Considerare le relazioni

$R_1(\underline{A}, B, C)$ con cardinalità N_1

$R_2(\underline{D}, E, F)$ con cardinalità N_2

Assumere che sia definito un vincolo di integrità referenziale fra:

l'attributo C di R_1 e la chiave D di R_2

Indicare la cardinalità (K) di ciascuno dei seguenti join (specificare l'intervallo nel quale essa può variare):

1. $R_1 \bowtie_{A=D} R_2$
2. $R_1 \bowtie_{C=D} R_2$
3. $R_1 \bowtie_{A=F} R_2$
4. $R_1 \bowtie_{B=E} R_2$

1) Qui stiamo collegando due chiavi; quindi ci aspettiamo un numero di attributi che considera solo i valori utili di entrambe le relazioni, vale a dire valori non nulli (assicurati per vincolo di chiave, considerando il minimo tra questi). Il collegamento utile qui è rappresentato da K_1.
Detto ciò:

$$0 \leq |K_1| \leq \min(N_1, N_2)$$

2) Il collegamento viene fatto su K_2 da parte di un campo che ha un vincolo di integrità referenziale e nulla di più. Ci si aspetta un numero di tuple esattamente pari alla relazione che ha il vincolo di integrità referenziale con il campo chiave.
Detto ciò:

$$|K_2| = N_1$$

3) Qui colleghiamo un campo chiave con un campo non chiave; non si hanno perciò vincoli di integrità referenziale di mezzo e il numero di tuple varia da 0, al numero di tuple della prima relazione con campo chiave (R_1) fino al numero di tuple della seconda relazione (N_2)
Detto ciò:

$$0 \leq |K_3| \leq N_2$$

4) Qui colleghiamo due campi non chiave tra di loro e potenzialmente otteniamo il prodotto cartesiano, partendo sempre da un minimo di 0, un intermedio della prima relazione considerata ed un massimo pari appunto al natural join.
Detto ciò:

$$0 \leq |K_4| \leq N_1 \cdot N_2$$

Per i join, siccome non si capisce bene in quanto mai esplicitato concretamente dal prof il ragionamento, si illustrano le seguenti motivazioni (utili negli esercizi sulle relazioni):

- **Cardinalità del Join:**

  $$\max\{|r1|,|r2|\} \leq |r1 \text{ join } r2| \leq |r1| \times |r2|$$

- **Se Y contiene una chiave per R_2, allora**
  $|r_1 \text{ join } r_2| \leq |r_1|$
- **Se vincolo di integrità referenziale fra $Z \subseteq Y$ e chiave K di R_2,**
  $|r_1 \text{ join } r_2| = |r_1|$
- **Join non completo: tuple dangling escluse dal risultato**

$r_1 \bowtie r_2$ contiene un numero di tuple compreso tra 0 e $|r_1| \times |r_2|$

Se il join è completo $\Rightarrow$ contiene almeno un numero di tuple pari al massimo tra $|r_1|$ e $|r_2|$

Se gli attributi comuni contengono una chiave per $r_1 \Rightarrow r_1 \bowtie r_2$ contiene al più $|r_2|$ tuple

Se gli attributi comuni contengono una chiave per $r_2 \Rightarrow r_1 \bowtie r_2$ contiene al più $|r_2|$ tuple

- È possibile che una tupla di una delle relazioni operande non faccia match con nessuna tupla dell'altra relazione; in tal caso tale tupla viene detta "dangling"
- Nel caso limite è quindi possibile che il risultato del join sia vuoto; all'altro estremo è possibile che ogni tupla di r_1 si combini con ogni tupla di r_2
- Ne segue che

  la cardinalità del join, $|r_1 \bowtie r_2|$, è compresa tra 0 e $|r_1| * |r_2|$

- Se il join è eseguito su una superchiave di $R_1(X_1)$, allora ogni tupla di r_2 fa match con al massimo una tupla di r_1, quindi $|r_1 \bowtie r_2| \leq |r_2|$
- Se $X_1 \cap X_2$ è la chiave primaria di $R_1(X_1)$ e foreign key in $R_2(X_2)$ (e quindi c'è un vincolo di integrità referenziale) allora $|r_1 \bowtie r_2| = |r_2|$

