

1. (12 punti) Una *Macchina di Turing con stack di nastri* possiede due azioni aggiuntive che modificano il suo nastro di lavoro, oltre alle normali operazioni di scrittura di singole celle e spostamento a destra o a sinistra della testina: può salvare l'intero nastro inserendolo in uno stack (operazione di Push) e può ripristinare l'intero nastro estraendolo dallo stack (operazione di Pop). Il ripristino del nastro riporta il contenuto di ogni cella al suo contenuto quando il nastro è stato salvato. Il salvataggio e il ripristino del nastro non modificano lo stato della macchina o la posizione della sua testina. Se la macchina tenta di “ripristinare” il nastro quando lo stack è vuoto, la macchina va nello stato di rifiuto. Se ci sono più copie del nastro salvate nello stack, la macchina ripristina l'ultima copia inserita nello stack, che viene quindi rimossa dallo stack.

Mostra che qualsiasi macchina di Turing con stack di nastri può essere simulata da una macchina di Turing standard. *Suggerimento:* usa una macchina multinastro per la simulazione.

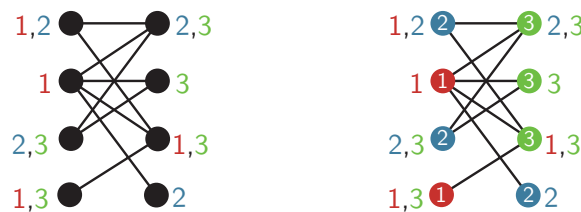
2. (12 punti) Considera il linguaggio

$$\text{FORTY-TWO} = \{ \langle M, w \rangle \mid M \text{ termina la computazione su } w \text{ avendo solo 42 sul nastro} \}.$$

Dimostra che FORTY-TWO è indecidibile.

3. (12 punti) “Colorare” i vertici di un grafo significa assegnare etichette, tradizionalmente chiamate “colori”, ai vertici del grafo in modo tale che nessuna coppia di vertici adiacenti condivida lo stesso colore. Considera la seguente variante del problema chiamata LIST-COLORING. Oltre al grafo G , l'input del problema comprende anche una *lista di colori ammissibili* $L(v)$ per ogni vertice v del grafo. Il problema che dobbiamo risolvere è stabilire se possiamo colorare il grafo G in modo che ogni vertice v sia colorato con un colore preso dalla lista di colori ammissibili $L(v)$.

$$\text{LIST-COLORING} = \{ \langle G, L \rangle \mid \text{esiste una colorazione } c_1, \dots, c_n \text{ degli } n \text{ vertici tale che } c_v \in L(v) \text{ per ogni vertice } v \}$$



Esempio di istanza (a sinistra) e soluzione (a destra) di LIST-COLORING.

- (a) Dimostra che LIST-COLORING è un problema NP.
(b) Dimostra che LIST-COLORING è NP-hard, usando 3-COLOR come problema NP-hard di riferimento.