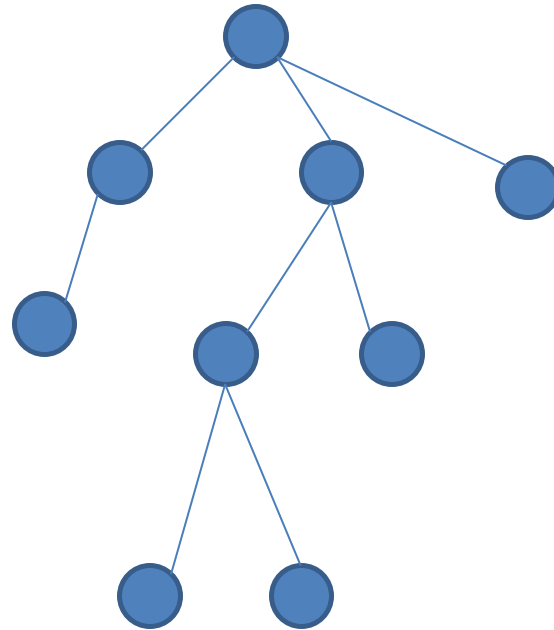


# Lezione 2

alberi sintattici



radice

nodo interno

foglia

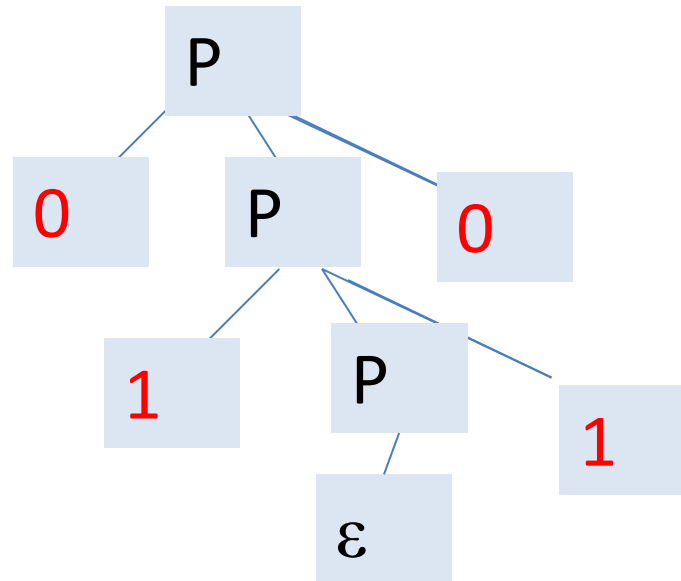
padre

figli ordinati

discendente

frontiera

$P \rightarrow \varepsilon \mid 0 \mid 1 \mid 0P0 \mid 1P1$



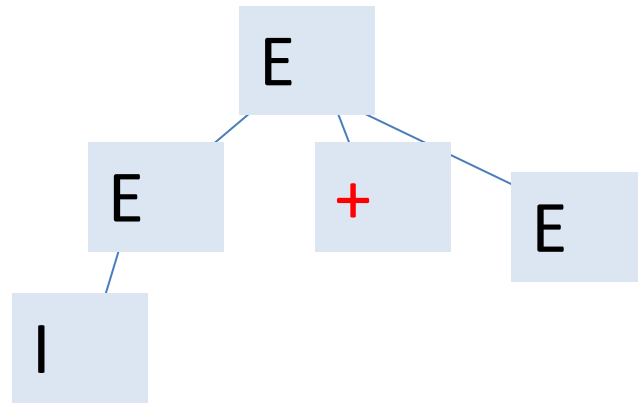
prodotto = 0110

## alberi sintattici

data  $G=(V,T,R,S)$

un albero sintattico di  $G$  soddisfa:

