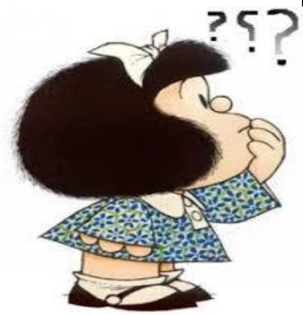
Chi cerca trova

Chi trova non cerca

Dunque nessuno cerca!!!

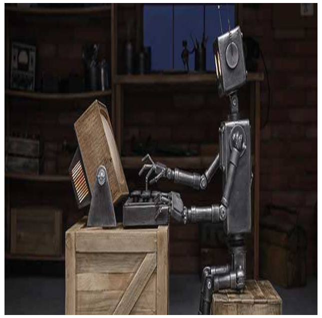


8. Lezione Corso di Logica 2020/2021

23 ottobre 2020

Maria Emilia Maietti

email: maietti@math.unipd.it



Prova Parziale

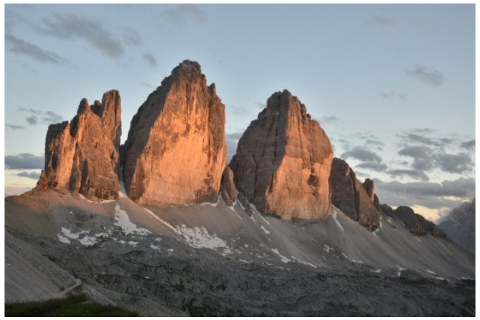
sabato 14 novembre 2020

ore 12.30-13.30

convocazione ore 12

in P300 via Luzzati 10

iscrizione obbligatoria via uniweb



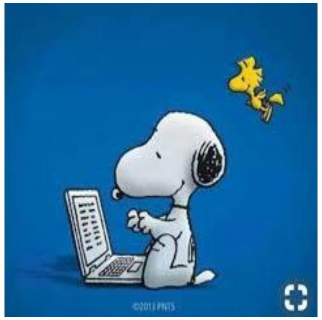
SIMULAZIONE prova parziale

venerdi' 30 ottobre 2020

ore 10.30-12.30

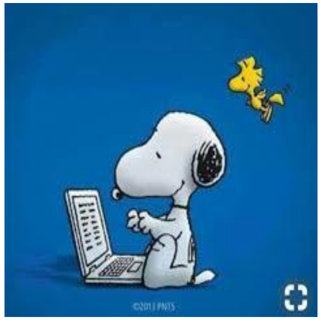
in presenza /online

Come si istruisce un robot a rispondere al test di logica?



linguaggio formale + **calcolo dei sequenti**	= linguaggio di programmazione
regole del **calcolo dei sequenti**	= **comandi**
derivazione formale	= programma

Come si istruisce un robot a rispondere al test di logica?



linguaggio formale + **calcolo dei sequenti**	= linguaggio di programmazione
regole del **calcolo dei sequenti**	= **comandi**
derivazione formale	= programma

Perchè **procedura decisione funziona** *?*

Spieghiamo perchè

le regole del calcolo dei sequenti

CONSERVANO **VERITÀ dei sequenti**

lungo **TUTTI I RAMI**

dall'ALTO di **TUTTE le FOGLIE** verso il BASSO $\Downarrow$

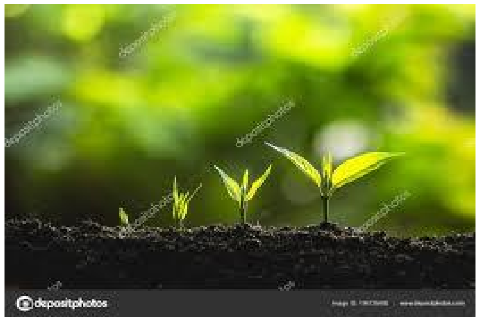
VALIDITÀ *assioma identità*

ax-id

$$\Gamma, A, \Gamma' \vdash \Delta, A, \Delta'$$

segue dalla tautologia classica

$$(\,\Gamma^{\&}\ \&\ A\,)\ \&\ \Gamma'^{\&} \rightarrow (\,\Delta^{\vee} \vee A\,) \vee \Delta'^{\vee}$$



