Esempio completo fatto in classe

Si inseriscono i cenni fondamentali:

Terza Forma Normale

Una relazione R con chiavi $K_1,\ldots, K_n$ è in Terza Forma Normale se:

Per ogni dipendenza funzionale non banale $X \rightarrow Y$, almeno una delle seguenti condizioni sono valide:

- X è superchiave (BCNF)
- ogni attributo in Y è contenuto in almeno una tra le chiavi $K_1,\ldots, K_n$.

Copertura ridotta

- Un insieme di dipendenze F è una copertura ridotta:
  - **non ridondante** se non esiste dipendenza $f \in F$ tale che $F - \{f\}$ implica f;
  - **ridotto** se
    - **non ridondante** se non esiste dipendenza $f \in F$ tale che $F - \{f\}$ implica f;
    - non esiste un insieme F' equivalente a F ottenuto eliminando attributi dai primi membri di una o più dipendenze di F.
- Esempio (parte in rosso rimovibile):
  - $\{A \rightarrow B;\ AB \rightarrow C;\ A \rightarrow C\}$ è ridondante;
  - $\{A \rightarrow B;\ AB \rightarrow C\}$ non è ridondante né ridotto;
  - $\{A \rightarrow B;\ A \rightarrow C\}$ è ridotto

I passi per calcolare la copertura ridotta di una relazione sono i seguenti:

1. Sostituzione dell'insieme dato con quello equivalente che ha tutti i secondi membri costituiti da singoli attributi;
2. Per ogni dipendenza verifica dell'esistenza di attributi eliminabili dal primo membro;
3. Eliminazione delle dipendenze ridondanti.

Esercizio 1

Data la relazione R(A,B,C,D) con dipendenze funzionali {C→D, C→A, B→C}.

1) Mostrare tutte le chiavi di R e motivare perché ognuna è chiave
2) Dire quali dipendenze violano la BNCF spiegandone la ragione
3) Decomporre in BNCF

1) Partiamo dalle chiusure:
   $C^+ = \{C, D, A\}$
   $B^+ = \{B, C\}$
   Per proprietà transitiva sappiamo che vale anche $B^+ = \{B, C, D, A\}$ e similmente B → C → A.
   Siamo quindi certi che la ch. transitiva di B contenga tutti gli attributi.

2) X → Y è BNCF se X è superchiave
   C → D e C → A violano ma B → C no perché B è superchiave

3) Dunque si formeranno:

R(A,B,C,D)
/ \
~~R1 (C,D)~~ R2(A,B,C) (tolgo la parte sinistra)
R4(C,A,D) / \
R2(C,A) R3(B,C)

Dato che C è chiave, la decomposizione riporta tutti gli attributi a seguito di join.

Si otterranno quindi come relazioni:

R_1(C, D) R_2(C, A) R_3(B, C)

Esercizio 2

Considerare uno schema di relazione R(E,N,L,C,S,D,M,P,A) con le seguenti dipendenze funzionali:
E → NS
NL → EMD
EN → LCD
C → S
D → M
M → D
EPD → A
NLCP → A
Calcolare una **copertura ridotta** della relazione data e decomporre la relazione in **terza forma normale**.
Passi della copertura:

1) Sostituzione dell'insieme dato con quello equivalente che ha tutti i secondi membri costituiti da singoli attributi

E → NS
NL → EMD
EN → LCD
C → S
D → M
M → D
EPD → A
NLCP → A

Risultato:
E → S
E → N
NL → E
NL → M
NL → D
EN → L
EN → C
EN → D
C → S
D → M
M → D
EPD → A
NLCP → A

2) Per ogni dipendenza verifica dell'esistenza di attributi eliminabili dal primo membro (si consiglia di guardare direttamente a destra delle frecce, verificando di controllare subito gli attributi raggiunti per dipendenza transitiva e/o due volte da parte di relazioni)

Le prime cinque dipendenze sono a posto, in quanto sono tutte univoche.

