SIMULAZIONE - appello 9 gennaio 2020

nome: cognome:

- Scrivere in modo CHIARO. Elaborati illegibili non saranno considerati.
- NON si contano le BRUTTE copie.
- Si ricorda di ESPLICITARE l'uso della regola dello scambio sia a destra che a sinistra del sequente.
- Si ricorda di ETICHETTARE LE DERIVAZIONI CON LE REGOLE USATE (se non lo fate perdete punti!)
- Si esplicitino le eventuali regole derivate usate che non sono menzionate nel foglio allegato al compito.
- ATTENZIONE: se si risolvono correttamente TUTTI gli esercizi con il segno ++ si prende il voto 30 independentemente dall'avere o meno un bonus accumulato.

- Mostrare se i sequenti elencati sotto sono tautologie, opinioni o paradossi, ovvero mostrare se sono validi o meno e soddisfacibili o insoddisfacibili in logica con uguaglianza motivando la risposta: nel caso di sequente proposizionale non valido si indichi la riga della tabella di verità in cui il sequente è falso e nel caso di sequente predicativo non valido si mostri un contromodello (nel caso di non validità i punti vanno aumentati della metà arrotondata per eccesso)

  - 3 punti
    $\neg B \vdash \neg(B \rightarrow \neg\neg A)$
  - (++) 6 punti
    $\exists w \ (c = w \ \& \ w \neq d) \vdash \forall z \ \exists y \ z \neq y$
  - 5 punti
    $\neg\exists x \ M(x) \vdash \forall x \ \neg(M(x) \vee A(x))$ oppure $\neg\exists x \ M(x) \vdash \forall x \ \neg(M(x) \ \& \ A(x))$

- Formalizzare le seguenti asserzioni e stabilire se i sequenti ottenuti sono tautologie, opinioni o paradossi, ovvero VALIDI o meno e SODDISFACIBILI o meno rispetto alla logica classica classica con uguaglianza motivando la risposta: nel caso di sequente proposizionale non valido si indichi la riga della tabella di verità in cui il sequente è falso e nel caso di sequente predicativo non valido si mostri un contromodello (nel caso di non validità i punti vanno aumentati della metà arrotondata per eccesso)

  - (6 punti)
    Chi cerca trova.
    Chi trova non cerca.
    ———————————
    Dunque nessuno cerca.

    si consiglia di usare:
    $C(y) =$"y cerca"
    $T(x) =$ "x trova"

- (6 punti)

  Qualcuno è ricco e qualcuno è povero.

  Esiste uno che è ricco e povero.

  si consiglia di usare:
  R(x)="x è ricco"
  P(x)= "x è povero"

- (++) (8 punti)

  Mario beve un'unica cosa.
  Mario beve tè.
  Il tè non è caffè.

  Mario non beve caffè.

  si consiglia di usare:
  B(x,y)="x beve y"
  t=tè
  c=caffè
  m=Mario

- (++) (14 punti)

  "Qualcuno loda quelli e soltanto quelli che non si lodano."

  si consiglia di usare:
  L(x,y)= x loda y

- Sia T_{rec} la teoria ottenuta estendendo $LC_=$ con la formalizzazione dei seguenti assiomi:
  - Se Beppe recita, Dario non fa la comparsa.
  - Luisa non recita se c'è un suggeritore.
  - Luisa non recita solo se c'è un suggeritore.
  - Se Dario non fa la comparsa allora Beppe e Luisa recitano.
  - Dario fa la comparsa se Luisa recita o non c'è un suggeritore.

  Si consiglia di usare:
  C(x)= x fa la comparsa
  R(x)= x recita
  S(x)= x un suggeritore
  b=Beppe, d=Dario, l=Luisa.

  Dedurre poi le seguenti affermazioni nella teoria indicata:
  - (4 punti) Non c'è un suggeritore se Luisa recita.
  - (6 punti) Dario fa la comparsa.
  - (5 punti) Beppe non recita.
  - (3 punti) Qualcuno non recita.

- (++) Sia T_{alt} la teoria ottenuta estendendo $LC_=$ con la formalizzazione dei seguenti assiomi:
  - (3 punti) Se uno è più alto di un'altro, e quest'altro è più alto di un terzo, allora il primo è più alto del terzo.
  - (1 punto) Il Monte Rosa è più alto del Civetta.
  - (3 punti) Dati due, o uno è più alto del secondo o questo secondo è più alto del primo.
  - (2 punti) Nessuno è più alto di se stesso.
  - (2 punti) Nulla è più alto dell'Everest.
  - (1 punto) Il Monte Bianco è più alto del Monte Rosa.

  Si consiglia di usare:
  A(x,y)= "x è più alto di y"
  b="Monte Bianco"
  r="Monte Rosa"
  c="Civetta"
  e="Everest"

  Dedurre poi in T_{alt} le seguenti affermazioni (ciascuna vale 10 punti quando non diversamente indicato):
  - (7 punti) Il Monte Bianco non è più alto dell'Everest.
  - Il Monte Bianco è più alto del Civetta.
  - Il Monte Bianco è diverso dal Monte Rosa.
  - L'Everest è il più alto di tutti eccetto se stesso.

