

**Laurea in Informatica  
A.A. 2021-2022**

**Corso "Base di Dati"**

**Creazione e Gestione  
degli Indici**

**Prof. Massimiliano de Leoni**



**UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DI PADOVA**

↓  
**Requisiti della base di dati**

**Progettazione  
concettuale**

**“CHE COSA”:**  
**analisi**

↓  
**Schema concettuale**

**Progettazione  
logica**

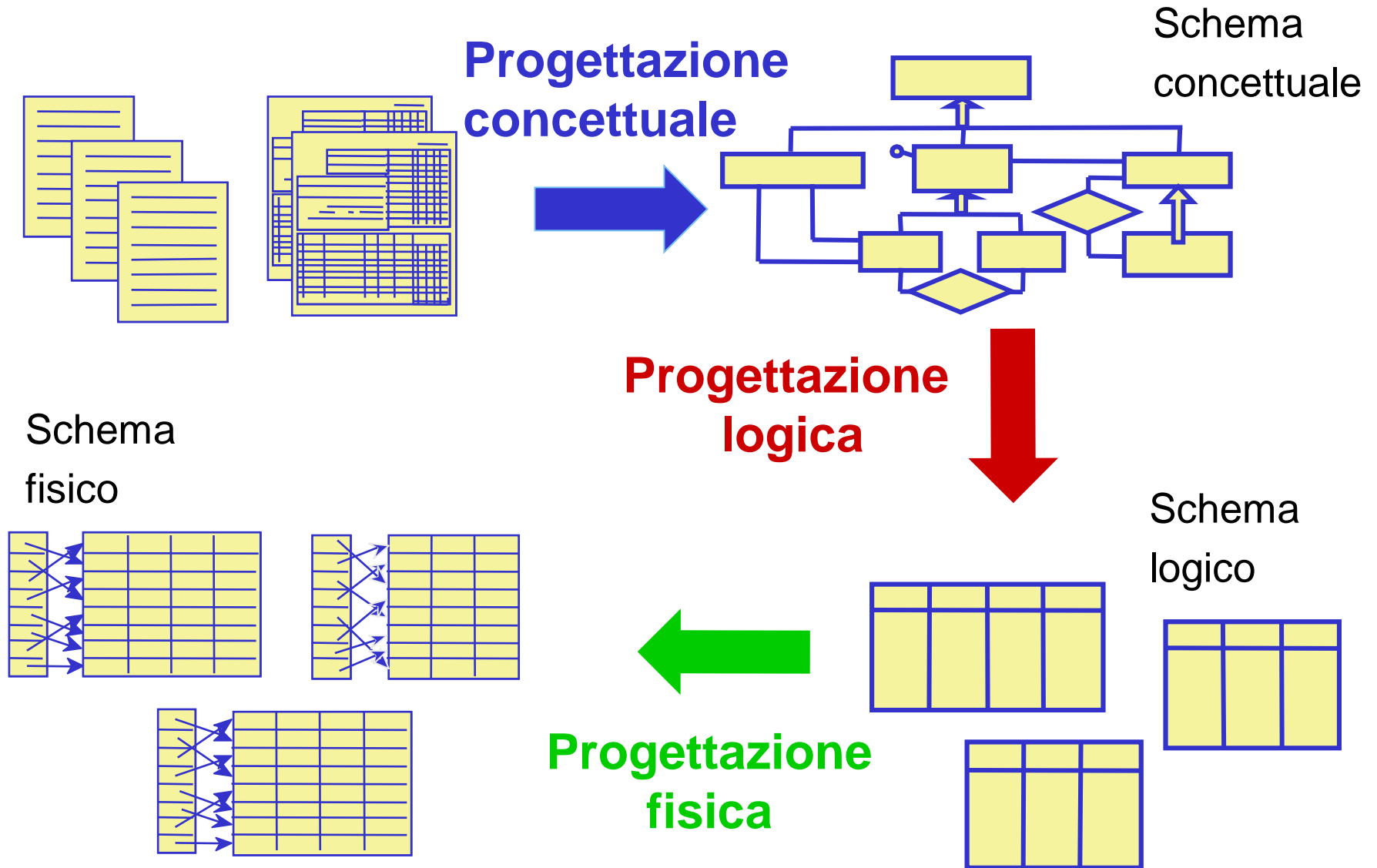
↓  
**Schema logico**

**“COME”:**  
**progettazione**

**Progettazione  
fisica**

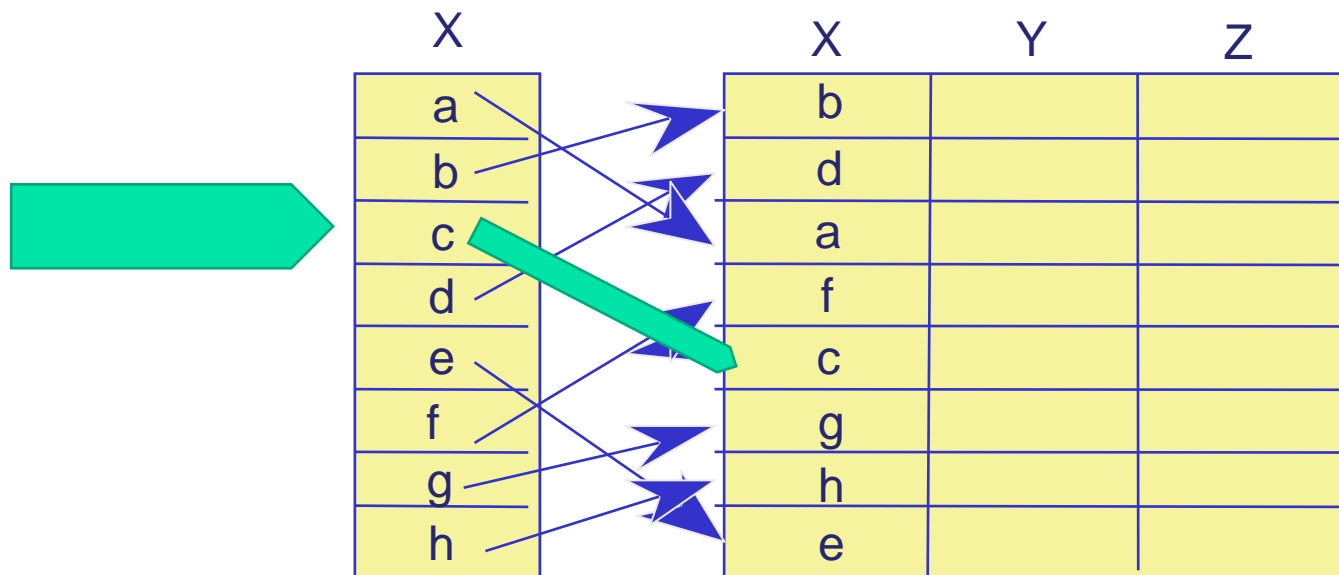
↓  
**Schema fisico**

# I prodotti delle varie fasi



# Concetti di Base / 1

- Gli indici favoriscono l'accesso in base al valore di uno o più attributi
- L'obiettivo degli indici nel DBMS è di velocizzare l'accesso a 0+ tuple del database.
- Si definisce una “chiave di ricerca”, 1+ attributi della relazione



# Concetti di Base / 2

- Un indice è un file (o una struttura dati) che consiste di un insieme di record (chiamate “index entries”) della forma

Chiave Ricerca	pointer
----------------	---------

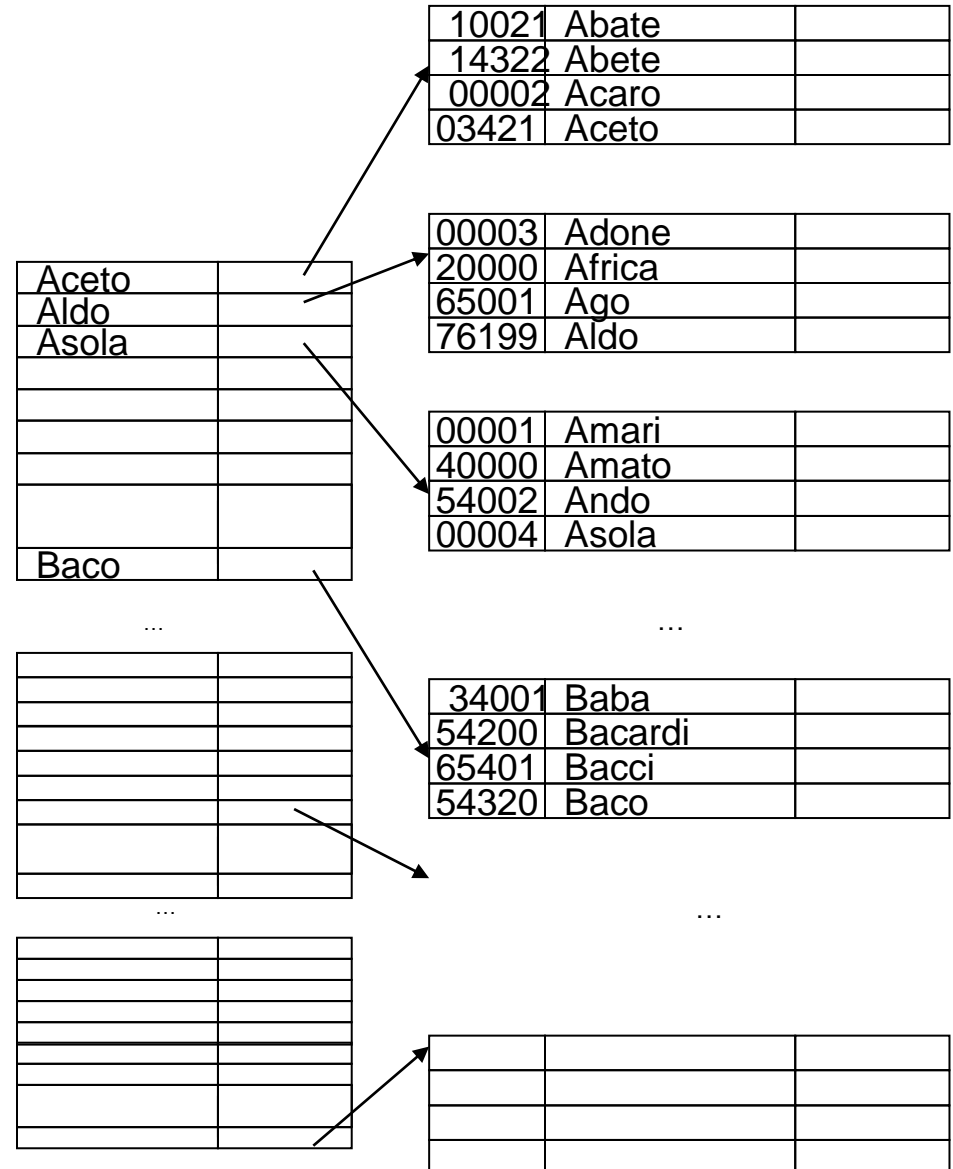
- La dimensione dell'indice è molto più piccolo di quella della tabella-relazione associate
- **Pro degli indici:** Indici offrono benefici sostanziali quando si cercano dei record
- **Contro:** Aggiornare una relazione fornisce un “overhead” perchè ogni indice della relazione deve essere aggiornato

