Esercizio 13: Soluzione. Siano dati lo schema di relazione $R(A,B,C,D,E,F,G,H,I,J)$ ed il relativo insieme di dipendenze funzionali $F = \{ABD \to E, AB \to G, B \to F, C \to J, CJ \to I, G \to H\}$.

(8.1) Stabilire se F e' o meno una copertura minimale. In caso di risposta negativa, determinare una copertura minimale di F.

- Soluzione. Applichiamo l'algoritmo per ottenere una copertura minimale.
  - Passo 1. I membri destri delle DF in F sono gia' unitari. Il passo 1 dell'algoritmo lascia dunque inalterato F.
  - Passo 2. Rimuoviamo dalle dipendenze gli attributi ridondanti. In $ABD \to E$ l'attributo A e' ridondante sse $E \in BD^+$. Poiche' $BD^+ = \{BDF\}$, concludiamo che A non e' ridondante in $ABD \to E$
    L'attributo B e' ridondante in $ABD \to E$ sse $E \in AD^+$. $AD^+ = \{AD\} \Rightarrow B$ non e' ridondante in $ABD \to E$.
    L'attributo D e' ridondante in $ABD \to E$ sse $E \in AB^+$. $AB^+ = \{ABFGH\} \Rightarrow D$ non e' ridondante in $ABD \to E$.
    L'attributo A e' ridondante in $AB \to G$ sse $G \in B^+$. $B^+ = \{BF\} \Rightarrow A$ non e' ridondante in $AB \to G$.
    L'attributo B e' ridondante in $AB \to G$ sse $G \in A^+$. $A^+ = \{A\} \Rightarrow B$ non e' ridondante in $AB \to G$.
    L'attributo C e' ridondante in $CJ \to I$ sse $I \in J^+$. $J^+ = \{J\} \Rightarrow C$ non e' ridondante in $CJ \to I$.
    L'attributo J e' ridondante in $CJ \to I$ sse $I \in C^+$. $C^+ = \{CIJ\} \Rightarrow C$ e' ridondante in $CJ \to I$. Sostituiamo dunque $CJ \to I$ con $C \to I$, ottenendo $F = \{ABD \to E, AB \to G, B \to F, C \to J, C \to I, G \to H\}$

- Passo 3. Eliminiamo infine le dipendenze ridondanti dall'insieme ottenuto al passo precedente. Per ogni dipendenza $X \to Y$ e' sufficiente verificare se y appartiene alla chiusura di X rispetto ad $F \setminus \{X \to Y\}$

$X \to Y$	X^+ rispetto a $F \setminus \{X \to Y\}$	$X \to Y$ e' ridondante?
$ABD \to E$	$ABD^+ = \{ABDGFH\}$	No
$AB \to G$	$AB^+ = \{ABF\}$	No
$B \to EF$	$B^+ = \{B\}$	No
$C \to J$	$C^+ = \{CI\}$	No
$C \to I$	$C^+ = \{CJ\}$	No
$G \to H$	$G^+ = \{G\}$	No

La copertura minimale richiesta e' dunque:

$$F = \{ABD \to E, AB \to G, B \to F, C \to J, C \to I, G \to H\}$$

(8.2) Determinare l'insieme delle chiavi candidate di R.

Gli attributi A,B,C,D devono far parte di ogni chiave poiche', non comparendo a destra di alcuna DF in F, non possono essere derivati. Dunque, ogni chiave condidata K e' tale che $K \supseteq \{A,B,C,D\}$. Si ha $ABCD^+ = ABCDEFGHIJ = R$. Dunque, $ABCD$ e' una superchiave, rispetta il vincolo di minimalita' ed e' l'unica chiave candidata di R.

Esercizio 14: Soluzione. Siano dati lo schema relazionale $R(A, B, C, D, E, F)$ e gli insiemi di dipendenza funzionali $G = \{AB \to C, B \to A, AD \to E, BD \to F\}$ ed $H = \{AB \to C, B \to A, AD \to EF\}$

(9.1) Determinare una copertura minimale per G ed una copertura minimale per H.

- Soluzione. Calcoliamo una copertura minimale per G con l'algoritmo visto a lezione.
  - Passo 1. I membri destri sono gia' unitari e dunque il primo passo non apporta modifiche a G.
  - Passo 2. Rimuoviamo gli attributi ridondanti da ogni dipendenza.
    L'attributo A e' ridondante in $AB \to C$ sse $C \in B^+$. $B^+ = \{BAC\} \supseteq \{B\}$. A e' dunque ridondante in $AB \to C$ che viene sostituita con $B \to C$.
    L'attributo A e' ridondante in $AD \to E$ sse $E \in D^+$. $D^+ = \{D\}$ $\Rightarrow A$ non e' ridondante in $AD \to E$.
    L'attributo D e' ridondante in $AD \to E$ sse $E \in A^+$. $A^+ = \{A\}$ $\Rightarrow D$ non e' ridondante in $AD \to E$.
    L'attributo B e' ridondante in $BD \to F$ sse $F \in D^+$. $D^+ = \{D\}$ $\Rightarrow B$ non e' ridondante in $BD \to F$.
    L'attributo D e' ridondante in $BD \to F$ sse $F \in B^+$. $B^+ = \{B\}$ $\Rightarrow D$ non e' ridondante in $BD \to F$.
  - Passo 3. Eliminiamo infine le dipendenze ridondanti dall'insieme ottenuto al passo precedente. Per ogni dipendenza $X \to Y$ e' sufficiente verificare se y appartiene alla chiusura di X rispetto ad $F \setminus \{X \to Y\}$

$X \to Y$	X^+ rispetto a $F \setminus \{X \to Y\}$	$X \to Y$ e' ridondante?
$B \to C$	$B^+ = \{BA\}$	No
$B \to A$	$B^+ = \{BC\}$	No
$AD \to E$	$AD^+ = \{AD\}$	No
$BD \to F$	$BD^+ = \{BDCAE\}$	No

L'insieme di DF:

$$\{B \to C, B \to A, AD \to E, BD \to F\}$$

e' dunque una copertura per G. Operando analogamente su H otteniamo la seguente copertura minimale:

$$\{B \to C, B \to A, AD \to E, AD \to F\}$$

(9.2) Stabilire se G ed H sono equivalenti.

- Soluzione. Dobbiamo verificare che g e' coperto da H ed H e' coperto da G. Verifichiamo se G e' coperto da H ovvero $G \subseteq H^+$. Le dipendenze $AB \to C, B \to A, AD \to E$ in G appartengono anche ad H e dunque ad H^+. Vediamo se $BD \to F \in H^+$. $BD \to F \in H^+$ sse $F \in BD^+$ (rispetto ad H). BD^+ rispetto ad H equivale a $\{BDACEF \supseteq \{F\}$. Possiamo dunque concludere che $G \subseteq H^+$. Al fine di provare $H \subseteq G^+$ dobbiamo verificare se $AD \to F \in G^+$. Si ha $F \notin AD^+$ (rispetto a G). Infatti $AD^+ = \{ADE\}$. Dunque $H \not\subseteq G^+$ e G ed H non sono equivalenti.