Simulazione prova parziale LOGICA 14 novembre 2018

nome: cognome:

- Scrivete in modo CHIARO. Elaborati illegibili non saranno considerati.
- NON si considerano le BRUTTE copie.
- Ricordatevi di ESPLICITARE l'uso della regola dello scambio sia a destra che a sinistra del sequente (se non lo fate perdete punti!).
- Ricordatevi di ETICHETTARE LE DERIVAZIONI CON LE REGOLE USATE (se non lo fate perdete punti!)
- La risoluzione degli esercizi tramite la costruzione di tabelle di verità non verrà considerata.

- Se il punteggio **x** ottenuto in questa prova parziale è superiore o uguale a **18** allora tale punteggio sarà SOMMATO al punteggio del primo appello di logica dell'anno 2018/2019 di cui il candidato consegnerà l'elaborato SOLO nel caso in cui il candidato riporterà nell'elaborato dell'appello un punteggio superiore o uguale a **18** e sulla somma di tale punteggio sarà conteggiato il voto finale di superamento dell'esame di logica.
- Se il punteggio **x** ottenuto in questa prova parziale è inferiore strettamente a **18** allora il candidato potrà superare *uno dei primi due appelli invernali* SOLO SE negli esercizi sulla logica proposizionale (ovvero sugli argomenti di questa prova parziale) avrà riportato un punteggio superiore a

$$\mathbf{(18 - x)/6}$$

- Mostrare se i sequenti elencati qui sotto sono tautologie o opinioni o paradossi in logica classica. Nel caso il sequente sia un'opinione esibire una riga della tabella di verità in cui il sequente è falso e una riga in cui il sequente è vero.

  Nel caso di paradossi o opinioni i punti vengono raddoppiati.

(3 punti)

$B \vdash \neg\neg(\neg B \vee M)$

(3 punti)

$\vdash \neg(\,(\,A \vee (A \rightarrow B) \rightarrow B\,) \rightarrow B\,)$

- Formalizzare in sequente le argomentazioni di seguito. Si provi se il sequente ottenuto è tautologia, opinione o paradosso motivando la risposta. Nel caso il sequente sia un'opinione esibire una riga della tabella di verità in cui il sequente è falso e una riga in cui il sequente è vero (nel caso di opinioni o paradossi i punti vengono raddoppiati):

  – (4 punti)

    Non si può girare a destra nè a sinistra se la strade sono bloccate.

    Solo se si può girare a destra le strade non sono bloccate.

    si consiglia di usare:
    D = si può girare a destra
    S= si può girare a sinistra
    B= le strade sono bloccate

- **Esercizio teoria**

  Sia T_{vel} la teoria ottenuta estendendo LC_p con la formalizzazione dei seguenti assiomi: (la formalizzazione di ogni assioma conta 1 punto)

  - Non si dà il caso che Sara vada in barca ma non ci vada Emma.
  - Non si dà il caso che nè Filippo, nè Emma e nè Michele non vadano in barca a vela.
  - Emma va in barca a vela solo se tira vento.
  - Michele non va in barca a vela se e solo se non tira vento.
  - Solo se Filippo non va in barca ci va Michele invece.
  - Filippo va in barca a vela solo se tira vento.

  Si consiglia di usare:

  T="tira vento"
  E="Emma va in barca a vela"
  F="Filippo va in barca a vela"
  M="Michele va in barca a vela"
  S="Sara va in barca a vela"

  Derivare poi in T_{bar} i teoremi corrispondenti alla formalizzazione delle seguenti affermazioni (ciascuna vale 4 punti quando non indicato altrimenti):

  - Se Filippo va in barca a vela allora ci va anche Michele.
  - Se non tira vento allora Michele non va in barca a vela e neanche Emma.
  - Filippo non va in barca a vela. (5 punti)
  - Emma o Michele vanno in barca a vela.
  - Non si dà il caso che nè Emma nè Michele non vadano in barca a vela.
  - Tira vento. (5 punti)

- Negli esercizi che seguono il punteggio è riferito all'analisi della validità di ciascuna regola.
  Si consiglia di affrontare questi esercizi dopo aver svolto almeno un esercizio dei primi due gruppi o di un teorema della teoria.

- (6 punti) la regola

$$\frac{G \vdash \ D_1 \ , \ B \ , \ D_2 \qquad\qquad G \ , \ B \vdash E \ , \ F}{G \vdash \ D_1 \ , \ E \ , \ F \ , \ D_2} \ 0$$

è valida? Sono valide le sue inverse? È regola sicura?

- (6 punti) la regola

$$\frac{A \vdash Q, \neg Q \vee M \qquad\qquad M \vdash N}{A \vee M \vdash \neg M \ \& \ \neg Q} \ 1$$

è valida? Sono valide le sue inverse? È regola sicura?

- (6 punti) Formalizzare la regola seguente

$$\frac{\text{Il cielo è nuvoloso} \vdash \ \text{Non c'è il sole} \qquad\qquad \text{Non piove} \vdash \text{Nessuno ha l'ombrello aperto.}}{\text{Il cielo è nuvoloso} \vdash \ \text{Piove e non c'è il sole, oppure nessuno ha l'ombrello aperto.}} \ 2$$

ove
S="c'é il sole"
P="Piove"
N="il cielo è nuvoloso"
A="Nessuno ha l'ombrello aperto.