- EN → L presenta una ridondanza; si ha infatti E → N ma EN → L e dunque E può andare direttamente ad L
  Quindi EN → L diventa E → L
- EN → C similmente presenta la stessa ridondanza, avendo EN → C ed E → N, dunque E può andare direttamente a C
  Quindi EN → C diventa E → C
- EN → D similmente presenta la stessa ridondanza, avendo EN → D ed E → D, dunque E può andare direttamente a D. Quindi EN → D diventa E → D

Similmente sono a posto anche C → S, D → M, M → D (queste ultime due, anche se si richiamano tra loro, non costituiscono ridondanza).
Però abbiamo:

- EPD → A che presenta E → D (ex EN → D); P non compare da nessuna parte e va solo in A, dunque ci interessa mantenerlo. In particolare EN → D ma anche EPD → A, dunque raggiungeremmo D due volte. Ecco quindi che l'eliminazione si ha su D, portando ad avere EP → A
- NLCP → A, avendo NL → E ed E → C, dunque andiamo a togliere C in quanto già raggiunto da NL. Dunque NLCP → A diventa NLP → A.

Risultato finale:

E → S
E → N
NL → E
NL → M
NL → D
EN → L
EN → C
EN → D
C → S
D → M
M → D
EPD → A
NLCP → A

E → S	
E → N	
NL → E	
NL → M	
NL → D	
E → L	(EN → L, E → N)
E → C	(EN → C, E → N)
E → D	(EN → D, E → N)
C → S	
D → M	
M → D	
EP → A	(EPD → A , E → D)
NLP → A	(NLCP → A, NL→E, E→C

3) Eliminazione delle <u>dipendenze ridondanti</u>

Partendo dallo schema sopra:

- E → S risulta essere ridondante in quanto E → C e C → S
- E → N non è ridondante
- NL → E non è ridondante
- NL → M è ridondante perché NL → D e D → M, oltre che M → D
- E → L non è ridondante
- E → C non è ridondante
- E → D non è ridondante
- C → S non è ridondante
- D → M non è ridondante
- M → D non è ridondante
- EP → A è ridondante perché NL → E ed NLP → A
- NLP → A non è ridondante quindi

Risultato:

E → N
NL → E
E → L
E → C
E → D
C → S
D → M
M → D
NLP → A

Abbiamo la copertura ridotta; tuttavia ora occorre individuare le chiavi partendo dalla copertura ridotta.
Si vanno quindi ad eseguire le chiusure di tutti i membri:

E^+ = {E,N,L,C,D,M,S}
NL^+ = {E,N,L,D,C,S,M}
C^+ = {C,S}
D^+ = {D,M}
NLP^+ = {A,E,P,N,L,E,C,D,M,S}

Per capire chi è chiave dobbiamo capire l'insieme con più attributi; questo chiaramente è NLP.
Esso viene scelto in quanto contiene anche {A,P}, evidentemente non presenti in E ed NL (peraltro sono la stessa chiusura).
Tuttavia, se decido di includere P nell'insieme di E, automaticamente avrò anche A; quindi anche EP sarebbe chiave.

Chiavi:
NLP^+ = {N,L,P,A,E,D,C,S,M}
EP^+ = {E,N,L,D,C,S,M,P,A}

Ora dobbiamo, partendo dalle chiavi NLP - EP, applicare lo *schema della terza forma normale*:

Dati uno schema R(U) e un insieme di dipendenze F su U, con chiavi $K_1, \dots, K_n$

1. Viene calcolata una copertura ridotta G di F
2. G viene partizionato in sottoinsiemi tali che due dipendenze funzionali $X \to A$ e $Y \to B$ sono insieme se $X_G^+ = Y_G^+$
3. Viene costruita una relazione per ogni sotto-insieme
4. Se esistono due relazioni S(X) e T(Y) con $X \subseteq Y$, S viene eliminata
5. Se, per qualche *i*, non esiste una relazione S(X) con $K_i \subseteq X$, viene aggiunta una relazione $T(K_i)$

Prendiamo il passo 2:
G è partizionato in sottoinsiemi tali che due DF $X \to A$ e $Y \to B$ sono insieme se $X_G^+ = Y_G^+$

Come si diceva prima, in questo caso si parla di E ed NL con le chiusure coincidenti, con il resto che rimane uguale:

$E^+ = \{ E, N, L, C, D, S, M \}$

CHIUSURE COINCIDONO

$NL^+ = \{ E, N, L, C, D, S, M \}$

$C^+ = \{ C, S \}$

$D^+ = \{ D, M \}$; $M^+ = \{ D, M \}$

$NLP^+ = \{ E, N, L, C, D, C, S, M, A \}$

Prendiamo il passo 3:
Viene costruita una relazione per ogni sottoinsieme
R_1 (E,N,L,C,D)
R_2 (C,S)
R_3 (D,M)
R_4 (N,L,P,A)

Prendiamo il passo 4:
Se esistono due relazioni S(X) e T(Y) con $X \subseteq Y$, S viene eliminata

Non succede nulla, resta tutto invariato, come si vede a fianco.