- Stabilire se la seguente regola e le sue inverse sono valide rispetto alla semantica classica (l'analisi delle inverse raddoppia il punteggio):

- (6 punti)

$$\frac{D \vdash \neg M \qquad\qquad \vdash \neg F \ \&\ C}{M \vdash \neg D \ \&\ C}\ 1$$

- (++) (*Esercizio facoltativo*)

  In un gioco due amiche fanno un'affermazione, che è vera o falsa.
  Un'affermazione è mancanta e l'altra è riportata sotto:
  Celeste: ....
  Morgana: se l'affermazione di Celeste fosse **falsa anch'io direi il falso**.

  Si può dedurre, anche se non si conosce l'affermazione di Celeste, quante affermazioni sono vere?

  a) No, ma se una è vera anche l'altra lo è.
  b) Sì, sono vere tutte e due le affermazioni.
  c) Sì, è vera solo l'affermazione di Morgana.
  d) Sì, è vera solo l'affermazione di Celeste.
  e) Nessuna affermazione è vera.

  Si analizzino le varie affermazioni (5 punti ciascuna) nella teoria proposizionale $T_{Morgana}$ ottenuta estendendo $\mathbf{LC}_p$ con la formalizzazione di ciò che dice Morgana tramite:
  M= l'affermazione di Morgana è vera
  C= l'affermazione di Celeste è vera

- (++) *Esercizio facoltativo*: Dall'affermazione

  Ip **D'estate c'è qualcuno che è felice**

  si dica quali delle seguenti affermazioni si possono dedurre (la classificazione di ciascuna vale 7 punti se è deducibile e 12 punti se NON lo è):

  A **Se nessuno è felice allora non è estate.**
  B **Se non è estate tutti sono infelici.**
  E **Se non è estate qualcuno è infelice.**

  Si giustifichi la risposta corretta producendo una sua derivazione nella teoria predicativa

  $$\mathbf{T_{Ip}} = \mathbf{LC}_= + \mathbf{Ip}$$

  dopo aver formalizzato ciascuna affermazione utilizzando:
  F(x)= x è felice
  E=è estate
  Inoltre si giustifichi le risposte "affermazione X" non corrette classificando in $\mathbf{LC}_=$ il sequente **Ip** $\vdash$ "affermazione X" .

Logica classica con uguaglianza- LC$_=$

$$\begin{array}{ccc} \text{ax-id} & \text{ax-}\bot & \text{ax-}\mathtt{tt} \\ \Gamma, A, \Gamma' \vdash \Delta, A, \Delta' & \Gamma, \bot, \Gamma' \vdash \nabla & \Gamma \vdash \nabla, \mathtt{tt}, \nabla' \end{array}$$

$$\frac{\Sigma, \Gamma, \Theta, \Gamma', \Delta \vdash \Sigma'}{\Sigma, \Gamma', \Theta, \Gamma, \Delta \vdash \Sigma'}\ \mathrm{sc}_{\mathrm{sx}} \qquad \frac{\Gamma \vdash \Sigma, \Delta, \Theta, \Delta', \nabla}{\Gamma \vdash \Sigma, \Delta', \Theta, \Delta, \nabla}\ \mathrm{sc}_{\mathrm{dx}}$$

$$\frac{\Gamma, A, B \vdash \Delta}{\Gamma, A\&B \vdash \Delta}\ \&\mathrm{S} \qquad \frac{\Gamma \vdash A, \Delta \quad \Gamma \vdash B, \Delta}{\Gamma \vdash A\&B, \Delta}\ \&-\mathrm{D}$$

$$\frac{\Gamma, A \vdash \Delta \quad \Gamma, B \vdash \Delta}{\Gamma, A \vee B \vdash \Delta}\ \vee-\mathrm{S} \qquad \frac{\Gamma \vdash A, B, \Delta}{\Gamma \vdash A \vee B, \Delta}\ \vee\mathrm{D}$$

$$\frac{\Gamma \vdash A, \Delta}{\Gamma, \neg A \vdash \Delta}\ \neg-\mathrm{S} \qquad \frac{\Gamma, A \vdash \Delta}{\Gamma \vdash \neg A, \Delta}\ \neg-\mathrm{D}$$

$$\frac{\Gamma \vdash A, \Delta \quad \Gamma, B \vdash \Delta}{\Gamma, A \to B \vdash \Delta}\ \to -\mathrm{S} \qquad \frac{\Gamma, A \vdash B, \Delta}{\Gamma \vdash A \to B, \Delta}\ \to -\mathrm{D}$$

$$\frac{\Gamma, \forall x\ A(x), A(t) \vdash \nabla}{\Gamma, \forall x\ A(x) \vdash \nabla}\ \forall-\mathrm{S} \qquad \frac{\Gamma \vdash A(w), \nabla}{\Gamma \vdash \forall x A(x), \nabla}\ \forall-\mathrm{D}\ (w \notin VL(\Gamma, \forall x\ A(x), \nabla))$$