La regola ottenuta è valida? È valida la sua inversa? È regola sicura?

Logica classica- $\mathbf{LC}_p$

$$\begin{array}{ccc} \text{ax-id} & \text{ax-}\bot & \text{ax-}\mathtt{tt} \\ \Gamma, A, \Gamma' \vdash \Delta, A, \Delta' & \Gamma, \bot, \Gamma' \vdash \nabla & \Gamma \vdash \Delta, \mathtt{tt}, \nabla \end{array}$$

$$\frac{\Sigma, \Gamma, \Theta, \Gamma', \Delta \vdash \Sigma'}{\Sigma, \Gamma', \Theta, \Gamma, \Delta \vdash \Sigma'}\ \mathrm{sc}_{\mathrm{sx}} \qquad \frac{\Gamma \vdash \Sigma, \Delta, \Theta, \Delta', \nabla}{\Gamma \vdash \Sigma, \Delta', \Theta, \Delta, \nabla}\ \mathrm{sc}_{\mathrm{dx}}$$

$$\frac{\Gamma, A, B \vdash \Delta}{\Gamma, A\&B \vdash \Delta}\ \&-\mathrm{S} \qquad \frac{\Gamma \vdash A, \Delta \quad \Gamma \vdash B, \Delta}{\Gamma \vdash A\&B, \Delta}\ \&-\mathrm{D}$$

$$\frac{\Gamma, A \vdash \Delta \quad \Gamma, B \vdash \Delta}{\Gamma, A \vee B \vdash \Delta}\ \vee-\mathrm{S} \qquad \frac{\Gamma \vdash A, B, \Delta}{\Gamma \vdash A \vee B, \Delta}\ \vee-\mathrm{D}$$

$$\frac{\Gamma \vdash A, \Delta}{\Gamma, \neg A \vdash \Delta}\ \neg-\mathrm{S} \qquad \frac{\Gamma, A \vdash \Delta}{\Gamma \vdash \neg A, \Delta}\ \neg-\mathrm{D}$$

$$\frac{\Gamma \vdash A, \Delta \quad \Gamma, B \vdash \Delta}{\Gamma, A \to B \vdash \Delta}\ \to-\mathrm{S} \qquad \frac{\Gamma, A \vdash B, \Delta}{\Gamma \vdash A \to B, \Delta}\ \to-\mathrm{D}$$

TAUTOLOGIE CLASSICHE

associatività $\vee$	$(A \vee B) \vee C$	$\leftrightarrow$	$A \vee (B \vee C)$
associatività &	$(A\&B)\&C$	$\leftrightarrow$	$A\&(B\&C)$
commutatività $\vee$	$A \vee B$	$\leftrightarrow$	$B \vee A$
commutatività &	$A\&B$	$\leftrightarrow$	$B\&A$
distributività $\vee$ su &	$A \vee (B \& C)$	$\leftrightarrow$	$(A \vee B)\&(A \vee C)$
distributività & su $\vee$	$A \& (B \vee C)$	$\leftrightarrow$	$(A \& B) \vee (A \& C)$
idempotenza $\vee$	$A \vee A$	$\leftrightarrow$	A
idempotenza &	$A \& A$	$\leftrightarrow$	A
leggi di De Morgan	$\neg(B \vee C)$	$\leftrightarrow$	$\neg B\&\neg C$
	$\neg(B\&C)$	$\leftrightarrow$	$\neg B \vee \neg C$
legge della doppia negazione	$\neg\neg A$	$\leftrightarrow$	A
implicazione classica	$(A \to C)$	$\leftrightarrow$	$\neg A \vee C$
disgiunzione come antecendente	$(A \vee B \to C)$	$\leftrightarrow$	$(A \to C) \& (B \to C)$
congiunzione come antecendente	$(A\&B \to C)$	$\leftrightarrow$	$(A \to (B \to C))$
legge della contrapposizione	$(A \to C)$	$\leftrightarrow$	$(\neg C \to \neg A)$
legge del modus ponens	$A \& (A \to C)$	$\to$	C
transitività	$(A \to B) \& (B \to C)$	$\to$	$(A \to C)$
congiunzione sotto ipotesi	$(A \to B) \& (A \to C)$	$\leftrightarrow$	$(A \to B \& C)$
prima proiezione	$A \& B \to A$		
seconda proiezione	$A \& B \to B$		
legge della NON contraddizione	$\neg(A\&\neg A)$		
legge del terzo escluso	$A \vee \neg A$		
significato negazione	$\neg A$	$\leftrightarrow$	$(A \to \bot)$
equivalente del falso	$\bot$	$\leftrightarrow$	$(A \& \neg A)$

Regola di composizione

$$\frac{\vdash \mathtt{fr} \qquad\qquad \Gamma, \mathtt{fr}, \Gamma' \vdash \nabla}{\Gamma, \Gamma' \vdash \nabla}\ \mathrm{comp}$$