$E \to N$, **$E \to L$**, **$E \to C$**, **$E \to D$**, **$NL \to E$**	R_1 (E, N, L, C, D)
$C \to S$	R_2 (C, S)
$D \to M$, **$M \to D$**	R_3 (D,M)
$NLP \to A$	R_4 (N, L, P, A)

Non accade

Andiamo al passo 5:
Se, per qualche i, non esiste una relazione S(X) con $K_i \subseteq X$, viene aggiunta una relazione $T(K_i)$

Siccome tra tutte le relazioni, non ne esiste una che comprenda EP (chiave), allora si aggiunge proprio R_5(E,P).

Dunque tra tutte le relazioni, si struttura:
R_1 (E, N,L, C,D) con E chiave ed NL chiave esterna
R_2 (C, S)
R_3 (D, M) con D chiave ed M chiave esterna

R_4 (<u>N,L,P</u>, A) con NLP chiave
R_5 (<u>E,P</u>) con EP chiave

<u>Esercizio 3</u>
Dato lo schema R(A, B, C, D, E, F) con dipendenze:
CE → A, C → D, A → B, D → BE, B → F, AD → CF

1) Trovare la copertura ridotta G
2) Trovare tutte le chiavi
3) Dire se ci sono e quali dipendenze violano la 3NF
4) Normalizzare lo schema in 3NF
5) Lo schema normalizzato al punto 4 è anche in BCNF?

1) La copertura ridotta è data da:

C →A, C→D, A→B, D→B, D→E, B→F, AD→C

2) In merito alle chiavi, si vedono le chiusure

C^+ = {A, B, C, D, E, F}
AD^+ = {A, B, C, D, E, F}
Dunque queste sono AD e C

3) Per essere in 3NF si ha che per ogni FD X → Y si abbia che:
   - X contiene chiave K di r
   - ogni attributo di Y è contenuto in almeno una chiave di r

   Dunque per ogni dipendenza:
   - C → A non viola la dipendenza perché C è chiave
   - C → D non viola la dipendenza perché C è chiave
   - A → B viola perché A non è super chiave e B non è presente nella chiave
   - D → B viola perché D non è super chiave e B non è presente nella chiave
   - D → E viola perché D non è super chiave ed E non è presente nella chiave
   - B → F viola perché B non è super chiave ed F non è presente nella chiave
   - AD → C non viola perché AD è chiave

   Si conclude che lo schema non sia in 3FN

4) Per normalizzare lo schema partiamo dalle chiusure:
   C^+ = {A, B, C, D, E, F}
   A^+ = {A, B, F}
   D^+ = {D, B, E, F}
   B^+ = {B, F}
   AD^+ = {A, B, C, D, E, F}

Come si discuteva prima, le chiusure di C ed AD coincidono e fanno parte della stessa partizione. Ciò comporta la creazione delle successive relazioni:

$R_1 = \{\underline{A}, \underline{C}, \underline{D}\}$	con chiavi C, AD
$R_2 = \{\underline{A}, B\}$	con chiave A
$R_3 = \{B, E, \underline{D}\}$	con chiave D
$R_4 = \{\underline{B}, F\}$	con chiave B

5) Dato che tutte le dipendenze sono parte di chiave, non violano la BNCF.
Nel dettaglio:

C→A, C→D, AD→C	R1 (C, A, D)	chiavi C, AD
A→B,	R2 (A, B)	chiave A
D→B, D→E,	R3 (B, E, D)	chiave D
B→F,	R4 (B, F)	chiave B

Tutte le dipendenze funzionali <u>non</u> violano BCNF:

- C→A e C→D si applicano su R1 dove C è chiave
- AD→C si applica su R1 dove AD è chiave.
- A→B si applica su R2 dove A è chiave
- …

Concludiamo dunque con:

R (A, B, C, D, E, F, **<u>G</u>**)

con:

AF→BE, EF→BCD , A→F, B→C

1. Trovare copertura ridotta

   A→B, A→E, EF→B, EF→D, A→F, B→C

2. Trovare tutte le chiavi

   A^+ contiene tutti gli attributi, inoltre G è già una chiave

   Quindi le chiavi sono: A, G

3. Dire se ci sono e quali dipendenze violano 3NF

4. Normalizzare in 3NF

2) Come si vede la chiave dalle chiusure:
$A^+ = \{A,B,C,D,E,F\}$
$EF^+ = \{B,D\}$
A è chiave di sicuro e l'esercizio ci dà G come se fosse tale

3)

$A \rightarrow B$, non viola 3NF
$A \rightarrow E$, non viola 3NF
$EF \rightarrow B$, viola (EF non super chiave e B non presente in chiave)
$EF \rightarrow D$, viola (EF non super chiave e D non presente in chiave)
$A \rightarrow F$, non viola 3NF
$B \rightarrow C$ viola (B non super chiave e C non presente in chiave)

Con chiavi: A, G

Non è in 3NF

4) Abbiamo già la copertura ridotta e si ha un partizionamento di questo tipo:
$\{A \rightarrow B, A \rightarrow E, A \rightarrow F\}, \{EF \rightarrow B, EF \rightarrow D\}, \{B \rightarrow C\}$
Si costruiscono le relazioni per ogni sottoinsieme
R_1 ($\underline{A}$,B,E,F)
R_2 ($\underline{E,F}$,B,D)
R_3 ($\underline{B}$, C)

Se esistono due relazioni S(X) e T(Y) con $X \subseteq Y$, S viene eliminata.
Coò non accade e rimane tutto uguale

Se, per qualche i, non esiste una relazione S(X) con $K_i \subseteq X$, viene aggiunta una relazione $T(K_i)$
Nessuna relazione contiene G e viene aggiunta una relazione:

R_1(A, B, E, F), R_2(E, F, B, D), R_3(B, C), $\mathbf{R_4(G)}$

Sia data la relazione R(A,B,C,D,E,F) e l'insieme di dipendenze associato $\{B \rightarrow A, E \rightarrow D, C \rightarrow B, CE \rightarrow F\}$. Risolvere i seguenti punti:

a. Trovare la/e chiave/i di R, motivando la risposta.
b. Indicare quali dipendenze violano la BCNF, motivando la risposta
c. Effettuare una decomposizione in BCNF senza perdita nel join, indicando le chiavi delle relazioni ottenute
d. Indicare se la decomposizione ottenuta al punto c preserva le dipendenze. Motivare la risposta.

a) In questi casi si comincia calcolando le chiusure.
Quindi parto calcolando
$B^+ = \{A,B\}$ = R1
$E^+ = \{D, E\}$ = R2
$C^+ = \{C, B, A\}$ = R3
$CE^+ = \{C, E, B, A, F, D\}$ = R4
Prese le chiusure, si nota che su B/E/C/CE, la chiave sarà CE (scrivo così in maniera tale che sia evidente il perché sia chiave).
b) La BNCF ha dipendenze violanti le sue regole se ci sono delle dipendenze che non fanno parte della superchiave. Essendo CE la chiave, più nello specifico superchiave, le altre 3 violano le regole.

c) Quindi:
   - B → A da R1(A, <u>B</u>), rimuovendo A da R4 che sarà (C,E,B,F,D) (e anche da R3, essendo A non parte della superchiave)
   - E → D da R2(D, <u>E</u>), rimuovendo D da R4 che sarà (C,E,B,F)
   - C → B da R3(<u>C</u>,B), rimuovendo B da R4 che sarà (<u>C,E</u>,F)

d) Essendo che esiste una relazione che preserva tutti gli attributi senza ridondanze, allora le dipendenze sono preservate

Sia data la seguente relazione R(ABCDE), con copertura ridotta G={B→C, B→E, C→A e C→D}.

Risolvere i seguenti punti:

a. Trovare la/e chiave/i di R, motivando la risposta.
b. Effettuare una decomposizione in 3NF ed indicare le chiavi delle relazioni finali ottenute.
c. Indicare se la decomposizione ottenuta al punto b è anche in BCNF rispetto all'insieme di dipendenze in G. Motivare la risposta.

a) Calcoliamo le chiusure ed avremo:
   B^+ = {C,E,A,D,B}
   C^+ = {A,C,D}
   Essendo C,D completamente contenuti in B, allora esso sarà chiave e anche superchiave.
   Similmente, C non può essere superchiave, in quanto non contiene E e B.

