Automi e Linguaggi Formali – 5/7/2021 Seconda parte – Decidibilità e complessità

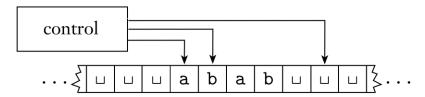
1. Una macchina di Turing a testine multiple è una macchina di Turing con un solo nastro ma con varie testine. Inizialmente, tutte le testine si trovano sopra alla prima cella dell'input. La funzione di transizione viene modificata per consentire la lettura, la scrittura e lo spostamento delle testine. Formalmente,

$$\delta: Q \times \Gamma^k \mapsto Q \times \Gamma^k \times \{L, R\}^k$$

dove k è il numero delle testine. L'espressione

$$\delta(q_i, a_1, \dots, a_k) = (q_j, b_1, \dots, b_k, L, R, \dots, L)$$

significa che, se la macchina si trova nello stato q_i e le testine da 1 a k leggono i simboli a_1, \ldots, a_k allora la macchina va nello stato q_j , scrive i simboli b_1, \ldots, b_k e muove le testine a destra e a sinistra come specificato.



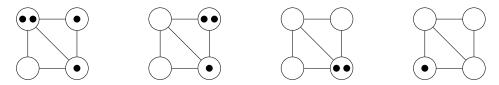
Un esempio di TM con tre testine.

Dimostra che qualsiasi macchina di Turing a testine multiple può essere simulata da una macchina di Turing deterministica a nastro singolo.

2. Dimostra che il seguente linguaggio è indecidibile:

$$L_2 = \{ \langle M, w \rangle \mid M \text{ accetta la stringa } ww^R \}.$$

3. Pebbling è un solitario giocato su un grafo non orientato G, in cui ogni vertice ha zero o più ciottoli. Una mossa del gioco consiste nel rimuovere due ciottoli da un vertice v e aggiungere un ciottolo ad un vertice u adiacente a v (il vertice v deve avere almeno due ciottoli all'inizio della mossa). Il problema PEBBLEDESTRUCTION chiede, dato un grafo G = (V, E) ed un numero di ciottoli p(v) per ogni vertice v, di determinare se esiste una sequenza di mosse che rimuove tutti i sassolini tranne uno.



Una soluzione in 3 mosse di PebbleDestruction.

Dimostra che Pebbledestruction è NP-hard usando il problema del Circuito Hamiltoniano come problema NP-hard noto (un circuito Hamiltoniano è un ciclo che attraversa ogni vertice di G esattamente una volta).