# Metriche di Valutazione degli Indici

1. Tempo di Accesso (via queries):
  - ai record con uno specifico valore per un attributo,
  - ai record con valori all'interno di uno specific intervallo
2. Tempo di Inserimento
3. Tempo di Cancellazione
4. Occupazione di Spazio

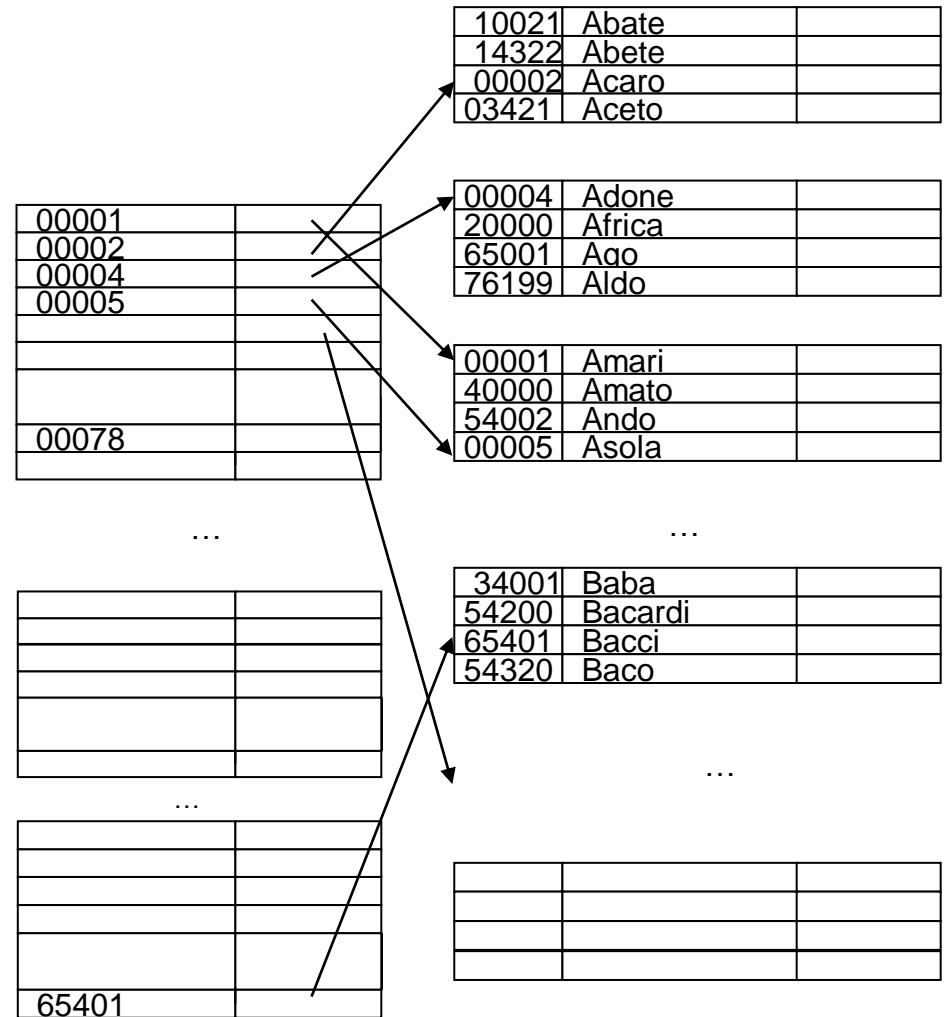
# Indice Primario

- Le tuple sono mantenute ordinate per i valori delle chiavi primarie.
- Tipicamente chiave di ricerca = chiave primaria
  - ma non è necessario
- Al più 1 indice primario



# Indice Secondario

- Le tuple sono mantenute in ordine diverso rispetto a quello della chiave di ricerca
- Possibili 0+ indici secondari



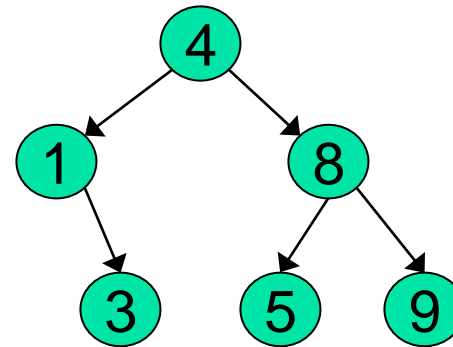


# Osservazioni su Indici Primari e Secondari

- Iterare è efficiente su un indice primario:  
I blocchi dei file del database vengono letti in sequenza
  - *Punto negativo:* gli inserimenti possono essere costosi poiché occorre dover “spostare” alcuni elementi.
- Iterare è costoso su un indice secondario
  - Occorre saltare potenzialmente avanti ed indietro nel file del database
  - Quindi: i blocchi del file degli indici vengono letti più volte

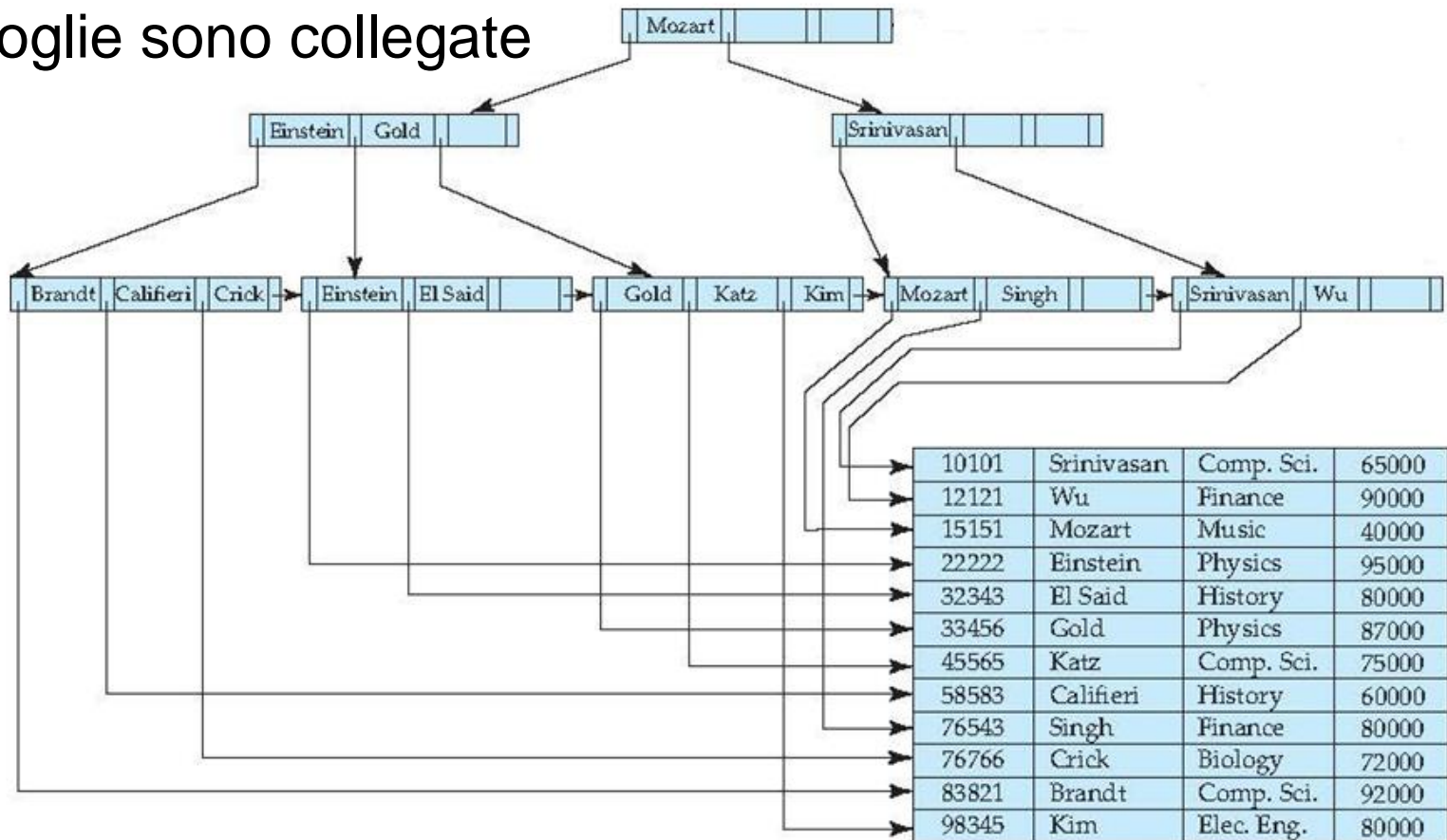
# Per fare un indice: Albero binario di ricerca

- Per ogni nodo:
  - Il sottoalbero sinistro contiene solo etichette minori di quella del nodo
  - Il sottoalbero destro etichette maggiori
- «Trovare» un nodo costa quanto la sua profondità:
  - Per minimizzare il costo medio, bilanciare l'albero: ogni nodo è in uno dei due casi (salvo impossibilità)
    - 2 figli
    - Nessun figlio
  - Se l'albero è bilanciato e contiene **n** nodi, la profondità è ca.  **$\log_2 n$**