b) Ora per attuare la decomposizione, essendo forma ridotta, non occorre trasformare avendo solo un attributo a destra delle dipendenze.
   Dobbiamo quindi creare le relazioni, tali che siano collegate. Formalmente:
   G è partizionato in sottoinsiemi tali che due dip. funz. X → A e Y → B sono insieme se X+= Y
   Quindi semplicemente avremo due insiemi per le chiusure:
   {B→C, B→E} e {C→A, C→D}

   Per ogni sottoinsieme va costruita una relazione
   Quindi avremo:
   R1(<u>B</u>, C, E}
   R2{<u>C</u>, A, D}

   Se esistono due relazioni S(X) e T(Y) con X⊆Y, S viene eliminata
   Le relazioni non sono una il sottoinsieme dell'altra, quindi non cambia nulla.

   Se esiste una chiave K per quale non esiste una relazione che contiene tutti gli attributi di K, viene aggiunta una relazione T(K)
   Tutte le relazioni hanno la loro chiave con tutti gli attributi, come tale rimane tutto.

c) L'insieme delle dipendenze presenti rispetto la BNCF.
   Questo si ha perché tutte le dipendenze funzionali sono associati alle chiavi (quindi superchiavi minimali).
   Quindi:
   R1(<u>B</u>, C, E} presenta B→C e B→E dipendenti da B
   R2{<u>C</u>, A, D} presenta C→A e C→D dipendenti da C

Sia data la seguente relazione R(ABCDE), con copertura ridotta
G={B→C, B→E, C→A, CD→E}.

a. Trovare la/e chiave/i di R, motivando la risposta.
b. Effettuare una decomposizione in 3NF ed indicare le chiavi delle relazioni finali ottenute.
c. Indicare se la decomposizione ottenuta al punto b è anche in BCNF rispetto all'insieme di dipendenze in G. Motivare la risposta.
d. Indicare se c'è conservazione delle dipendenze. Motivare la risposta.

a) Abbiamo due chiusure:
   $B^+ = \{A,B,C,E\}$
   $C^+ = \{A,C\}$
   $CD^+ = \{C,D,E\}$
   In questo stato non si avrebbero superchiavi. B possiede A,C tali da inglobare A,C ma possiede solo C,E tali da non poter inglobare CD. Occorrerebbe D.
   È possibile aggiungerla nella chiusura così da realizzare BD come superchiave:
   $BD^+ = \{A,B,C,D,E\}$
b) Essendo in copertura ridotta, occorre applicare i passi visti prima:

   G è partizionato in sottoinsiemi tali che due dip. funz. X → A e Y → B sono insieme se $X^+ = Y^+$
   Qui si creano gli insiemi di relazione sulla base delle dipendenze presenti.
   Quindi:
   {B→C, B→E}
   {C→A}
   {CD→E}

   Viene costruita una relazione per ogni sottoinsieme
   Quindi le chiavi diventano i simboli delle chiusure:
   R1{<u>B</u>, C, E}
   R2{<u>C</u>,A}
   R3(<u>CD</u>, E}

   Se esistono due relazioni S(X) e T(Y) con X⊆Y, S viene eliminata
   Le relazioni non sono una il sottoinsieme dell'altra, quindi non cambia nulla.

   Se esiste una chiave K per quale non esiste una relazione che contiene tutti gli attributi di K, viene aggiunta una relazione T(K)
   Questa condizione si verifica; infatti esiste D che non ha una relazione con tutti gli attributi.
   Per D vediamo che esiste già un collegamento con C e con E. Inoltre, A è già garantita dal collegamento con C. Quindi si introduce:
   R4{<u>B,D}</u>
c) La decomposizione è anche in BNCF.
   Infatti, le dipendenze B→C e B → E fanno parte di R1, come superchiave.
   C→A fa parte di R2, con C chiave (e quindi superchiave minimale)
   CD → E fa parte di R3, con CD chiave (e quindi superchiave minimale)
d) Ciascuna dipendenza di quelle iniziali viene preservata in una relazione.
   Come detto:
   B→C, B→E fanno parte di R1
   C→A fa parte di R2
   CD→E fa parte di R3

- Considerate il seguente schema relazionale
  R(A,B,C,D) e l'insieme *F* di DF
  F = (A → BC, C → AD).