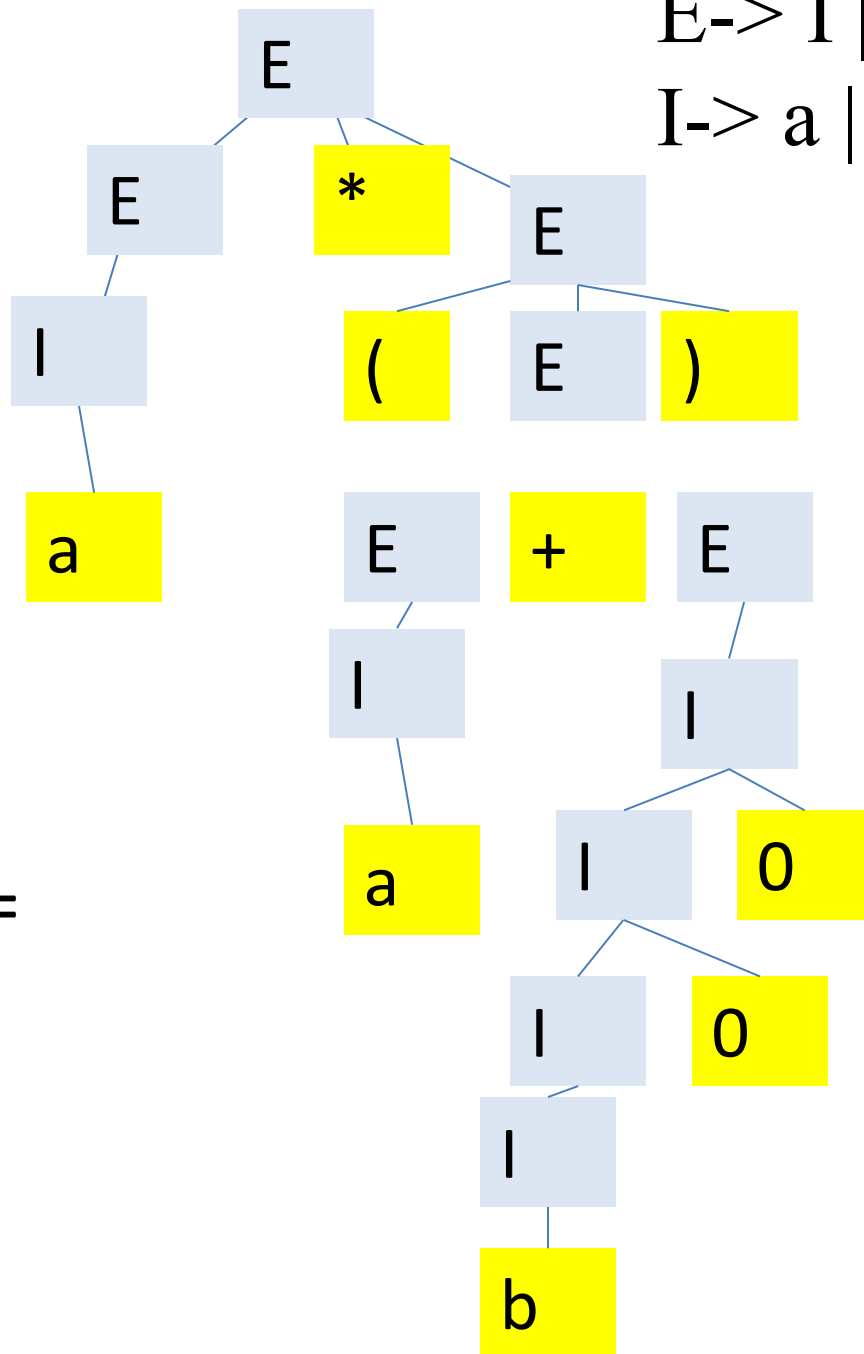
- 1) ciascun nodo interno è etichettato da una variabile
- 2) ciascuna foglia è etichettata da variabile o terminale o  $\varepsilon$ , in quest'ultimo caso deve essere l'unico figlio
- 3) se un nodo interno è etichettato  $A$  e i suoi figli (da sinistra a destra) sono  $X_1...X_n$ , allora  $A \rightarrow X_1...X_n$  è in  $R$ .



$E \rightarrow I \mid E + E \mid E * E \mid (E)$

$I \rightarrow a \mid b \mid Ia \mid Ib \mid I0 \mid I1$

$E \rightarrow I \mid E + E \mid E * E \mid (E)$   
 $I \rightarrow a \mid b \mid Ia \mid Ib \mid I0 \mid I1$



$a*(a+b00) =$   
 prodotto  
 dell'albero

abbiamo visto molti modi di caratterizzare il funzionamento delle grammatiche.

