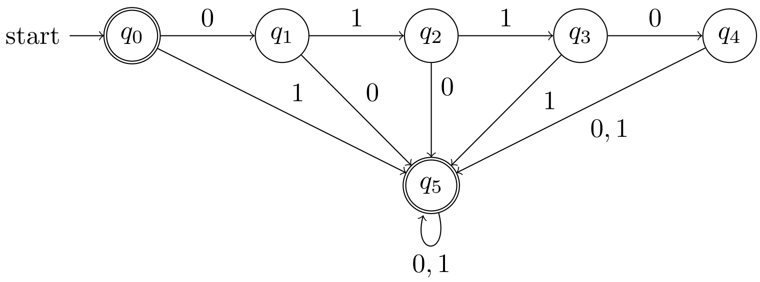
Automi e Linguaggi Formali
Esame del 19 Settembre 2019 – Parte I

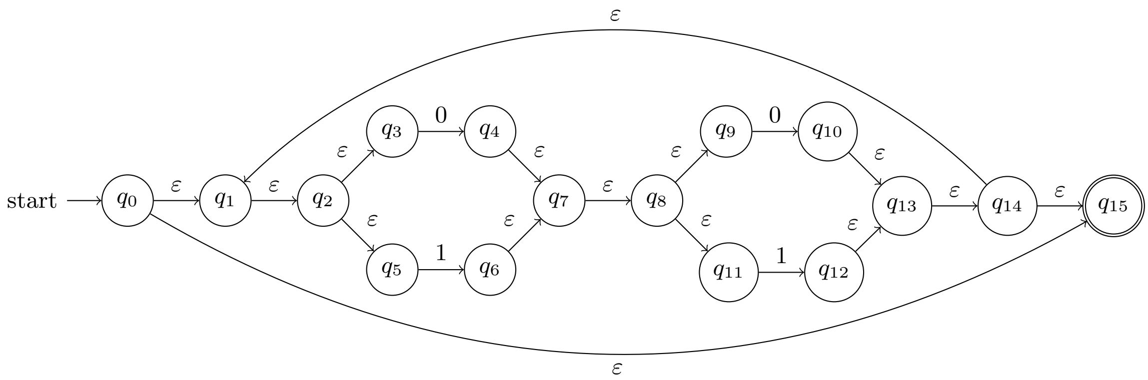
Tempo a disposizione: 1 h 30 min

1. Scrivere un automa a stati finiti che riconosca il linguaggio

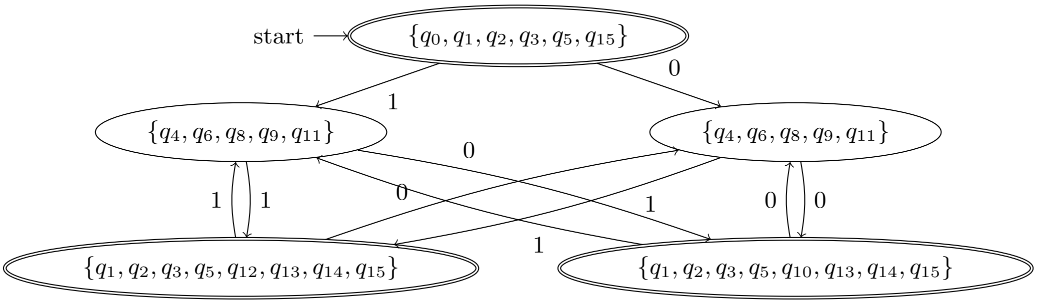
$$L = \{w \in \{0,1\}^* \mid w \neq 0110\}$$



2. Trasformare l'espressione regolare $((0+1)(0+1))^*$ in un automa *usando l'algoritmo visto a lezione.*



3. Trasformare l'ε-NFA ottenuto nell'esercizio 2 in DFA.



4. Sia $\Sigma = \{0,1\}$ e considerate i due seguenti linguaggi:

$$L_1 = \{(01)^n 0 (10)^n \mid n \geq 0\}$$
$$L_2 = \{1^n 0 1^n \mid n \geq 0\}$$

Uno dei due linguaggi è regolare, l'altro linguaggio non è regolare.

(a) Dire quale dei due linguaggi è regolare e quale non è regolare.
(b) Per il linguaggio regolare, dare un automa a stati finiti o un'espressione regolare che lo rappresenta.
(c) Per il linguaggio non regolare, dimostrare la sua non regolarità usando il Pumping Lemma.

(a) Il linguaggio L_1 è regolare, mentre il linguaggio L_2 non è regolare.

(b) *Il linguaggio* L_1 *è generato dall'espressione regolare* $(01)^*0$

(c) *Supponiamo per assurdo che* L *sia regolare. Di conseguenza, deve rispettare il Pumping Lemma.*
- *sia* $n > 0$ *la lunghezza data dal Pumping Lemma;*
- *consideriamo la parola* $w = 1^n01^n$*, che appartiene ad* L *ed è di lunghezza maggiore di* n*;*
- *sia* $w = xyz$ *una suddivisione di* w *tale che* $y \neq \varepsilon$ *e* $|xy| \leq n$*;*
- *poiché* $|xy| \leq n$*, allora* xy *è completamente contenuta nel prefisso* 1^n *di* w*, e quindi sia* x *che* y *sono composte solo da* 1*. Inoltre, siccome* $y \neq \varepsilon$*, possiamo dire che* $y = 1^p$ *per qualche valore* $p > 0$*. Allora la parola* xy^2z *è nella forma* $1^{n+p}01^n$*, e quindi non appartiene al linguaggio perché il numero di* 1 *nella prima parte della parola è maggiore del numero di* 1 *nella seconda parte della parola.*

Abbiamo trovato un assurdo quindi L *non può essere regolare.*

5. Costruire una CFG G che genera il linguaggio $L = \{a^nb^mc^k \mid \ con\ n = m\ o\ m = k\ e\ n, m\ e\ k \geq 0\}$. Dimostrare che per la grammatica G che proponete, vale $L(G) \subseteq L$.

La grammatica G *è come segue:*

$$S \to AC \mid BD$$

$$A \to aAb \mid \epsilon$$

$$C \to cC \mid \epsilon$$

$$B \to aB \mid \epsilon$$

$$D \to bDc \mid \epsilon$$

Per dimostrare che $L(G) \subseteq L$ *basta osservare che* C *genera* c^m *con* $m \geq 0$ *e che* A *genera* a^nb^n *per* $n \geq 0$ *e quindi* $S \Rightarrow AC \Rightarrow^* a^nb^nc^m$ *con* n *ed* m *maggiori o uguali a 0. La stringa vuota si ottiene quando* $n = m = 0$*. Un ragionamento simile su* B *e* D *dimostra che* $L(G)$ *genera anche* $a^nb^mc^m$ *per* n *ed* m *maggiori o uguali a 0.*