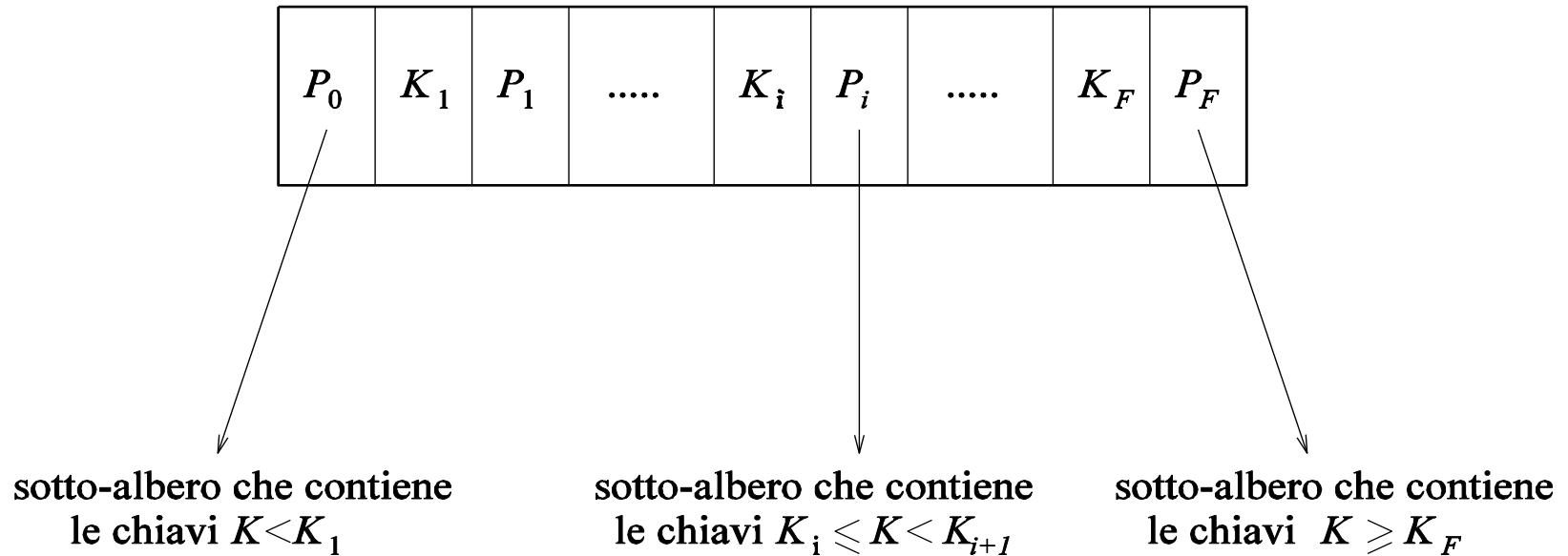


# B+ Tree

- Alberi di ricerca bilanciati
- I valori (=puntatore ai dati) sono solo nei nodi "foglia"
- I nodi hanno più di un valore
- Le foglie sono collegate



# Struttura di un nodo non foglia di un B+ Tree



I valori  $K_i$  delle chiavi di ricerca sono ordinate:

$$K_1 < K_2 < K_3 < \dots < K_{n-1}$$

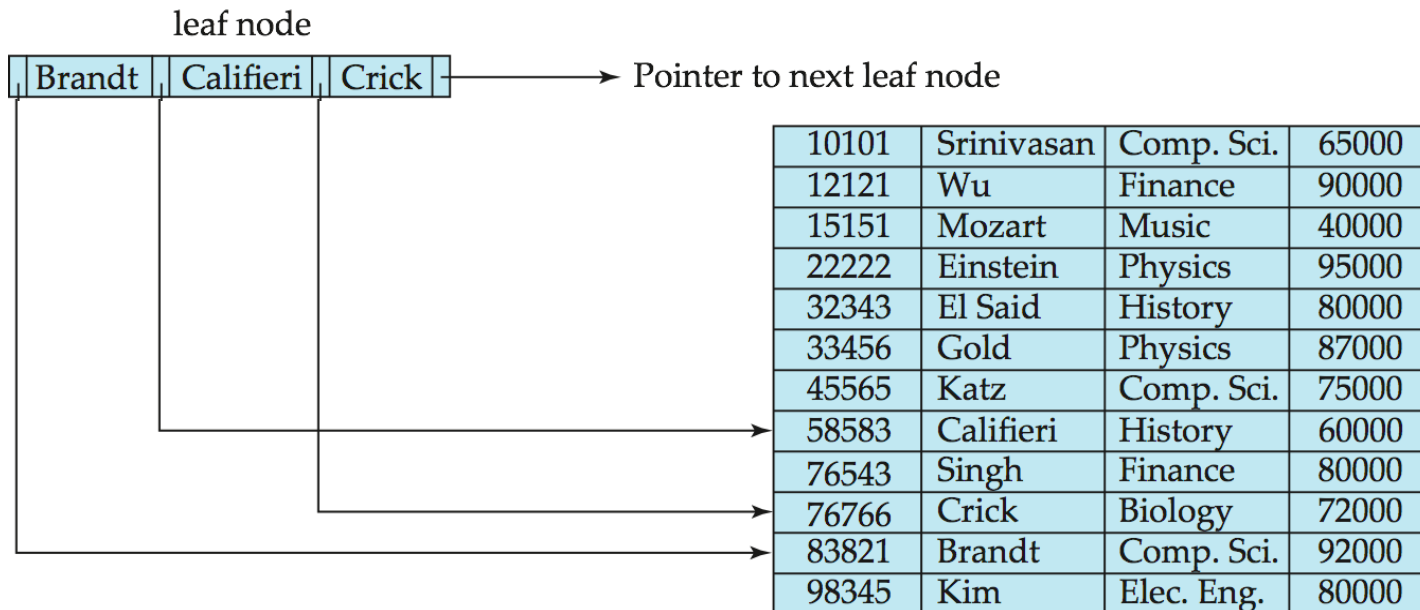
(Assumiamo che non ci siano duplicati)

# Nodi foglia dei B+Trees / 1

$P_0$	$K_1$	$P_1$	.....	$K_i$	$P_i$	.....	$K_F$	$P_F$
/								\

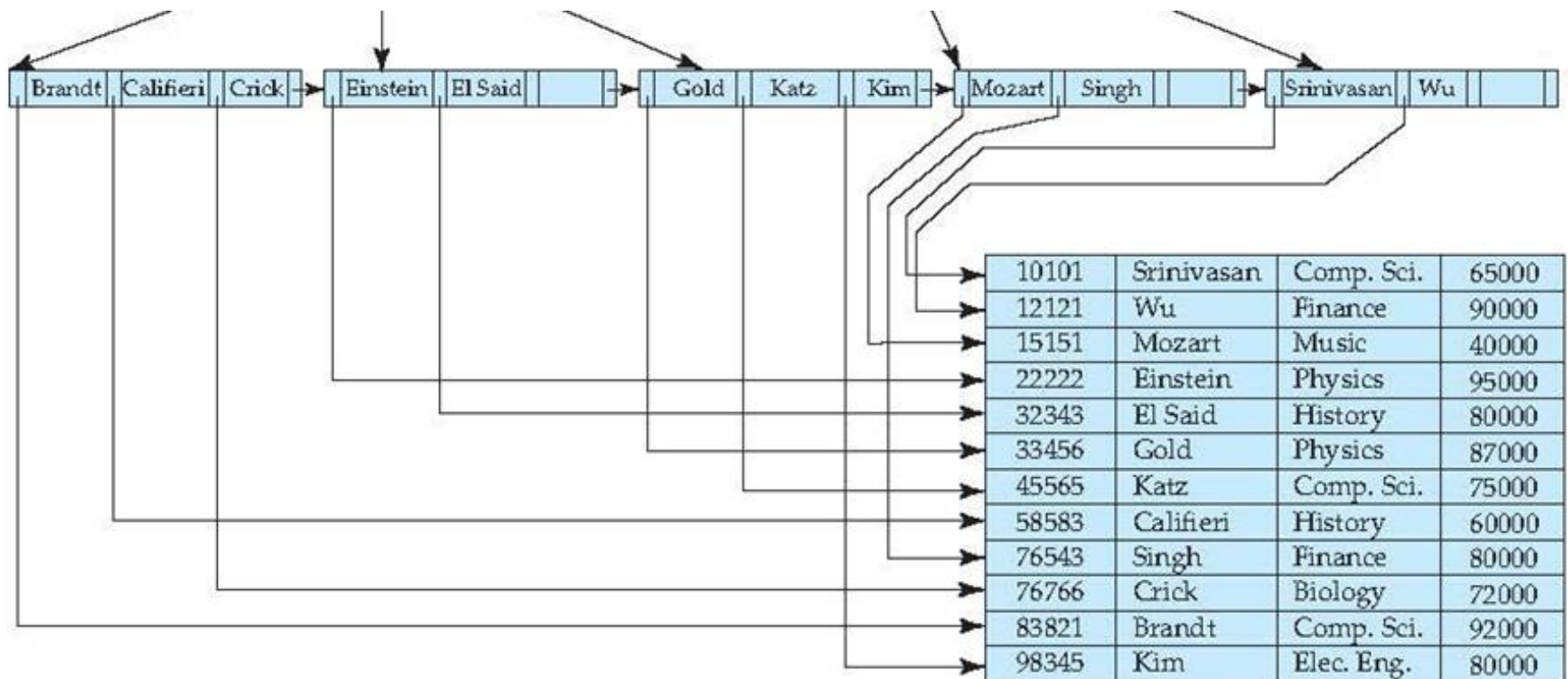
Assumendo F valori per foglia:

- $\forall i < F-1$ , il puntatore  $P_i$  si riferisce alla tuple con valore  $K_i$  per la chiave di ricerca
- $P_F$  punta alla successiva foglia nell'ordine della chiave di ricerca



# Nodi foglia dei B+Trees / 2

Se la foglia  $F_i$  è seguita dalla foglia  $F_j$  tutti i valori nella foglia  $F_i$  sono inferiori a tutti quelli della foglia  $F_j$



# B+ Tree

- Vantaggi di file ad indici B+-tree:
  - Si riorganizzano con cambiamenti “locali” in caso di inserimenti e cancellazioni.
  - La tabella non deve essere riorganizzata per le garantire le performance quando tuple vengono aggiunte o cancellate
- Svantaggi:
  - Extra occupazione di spazio, tempi extra per inserire e rimuovere
  - Le query con “=” vengono solo parzialmente ottimizzate

# Ricerca di un record (assumendo senza duplicati)

V è il valore della chiave di ricerca di cui trovare il record

C=Puntatore a Radice del B+Tree

**while** (C non è un foglia)

{

*/\*C.P<sub>j</sub> indica il campo P<sub>j</sub> del blocco puntato da C\*/*

*Prendi j tale che C.P<sub>j</sub> <> null e C.P<sub>j+1</sub> = null*

*/\*Se valore dell'ultima chiave non nulla è maggiore di V, prendi l'ultimo puntatore\*/*