Sono:

--inferenza ricorsiva che stabilisce che  $w$  è nel linguaggio della variabile  $A$

--  $A \Rightarrow^* w$

--  $A \Rightarrow^{*lm} w$

--  $A \Rightarrow^{*rm} w$

-- albero sintattico con radice  $A$  e prodotto  $w$

sono tutte equivalenti





dagli alberi alle derivazioni

serve una osservazione:

usiamo la grammatica delle espressioni,

$E \Rightarrow I \Rightarrow Ib \Rightarrow ab$

per ogni coppia di forme sentenziali  $\alpha$  e  $\beta$  vale

$\alpha E \beta \Rightarrow \alpha I \beta \Rightarrow \alpha Ib \beta \Rightarrow \alpha ab \beta$

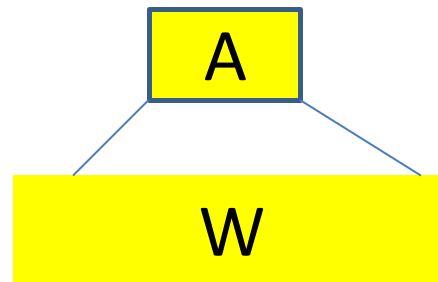
$E+(\underline{E}) \Rightarrow E+(\underline{I}) \Rightarrow E+(\underline{I}b) \Rightarrow E+(ab)$

insomma la derivazione è libera dal contesto

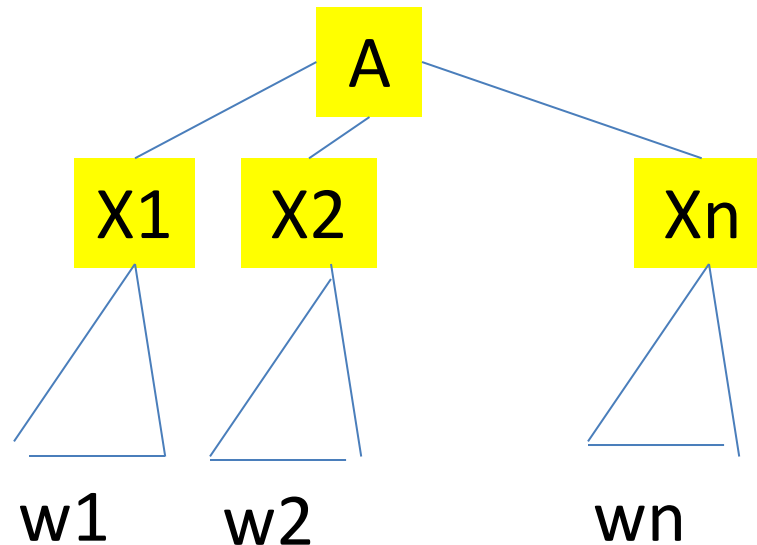
Teorema 5.14. Sia  $G=(V,T,R,S)$  una CFG e supponiamo che esista un albero sintattico con radice  $A$  e prodotto  $w$  in  $T^*$ . Allora esiste una derivazione leftmost  $A \Rightarrow^{*lm} w$

**Dimostrazione:** induzione sull'altezza dell'albero.

**Base:** altezza 1, consiste di 1 sola produzione di  $G$ , ovvio che  $A \Rightarrow^{lm} w$



passo induttivo: un albero di altezza  $n$  con  $n > 1$ ,  
ha la forma, con  $w = w_1 w_2 \dots w_n$



dove la produzione  $A \rightarrow X_1 X_2 \dots X_n$  è in  $R$  e,  
--se  $X_i$  è terminale allora  $w_i = X_i$   
--se  $X_i$  è variabile, allora è radice di un  
sottoalbero di altezza  $< n$  e prodotto  $w_i$ ,

per ipotesi induttiva  $X_i \Rightarrow^{*lm} w_i$   
e quindi per **la libertà di contesto**:

$$A \Rightarrow^{*lm} X_1 X_2 \dots X_n \Rightarrow^{*lm} w_1 X_2 \dots X_n \Rightarrow^{*lm} w_1 w_2 \dots X_n$$

