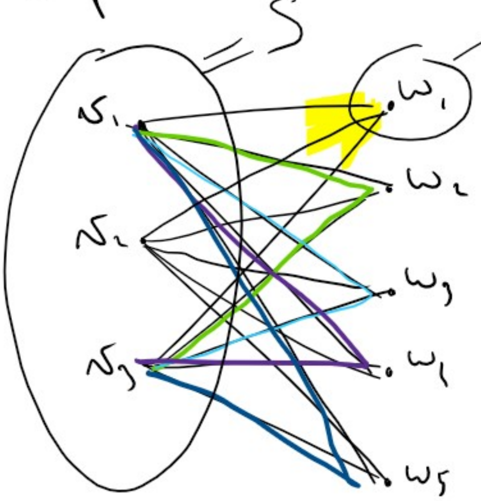
08/04/2021

! Controllate annunci e foglio esercizi 5 in Moodle

NOTA: La scorsa lezione vi avevo assegnato per casa il calcolo della connettività di un multigrafo MA la connettività è definita solo sui grafi semplici!

Esercizi su connettività

1) Calcolare $K(G)$ e $K^E(G)$ del grafo bipartito completo $G = K_{n,m}$ $(n \le m)$



mi da un taglio minimo

$$K(G) \le K^E(G) \le \delta^{min}(G)$$

$$d(v_i) = m \qquad d(w_j) = n = \delta^{min}$$

$$K(G) \overset{?}{=} n \implies K^E(G) = n$$

$K(G) = \min_{\substack{u,u' \\ \text{non adiac.}}} K_{u,u'}$, $K_{u,u'}$ = num. di cammini da u ad u' int. disgiunti

$$K_{v_1 v_i} = m$$

il j-esimo cammino da v_1 a v_i lo prendo così: $v_1 \longrightarrow w_j \longrightarrow v_i$

$$j = 1, 2, \dots m$$

$$K_{w_1 w_i} = n$$

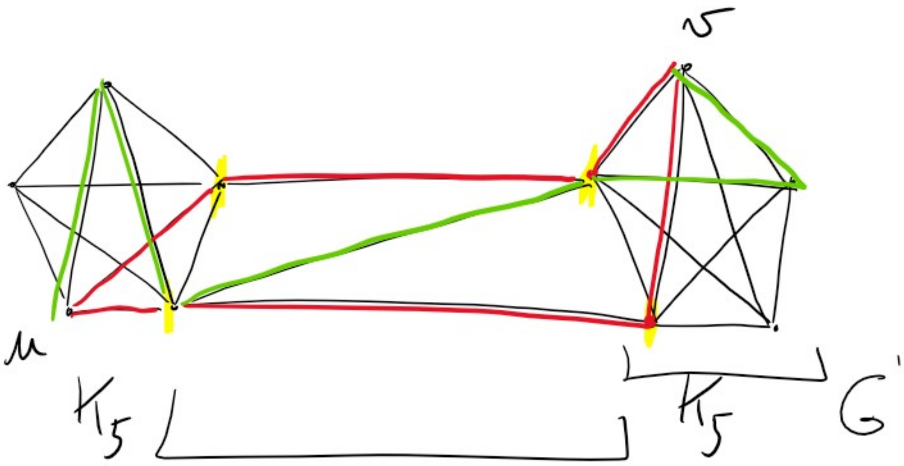
$$w_1 \longrightarrow v_j \longrightarrow w_i \qquad j = 1, 2 \dots n$$

$w_1 \longrightarrow v_j$

$$K_{u,u'} = \begin{cases} n \\ m \end{cases} \Rightarrow K(K_{n,m}) = n$$

$$\Rightarrow K^E(K_{n,m}) = n$$

Calcolare $K(G)$ e $K^E(G)$ del grafo



$$\delta^{min}(G) = 4$$

$K_{uv} = 4$ per due vertici "dalla stessa parte"

$K^E_{uv} = 4$ stesso motivo

$$K(G) = \min_{\substack{u,v \\ \text{non adiac}}} K_{uv} = 2$$

$K_{uv} = 2$ per due vertici che non sono "dalla stessa parte"

$K^E_{uv} = 3$ per due vertici che non sono "dalla stessa parte"

$K(G) = 2 \qquad K^E(G) = 3$

$K(G') = 1 \qquad K^E(G') = 1$

<u>NB.</u> Se G' è sottografo di G non c'è nessuna relazione tra $K(G')$ e $K(G)$ e tra $K^E(G')$ e $K^E(G)$.

<u>x casa</u> Trovare G con G' sottografo t.c. $K(G') < K(G)$

$K^E(G') < K^E(G)$

Esercizi sugli alberi

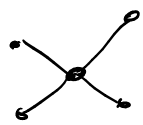
Trovare tutti gli alberi con 5 vertici a meno di isomorfismo

$\sum$ gradi $= 2|E| = 2(n-1) = 8$

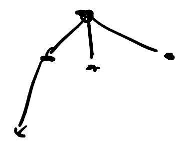
Seq. di gradi: $\underline{|\ \ ,\ \ ,\ \ ,1,1|}$ $\quad |E| = n-1$

↑ max 4

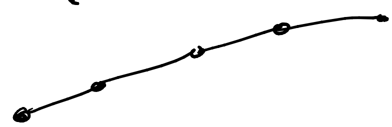
1) 4 $\underline{1}$ $\underline{1}$ 1 1



2) 3 $\underline{2}$ $\underline{1}$ 1 1



3) 2 $\underline{2}$ $\underline{2}$ 1 1



2 $\underline{\underline{3}}$ 1 1 1

4) 1 $\underline{1}$ $\underline{1}$ 1 1

Se ho un albero che ha 2 vertici di grado 2, 3 vertici di grado 3, quattro vertici di grado 4 e nessun vertice di grado maggiore, quanti vertici di grado 1 ha?

