

pumping lemma per CFL

La forma normale di Chomsky (CNF) per le CFG prevede che tutte le produzioni siano:

$A \rightarrow a$ , con  $a$  in  $T$

$A \rightarrow BC$ , con  $B$  e  $C$  variabili

non c'è  $\varepsilon$  !!

**Teorema.** Per ogni CFG  $G$ , esiste una CFG  $G'$  in CNF tale che  $L(G') = L(G) - \{\varepsilon\}$

ripuliamo la CFG

--dai simboli inutili

--dalle produzioni unitarie, i.e.  $A \rightarrow B$

--dalla  $\epsilon$

un simbolo  $X$  è utile per una CFG se  
 $S \Rightarrow^* \alpha X \beta \Rightarrow^* w$

un simbolo è generatore se  
 $X \Rightarrow^* w$

è raggiungibile se  
 $S \Rightarrow^* \alpha X \beta$

prima di eliminano i non generatori e poi  
i non raggiungibili  
restano solo i simboli utili

esempio:

$S \rightarrow AB \mid a$

$A \rightarrow b$

non generatori : B

resta  $S \rightarrow a$  e  $A \rightarrow b$

ma A è diventato non raggiungibile, quindi

resta

$S \rightarrow a$

calcolo dei simboli generatori  $\Pi$ :

-base: i simboli terminali sono generatori,  $\Pi = T$

-induzione: aggiungiamo a  $\Pi$  tutte le variabili  $X$

t.c. esiste  $X \rightarrow \alpha$  in cui  $\alpha$  ha solo simboli in  $\Pi$

fino a quando  $\Pi$  cambia

calcolo dell'insieme  $Z$  dei simboli che producono  $\varepsilon$

base:  $X \rightarrow \varepsilon$   $X$  in  $Z$

induzione: aggiungiamo a  $Z$  ogni  $Y$  tale che  $Y \rightarrow \alpha$  con i simboli di  $\alpha$  tutti in  $Z$

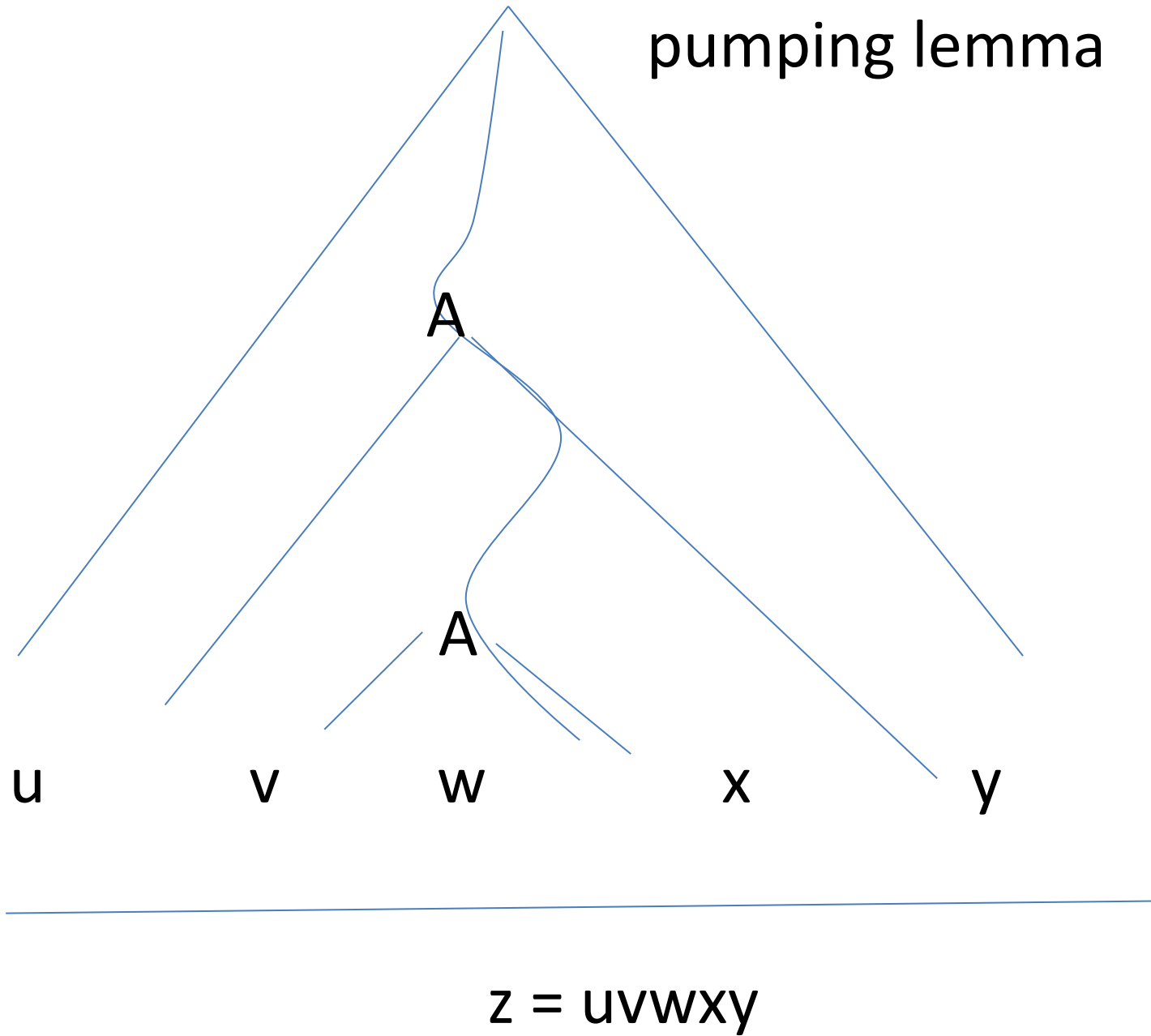
negli alberi di derivazione di una CFG in CNF è vero che se il cammino più lungo è di lunghezza  $n$ , allora il prodotto  $w$  è t.c.  $|w| \leq 2^{n-1}$

se  $m$  è il numero delle variabili:  
un almeno con prodotto  $w$  t.c.  $|w| = 2^m$  deve avere un cammino di lunghezza  $m+1$

e allora su quel cammino almeno un terminale ripete



pumping lemma



$$z = uvwxy$$

ma anche  $uv^nwx^ny$ , con  $n \geq 0$ , è generabile e quindi è nel linguaggio