1. Identificare la chiave o le chiavi candidate.
2. Identificare la migliore forma normale soddisfatta da R
3. Spiegare se la decomposizione di R in ABC e AD sia o no buona

1) Prima di tutto si normalizzano le dipendenze, avendo un attributo singolo a destra. Quindi:
   A → B, A → C, C → A, C → D
   Le possibili chiavi, data questa scrittura, risultano essere A e C.
2) Essendo che avremmo due relazioni:
   R1={<u>A</u>,B,C}
   R2={A,<u>C</u>,D}

   Siamo già in 3FN.
3) La decomposizione sarebbe buona, in quanto sarebbe scomponibile in due relazioni, similmente ad ora, che conserverebbero le dipendenze (ABC in una relazione, mentre AD nell'altra, avendo C già collegato per mezzo delle dipendenze, dunque sensato).

- Considerate il seguente schema relazionale
  R(A,B,C,D) e l'insieme *F* di DF
  F = (A → B, BC → D, A → C).

1. Identificare la chiave o le chiavi candidate.
2. Identificare la migliore forma normale soddisfatta da R
3. Se R non è in BCNF, proporre se possibile una decomposizione in 3NF senza perdita che conservi le dipendenze.

1) Si identificano le chiusure:
   A^+ = {A, B, C}
   BC^+ = {B, C, D}
   La chiave candidata è A, avendo B e C che sono possibili chiavi esterne e D campo non chiave.
2) Siccome la terza forma normale dice che X è una superchiave della relazione ed Y membro di una chiave della relazione, abbiamo solo BC → D che viola questa dipendenza.
   A questo punto si formano la relazioni:
   R_1 = {ABC}
   R_2 = {BCD}
3) Si rispetta la terza forma normale e non si ha perdita di informazione dato che le dipendenze sono conservate

- Considerate il seguente schema relazionale R(A,B,C,D,E) e l'insieme *F* di DF
  F = (A → B, BC → E, DE → A).
1. Identificare la chiave o le chiavi candidate.
2. Identificare la migliore forma normale soddisfatta da R
3. Se R non è in 3NF, proporre se possibile una decomposizione in 3NF senza perdita che conservi le dipendenze.

1) Individuiamo le chiavi e le dipendenze:
   A^+ = {A , B}
   BC^+ = {B, C, E}
   DE^+ = {A, D, E}

   Tra queste possiamo individuare (almeno a livello di relazione, transitivamente anche se non effettive; tipo A → B; a sua volta ci sarà A → BC ma anche ABC → BCD e così via):
   A → B e successivamente ACD → BCD → E
   Anche BC → E e BCD → DE → A
   E anche DE → A → B e CDE → BC

   Tra le possibili chiavi, si vede che a questo punto si possono individuare delle superchiavi, in particolare CDE (dato che per transitività assorbe i precedenti attributi), BCD ed ACD
2) Avendo individuato le superchiavi, sta in 3NF con attributi primi
3) In merito alla decomposizione si struttano come relazioni
   R1 = {A , B}
   R2 = {B, C, E}
   R3 = {A, D, E}

Esercizio 13. Siano dati lo schema di relazione $R(A, B, C, D, E, F, G, H, I, J)$ ed il relativo insieme di dipendenze funzionali $F = \{ABD \to E, AB \to G, B \to F, C \to J, CJ \to I, G \to H\}$.

(8.1) Stabilire se F e' o meno una copertura minimale. In caso di risposta negativa, determinare una copertura minimale di F.

(8.2) Determinare l'insieme delle chiavi candidate di R.

1) Tutti gli attributi sono già unitari a sinistra, secondo l'algoritmo della copertura ridotta.
   Ora cerchiamo di eliminare le dipendenze ridondanti.

Andando con ordine:

- In ABD → E, l'attributo A è ridondante sse E appartiene alla chiusura BD.
  B → F e dunque, come visto sopra BD → F.
  Dunque essendo BD^+ = {BDF}, allora A non è presente e non è ridondante
- In ABD → E, l'attributo B è ridondante sse E appartiene alla chiusura AD.
  AD → E e quindi non è ridondante
- In ABD → E, l'attributo D è ridondante sse E appartiene a AB^+.
  AB^+ = {ABFGH} avendo AB → G, B → F e G → H e dunque D non è ridondante

Su questa linea:

L'attributo A e' ridondante in $AB \to G$ sse $G \in B^+$. $B^+ = \{BF\} \Rightarrow A$ non e' ridondante in $AB \to G$.
L'attributo B e' ridondante in $AB \to G$ sse $G \in A^+$. $A^+ = \{A\}$ $\Rightarrow B$ non e' ridondante in $AB \to G$.
L'attributo C e' ridondante in $CJ \to I$ sse $I \in J^+$. $J^+ = \{J\}$ $\Rightarrow C$ non e' ridondante in $CJ \to I$.
L'attributo J e' ridondante in $CJ \to I$ sse $I \in C^+$. $C^+ = \{CIJ\}$ $\Rightarrow C$ e' ridondante in $CJ \to I$. Sostituiamo dunque $CJ \to I$ con $C \to I$, ottenendo $F = \{ABD \to E, AB \to G, B \to F, C \to J, C \to I, G \to H\}$

Otteniamo quindi un insieme di dipendenze con relative chiusure. Eliminiamo quelle ridondanti ottenuto dal passo precedente. A questo punto:
Per ogni dipendenza X → Y è sufficiente verificare se *y* appartiene alla chiusura di X rispetto ad F \ {X → Y}

$X \to Y$	X^+ rispetto a $F \setminus \{X \to Y\}$	$X \to Y$ e' ridondante?
$ABD \to E$	$ABD^+ = \{ABDGFH\}$	No
$AB \to G$	$AB^+ = \{ABF\}$	No
$B \to EF$	$B^+ = \{B\}$	No
$C \to J$	$C^+ = \{CI\}$	No
$C \to I$	$C^+ = \{CJ\}$	No
$G \to H$	$G^+ = \{G\}$	No

Dunque la copertura minimale richiesta è proprio:

$$F = \{ABD \to E, AB \to G, B \to F, C \to J, C \to I, G \to H\}$$

2) Giustamente, le chiavi candidate sono tutti gli attributi a sinistra che non compaiono a destra (ABCD, G invece appare).
Si ha inoltre che $ABCD^+$ = ABCDEFGHIJ
Includendo tutto per vincolo di minimalità, ABCD è superchiave.

Esercizio 14. Siano dati lo schema relazionale $R(A, B, C, D, E, F)$ e gli insiemi di dipendenza funzionali $G = \{AB \to C, B \to A, AD \to E, BD \to F\}$ ed $H = \{AB \to C, B \to A, AD \to EF\}$

(9.1) Determinare una copertura minimale per G ed una copertura minimale per H.

(9.2) Stabilire se G ed H sono equivalenti.

(9.1) Determinare una copertura minimale per G ed una copertura minimale per H.

- Soluzione. Calcoliamo una copertura minimale per G con l'algoritmo visto a lezione.
  - Passo 1. I membri destri sono gia' unitari e dunque il primo passo non apporta modifiche a G.
  - Passo 2. Rimuoviamo gli attributi ridondanti da ogni dipendenza.
    L'attributo A e' ridondante in $AB \to C$ sse $C \in B^+$. $B^+ = \{BAC\} \supseteq \{B\}$. A e' dunque ridondante in $AB \to C$ che viene sostituita con $B \to C$.
    L'attributo A e' ridondante in $AD \to E$ sse $E \in D^+$. $D^+ = \{D\}$ $\Rightarrow A$ non e' ridondante in $AD \to E$.
    L'attributo D e' ridondante in $AD \to E$ sse $E \in A^+$. $A^+ = \{A\}$ $\Rightarrow D$ non e' ridondante in $AD \to E$.
    L'attributo B e' ridondante in $BD \to F$ sse $F \in D^+$. $D^+ = \{D\}$ $\Rightarrow B$ non e' ridondante in $BD \to F$.
    L'attributo D e' ridondante in $BD \to F$ sse $F \in B^+$. $B^+ = \{B\}$ $\Rightarrow D$ non e' ridondante in $BD \to F$.
  - Passo 3. Eliminiamo infine le dipendenze ridondanti dall'insieme ottenuto al passo precedente. Per ogni dipendenza $X \to Y$ e' sufficiente verificare se y appartiene alla chiusura di X rispetto ad $F \setminus \{X \to Y\}$

$X \to Y$	X^+ rispetto a $F \setminus \{X \to Y\}$	$X \to Y$ e' ridondante?
$B \to C$	$B^+ = \{BA\}$	No
$B \to A$	$B^+ = \{BC\}$	No
$AD \to E$	$AD^+ = \{AD\}$	No
$BD \to F$	$BD^+ = \{BDCAE\}$	No

L'insieme di DF:

$$\{B \to C, B \to A, AD \to E, BD \to F\}$$

e' dunque una copertura per G. Operando analogamente su H otteniamo la seguente copertura minimale:

$$\{B \to C, B \to A, AD \to E, AD \to F\}$$

(9.2) Stabilire se G ed H sono equivalenti.