**if** (V > C.K<sub>j-1</sub>) C=P<sub>j</sub>

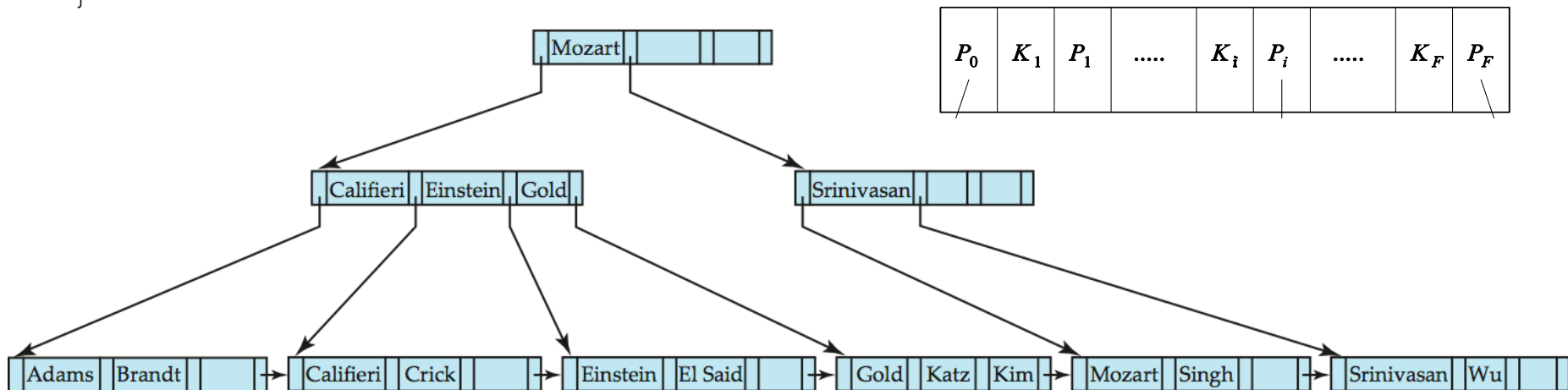
**else** {

*Prendi i tale che V ≤ C.K<sub>i</sub> e (V > C.K<sub>i+1</sub> o C.P<sub>i+1</sub> = null)*

**if** (V = C.K<sub>i</sub>) C=P<sub>i</sub> **else** C = P<sub>i-1</sub>

}

}





# Osservazioni

1. Se ci sono  $N$  valori nell'albero B+Tree, la profondità  $\leq \lceil \log_{\lceil F/2 \rceil}(N) \rceil$  dove  $F$  è il numero massimo di valori in un nodo.
2. Un nodo è della stessa dimensione di un blocco/cluster del file system, tipicamente 4 kilobytes  
→ Se ca. 40 bytes per index entry,  $F \sim 100$  index entry per nodo
3. Se  $N=1.000.000$  valori and  $F = 100$   
→  $\log_{50}(1,000,000) = 4$  nodi

# Inserimento in B+Trees

1. Trova la foglia dove la chiave di ricerca dovrebbe apparire
2. Se il valore è presente, aggiorna il puntatore.
3. Se il valore non è presente, allora
  - A. Se c'è spazio, aggiungi la coppia (chiave, puntatore al record)
  - B. Se non c'è spazio, occorre creare un nodo

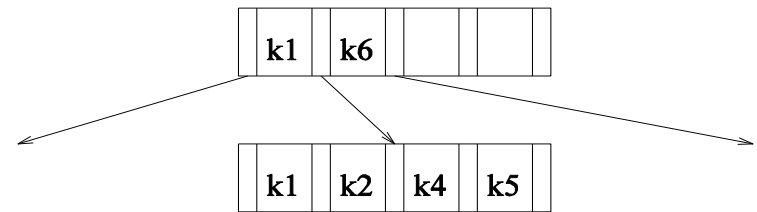
# Inserimento in B+Trees: Creare un nuovo nodo

Si vuole aggiungere una coppia (k,p) dove p è puntatore alla tupla di dato.

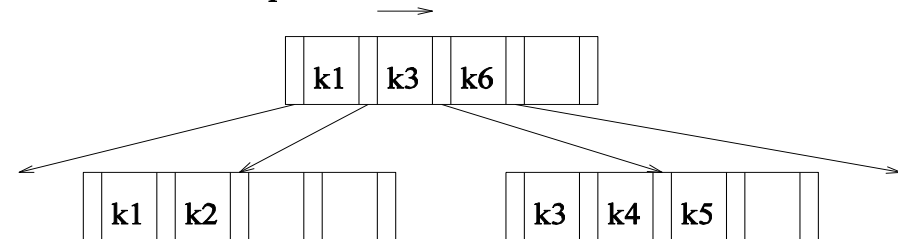
Dividere la foglia con F coppie (valore chiave ricerca, puntatore):

- A. Tenere  $\lceil F/2 \rceil$  nel nodo originale, e il resto in un nuovo nodo incluso la coppia (k,p).
- B. Modificare il nodo padre come da figura.
- C. Se il nodo padre è pieno, ripetere la procedura per il nodo padre

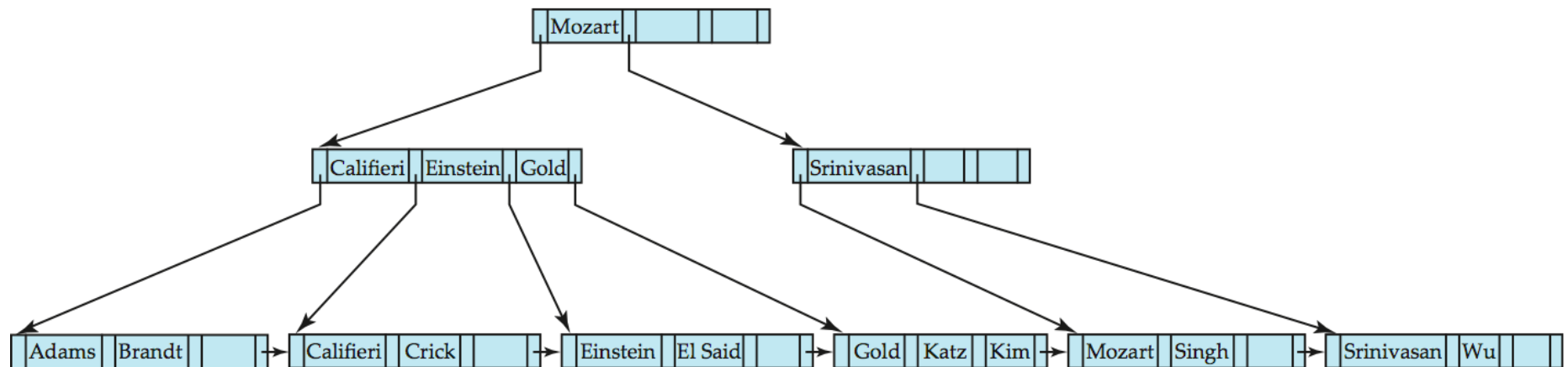
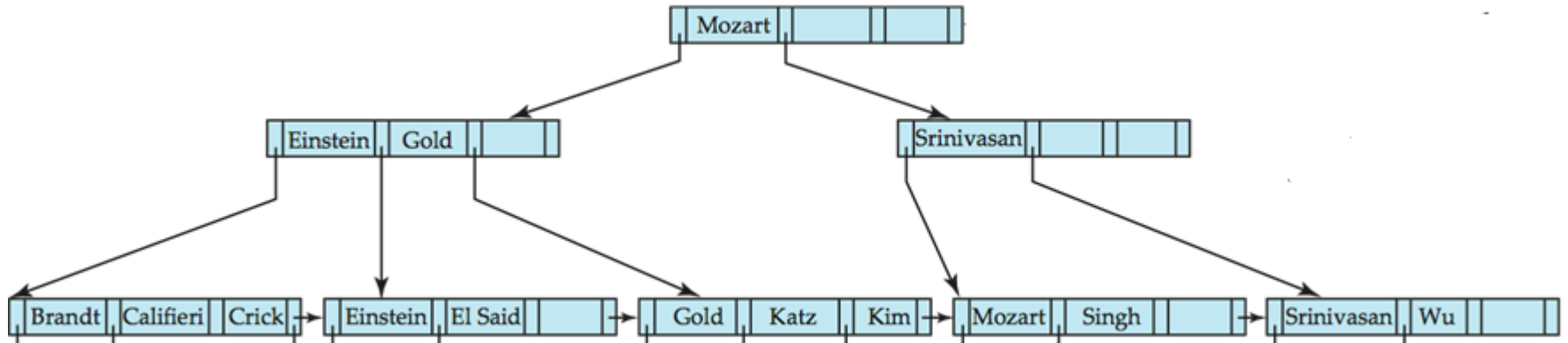
situazione iniziale



a. insert k3: split

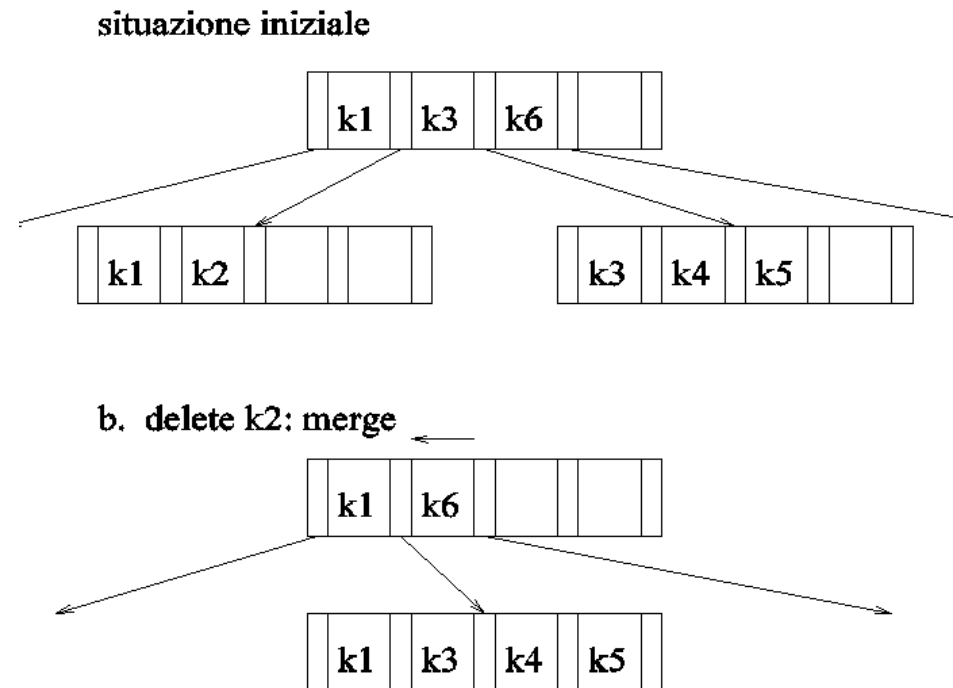


# Esempio: B+Trees prima e dopo l'inserimento di "Adams"



# Cancellazione da un B+Tree

- Rimuovere la coppia (valore chiave ricerca, puntatore) dalla foglia.
- Se la foglia F ha meno di metà coppie utilizzate:
  - Se una foglia adiacente G ha sufficiente spazio per ospitare le entry di F:
    - Inserisci tutte le entry di F in G
    - Rimuovi la foglia G
    - Rimuovi la coppia (k,p) dal nodo padre dove p è il puntatore a G
    - Aggiorna i puntatori nel nodo padre
  - Se nessuna foglia adiacente ha sufficiente spazio
    - Ridistribuisci le coppie con le foglie adiacenti
    - Aggiorna i puntatori nel nodo padre

