**1. (8 punti)** Considera il linguaggio

$$L = \{0^m 1^n \mid m = n^3\}.$$

Dimostra che $L$ non è regolare.

**2. (8 punti)** Per ogni linguaggio $L$ sull'alfabeto $\Sigma$, sia superstring$(L) = \{xyz \mid y \in L \text{ e } x, z \in \Sigma^*\}$. Dimostra che se $L$ è un linguaggio context-free, allora anche superstring$(L)$ è un linguaggio context-free.

1) Assumiamo per assurdo il linguaggio sia regolare e immaginiamo "h" come possibile pumping length.
Immaginiamo, date le condizioni $y \neq \varepsilon$, $w=xyz$, $|xy| <= k$,
una suddivisione $k=0^{3p}1^p$ con $p > 0$
Consideriamo quindi un pumping $w=xy^iz$ fatto per una generica potenza $k > 0$, dove avremmo una stringa del tipo $s'=0^{3p+|y|}1^p$. In queste condizione, un qualsiasi pumping non sarebbe chiaramente nel linguaggio.
Anche nel caso di i=0, dove avremmo invece
$w=0^{3p}1^p1^{k-p} \rightarrow 0^{3p}1^k$ sempre non appartenente ad L e quindi il linguaggio non è regolare.

2) Se L è linguaggio CF, allora esiste una grammatica che lo genera. Possiamo assumere che G sia in forma normale di Chomsky e, come tale, ammetterà sempre regole del tipo A → BC con A,B,C simboli non terminali ed A → b simbolo non terminale.
Quindi nella normale grammatica fatta ad esempio:

A → BC
A → b

essendo la proprietà da mantenere la superstringa (quindi avremo "u" simbolo ed "x", "y" due simboli qualsiasi facenti parte del linguaggio):
A → BC
B → aBc | D
C → cC | E
D → b
E → c

Infatti, un esempio di derivazione sarebbe (leftmost):
A → BC → aBcC → aDcC → abcC → abcE → abcc