C’e’ uno qui  che

se LUI andrà in vacanza alle Fiji a Natale

tutti  andranno in vacanza alle Fijji a Natale

16. Lezione Corso di Logica 2020/2021

4 dicembre 2020

Maria Emilia Maietti

email: maietti@math.unipd.it

SIMULAZIONE **appello**

venerdi' 18 dicembre 2020 (teorie)

+

giovedi' 7 gennaio 2021 (classificazione)

10.30-12.30

		
tautologia	opinione	contraddizione
vera in **OGNI** modello	falsa in un modello (= **contromodello**)	**falsa** in **OGNI** **modello**
	vera in *altro* modello	

	 Linguaggio proposizionale	 Linguaggio predicativo
sintassi	proposizione	predicati
Variabili	A, B, C, . . .	A, B, A(x), B(y), C(x,y), . . .
verità globale	tabella di verità	**I vari modelli**
verità locale	riga di tabella	**UN modello**

	 **proposizionale**	 **predicativa**
fr **tautologia**	=sua tabella con TUTTI 1	= **vera** in TUTTI i modelli
fr **opinione**	= sua tabella con UNA riga 0 + = sua tabella con UNA riga 1	= **falso** in UN modello detto CONTROMODELLO di fr = **vero** in UN altro modello
fr **paradosso**	= sua tabella con TUTTI 0	=**falso** in TUTTI i modelli

Quando un predicato è vero?

per stabilire quando $\forall x\, A(x)$ è vera

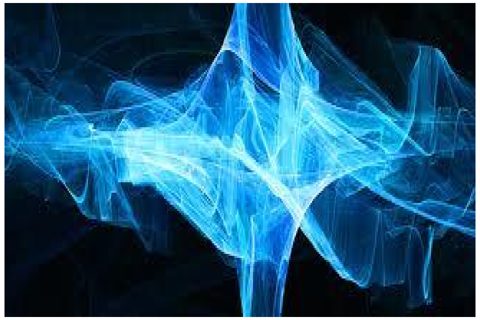
OCCORRE definire **DOMINIO di valori** di quantificazione

dove le variabili *possono variare*!!!

Quando un predicato è vero?

scegliamo un **dominio** D (non vuoto!)

e definiamo un **funzione**



$$A(x)^D(-) : D \longrightarrow \{0, 1\}$$

decidendo se per un qualunque $d \in D$

$$A(x)^D(d) = 1 \qquad \text{o} \qquad A(x)^D(d) = 0$$

notazione di un modello

un modello

con dominio $\mathbf{D}$ e funzione $A(x)^D$

per il linguaggio predicativo con il solo predicato atomico $A(x)$

è una coppia

$$\mathcal{D} \equiv (D, A(x)^D)$$

indicata brevemente con la $\mathcal{D}$ *calligrafica*

quantificazione universale vera

$\forall x\ A(x)$ è vera nel modello

$$\mathcal{D} \equiv (D, A(x)^{D}\ )$$

ovvero

$$(\forall x\ A(x))^{D} = \mathbf{1} \text{ sse}$$

PER OGNI $d \in D$ *si ha* $A(x)^{D}(d) = 1$

quantificazione esistenziale vera

$\exists x\ A(x)$ è vera nel modello

$$\mathcal{D} \equiv (D, A(x)^{D})$$

ovvero $(\exists x\ A(x))^{D} = \mathbf{1}$ sse

ESISTE $d \in D$ *tale che* $A(x)^{D}(d) = 1$

esiste una TABELLA di verità per la quantificazione universale?

dipende dal numero degli elementi del dominio

che può avere INFINITI elementi

fissato dominio D

una tabella per $\forall x\ A(x)$

COLONNE= gli elementi in D

RIGHE= funzione $A(x)^D(-)$ che interpreta il predicato $A(x)$

$A(x)^D(\mathbf{D_1})$	$A(x)^D(d_2)$	...	$A(x)^D(d_n)$	...	$\forall x\ A(x)$
1	1	1111111111	1	11111111	1
0	1	...	...	...	0
1	1	0 ...	...	...	0
1	0	......	...	...	0
...	...	...	...	...	0
0	0	0000000000	0	00000000	0

esiste una TABELLA di verità per la quantificazione esistenziale?

dipende dal numero degli elementi del dominio

che può avere INFINITI elementi

fissato dominio D

una tabella per $\forall x\ A(x)$

COLONNE= gli elementi in D

RIGHE= funzione $A(x)^D(-)$ che interpreta il predicato $A(x)$

$A(x)^D(\mathbf{D_1})$	$A(x)^D(d_2)$	$\ldots$	$A(x)^D(d_n)$	$\ldots$	$\exists x\, A(x)$
0	0	0000000000	0	000000000	0
0	1	. . .	. . .	. . .	1
1	1	0 . . .	. . .	. . .	1
1	0	. . . . . .	. . .	. . .	1
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	1
1	1	11111111111	1	1111111111	1

modello per un linguaggio predicativo $\mathcal{L}$

dato linguaggio predicativo $\mathcal{L}$ con costanti c_j e predicati atomici $P_k(x_1, \dots, x_n)$
un **modello** per $\mathcal{L}$

indicato con la scrittura $\mathcal{D}$

è dato da

- un dominio (=insieme non vuoto) D
- un'*interpretazione* di costanti come elementi di D e di predicati atomici come funzioni come segue

costante $c_j \rightsquigarrow$ elemento di dominio $c_j{}^D \varepsilon D$

predicato atomico $P_k(x_1, \dots, x_n) \rightsquigarrow$ funzione $P_k(x_1, \dots, x_n)^D(-) : D^n \longrightarrow \{0, 1\}$