rispettando l'ordine leftmost

formalmente serve un'induzione su  $i$  in  $[1..n]$

d1:  $E \Rightarrow^{lm} I \Rightarrow^{lm} a$

d2:  $E \Rightarrow^{lm} (E)$

$\Rightarrow^{lm} (E+E) \Rightarrow^{lm} (I+E) \Rightarrow^{lm}$

$(a+E) \Rightarrow^{lm} (a+I) \Rightarrow^{lm} (a+I0)$

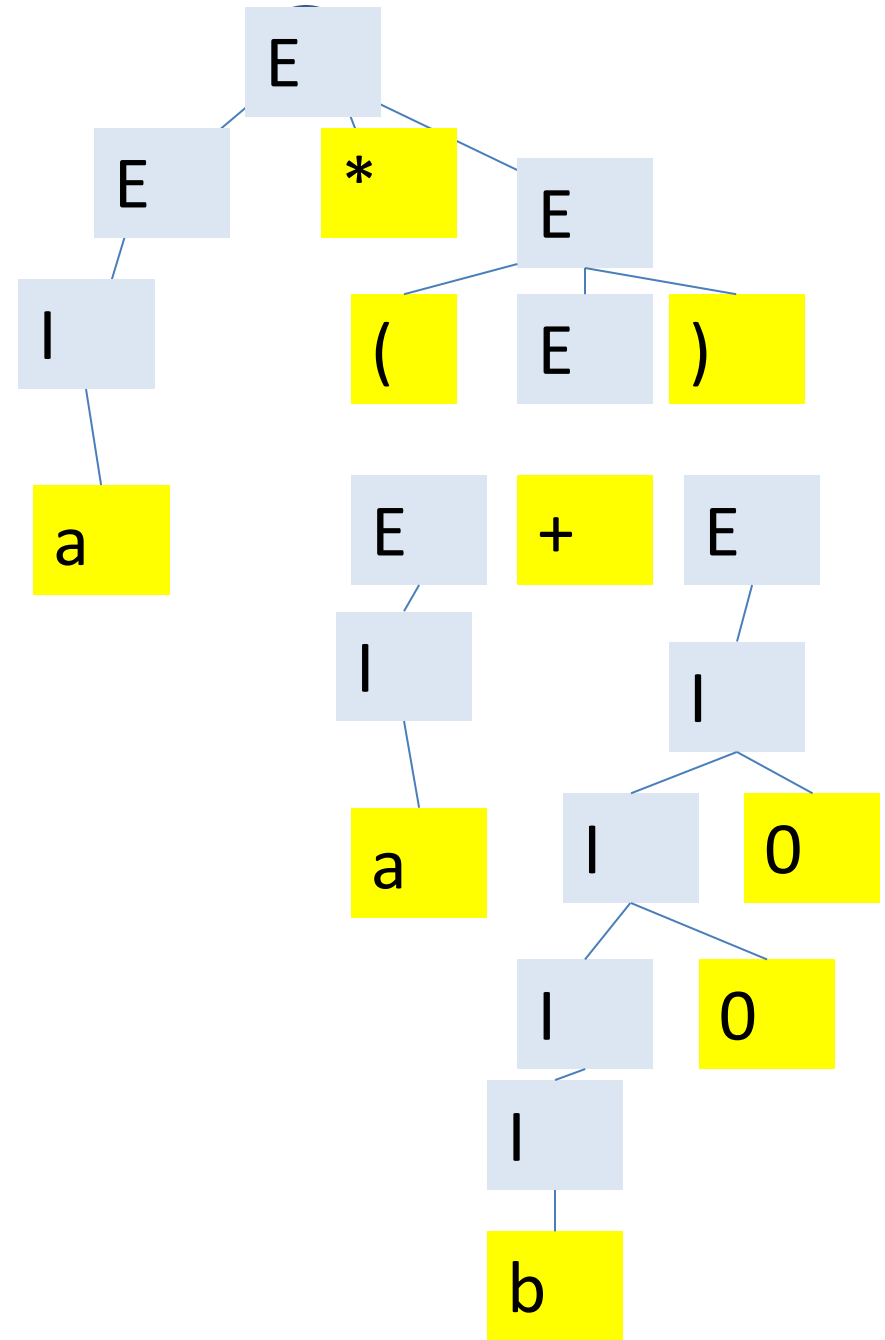
$\Rightarrow^{lm} (a+I00)$

$\Rightarrow^{lm} (a+b00)$

da cui

$A \Rightarrow^{lm} E * E \Rightarrow^{lm} d1 * E \Rightarrow^{lm}$

$d1 * d2$



è ovvio che esiste un analogo teorema per le derivazioni  
rightmost

## **esercizio 5.2.1**

Applicazioni delle CFG

--parsing

--document type definition DTD che descrive  
i tag ammessi

parsing:

il problema del bilanciamento delle parentesi

(()), ((()())) sono ben bilanciate, ((( o (()) non sono bilanciate

$G_{\text{bal}} = (\{B\}, \{ (, ) \}, R, B)$ , con R uguale a :

$B \rightarrow BB \mid (B) \mid \varepsilon$

è facile dimostrare che non è un linguaggio regolare

tratta anche begin-end e altre parentesi



nei linguaggi ci sono anche costrutti che richiedono che ci possano essere più aperte (if) che chiuse (else)

$\text{Cond} \rightarrow \text{if (Exp) Cond} \mid \text{if (Exp) Cond else Cond}$

$S \rightarrow iS \mid iSeS \mid \varepsilon$

ei non va, anche iee non va, mentre ie e iiiie vanno

**Vedi esercizio 5.4.2**

Yacc è un parser generator: da una grammatica CF genera automaticamente un parser per essa, cioè un programma che data una stringa cerca di costruire un albero sintattico della grammatica che genera la stringa.

--se riesce allora stringa è ok

--se no stringa ha errori sintattici

Exp : Id

| Exp '+' Exp {azioni da fare quando la si usa}

| Exp '\*' Exp {...}

| '(' Exp ')' {.....}

;

Id : 'a' {.....}

vedrete qualcosa di più nel progettinio col Prof.  
Bresolin

# Linguaggi di Markup

## HTML e XML

DTD = Document Type Definition

```
<!DOCTYPE nome-della-DTD[  
  elenco di definizioni di elementi  
>
```

```
<!ELEMENT nome-elemento(descrizione dell'elemento)>
```

le descrizioni sono espressioni regolari

```
<!DOCTYPE PcSpecs [  
    <!ELEMENT PCS (PC*)>  
    <!ELEMENT PC (MODEL,PRICE,PROCESSOR,RAM,DISK+)>  
    <!ELEMENT MODEL (#PCDATA)>  
    <!ELEMENT PROCESSOR (MANF,MODEL,SPEED)>  
    <!ELEMENT MANF (#PCDATA)>  
    <!ELEMENT DISK (HARDDISK | CD | DVD)>  
    <!ELEMENT HARDDISK(MANF, MODEL,SIZE)>  
    <!ELEMENT CD (SPEED)>  
  
    ....  
>
```

documento  
conforme alla  
DTD  
precedente

```
<PCS>
  <PC>
    <MODEL>4560</MODEL>
    <PRICE>$2295</PRICE>
    <PROCESSOR>
      <MANF>Intel</MANF>
      <MODEL>Pentium</MODEL>
      <SPEED>800MHz</SPEED>
    </PROCESSOR>
    <RAM>256</RAM>
    <DISK><HARDDISK>
      <MANF>Maxtor</MANF>
      <MODEL>Diamond</MODEL>
      <SIZE>30.5Gb</SIZE>
    </HARDDISK></DISK>
    <DISK><CD>
      <SPEED>32x</SPEED>
    </CD></DISK>
  </PC>
  <PC>
    ...
  </PC>
</PCS>
```

il DTD è una CFG (o quasi)

<!ELEMENT PROCESSOR (MANF,MODEL,SPEED)>

Processor -> Manf Model Speed

<!ELEMENT DISK (HARDDISK | CD | DVD)>

Disk -> Harddisk | Cd | Dvd

espressioni regolari

<!ELEMENT PC (MODEL,PRICE,PROCESSOR,RAM,DISK+)>

Pc -> Model Price Processor Ram Disks

Disks -> Disk | Disk Disks

Per trasformare espressioni regolari in CFG  
esercizio 5.1.3