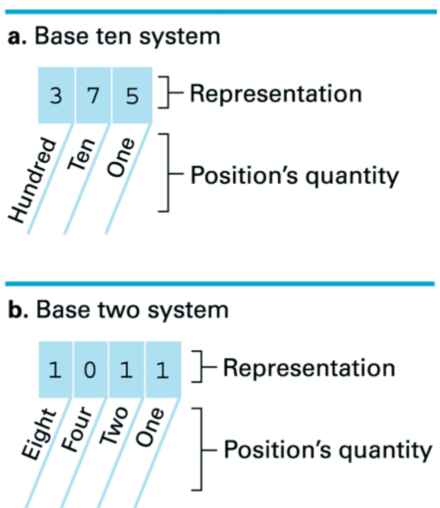
Notazione binaria, ottale, esadecimale.
Algebra di Boole.

Base 10 e base 2



Rappresentazione decimale e binaria

- Base 10 ➔ cifre da 0 a 9
- Base 2 ➔ cifre 0 e 1
- Sequenza di cifre decimali

$$d_k\ d_{k-1}\ \ldots\ d_1\ d_0$$

➔ numero intero

$$d_k \times 10^k + d_{k-1} \times 10^{k-1} + \ldots\ d_1 \times 10 + d_0$$

- Esempio: 102 in base 10 è 1x100+0x10+2x1
- In generale: $\sum_{(k=n,n-1,\ldots,0)} d_k\ 10^k$

Valore di una rappresentazione binaria

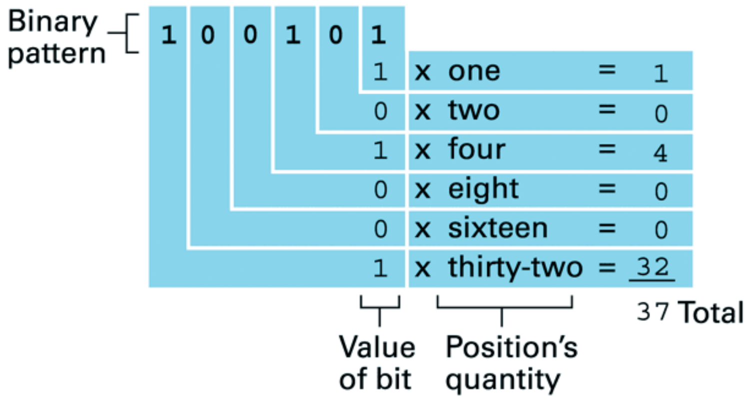
- Per un numero binario $d_k\ d_{k-1}\ \ldots\ d_1\ d_0$
- Stesso procedimento ma su base 2:

$$\sum_{(k=n,n-1,\ldots,0)} d_k\ 2^k$$

- Esempio:

$$0101101_2 = 1\cdot 2^5 + 1\cdot 2^3 + 1\cdot 2^2 + 1\cdot 2^0$$
$$= 32 + 8 + 4 + 1$$
$$= 45_{10}$$

Valore di una rappresentazione binaria



Rappresentazione binaria

- Valore minimo di una sequenza di n cifre binarie: 000 … 0 (n volte) = 0_{10}
- Valore massimo: 1111…111 (n volte) = $2^{n-1} + 2^{n-2} + \ldots + 2^2 + 2^1 + 2^0 = 2^n - 1$
- Esempio con n=3: 111 = $2^2 + 2 + 1 = 7 = 2^3 - 1$
- Da 0 a 8 (su 4 bit):

0	1	2	3	4	5	6	7	8
0000,	0001,	0010,	0011,	0100,	0101,	0110,	0111,	1000

Kilo, Mega, Giga, Tera, ...

- Byte = 8 bit
- Kilo, dal greco khiloi (1000 = 10^3)
  - 2^{10} = 1024 = 1K (vicino a 1000)
- Mega, dal greco mega (grande)
  - 1.000.000 = 10^6
  - 2^{20} = 1.048.576
- Giga, dal latino gigas (gigante)
  - 1.000.000.000 = 10^9
  - 2^{30}
- Tera, dal greco tera (mostro)
  - 10^{12}
  - 2^{40}
- Peta, dal greco pente (5)
  - $1000^5 = 10^{15}$
  - 2^{50}

Notazione ottale (base 8)

- 8 simboli: 0, 1, 2, ..., 7
- Un simbolo per rappresentare ogni gruppo di 3 cifre binarie (ce ne sono 8 diversi)
- Es.: 101101010011 (binario)

$$\begin{array}{cccc} 101 & 101 & 010 & 011 \\ \Updownarrow & \Updownarrow & \Updownarrow & \Updownarrow \\ 5 & 5 & 2 & 3 \end{array} \Rightarrow \quad 5523 \ \text{(ottale)}$$

- Di solito lunghezza multipla di 3
  - Es.: 3 simboli per 8 bit

Notazione esadecimale

- 16 simboli: 0, 1, 2, ..., 9, A, B, ..., F
- Un simbolo per rappresentare ogni gruppo di 4 cifre binarie (ce ne sono 16 diversi)
- Es.: 101101010011
- Di solito lunghezza multipla di 4
- Es.: 3 simboli per 12 bit

Notazione esadecimale

- Es.: 101101010011 diventa B53

Bit pattern	Hexadecimal representation
0000	0
0001	1
0010	2
0011	3
0100	4
0101	5
0110	6
0111	7
1000	8
1001	9
1010	A
1011	B
1100	C
1101	D
1110	E
1111	F

Manipolazione logica di bit

- Algebra di Boole (utile per la specifica di funzioni logiche):
  - variabili logiche (binarie) e operazioni logiche
  - una variabile A può prendere valore 0 (FALSO) o 1 (VERO)
  - operazioni logiche di base: AND, OR, NOT

A	B	R
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

R = A AND B

A	B	R
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

R = A OR B

A	R
0	1
1	0

R = NOT A

- Operatori booleani su due variabili

$$\text{A AND B} = A \cdot B$$
$$\text{A OR B} = A + B$$
$$\text{NOT A} = \overline{A}$$

Esempio: $D = A + (\overline{B} \cdot C)$

D è uguale a 1 se A è 1 o se B = 0 e C = 1.
Altrimenti D è uguale a 0.

Manipolazione logica di bit

- Operatori booleani su due variabili

P	Q	NOT P ($\overline{P}$)	P AND Q ($P \cdot Q$)	P OR Q ($P + Q$)	P NAND Q ($\overline{P \cdot Q}$)	P NOR Q ($\overline{P + Q}$)	P XOR Q ($P \oplus Q$)
0	0	1	0	0	1	1	0
0	1	1	0	1	1	0	1
1	0	0	0	1	1	0	1
1	1	0	1	1	0	0	0

- Algebra booleana: postulati e identità

Basic Postulates		
$A \cdot B = B \cdot A$	$A + B = B + A$	Commutative Laws
$A \cdot (B + C) = (A \cdot B) + (A \cdot C)$	$A + (B \cdot C) = (A + B) \cdot (A + C)$	Distributive Laws
$1 \cdot A = A$	$0 + A = A$	Identity Elements
$A \cdot \overline{A} = 0$	$A + \overline{A} = 1$	Inverse Elements
Other Identities		
$0 \cdot A = 0$	$1 + A = 1$	
$A \cdot A = A$	$A + A = A$	
$A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$	$A + (B + C) = (A + B) + C$	Associative Laws
$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$	$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$	DeMorgan's Theorem