

Domande tipo per la parte di CF, TM e Indecidibilità

1) Data la seguente grammatica libera da contesto  $G : S \leftarrow aS \mid aSbS \mid \epsilon$ , dimostrare che il linguaggio  $L(G)$  contiene solo stringhe tali che ogni loro prefisso abbia un numero di  $a$  almeno pari al numero dei  $b$ .

2) Costruire un automa a pila  $P$  che accetta lo stesso linguaggio  $L(G)$  generato dalla grammatica  $G$  del punto precedente.

3) In generale gli automi a pila possono accettare per pila vuota o per stati finali. I linguaggi riconosciuti sono gli stessi. Per gli automi a pila deterministici questo non è più vero. Spiegare le ragioni di questa differenza. Cercate di specificare quali linguaggi vengono accettati nelle due modalità di accettazione. La differenza tra le 2 classi di linguaggi vi pare importante?

4) Dato l'automato a pila  $P = (\{q\}, \{a, b\}, \{a, Z\}, \delta, q, Z, \{q\})$  dove  $\delta$  è come segue:  $\delta(q, a, Z) = \{(q, aZ)\}$ ,  $\delta(q, a, a) = \{(q, aa)\}$ ,  $\delta(q, b, a) = \{(q, \epsilon)\}$ . Descrivere il linguaggio riconosciuto da  $P$ . Trasformare  $P$  in un PDA  $P'$  che accetta per pila vuota lo stesso linguaggio accettato da  $P$  per stato finale.

5) Data la seguente grammatica libera da contesto  $G : B \rightarrow BB \mid (B) \mid \epsilon$ , rispondere alle seguenti due domande:

a) dimostrare, per induzione sulla lunghezza della derivazione, che  $L(G)$  consiste di stringhe in  $\{(, )\}^*$  in cui le parentesi siano bilanciate, cioè tali che ogni parentesi  $($  ha una corrispondente  $)$  che la segue e se la coppia di parentesi venisse eliminata, si otterrebbe di nuovo una stringa bilanciata.

b) Mostrare che la grammatica  $G : B \rightarrow (B) \mid \epsilon$ , non genera tutte le stringhe in  $\{(, )\}^*$  bilanciate.

6) La domanda riguarda la dimostrazione che per ogni PDA  $P$  che accetta per stack vuoto, esiste una grammatica  $G$  che genera lo stesso linguaggio che  $P$  riconosce. Ora, immaginate che  $P$  abbia solo 2 stati ( $p$  e  $q$ ) e che abbia la seguente transizione:  $\delta(q, a, X) = \{(q, YZ)\}$ . Mostrare le produzioni che  $GP$  possiede in corrispondenza di questa transizione.

7) Data la seguente CFG:  $S \rightarrow ASB \mid \epsilon$ ,  $A \rightarrow aAS \mid a$ ,  $B \rightarrow SbS \mid A \mid bb$ , descrivere come si eliminano da essa le  $\epsilon$ -produzioni, ottenendo una grammatica che genera  $L(S) - \{\epsilon\}$ .

8) Il Teorema di Rice dimostra che tutte le proprietà sui linguaggi RE (cioè riconosciuti dalle Macchine di Turing) sono indecidibili. Consideriamo per esempio la seguente proprietà  $P_{CF}$ : il linguaggio è Context Free. Dare la definizione del linguaggio  $L_{P_{CF}}$  che è indecidibile per il Teorema di Rice. Spiegare quali proprietà dei linguaggi RE sono dette banali.

9) Si chiede di descrivere la Forma Normale di Chomsky, di descrivere l'enunciato del pumping Lemma e di spiegare (meglio che potete) come si arriva a dimostrare il pumping Lemma partendo dalla Forma Normale.

10) Usare il pumping lemma per dimostrare che  $L = \{a^n b^n c^i \mid i \leq n\}$  non è CF. Vedere esercizi 7.2.1 del testo.

11) Descrivere un PDA che accetta per pila vuota ed è capace di riconoscere il linguaggio  $L = \{(ab)^n (ca)^n \mid n \geq 1\}$ . Il vostro è un automa deterministico o nondeterministico? Spiegare la risposta.

12) Dare la definizione del linguaggio  $L_U$  e spiegare in dettaglio come si dimostra che  $L_U$  è un linguaggio RE e non ricorsivo

13) Spiegare cos'è una TM multi-track. Come esempio di uso di queste TM, spiegare la simulazione delle TM multi-nastro con le TM multi-track e spiegare quanti passi deve fare la multi-track per simulare  $n$  passi della multi-nastro e perché.

14) Definire i linguaggi  $L_e$  e  $L_{ne}$  e spiegare dove si situano nel diagramma dei linguaggi ricorsivi, RE e non RE. Spiegare la risposta.