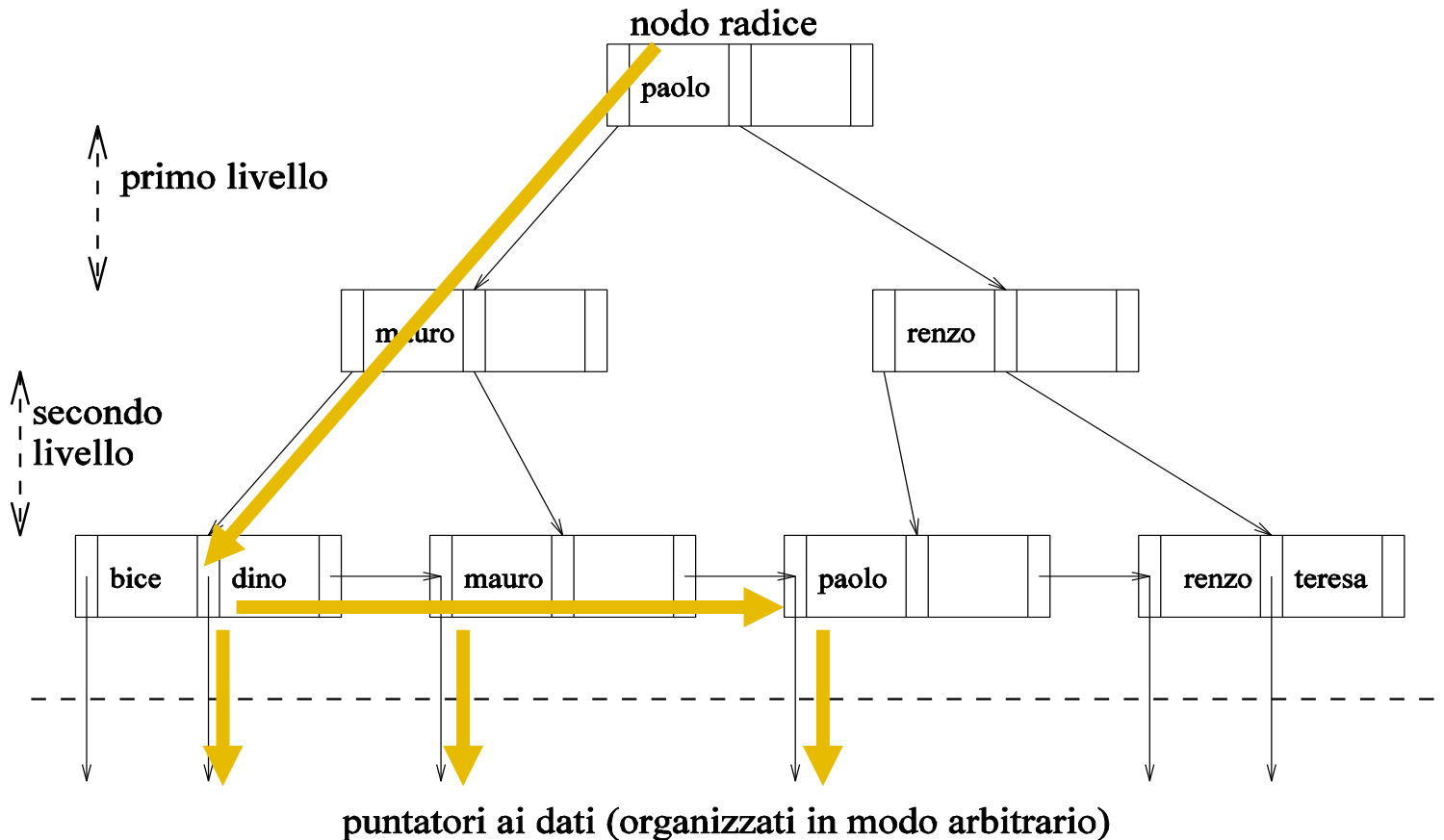


# Vantaggio importante dei B+Tree: Query su intervalli

Supponiamo di voler fare

```
select * from Persone where Nome >= 'Dino' and Nome <= 'Paolo'
```

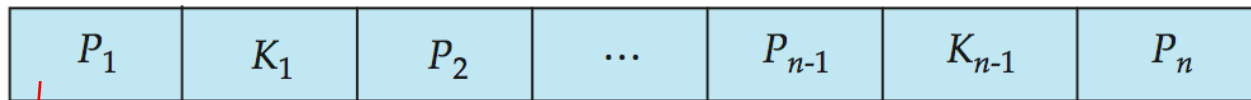
L'indice verrà navigato:



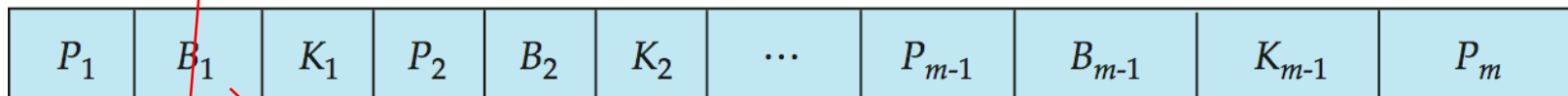
# Indici B-Tree

Simili a B+tree, ma:

- Anche i nodi interni contengono valori
- Le foglie non sono connesse.