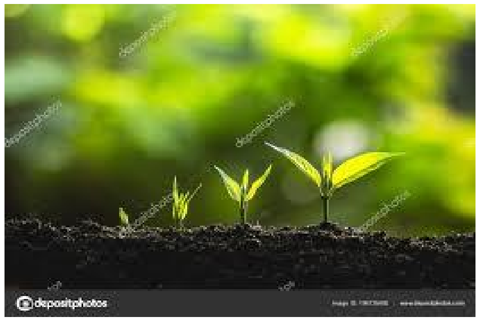
VALIDITÀ *assioma del falso*

ax-$\perp$

$$\Gamma, \perp, \Gamma' \vdash \nabla$$

segue dalla tautologia classica

$$(\Gamma^{\&} \;\&\; \perp) \;\&\; \Gamma'^{\&} \rightarrow \nabla^{\vee}$$



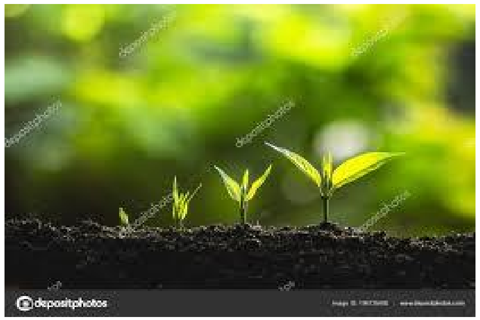
VALIDITÀ *assioma del vero*

ax-$\texttt{tt}$

$$\Gamma \vdash \nabla, \texttt{tt}, \nabla'$$

segue dalla tautologia classica

$$\Gamma^{\&} \rightarrow (\nabla^{\vee} \vee \texttt{tt}) \vee \nabla'^{\vee}$$



regola di scambio a sx

$$\frac{\Sigma, \Gamma, \Theta, \Gamma', \Delta \vdash \nabla}{\Sigma, \Gamma', \Theta, \Gamma, \Delta \vdash \nabla}\ \mathrm{sc}_{\mathrm{sx}}$$

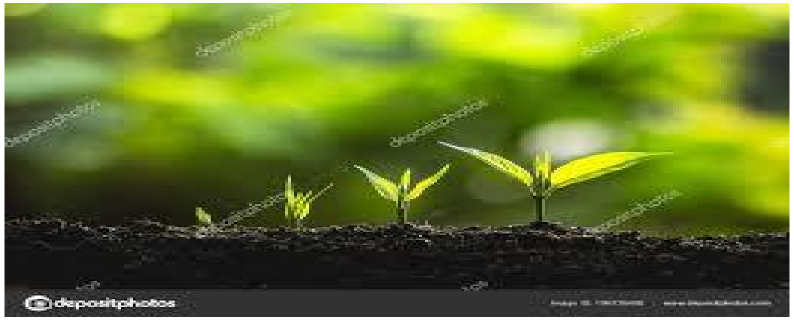
segue dalla tautologia classica

mettendo un'implicazione al posto della sbarra

$$((((\Sigma^{\&} \,\&\, \Gamma^{\&}) \,\&\, \Theta^{\&}) \,\&\, \Gamma'^{\&}) \,\&\, \Delta^{\&} \to \nabla^{\vee}) \to ((((\Sigma^{\&} \,\&\, \Gamma'^{\&}) \,\&\, \Theta^{\&}) \,\&\, \Gamma^{\&}) \,\&\, \Delta^{\&} \to \nabla^{\vee})$$

che in sostanza segue dall'associatività e dalla commutatività della congiunzione

