Lezione 6

automi a pila deterministici

come riconoscere se un automa a pila è deterministico:

per ogni q, X e a in Σ U {ε} deve avere al massimo una mossa possibile

o

$\delta(q, a, X)=\{(p,\alpha)\}$ per a in Σ

o

$\delta(q, \varepsilon, X)=\{(p,\alpha)\}$

I DPDA (per stato finale) accettano tutti i linguaggi regolari

<u>Teorema 6.17</u>

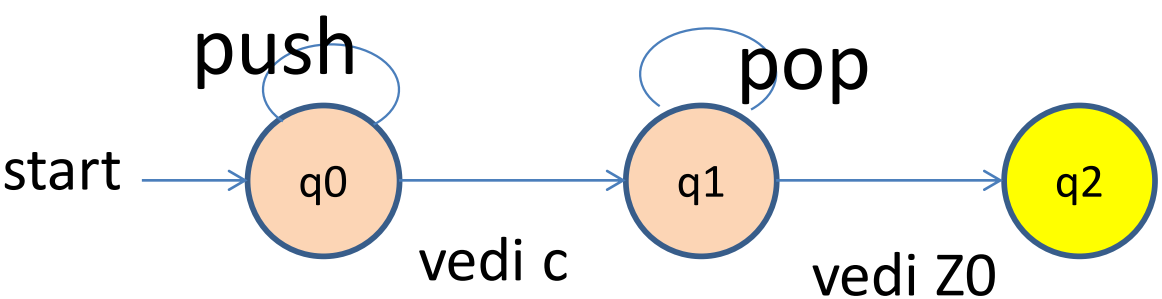
Dato un linguaggio regolare L, esiste un automa a stati finiti che lo riconosce e allora esiste anche un automa a pila che l'accetta con stato finale (basta non usare lo stack)

Ma possono fare di più?   Si

esiste un DPDA che accetta con stato finale capace di accettare wcw^r

1) wcw^r non è un linguaggio regolare: usiamo il pumping lemma con $|w|>n$, quindi $w=xyz$ e xy sta prima di c per cui xy^kz non avrà lo c al centro e quindi non sarà in wcw^r

2) il DPDA per wcw^r è:



ma i DPDA non accettano tutti i linguaggi liberi da contesto

non esiste un DPDA che accetta ww^r

<u>intuizione:</u>

supponiamo che ci sia un tale DPDA e che esamini 0^n110^n

dopo i primi n 0, lo stack deve contenere l'informazione su n, poi deve verificare che dopo 11, seguano altri n 0, e per farlo deve consumare l'informazione sullo stack e quindi, se la stringa fosse $0^n110^n\ 0^n110^n$ non riuscirebbe a riconoscerla

I linguaggi riconosciuti per stato finale da DPDA sono strettamente di più dei linguaggi regolari, ma strettamente di meno di quelli liberi da contesto

<u>e i DPDA che accettano per pila vuota?</u>

Hanno capacità limitata: possono riconoscere solo linguaggi che hanno la proprietà del prefisso, cioè non ci sono x e w nel linguaggio tali che una sia prefisso dell'altra, cioè, per esempio w =x w'

0^n è regolare e non ha la proprietà del prefisso e quindi non è riconosciuto per pila vuota da alcun DPDA

<u>Teorema 6.19</u>

Un linguaggio L è N(P) per un DPDA P se e solo se L ha la proprietà del prefisso ed L=L(P') per un DPDA P'.

Dimostrazione: esercizio 6.4.3

DPDA e ambiguità

osserva che ww^r ha una grammatica non ambigua:
S-> 0S0 | 1S1 |ε

quindi i DPDA non riconoscono nemmeno tutti i linguaggi liberi da contesto non inerentemente ambigui

Teorema 6.20

Ogni linguaggio L tale che L=N(P) per un DPDA P, allora L ha una CFG non ambigua

Dimostrazione: la grammatica della costruzione del Teorema 6.14 è non ambigua se si applica ad un DPDA.

ogni mossa $\delta(q,a,A)=(r,Y1...Yk)$ è la sola applicabile, ma da vita a tante produzioni

[q A p]->a [r Y1 r1][r1 Y2 r2]...[rk-1 Yk p]

una per ogni sequenza r1...rk-1, OK, ma il determinismo garantisce che ci sia una sola sequenza r1...rk-1 che funzioni ma che fine fanno le produzioni “sbagliate”?

non derivano w

Teorema 6.21 se L=L(P) per un DPDA P, allora L ha una CFG non ambigua.

Dimostrazione sappiamo costruire grammatiche solo a partire da DPDA che accettano per stack vuoto, quindi da P costruiamo P' che accetta L per stack vuoto, ma dobbiamo fare in modo che L abbia la proprietà del prefisso

L'=L$ cioè mettiamo una sentinella $ alla fine di ogni stringa di L

L' ha la proprietà del prefisso ed è accettato da DPDA per stato finale => esiste P' t.c. N(P')=L' =>CFG G' deterministica ma noi vogliamo L non L’ !!

da G’ otteniamo G trattando \$ come un nonterminale e aggiungendo \$ -> ε

G’ è non ambigua => anche G lo è: \$ ha solo la produzione \$ -> ε, come potrebbe introdurre ambiguità?

esercizi 6.4.1, 6.4.2 (a) e (b), e 6.4.3