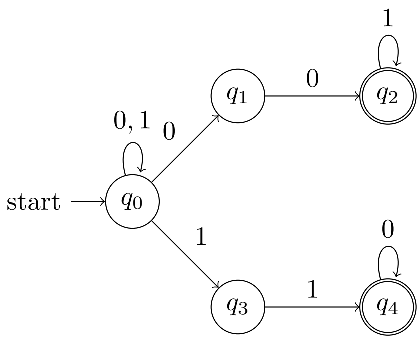
Automi e Linguaggi Formali
Soluzione del Compitino del 20 Aprile 2017 – Versione 1

Linguaggi Regolari

1. Descrivere in italiano il linguaggio generato dall'espressione regolare $(\mathbf{11}+\varepsilon)(\mathbf{0011})^*(\mathbf{00}+\varepsilon)$

   Soluzione: L'espressione definisce il linguaggio di tutte le parole di lunghezza pari (anche vuote) che alternano coppie di zero (**00**) e coppie di uno (**11**)

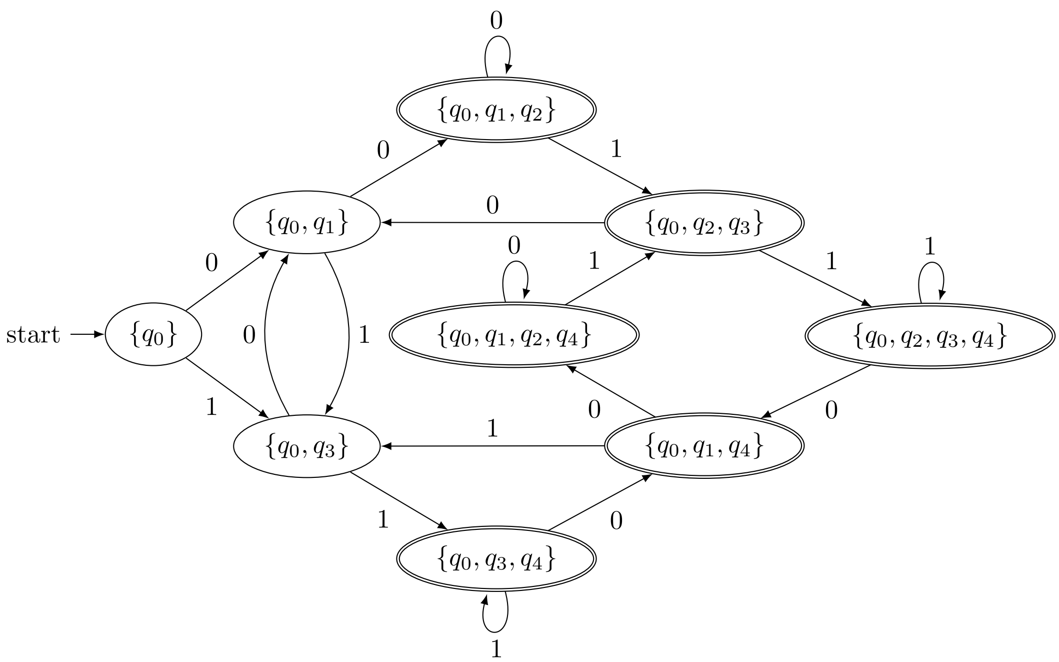
2. Trasformare il seguente NFA in DFA



   Soluzione: Applicando la costruzione a sottoinsiemi si ottiene il DFA con la seguente tabella di transizione (dove gli stati non raggiungibili da $\{q_0\}$ sono omessi):

	0	1
$\rightarrow \{q_0\}$	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0, q_3\}$
$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_0, q_3\}$
$\{q_0, q_3\}$	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0, q_3, q_4\}$
$*\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_0, q_2, q_3\}$
$*\{q_0, q_1, q_4\}$	$\{q_0, q_1, q_2, q_4\}$	$\{q_0, q_3\}$
$*\{q_0, q_2, q_3\}$	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0, q_2, q_3, q_4\}$
$*\{q_0, q_3, q_4\}$	$\{q_0, q_1, q_4\}$	$\{q_0, q_3, q_4\}$
$*\{q_0, q_1, q_2, q_4\}$	$\{q_0, q_1, q_2, q_4\}$	$\{q_0, q_2, q_3\}$
$*\{q_0, q_2, q_3, q_4\}$	$\{q_0, q_1, q_4\}$	$\{q_0, q_2, q_3, q_4\}$

   e con il seguente diagramma di transizione:



3. Il linguaggio

$$L = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid \text{ il numero di } a \text{ è uguale al numero di } b \text{ e maggiore del numero di } c\}$$

è regolare? Motivare la risposta.

Soluzione: Il linguaggio non è regolare. Supponiamo per assurdo che lo sia:

- sia $n > 0$ la lunghezza data dal Pumping Lemma;
- consideriamo la parola $w = a^n b^n$, che appartiene ad L ed è di lunghezza maggiore di n;
- sia $w = xyz$ una suddivisione di w tale che $y \neq \varepsilon$ e $|xy| \leq n$;
- poiché $|xy| \leq n$, allora xy è completamente contenuta nel prefisso a^n di w, e quindi sia x che y sono composte solo da a. Inoltre, siccome $y \neq \varepsilon$, possiamo dire che $y = a^p$ per qualche valore $p > 0$. Allora la parola xy^0z è nella forma $a^{n-p}b^n$, e quindi non appartiene al linguaggio perché il numero di a è minore del numero di b.

Abbiamo trovato un assurdo quindi L non può essere regolare.

Nota: In alternativa si può utilizzare xy^2z (o un qualsiasi esponente $k > 1$): in questo caso si ottiene una parola che non appartiene ad L perché il numero di a è maggiore del numero di b.