$|V| = n \qquad \sum$ gradi $= 2n-2$

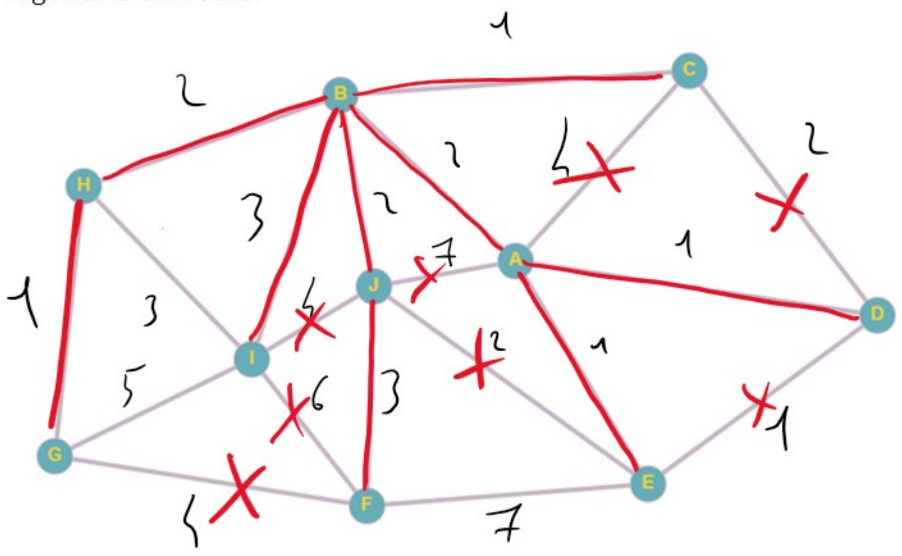
$\begin{cases} 2\cdot 2 + 3\cdot 3 + 4\cdot 4 + x\cdot 1 = 2n-2 \end{cases}$

$$\begin{cases} 2\cdot 2 + 3\cdot 3 + 4\cdot 4 + x\cdot 1 = 2n - 2 \\ n = 2 + 3 + 4 + x \end{cases} \qquad x = n - 9$$

$$4 + 9 + 16 + n - 9 = 2n - 2$$

$$\underline{n = 22} \qquad \underline{x = 13}$$

Algoritmo di Kruskal



albero minimo da un grafo con pesi sugli archi

1 1 1 1 ~~1~~ 2 2 2 ~~2~~ ~~2~~ 3 3 ~~3~~

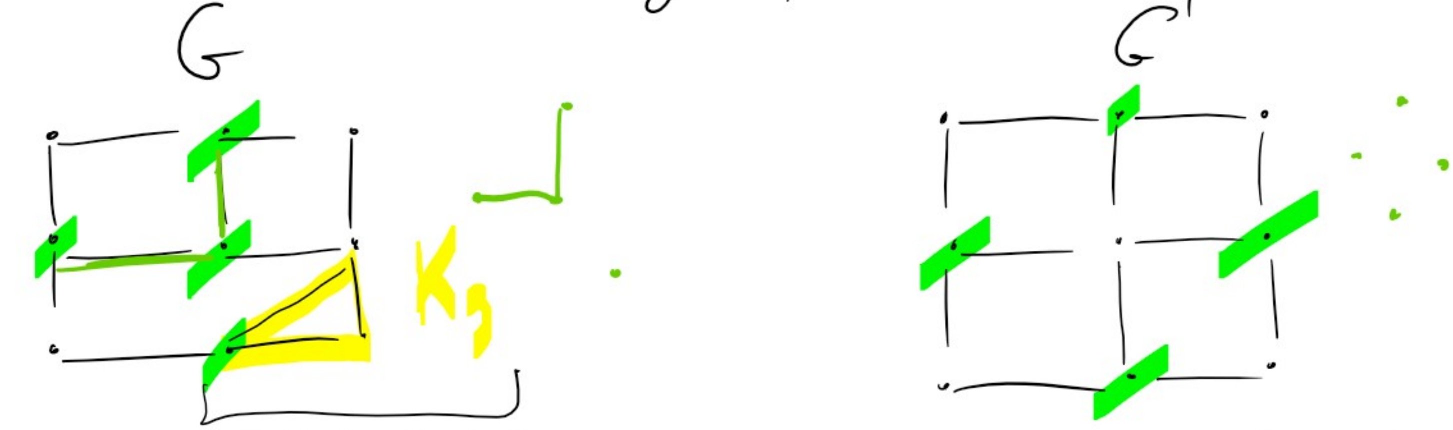
GH BC AE AD

~~4~~ ~~4~~ ~~4~~ ~~5~~ ~~6~~ ~~7~~ ~~7~~

peso = 16

Sottografi indotti

$G \cong G' \Rightarrow$ hanno gli stessi sottografi indotti



$4\ 3\ 3\ 3\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2$ $\qquad$ $4\ 3\ 3\ 3\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2$

In G ha un sottografo indotto $\cong K_3$ ma in G' non c'è, quindi G e G' non sono isomorfi

OPPURE

i sottografi indotti dai vertici di grado 3 non sono isomorfi

OPPURE

G' è bipartito perché ha solo cicli di lunghezza pari mentre G non è bipartito perché ha △ di lunghezza dispari