(a) Nodo di un B+Tree

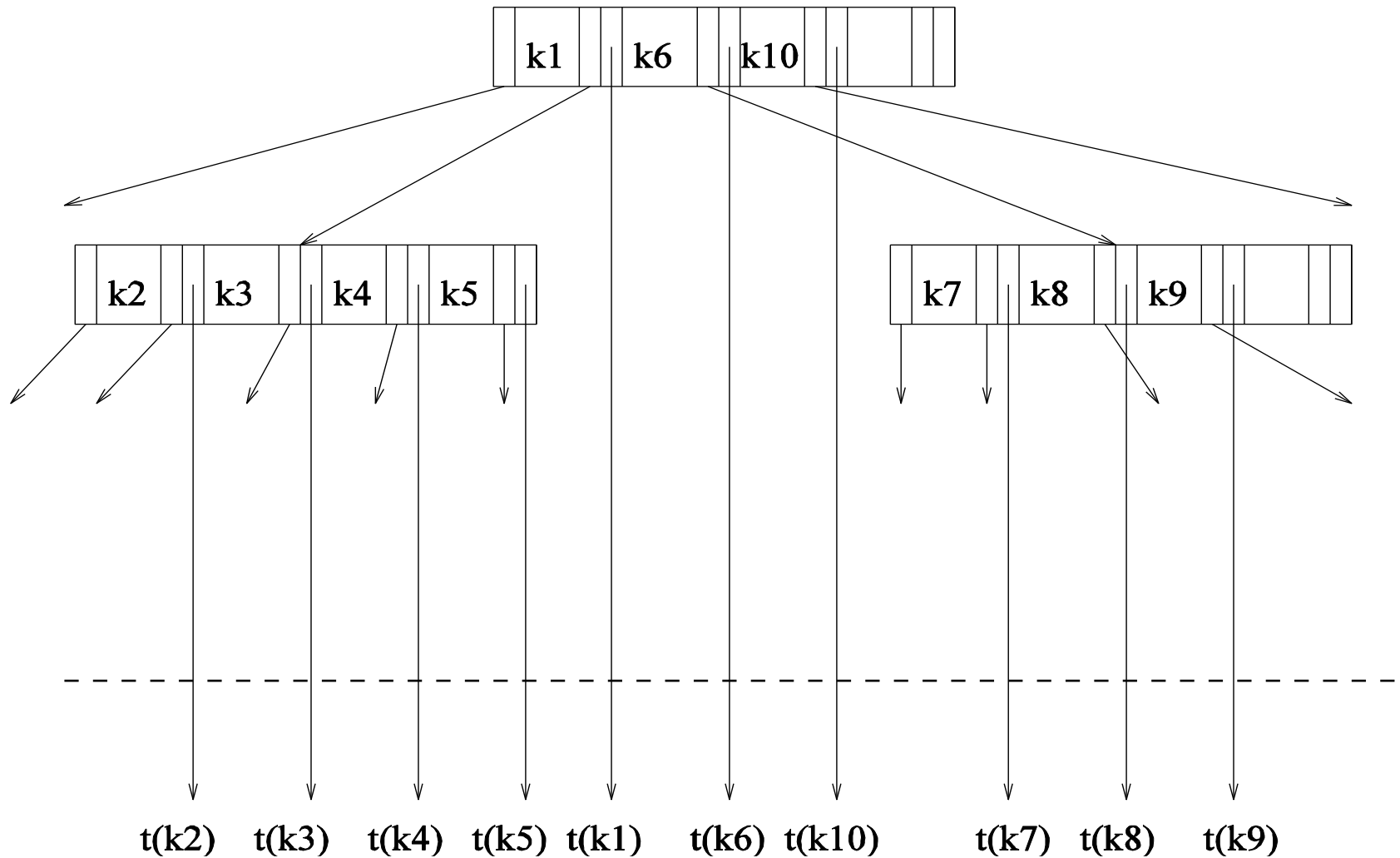


(b) Nodo di un B-Tree

Puntatore  
a nodo  
figlio

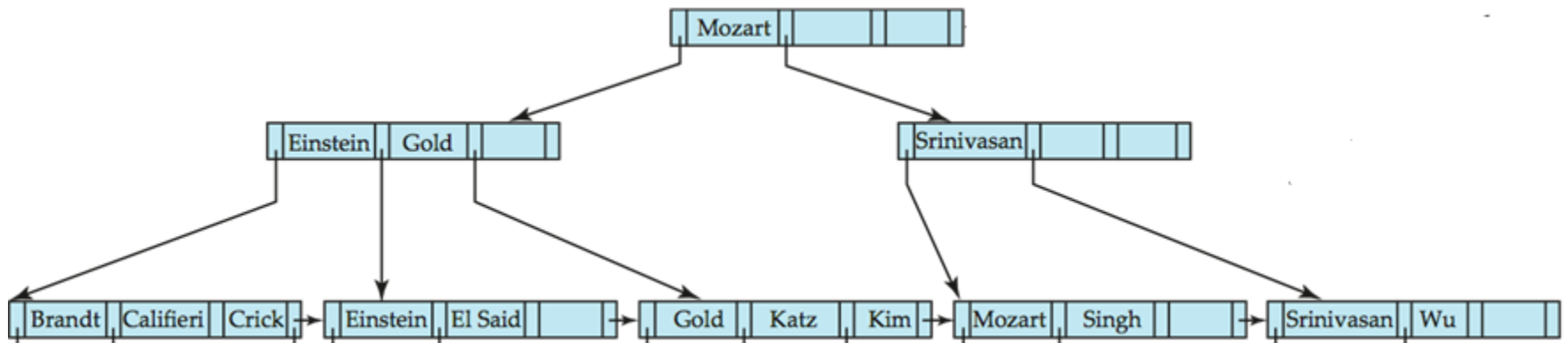
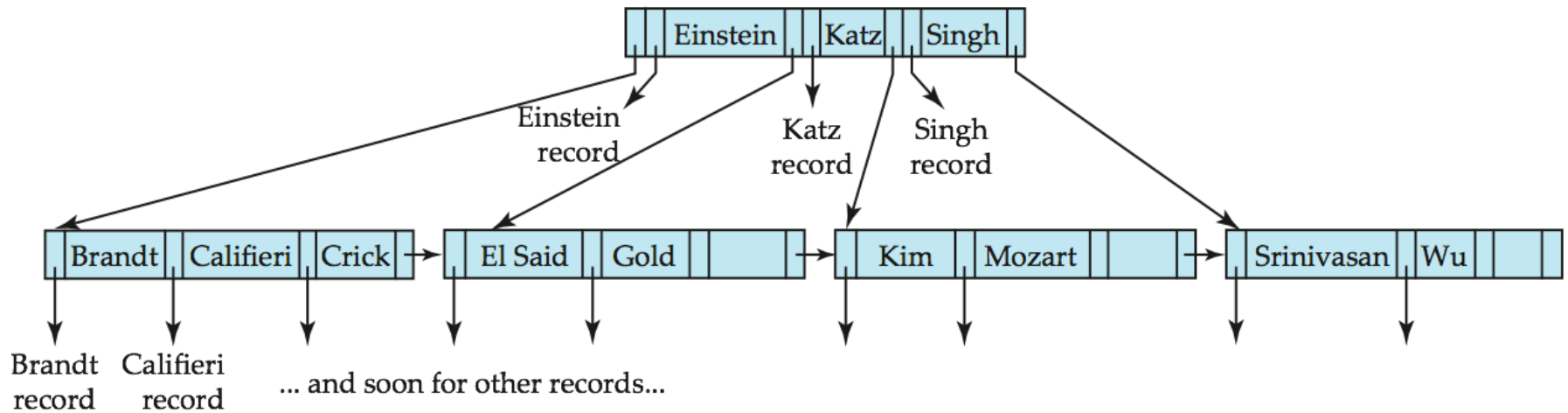
Puntatore  
ai valori

# Un Esempio di B-Tree





# Esempi: B-tree (sopra) e B+tree (sotto) sugli stessi dati



# B-Tree vs B+Tree

- Vantaggi di un B-Tree:
  - In genere, tende ad usare meno nodi di un B+Tree
  - È possibile trovare una coppia chiave-valore anche prima di raggiungere una foglia (in verità poche volte)
- Svantaggi di un B-Tree:
  - Nessun vantaggio sostanziale nelle query per intervallo
  - Inserimenti e cancellazioni sono più complessi rispetto ad un B+Tree
  - La manutenzione di B-Tree è più complesso

# Ottimizzazione di query con selezione su molteplici attributi

- Esempio:

```
select ID
from Impiegato
where dipartimento = "Finanza" and stipendio = 80000
```

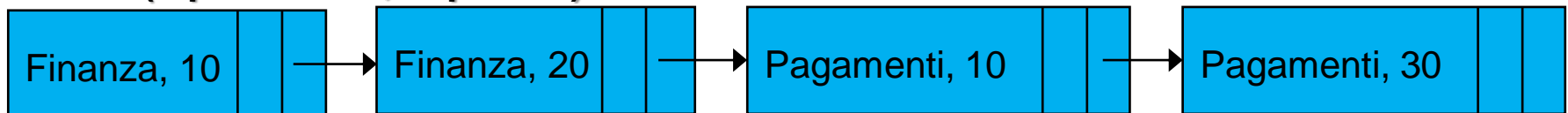
- Possible strategie se ci sono indici su attributi **singoli**:

1. Usa indice su dipartimento per trovare gli impiegati del Dipartimento "Finanza"; scorri tutti, estraendo quelli con stipendio di € 80000
2. Usa indice su stipendio per trovare gli impiegati con stipendio di € 80000; scorri tutti, estraendo quelli del Dipartimento Finanza
3. Usa sia l'indice su Dipartimento che quello su stipendio. Prendi l'intersezione di entrambi

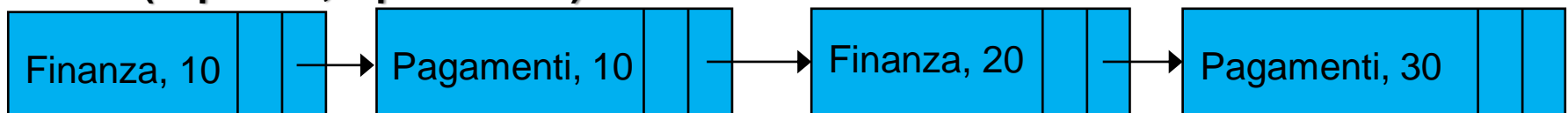
# La 4<sup>a</sup> alternativa: Chiavi di Ricerca su Due attributi

- Più efficiente
- L'ordine delle chiavi di ricerca contano!
  - **(dipartimento,stipendio)** è diverso da **(stipendio,dipartimento)**
  - Ordine lessicografico:  $(a1, a2) < (b1, b2)$  se:
    - $a1 < b1$ , o
    - $a1=b1$  e  $a2 < b2$

**Indice (dipartimento, stipendio)**



**Indice (stipendio, dipartimento)**



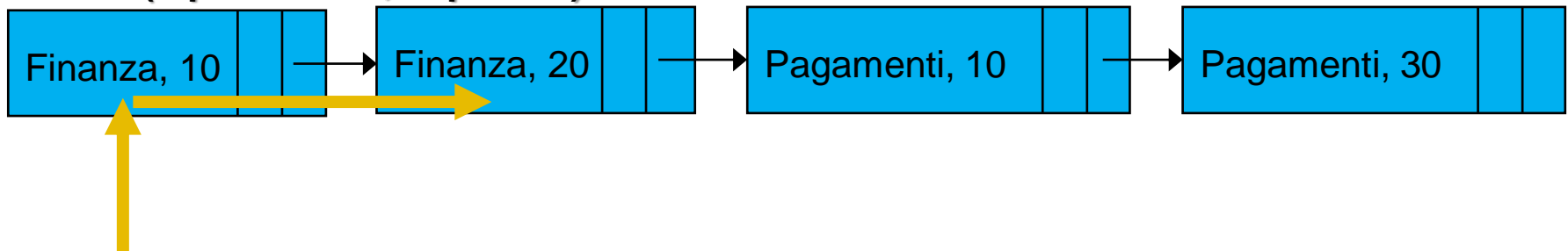
# Indici su Attributi Multipli / 1

Un indice su una chiave di ricerca multipla  
(dipartimento, stipendio) è efficiente nei casi:

`where dipartimento = 'Finanza' and stipendio=10`

`where dipartimento = 'Finanza' and stipendio<=20`

**Indice (dipartimento, stipendio)**



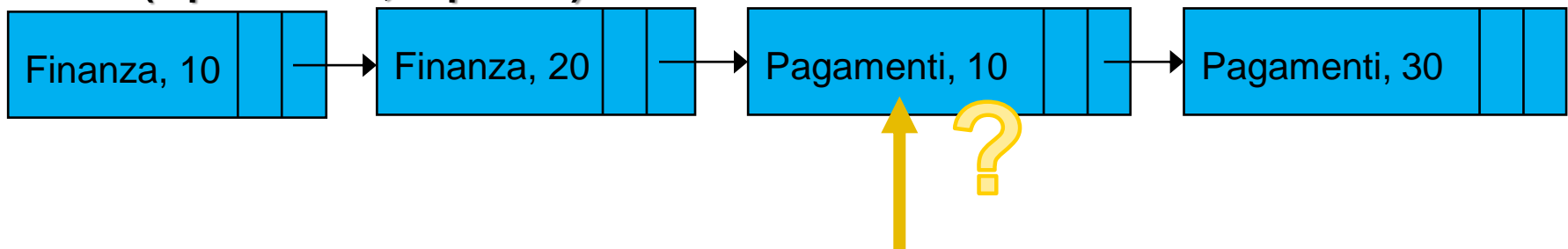
# Indici su Attributi Multipli / 2

Un indice su una chiave di ricerca multipla  
(dipartimento, stipendio) **NON** è efficiente nel  
caso:

`where dipartimento > 'Finanza' and stipendio=80`

- È possibile estrarre tutti gli impiegati di dipartimenti “maggiori di” finanza efficientemente
- Non è possibile estrarre efficientemente quelli con stipendio di 80