- Soluzione. Dobbiamo verificare che g e' coperto da H ed H e' coperto da G. Verifichiamo se G e' coperto da H ovvero $G \subseteq H^+$. Le dipendenze $AB \to C, B \to A, AD \to E$ in G appartengono anche ad H e dunque ad H^+. Vediamo se $BD \to F \in H^+$. $BD \to F \in H^+$ sse $F \in BD^+$ (rispetto ad H). BD^+ rispetto ad H equivale a $\{BDACEF \supseteq \{F\}$. Possiamo dunque concludere che $G \subseteq H^+$. Al fine di provare $H \subseteq G^+$ dobbiamo verificare se $AD \to F \in G^+$. Si ha $F \notin AD^+$ (rispetto a G). Infatti $AD^+ = \{ADE\}$. Dunque $H \not\subseteq G^+$ e G ed H non sono equivalenti.

Esercizio 15. Si considerino lo schema di relazione $R(A, B, C, D, E, F)$ e l'insieme di dipendenze associato: $G = \{A \to B, C \to AD, AF \to EC\}$.

(10.1) Si determinino le chiavi candidate di R.

(10.2) Si stabilisca se R e' in 3NF. Qualora non lo sia, si definisca una decomposizione di R in 3NF che conservi le dipendenze date.

1) F non compare nella parte destra di alcuna DF, dunque appartiene ad ogni chiave candidata.
   Dunque A, C, AF e
   AF^+ = AFBDEC = R
   CF^+ = CFADEC = R
   F^+ = F
   dunque includendo tutto sia AF che CF sono le uniche chiavi candidate.

2) L'unica relazione che non rispetta la 3NF è A → B con A che fa parte di superchiave ma B non è membro di chiave. Calcolando una copertura minimale (facciamo in modo di avere a sinistra un solo attributo):

$$G' = \{A \to B, C \to A, C \to D, AF \to E, AF \to C\}$$

da cui otteniamo la decomposizione: $R1 = (AB), R2 = (CAD), R3 = (AFEC)$.

Esercizio 16. Si considerino lo schema di relazione $R(A, B, C, D, E, G)$ e l'insieme di dipendenze associato: $F = \{E \to D, C \to B, CE \to G, B \to A\}$.

(11.1) Si stabilisca se R e' in 3NF. Qualora non lo sia, si definisca una decomposizione di R in 3NF che conservi le dipendenze date.

(11.2) Se R non e' in BCNF, determinare una decomposizione losslessjoin di R in BCNF.

(11.1) Si stabilisca se R e' in 3NF. Qualora non lo sia, si definisca una decomposizione di R in 3NF che conservi le dipendenze date.

- Soluzione. Determiniamo innanzitutto le chiavi della relazione. C ed E non compaiono a destra in alcuna DF, quindi devono appartenere ad ogni chiave. Si ha:
  - $CE^+ = CEDBGA = R$
  - $C^+ = CBA$
  - $E^+ = ED$

  Dunque CE e' l'unica chiave candidata di R.
  R non e' in $3NF$: La DF $E \to D$ e' tale che E non e' una superchiave e D non e' un attributo primo. Applichiamo dunque ad R l'algoritmo visto a lezione per definire una decomposizione 3NF che preserva le dipendenze.
  - Passo 1. Mediante l'algoritmo apposito, ci assicuriamo che F sia una copertura minimale (lo e').
  - Passo 2. Da $F = \{E \to D, C \to B, CE \to G, B \to A\}$ otteniamo la decomposizione: $R1 = (ED), R2 = (CB), R3 = (CEG), R4 = (BA)$
  - Passo 3. $R3$ contiene una chiave di R e dunque la decomposizione rimane invariata.

(11.2) Se R non e' in BCNF, determinare una decomposizione losslessjoin di R in BCNF.

- Soluzione. La scomposizione e' in BCNF. Infatti:
  - DE,BC,AB sono relazioni binarie e dunque in BCNF
  - R3=CEG rispetta la BCNF poiche' per ogni $X \subseteq \{C, E, G\}$, si ha: X^+ contiene tutti gli attributi di $R3$ oppure X^+ non include attributi di $R3 \setminus X$.