$$A \,\&\, B \leftrightarrow B \,\&\, A$$



regola di scambio a dx

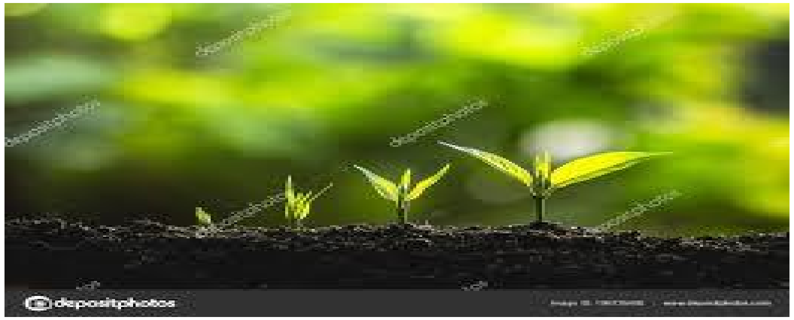
$$\frac{\Gamma \vdash \Sigma, \Delta, \Theta, \Delta', \nabla}{\Gamma \vdash \Sigma, \Delta', \Theta, \Delta, \nabla}\ \mathrm{sc_{dx}}$$

segue dalla tautologia classica

$$(\Gamma^{\&} \rightarrow ((((\Sigma^{\vee} \vee \Delta^{\vee}) \vee \Theta^{\vee}) \vee \Delta'^{\vee}) \vee \nabla^{\vee}) \ \rightarrow (\Gamma^{\&} \rightarrow ((((\Sigma^{\vee} \vee \Delta'^{\vee}) \vee \Theta^{\vee}) \vee \Delta^{\vee}) \vee \nabla^{\vee})$$

che segue dall'associatività e dalla commutatività della disgiunzione

$$A \vee B \ \leftrightarrow \ B \vee A$$

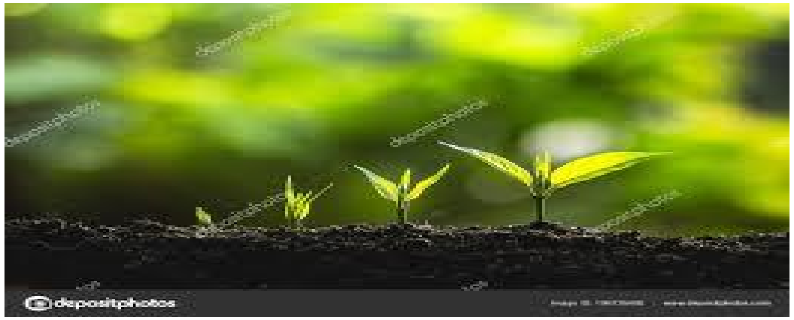


regola di congiunzione a dx

$$\frac{\Gamma \vdash A, \Delta \qquad \Gamma \vdash B, \Delta}{\Gamma \vdash A \& B, \Delta} \; \& - \mathrm{D}$$

segue dalla seguente tautologia classica

$$(\,\Gamma^{\&} \to A \vee \Delta^{\vee}\,)\;\&\;(\,\Gamma^{\&} \to B \vee \Delta^{\vee}\,) \;\to\; (\,\Gamma^{\&} \to (\,A \,\&\, B\,) \vee \Delta^{\vee}\,)$$



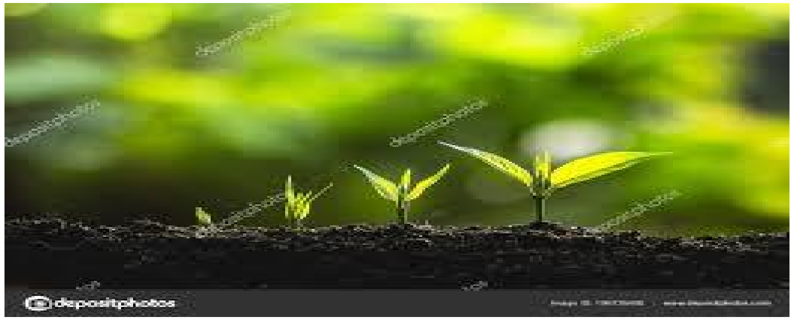
il caso particolare

$$\frac{\vdash A, D \quad \vdash B, D}{\vdash A \& B, D} \; \&-\mathrm{D}$$

segue dalla tautologia classica

$$(\, A \vee D \,) \,\&\, (\, B \vee D \,) \leftrightarrow (\, A \,\&\, B \,) \vee D$$