**Indice (dipartimento, stipendio)**

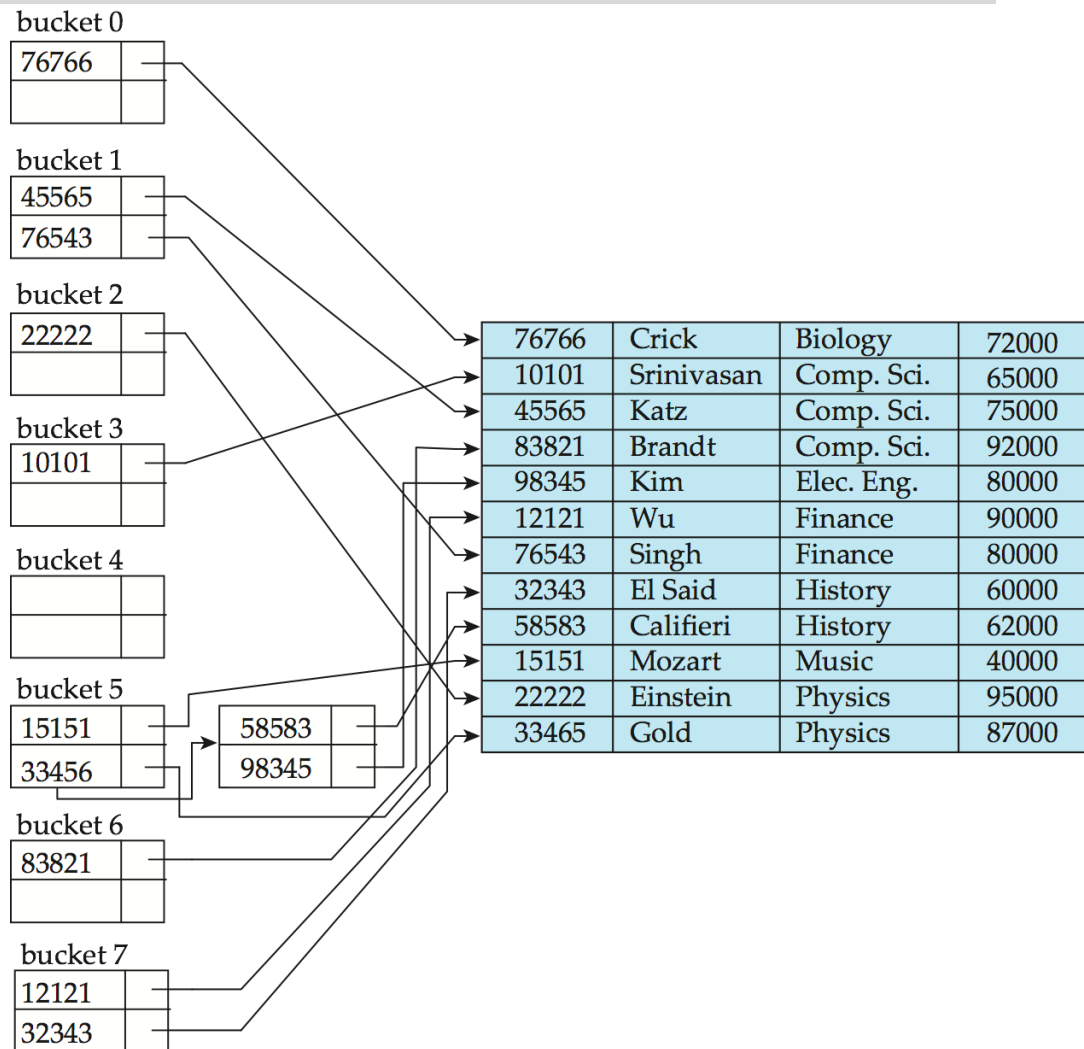


# Indice Hash / 1

- Si basa sul principio della **funzione di hash**.
- Una funzione  $f: \text{string} \rightarrow \text{string}$  è di hash se
  - fissata un valore  $n \in \mathbb{N}$ ,
  - per ogni stringa  $s$  di lunghezza arbitraria
  - $f(s)$  restituisce una stringa di lunghezza  $n$
- Un caso particolare di funzione hash è tale che restituisce una stringa esadecimale (cioè un numero).
- La funzione non è necessariamente invertibile, quindi non è vero  $f^{-1}(f(s)) = s$

# Indici Hash / 2

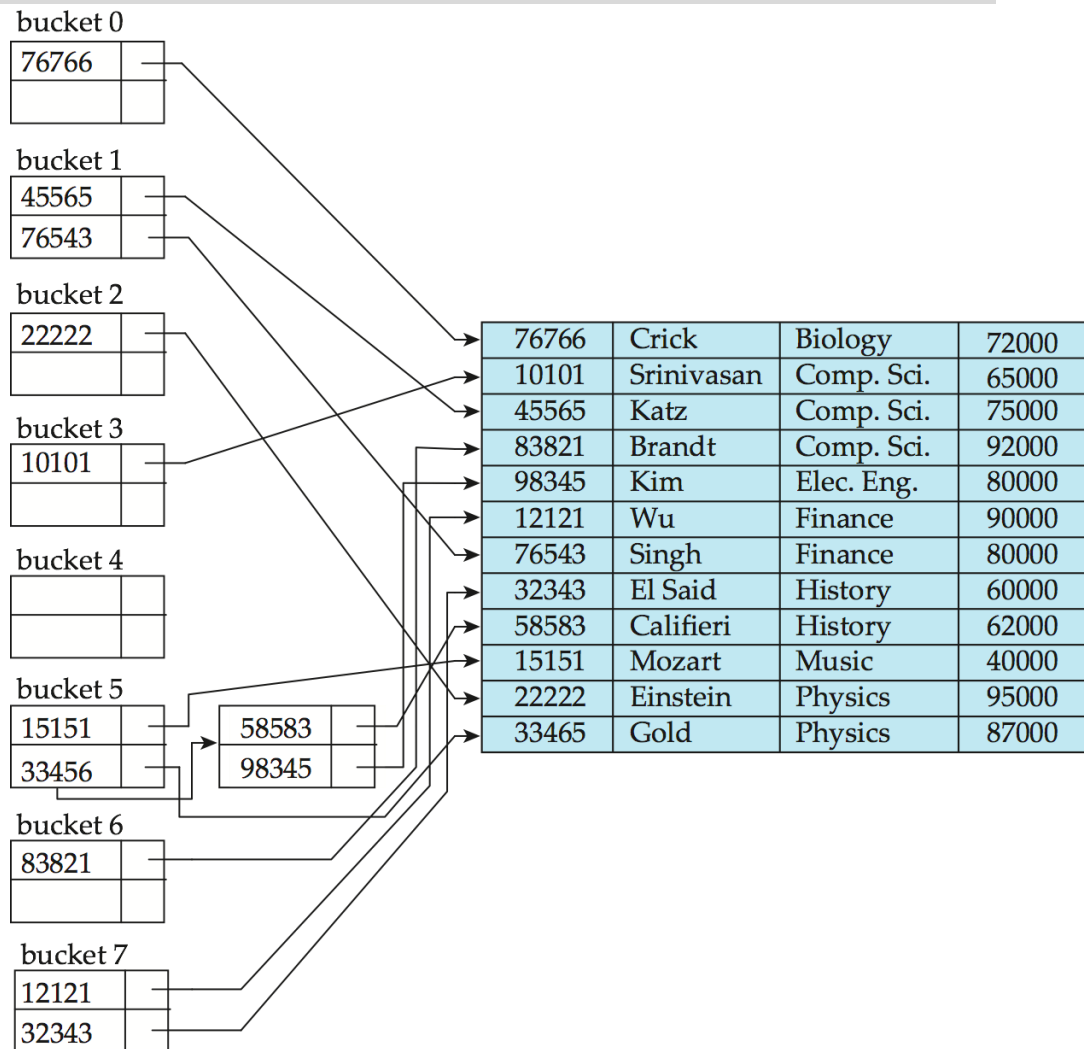
- Un indice hash organizza le chiavi di ricerca in the file “hash”
- Basato sui concetti di “bucket”, insieme di record (valore di chiave, puntatore).
- Dato un valore K della chiave di ricerca,
- Una funzione hash **h** associa ogni valore K a esattamente un bucket.





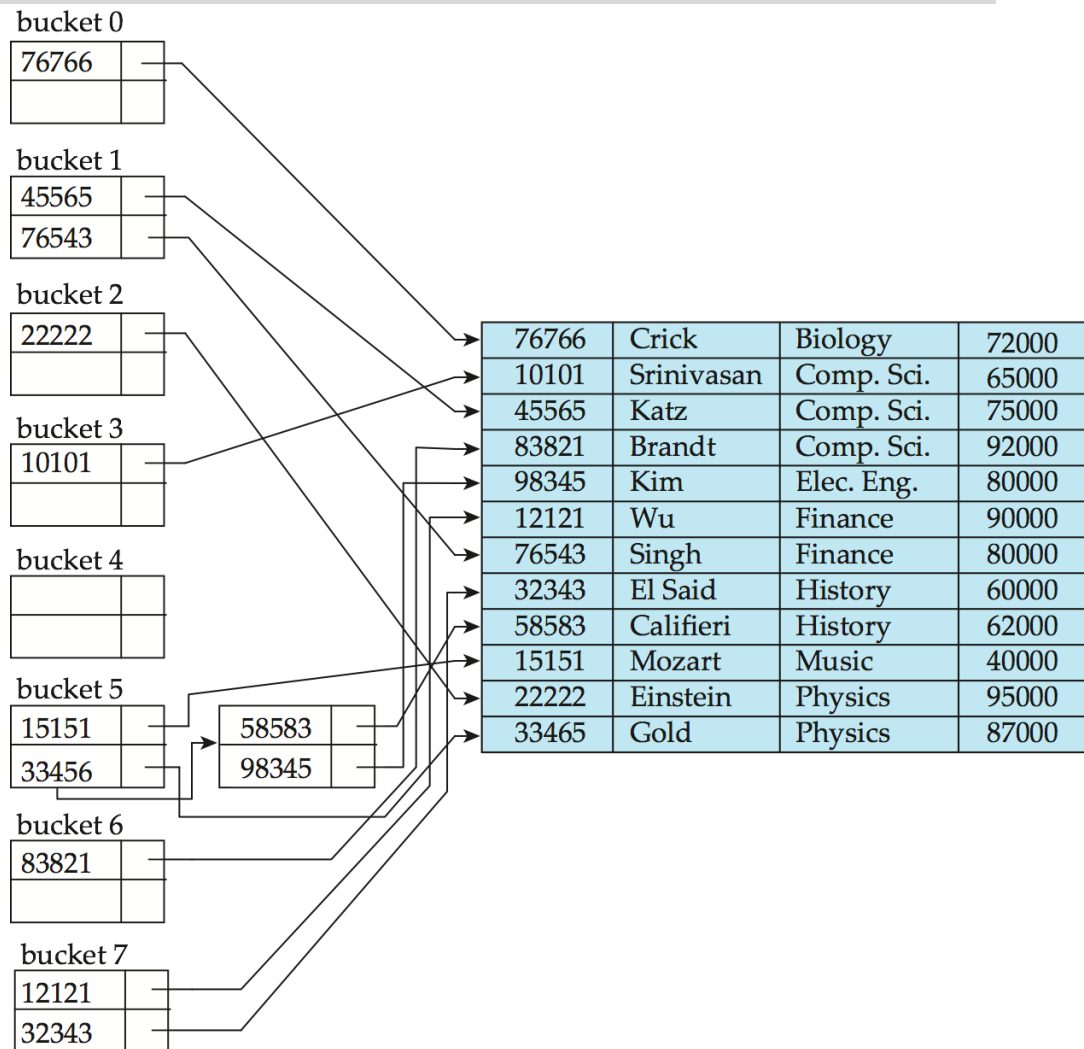
# Indici Hash / 3

- Hash function è usato per trovare i record di accesso, inserimento e cancellazione
- Dati due valore  $K, K'$ , è possibile che  $h(K)=h(K')$ 
  - Collisioni possibili
  - Occorre poi cercare il valore  $K$  di interesse iterando nel bucket

