Automi e Linguaggi Formali – A.A. 2016/17
Appello 19.9.17 Parte II

Esercizio 1. (a) Descrivete in italiano il funzionamento della TM *M* definita dalla seguente tabella di transizione:

	0	1	*B*
q_0	(q_1, B, R)	(q_0, B, R)	
q_1	$(q_1, 0, R)$	$(q_1, 1, R)$	(q_2, B, L)
q_2		(q_3, B, L)	(q_5, B, R)
q_3	$(q_3, 0, L)$	$(q_3, 1, L)$	(q_4, B, R)
q_4	(q_1, B, R)		
$*q_5$			

(b) Scrivete tre esempi di stringhe accettate dalla TM *M*, e tre esempi di stringhe non accettate da *M*.

Soluzione: (a) La macchina di Turing accetta il linguaggio definito come $\{1^n 0^m 1^{m-1} \mid n \geq 0,\ m > 0\}$. *(b) Ad es. accetta: 1, 00011, 1001; non accetta: 101, 0011, 1101.*

Esercizio 2. Definite una macchina di Turing che accetta il linguaggio costituito dalle stringhe con uguale numero di 0 e 1, riportando δ sia come tabella che come grafo di transizione.

Soluzione (una tra le possibili):

	0	1	*X*	*Y*	*B*
q_0	(q_2, X, R)	(q_1, X, R)		(q_0, Y, R)	(q_4, B, R)
q_1	(q_3, Y, L)	$(q_1, 1, R)$		(q_1, Y, R)	
q_2	$(q_2, 0, R)$	(q_3, Y, L)		(q_2, Y, R)	
q_3	$(q_3, 0, L)$	$(q_3, 1, L)$	(q_0, X, R)	(q_3, Y, L)	
$*q_4$					

Esercizio 3. Indicate quali fra le seguenti istanze di PCP hanno soluzione. Ognuna è presentata sotto forma delle due liste *A* e *B*; le *i*-esime stringhe delle due liste sono corrispondenti per i=1, 2, etc.
(a) A = (10, 110, 01); B = (100, 01, 11)
(b) A = (11, 1010, 01); B = (101, 10, 10)
(c) A = (xy, x, yz, z); B = (yz, xy, zx, x)

Soluzione: (a) Non ha soluzione. La prima scelta obbligata è i=1; dopo possiamo scegliere solo 3; successivamente, ognuno dei tre indici non rende possibile *proseguire. (b) Non ha soluzione. Si crea un loop: 2,1,3,3, … (c) Si crea un loop. La sequenza di indici 2,3 permette di andare avanti con la ricerca di corrispondenza. Dopo possiamo proseguire con 1,4 (cioè la sequenza diverrà 2,3,1,4), ma questo genera due stringhe di lunghezza diversa (la seconda ha un simbolo 'x' in più). Nulla indica che la stringa non può essere estesa a soluzione, ma proseguiremo all'infinito con una sequenza del tipo 2,3,1,4,1,4, ...*

Esercizio 4. (a) Definite i due linguaggi L_e e L_{ne}. (b) Date la definizione del linguaggio universale L_u e della macchina di Turing Universale *U*. (c) A quale classe di linguaggi appartiene L_u (indicate la classe e datene la definizione)?

Soluzione: (a) $L_e=\{M \mid L(M)=0\}$; $L_{ne}=\{M \mid L(M)\neq 0\}$. *(b) Il linguaggio universale* L_u *è l'insieme delle stringhe binarie che codificano una coppia (M, w) dove* $w \in L(M)$. *Definiamo la TM U, tale che* $L_u=L(U)$, *come la "TM universale". (c) Il linguaggio* L_u *è RE ma non ricorsivo. I linguaggi RE non ricorsivi sono quelli per cui ho garanzia che la TM si arresterà se l'input è nel linguaggio, ma nel caso in cui non lo sia potrebbe proseguire indefinitamente.*

Esercizio 5. Dite quali tra le seguenti affermazioni è corretta:
(a) Un problema è NP-completo se è definito da un linguaggio *L* tale che: (*i*) *L* è in NP, e (*ii*) esiste un linguaggio *L'* in NP riducibile polinomialmente a *L*.
(b) Se un linguaggio *L* e il suo complemento sono RE, allora anche *L* è ricorsivo.
(c) L'espressione $(x \wedge y \wedge z) \vee (\neg x \wedge \neg y \wedge z)$ è in CNF.
(d) La trattazione dell'intrattabilità si basa sull'ipotesi (non dimostrata) che P≠NP.
(e) Il linguaggio L_e non è RE.

Soluzione: (a) non corretta (la seconda condizione dovrebbe essere: "per ogni altro L' in NP esiste una riduzione polinomiale di L' a L"); (b) corretta; (c) non corretta (AND e OR sono invertiti); (d) corretta; (e) corretta.