distributività della disgiunzione sulla congiunzione



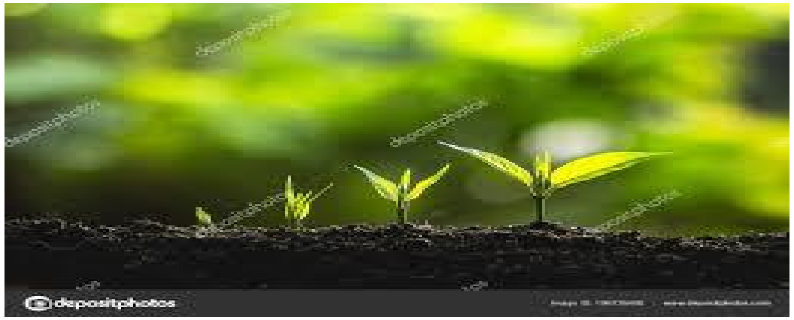
regola di disgiunzione a sx

la regola

$$\frac{\Gamma, A \vdash \Delta \qquad \Gamma, B \vdash \Delta}{\Gamma, A \vee B \vdash \Delta} \ \vee{-}\mathrm{S}$$

segue dalla tautologia

$$(\, \Gamma^{\&} \,\&\, A \ \rightarrow\ \Delta^{\vee} \,) \,\&\, (\, \Gamma^{\&} \,\&\, B \ \rightarrow\ \Delta^{\vee} \,) \ \rightarrow\ (\, \Gamma^{\&} \,\&\, (\, A \vee B \,) \ \rightarrow\ \Delta^{\vee} \,)$$



Il caso particolare

$$\frac{A \vdash D \qquad B \vdash D}{A \vee B \vdash D}\ \vee\!-\!\mathrm{S}$$

segue dalla tautologia

$$(A \rightarrow D)\,\&\,(B \rightarrow D) \leftrightarrow ((A \vee B) \rightarrow D)$$

Esempio: ponendo

A= *Mario va al cinema*

B= *Mario va a mangiare la pizza*

D= *Mario si diverte*

la regola formalizza

“Dal fatto che,

se Mario va al cinema allora si diverte

e

se Mario va a mangiare la pizza allora si diverte

ne segue che

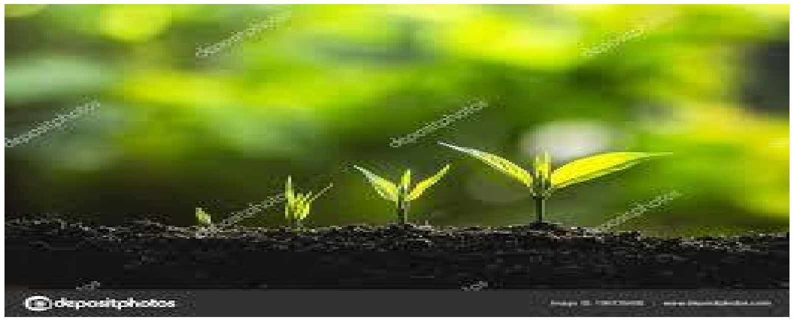
se Mario o va al cinema o va a mangiare la pizza allora si diverte.”

regola di negazione a sx

$$\frac{\Gamma \vdash A, \Delta}{\Gamma, \neg A \vdash \Delta} \; \neg\text{–S}$$

segue dalla tautologia

$$(\, \Gamma^{\&} \;\rightarrow\; A \vee \Delta^{\vee} \,) \rightarrow (\, \Gamma^{\&} \;\&\; \neg A \;\rightarrow\; \Delta^{\vee} \,)$$



il caso particolare

$$\frac{P \vdash O, M}{P, \neg O \vdash M}\ \neg\text{–S}$$

segue dalla tautologia classica

$$(\ P\ \ \rightarrow\ O \vee M\ ) \rightarrow\ (\ P\ \&\ \neg O\ \ \rightarrow\ M\ )$$