La cardinalità del risultato è soggetta alle regole seguenti:

- Se il join di r_1, r_2 è completo (i.e., ogni tupla di r_1 e di r_2 contribuisce ad almeno una tupla del risultato), allora il numero delle tuple finali sarà maggiore od uguale al massimo fra $|r_1|$ e $|r_2|$.
- Se $X_1 \cap X_2$ contiene una chiave di r_2, allora il numero delle tuple finali sarà minore od uguale a $|r_1|$.
- Se $X_1 \cap X_2$ è la chiave primaria di r_2 ed esiste un vincolo referenziale fra $X_1 \cap X_2$ in r_1 e tale chiave di r_2, allora il numero delle tuple finali sarà esattamente uguale a $|r_1|$.

Domanda 2 (1.5 Punti)

Date due relazioni R(<u>A</u>, B, C) e S(<u>D</u>, E, F) dove *(1)* le uniche chiavi di R e S sono quelle primarie, *(2)* C è chiave esterna a D e *(3)* C non può essere NULL. Indicato con |X| il numero di tuple di una relazione X, il join $R \bowtie_{C=D} S$ restituisce il seguente numero di tuple:

(1) <u>| R |</u>

(2) | S |

(3) | R | * | S |

(4) Il minimo tra | R | e | S |

Qui la risposta è R dato che si ha un vincolo di chiave esterna tra C e D, pertanto si avrà un solo campo risultante nel collegamento, dato che D nella relazione S è chiave. Il fatto, per l'appunto che R sia chiave permette di ricavare una ed una sola tupla visti i vincoli di integrità presenti.
Per tale motivazione, *la risposta corretta è la (1)*.

Domanda 2 (1.5 Punti)

Date una qualsiasi istanza della relazioni R(<u>A</u>, B, C) e S(<u>D</u>, E, F) dove *(1)* le uniche chiavi di R e S sono rispettivamente {A} e {D}, *(2)* non ci sono chiavi esterne. Indicato con |X| il numero di tuple di una relazione X, quale è vera tra le seguenti affermazioni relative al numero di tuple in $R \bowtie_{B=F} S$?

(1) $0 \leq |R \bowtie_{B=F} S| \leq |R|$

(2) <u>$0 \leq |R \bowtie_{B=F} S| \leq |R| * |S|$</u>

(3) $|R \bowtie_{B=F} S| = |R| * |S|$

(4) $|R| \leq |R \bowtie_{B=F} S| \leq |R| * |S|$

In questo caso specifico, non abbiamo chiavi esterne ma, in particolare, stiamo collegando due campi non chiave e sui quali non sussistono vincoli di integrità referenziale di alcun tipo.
Pertanto, la relazione corrisponderà ad effettuare, stante così il join, un prodotto cartesiano che coinvolge tutti i campi di R e di S.
Per tale motivazione, *la risposta corretta è la (2).*

Domanda 2 (1 Punti)

Data un'istanza della relazione R(A, B, C) dove l'unica chiave di R è {A, C}, *(2)* nessun attributo ammette valori nulli . Indicato con |X| il numero di tuple di una relazione X, quale è vera tra le seguenti affermazioni relative al numero di tuple in $\pi_A(R)$?

(1) È possibile sia $|\pi_A(R)| < |R|$ che $|\pi_A(R)| = |R|$. (Sol. Corretta)

(2) È sempre il caso che $|\pi_A(R)| = |R|$.

(3) Non è possibile che $|\pi_A(R)| = |R|$.

(4) È sempre il caso che $|\pi_A(R)| = |\pi_{AC}(R)|$.

