Automi e Linguaggi Formali – A.A. 2016/17
Appello 12.7.17 Parte II – Versione 2

Esercizio 1. (a) Descrivete in italiano il linguaggio accettato dalla macchina di Turing *M* definita dalla seguente tabella di transizione:

	0	1	B
q_0	(q_1, B, R)	(q_2, B, R)	(q_6, B, R)
q_1	(q_1, 0, R)	(q_1, 1, R)	(q_3, B, L)
q_2	(q_2, 0, R)	(q_2, 1, R)	(q_4, B, L)
q_3	(q_5, B, L)		(q_6, B, R)
q_4		(q_5, B, L)	(q_6, B, R)
q_5	(q_5, 0, L)	(q_5, 1, L)	(q_0, B, R)
$*q_6$			

(b) Scrivete tre esempi di stringhe accettate dalla TM *M*, e tre esempi di stringhe non accettate da *M*.

Soluzione: (a) La macchina di Turing accetta il linguaggio costituito dalle stringhe binarie palindrome. (b) Esempi di stringhe accettate sono 00, 101, 01010; esempi di stringhe non accettate sono 10, 001, 10011.

Esercizio 2. Definite una macchina di Turing *M* per il linguaggio $\{1^n0^m1^{m-1} \mid n \geq 0, m > 0\}$. Definite la specifica formale della TM *M*, riportando δ sia come tabella che come grafo di transizione.

Soluzione (una tra le possibili):

	0	1	X	Y	B
q_0	(q_1, X, R)	(q_0, 1, R)			
q_1	(q_2, X, R)			(q_4, Y, R)	(q_5, B, R)
q_2	(q_2, 0, R)	(q_3, Y, L)		(q_2, Y, R)	
q_3	(q_3, 0, L)	(q_3, 1, L)	(q_1, X, R)	(q_3, Y, L)	
q_4				(q_4, Y, R)	(q_5, B, R)
$*q_5$					

Esercizio 3. Scrivete le descrizioni istantanee della TM *M* definita nell'Esercizio 2 quando il nastro di input contiene: (a) 1001 (b) 0011 (c) 110.

Soluzione:
(a) $q_01001 \vdash 1q_0001 \vdash 1Xq_101 \vdash 1XXq_21 \vdash 1Xq_3XY \vdash 1XXq_1Y \vdash 1XXYq_4B \vdash 1XXYBq_5B$ *termina accettando l'input*

(b) $q_0 0011$ |- $Xq_1 011$ |- $XXq_2 11$ |- $Xq_3 XY1$ |- $Xq_3 XY1$ |- $XXq_1 Y1$ |- $XXYq_4 1$ termina senza accettare l'input
(c) $q_0 110$ |- $1q_0 10$ |- $11q_0 0$ |- $11Xq_1 B$ |- $11XBq_5 B$ termina accettando l'input

Esercizio 4. Data la TM *M* definita nell'Esercizio 2, riportate (e descrivete) la sua rappresentazione binaria seguendo la codifica presentata a lezione.

Soluzione: data la tabella di transizione definita nell'esercizio 2, codifichiamo ogni $\delta(q_i, X_j)=(q_k, X_l, D_m)$ come $0^{i+1}10^j10^k10^l10^m$.
Gli stati saranno quindi codificati come q_0=0, q_1=00, …, q_5=00000; i simboli sono codificati come X_1=0=0, X_2=1=00, ..., X_5=B=00000; le direzioni come D_1=R=0 e D_2=L=00.
La codifica della prima transizione C_1, definita come $\delta(q_0, 0)=(q_1, X, R)$, sarà perciò 010100100010, quella di C_2 definita da $\delta(q_0, 1)=(q_0, 1, R)$ sarà 01001010010, etc.
L'intera TM viene codificata concatenando tutti i codici delle transizioni separati da due simboli 1, cioè: $C_1 11\ C_2 11 \ldots C_{n-1} 11 C_n$.
Quindi avremo ad es. 01010010001011010010100010…

Esercizio 5. (a) Date la definizione formale della classe dei problemi NP-completi. (b) A quale classe di problemi appartengono i problemi CSAT e 4SAT (riportatene anche la definizione)?

Soluzione: (a) Un problema è NP-completo se è definito da un linguaggio L tale che: (1) L è in NP, e (2) per ogni altro L' in NP esiste una riduzione polinomiale di L' a L. (b) Entrambi sono NP-completi. Il problema CSAT è definito come il problema di soddisfacibilità di espressioni booleane (SAT) espresse in forma normale CNF; 4SAT è un caso particolare di kSAT e riguarda la soddisfacibilità di espressioni booleane in forma 4CNF, ovvero espressioni formate da una o più clausole tra di loro in AND logico e dove ogni clausola contiene 4 letterali. Sia CSAT che 4SAT sono problemi NP-completi (così come il più generale SAT).

Esercizio 6. (a) Date la definizione del linguaggio universale L_u e della macchina di Turing Universale *U*. (b) A quale classe di linguaggi appartiene L_u (indicate la classe e datene la definizione)?

Soluzione: (a) Il linguaggio universale L_u è l'insieme delle stringhe binarie che codificano una coppia (M, w) dove $w \in L(M)$. Definiamo la TM U, tale che $L_u=L(U)$, come la "TM universale". (b) Il linguaggio L_u è RE ma non ricorsivo. I linguaggi RE non ricorsivi sono quelli per cui ho garanzia che la TM si arresterà se l'input è nel linguaggio, ma nel caso in cui non lo sia potrebbe proseguire in eterno.

Esercizio 7. Dite quali tra le seguenti affermazioni è corretta:
(a) Un'espressione booleana è CNF se è congiunzione logica di una o più clausole.

(b) Un linguaggio L è nella classe NP se è accettato in tempo non polinomiale da una macchina di Turing M, cioè $L = L(M)$.
(c) Il problema di corrispondenza di Post è un problema intrattabile.
(d) I linguaggi che possiamo accettare usando una macchina di Turing sono detti RE.
(e) Il linguaggio L_{ne} è ricorsivo ma non RE.

Soluzione: (a) corretta; (b) non corretta (è NP se è accettato in tempo polinomiale da una TM non-deterministica); (c) non corretta (no è un problema indecidibile); (d) corretta; (e) non corretta (è RE ma non ricorsivo).