Esempio: ponendo

P=*Piove*

O= *Mario prende l'ombrello* M=*Mario prende la mantella impermeabile*

la regola formalizza

"Dal fatto che,

se piove allora Mario prende l'ombrello oppure la mantella impermeabile

ne segue che

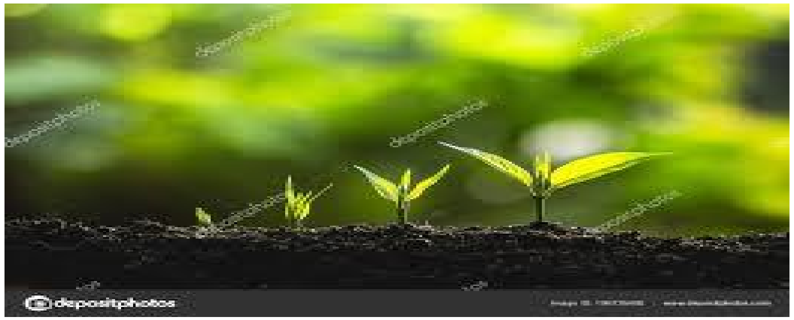
se piove e Mario NON prende l'ombrello allora prende la mantella impermeabile."

regola di negazione a dx

$$\frac{\Gamma, A \vdash \Delta}{\Gamma \vdash \neg A, \Delta}\ \neg\text{–D}$$

segue dalla tautologia

$$(\ \Gamma^{\&}\ \&\ A\ \rightarrow\ \Delta^{\vee}\ ) \rightarrow (\ \Gamma^{\&}\ \rightarrow\ \neg A \vee \Delta^{\vee}\ )$$



il caso particolare

$$\frac{F, Q \vdash M}{F \vdash \neg Q \ , \ M} \ \neg\text{–D}$$

segue dalla tautologia classica

$$(\, F \ \& \, Q \ \rightarrow \ M \,) \rightarrow \ (\, F \ \rightarrow \ \neg Q \vee M \,)$$

Esempio: ponendo

F=*Mario ha fame*

Q= *Mario ha qualcosa da mangiare* M=*Mario mangia*

la regola formalizza

“Dal fatto che,

se Mario ha fame e ha qualcosa da mangiare allora mangia

ne segue che

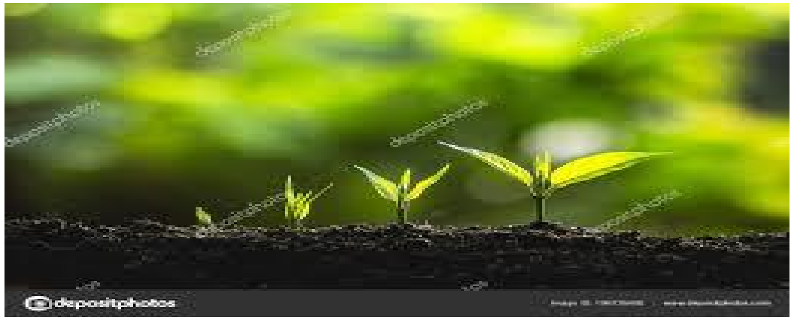
se Mario ha fame o NON ha qualcosa da mangiare oppure mangia.”

regola di implicazione a dx

$$\frac{\Gamma, A \vdash B, \Delta}{\Gamma \vdash A \rightarrow B\,,\ \Delta}\ \rightarrow\!-\mathrm{D}$$

segue dalla tautologia

$$(\,\Gamma^{\&}\ \&\ A\ \rightarrow\ B \vee \Delta^{\vee}\,)\ \rightarrow\ (\,\Gamma^{\&}\ \rightarrow\ (A \rightarrow B) \vee \Delta^{\vee}\,)$$



il caso particolare

$$\frac{L, S \vdash C, I}{L \vdash S \rightarrow C\ , I} \rightarrow -\mathrm{D}$$

Esempio:ponendo

L=*Mario era sul luogo del delitto*

S= *Mario è senza alibi* C= *Mario è colpevole* I= *Mario è innocente*

la regola formalizza

“Assumendo che ,

se Mario era sul luogo del delitto ed è senza alibi allora è colpevole oppure innocente

ne segue che

se Mario era sul luogo del delitto allora è vero o che se Mario è senza alibi allora lui è colpevole oppure è vero che Mario è innocente.”