Stiamo facendo una proiezione su A, che non è campo chiave (esso forma una superchiave includendo anche C) da solo; pertanto, la proiezione coinvolgerà sia i campi che rispettano la condizione (che potrebbero essere anche campi non necessariamente chiave), sia tutti e i soli campi della relazione che rispettano la condizione (perché si usano i soli campi chiave, eventualità che non sempre accade), come tali uguali ad |R| (appunto per i campi chiave).
Per tali motivazioni, *la risposta corretta è la (1).*

Date una qualsiasi istanza della relazioni R(A, B, C) e S(D, E, F) dove *(1)* le uniche chiavi di R e S sono rispettivamente {A} e {D}, *(2)* esiste chiave esterna: R.A → S.D. Indicato con |X| il numero di tuple di una relazione X, quale è vera tra le seguenti affermazioni relative al numero di tuple in $R \bowtie_{A=D} S$?

1. A volte $0 \leq |R \bowtie_{A=D} S| < |R|$ ed altre volte $|R \bowtie_{A=D} S| = |R|$
2. $0 \leq |R \bowtie_{A=D} S| \leq |R| * |S|$
3. Sempre $|R \bowtie_{A=D} S| = |R|$ [4]
4. $0 \leq |R \bowtie_{A=D} S| \leq \max(|R|, |S|)$

Essendoci la chiave esterna specificata, ogni tupla di R è tale che l'attributo A è tra i valori dell'attributo S di una tupla di D. Quindi, ogni tupla di R rimane del prodotto cartesiano. Inoltre, poiché D è chiave primaria di S, ogni tupla di R è associata ad esattamente una tupla di S. Quindi, il numero di tuple del risultato è esattamente uguale alle tuple di R. Si noti che non è vero il contrario: ci sono tuple di S che non sono associate a tuple di R.
Per tali motivazioni, *la risposta corretta è la (3).*

Date una qualsiasi istanza della relazioni R(A, B, C) e S(D, E, F) dove *(1)* le uniche chiavi di R e S sono rispettivamente {A} e {D}, *(2)* non esistono chiavi esterne. Indicato con |X| il numero di tuple di una relazione X, quale è vera tra le seguenti affermazioni relative al numero di tuple in $R \bowtie_{A=E} S$?

1. $0 \leq |R \bowtie_{A=E} S| \leq |R|$
2. $0 \leq |R \bowtie_{A=E} S| \leq |R| * |S|$
3. $|R \bowtie_{A=E} S| = |S|$
4. $0 \leq |R \bowtie_{A=E} S| \leq \max(|R|, |S|)$

Essendo che stiamo collegando un campo chiave (A) con un campo possibilmente nullo in quanto non chiave (E), non siamo sicuri che le tuple restituiscano esattamente X valori, ma hanno un numero variabile tra 0, il numero di valori di R (minimo, in quanto la chiave R almeno un valore lo dovrà fornire) e tutti i valori di S sotto forma di prodotto cartesiano, combinando ogni possibile tupla di A con ogni possibile tupla di B.
Per tali motivazioni, *la risposta corretta è la (2).*

Data la relazione R(A, B, C, D), indicato con |R| il numero di tuple di R. Quante tuple sono presenti nel risultato della seguente operazione in Algebra Relazionale $\sigma_{A='val1' \text{ AND } B='val2'}(R)$?

(1) Il numero di tuple è **sempre minore di 2**;

(2) Il numero può essere **sia minore di |R|, che uguale a |R|;**

(3) Il numero è **sempre uguale a |R|**

(4) Il numero è **sempre uguale a 0**

In questo caso, abbiamo che noi applichiamo una condizione su due campi chiave della relazione R; come tali, quando viene applicato un WHERE, esso tenderà a restituire un valore che sarà sempre almeno 1, in quanto sussiste un vincolo di chiave sui campi e certamente non maggiore di 1, in quanto i vincoli di integrità consentono di ottenere, visto che sono campi chiave, uno ed un solo campo che effettivamente rispetta la condizione che si deve considerare.
Per tali motivazioni, *la risposta corretta è la (1).*