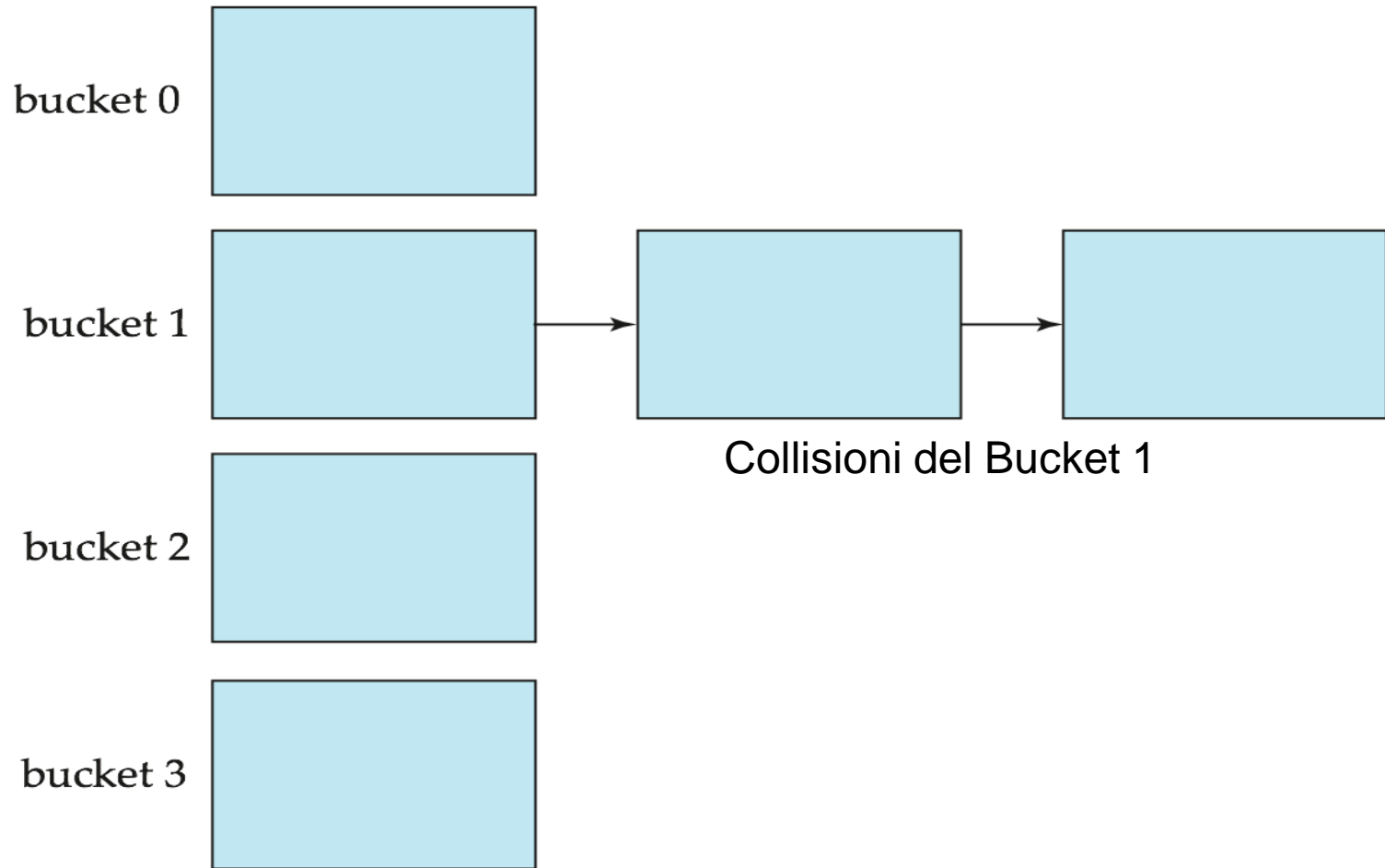


# Indici Hash / 4

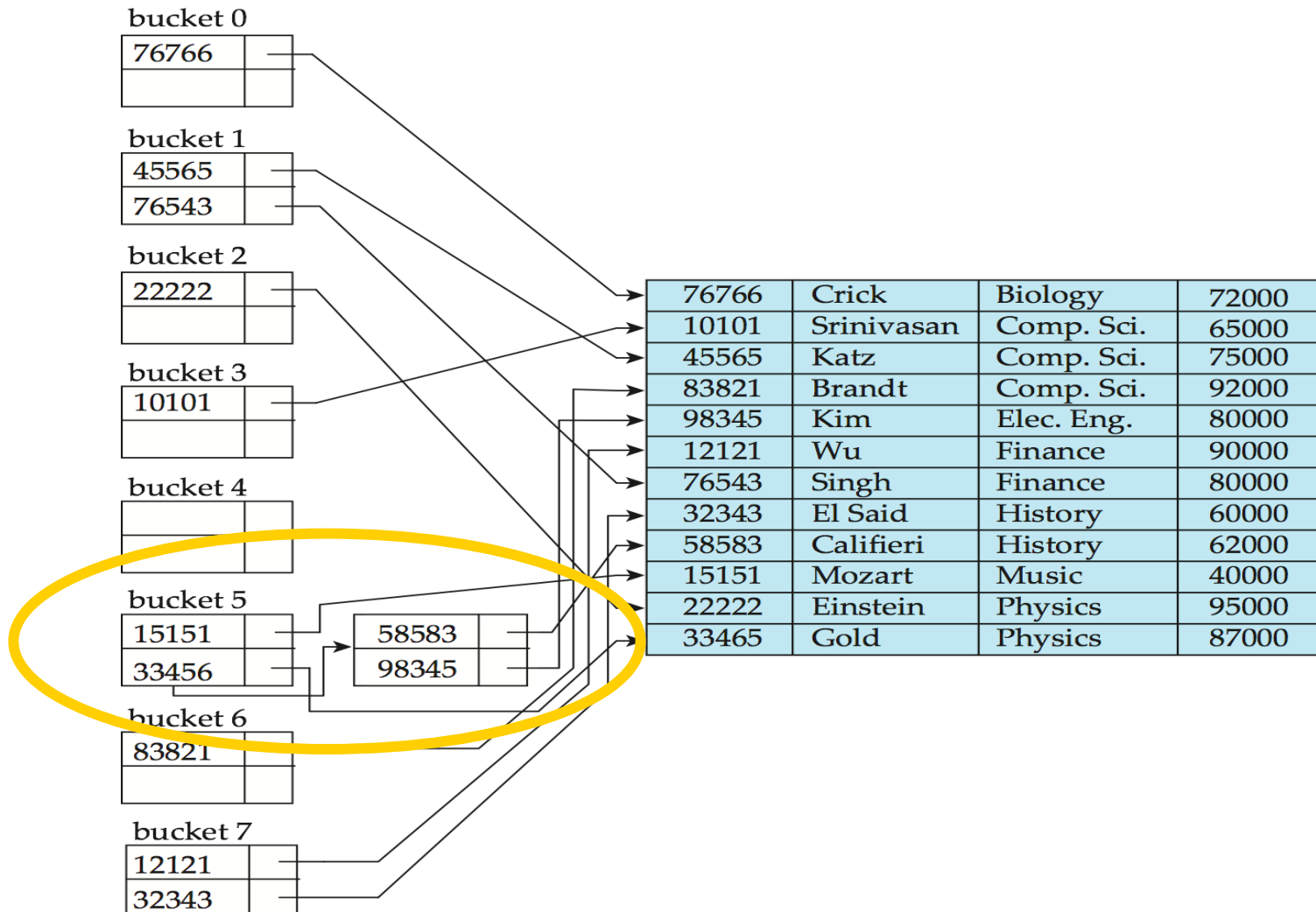
- Sono sempre secondari
- È possibile avere un indice primario separato
- È quindi possibile avere sia hash che B-tree



# Gestione delle Collisioni



# Gestione delle Collisioni



# Vantaggi e Svantaggi di Indici Hash rispetto a B+-tree

## Vantaggi

- Ricerca di un valore ha costo ca. 1
  - B+Tree è basso ma non 1
- Insertion ha costo ca. 1
- Cancellazione ha costo di ca. 1
  - Occorre inserire/rimuovere la entry dal bucket, creando/eliminando bucket di Collisione

## Svantaggi

- Può essere solo usato per WHERE con atomi `variable=valore`
- Non può essere usato per velocizzare operazioni di ORDER BY.
  - Non è possibile cercare la prossima entry in ordine

# Definizione degli indici in SQL

- Non è standard, ma presente in forma simile nei vari DBMS
  - `create [unique] index IndexName on TableName(AttributeList) [using method]`
    - `unique` è opzionale: forza attributi degli indici ad avere valori unici
    - `using method` può essere `btree` o `hash`
    - `method` è opzionale: il default è `btree`.
    - altri `method` esistono ma non visti
  - `drop index IndexName`
- **Esempio:** `create index DipStipendio on Impiegati (Dipartimento, Stipendio)`
- **Nota su Postgres:**
  - Automaticamente viene creato un indice “unique” B+Tree sulla chiave primaria di ogni tabella
  - Indici hash possono essere creati solamente per indici su un attributo
  - La clausola `unique` è solo per i B+Tree

# Riferimento

- Parte del contenuto di questa lezione è ritrovabile sul libro, nel Capitolo 11:
  - Sezione 11.4 (B+Tree)
  - Sezione 11.3.2 (Funzioni Hash)
- Per quanto non coperto sul libro, si faccia riferimento a questo set di slide
- Per indici per PostgreSQL, si veda la documentazione sul sito:
  - [Capitolo 11.2](#) per una discussione sull'uso
  - [Capitolo 63](#) per una discussione sull'implementazione (utile anche per capire i concetti)