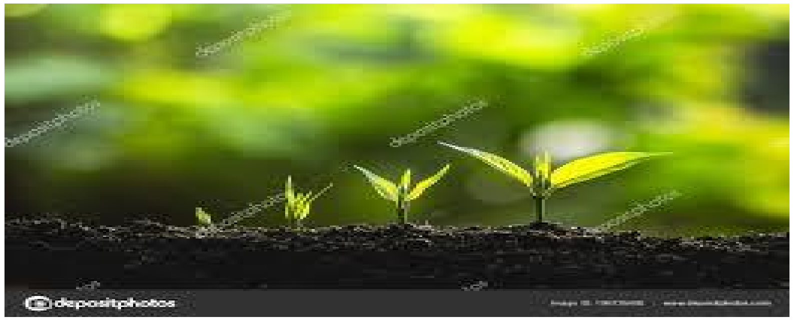
In verità ponendo

$$A \rightarrow B \;\equiv\; \neg A \vee B$$

la regola dell' implicazione a dx

diventa il risultato dell'applicazione di due regole

$$\dfrac{\dfrac{\Gamma, A \vdash B, \Delta}{\Gamma \vdash \neg A\,,\; B\,,\; \Delta}\;\neg\text{–D}}{\Gamma \vdash \neg A \vee B\,,\; \Delta}\;\vee\text{–D}$$

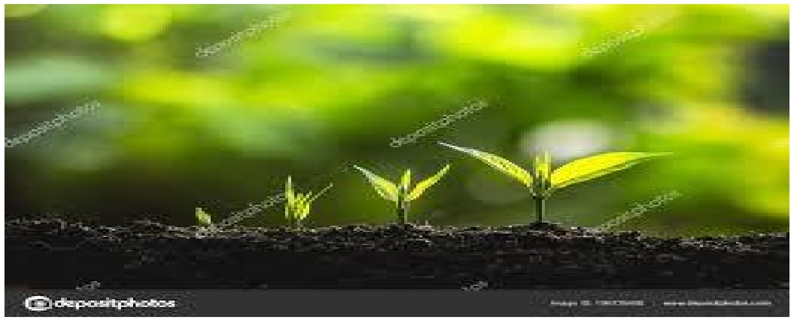


regola di implicazione a sx

$$\frac{\Gamma \vdash A, \Delta \qquad \Gamma, B \vdash \Delta}{\Gamma,\ A \rightarrow B \vdash \Delta} \rightarrow\!-\mathrm{S}$$

segue dalla seguente tautologia classica

$$(\,\Gamma^{\&} \rightarrow A \vee \Delta^{\vee}\,)\ \&\ (\,\Gamma^{\&}\ \&\ B \rightarrow \Delta^{\vee}\,) \rightarrow (\,\Gamma^{\&}\ \&\ (\,A \rightarrow B\,) \rightarrow \Delta^{\vee}\,)$$



il caso particolare

$$\frac{G \vdash F, P \qquad\qquad G, M \vdash P}{G,\ F \rightarrow M\ \vdash P}\ \rightarrow -\mathrm{S}$$

ponendo

G=È mezzogiorno

F= Mario ha fame $\qquad$ M= Mario mangia $\qquad$ P= Mario è a posto

la regola formalizza

“Assumendo che ,

se è mezzogiorno allora o Mario ha fame oppure è a posto

e assumendo che

se è mezzogiorno e Mario mangia allora è a posto

ne segue che

se è mezzogiorno e se è vero che se Mario ha fame allora mangia, ne segue che Mario è a posto.

ponendo

$$A \rightarrow B \;\equiv\; \neg A \vee B$$

la regola dell'implicazione a sx diventa

il risultato dell'applicazione di due regole:

$$\cfrac{\cfrac{\Gamma \vdash A, \Delta}{\Gamma\,,\, \neg A \,\vdash\, \Delta}\;\neg\text{–S} \qquad\qquad \Gamma, B \vdash \Delta}{\Gamma\,,\, \neg A \vee B \,\vdash \Delta}\;\vee\text{–S}$$