$$\frac{\Gamma, A(w) \vdash \nabla}{\Gamma, \exists x\ A(x) \vdash \nabla}\ \exists-\mathrm{S}\ (w \notin VL(\Gamma, \exists x\ A(x), \nabla)) \qquad \frac{\Gamma \vdash A(t), \exists\ x\ A(x), \nabla}{\Gamma \vdash \exists x\ A(x), \nabla}\ \exists-\mathrm{D}$$

$$\frac{\Sigma\ ,\ t_{ter} = s_{ter}\ ,\ \Gamma(t_{ter})\ \vdash\ \Delta(t_{ter})\ ,\ \nabla}{\Sigma\ ,\ \Gamma(s_{ter})\ ,\ t_{ter} = s_{ter}\ \vdash\ \Delta(s_{ter})\ ,\ \nabla}\ = -\mathrm{S} \qquad \begin{array}{c} = -\mathrm{ax} \\ \Gamma \vdash t_{ter} = t_{ter}\ ,\ \Delta \end{array}$$

TAUTOLOGIE CLASSICHE

associatività $\vee$	$(A \vee B) \vee C$	$\leftrightarrow$	$A \vee (B \vee C)$
associatività &	$(A\&B)\&C$	$\leftrightarrow$	$A\&(B\&C)$
commutatività $\vee$	$A \vee B$	$\leftrightarrow$	$B \vee A$
commutatività &	$A\&B$	$\leftrightarrow$	$B\&A$
distributività $\vee$ su &	$A \vee (B\&C)$	$\leftrightarrow$	$(A \vee B)\&(A \vee C)$
distributività & su $\vee$	$A\&(B \vee C)$	$\leftrightarrow$	$(A\&B) \vee (A\&C)$
idempotenza $\vee$	$A \vee A$	$\leftrightarrow$	A
idempotenza &	$A\&A$	$\leftrightarrow$	A
leggi di De Morgan	$\neg(B \vee C)$	$\leftrightarrow$	$\neg B\&\neg C$
	$\neg(B\&C)$	$\leftrightarrow$	$\neg B \vee \neg C$
legge della doppia negazione	$\neg\neg A$	$\leftrightarrow$	A
implicazione classica	$(A \rightarrow C)$	$\leftrightarrow$	$\neg A \vee C$
disgiunzione come antecendente	$(A \vee B \rightarrow C)$	$\leftrightarrow$	$(A \rightarrow C)\ \&\ (B \rightarrow C)$
congiunzione come antecendente	$(A\&B \rightarrow C)$	$\leftrightarrow$	$(A \rightarrow (B \rightarrow C))$
legge della contrapposizione	$(A \rightarrow C)$	$\leftrightarrow$	$(\neg C \rightarrow \neg A)$
legge del modus ponens	$A\ \&\ (A \rightarrow C)$	$\rightarrow$	C
legge della NON contraddizione	$\neg(A\&\neg A)$		
legge del terzo escluso	$A \vee \neg A$		
leggi di De Morgan	$\neg(\exists x\ A(x))$	$\leftrightarrow$	$\forall x\ \neg A(x)$
	$\neg(\forall x\ A(x))$	$\leftrightarrow$	$\exists x\ \neg A(x)$

Regola di composizione

$$\frac{\vdash \mathtt{fr} \qquad \Gamma, \mathtt{fr}, \Gamma' \vdash \nabla}{\Gamma, \Gamma' \vdash \nabla}\ \text{comp}$$

Regole derivate o ammissibili per $\mathbf{LC}_=$

si ricorda che $t \neq s \ \equiv\ \neg t = s$

$$\frac{\neg\text{-ax}_{sx1}}{\Gamma, A, \Gamma', \neg A, \Gamma'' \vdash C} \qquad \frac{\neg\text{-ax}_{sx2}}{\Gamma, \neg A, \Gamma', A, \Gamma'' \vdash C}$$

$$\frac{\neg\text{-ax}_{dx1}}{\Gamma \vdash \Sigma, A, \Sigma', \neg A, \Sigma''} \qquad \frac{\neg\text{-ax}_{dx2}}{\Gamma \vdash \Sigma, \neg A, \Sigma', A, \Sigma''}$$

$$\frac{\Gamma, A \vdash \Delta}{\Gamma, \neg\neg A \vdash \Delta}\ \neg\neg-\text{S} \qquad \frac{\Gamma \vdash A, \Delta}{\Gamma \vdash \neg\neg A, \Delta}\ \neg\neg-\text{D}$$

$$\frac{\Gamma, \Gamma\text{''} \vdash \Sigma}{\Gamma, \Gamma', \Gamma\text{''} \vdash \Sigma}\ \text{in}_{\text{sx}} \qquad \frac{\Gamma \vdash \Sigma, \Sigma\text{''}}{\Gamma \vdash \Sigma, \Sigma', \Sigma\text{''}}\ \text{in}_{\text{dx}}$$

$$\frac{\Gamma, A(t) \vdash \Delta}{\Gamma, \forall x\ A(x) \vdash \Delta}\ \forall-\text{S}_v \qquad \frac{\Gamma \vdash A(t), \Delta}{\Gamma \vdash \exists x\ A(x), \Delta}\ \exists-\text{D}_v$$