Interpretazione di una formula generica

l'*interpretazione* di una formula generica $\texttt{fr}(x_1, \ldots, x_n)$

in un **modello** con dominio D

è una funzione

$$\texttt{fr}(x_1, \ldots, x_n)^D(-) : D^n \longrightarrow \{0, 1\}$$

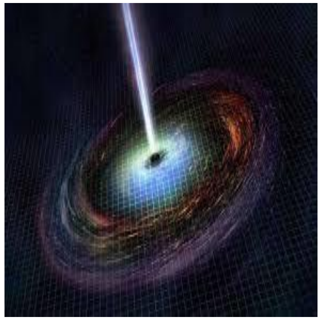
interpretazione di una formula con costante

in un modello con dominio D

l'interpretazione di una formula $\mathtt{fr}(c)$ con constante

si ottiene applicando l'interpretazione della formula $\mathtt{fr}(x)$ a quello della costante:

$$(\,\mathtt{fr}(c)\,)^D \equiv (\,\mathtt{fr}(x)\,)^D(c^D)$$



Convenzione su scrittura formule con variabili libere

conveniamo che con la scrittura

$$\mathtt{fr}(x_1, \ldots, x_n)$$

si intende una formula α ovvero

$\mathtt{fr}(x_1, \ldots, x_n) \equiv \alpha$ con variabili libere incluse nella lista

$$x_1, \ldots, x_n$$

ovvero $\mathbf{VL}(\alpha) \subseteq \{ x_1, \ldots, x_n \}$

ed inoltre

se una variabile x_n **NON compare proprio** in $\mathtt{fr}(x_1, \ldots, x_n) \equiv \alpha$

ovvero $x_n \notin \mathbf{VL}(\alpha)$

allora per ogni n-upla $(d_1, \ldots, d_n)$ in $\mathcal{D}^n$

lista di n-elementi con d_n		lista di $n-1$-elementi SENZA d_n
$\mathtt{fr}(x_1, \ldots, x_n)^D(\mathbf{D_1}, \ldots, d_{n-1}, d_n)$	=	$\alpha^D(\mathbf{D_1}, \ldots, d_{n-1})$

se in $\mathtt{fr}(x_1, \ldots, x_n) \;\equiv\; \alpha$ **SENZA** variabili libere

allora per ogni n-upla $(d_1, \ldots, d_n)$ in $\mathcal{D}^n$

lista di n-elementi con d_n		costante proposizionale
$\mathtt{fr}(x_1, \ldots, x_n)^D(\mathbf{D_1}, \ldots, d_{n-1}, d_n)$	=	$\mathtt{fr}(x_1, \ldots, x_n)^D = \alpha^D$

in un modello con dominio D l'*interpretazione* di una formula GENERICA

$\mathtt{fr}(x_1, \ldots, x_n)$

$$\mathtt{fr}(x_1, \ldots, x_n)^D(-, \ldots, -) : D^n \rightarrow \{0, 1\}$$

è definita per *induzione* come segue:

fissati $(d_1, \ldots, d_n)$ in D^n

$$(\neg \mathtt{fr}_1(x_1, \ldots, x_n))^D(d_1, \ldots, d_n)$$
$$=$$
$$\neg (\mathtt{fr}_1(x_1, \ldots, x_n))^D(d_1, \ldots, d_n))$$
$$= \mathbf{1}$$

sse

$$\mathtt{fr}_1(x_1, \ldots, x_n)^D(d_1, \ldots, d_n) = \mathbf{0}$$

$$(\mathtt{fr}_1(x_1, \ldots, x_n) \;\&\; \mathtt{fr}_2(x_1, \ldots, x_n) \;)^D (d_1, \ldots, d_n)$$

$$=$$

$$\mathtt{fr}_1(x_1, \ldots, x_n)^D (d_1, \ldots, d_n) \;\&\; \mathtt{fr}_2(x_1, \ldots, x_n)^D (d_1, \ldots, d_n)$$

$$= \mathbf{1}$$

sse

$$\mathtt{fr}_1(x_1, \ldots, x_n)^D (d_1, \ldots, d_n) = 1 \qquad \text{E} \qquad \mathtt{fr}_2(x_1, \ldots, x_n)^D (d_1, \ldots, d_n) = \mathbf{1}$$

$$(\mathtt{fr}_1(x_1,\ldots,x_n) \vee \mathtt{fr}_2(x_1,\ldots,x_n))^D(d_1,\ldots,d_n)$$

$$=$$

$$\mathtt{fr}_1(x_1,\ldots,x_n)^D(d_1,\ldots,d_n) \vee \mathtt{fr}_2(x_1,\ldots,x_n)^D(d_1,\ldots,d_n)$$

$$= \mathbf{1}$$

sse

$$\mathtt{fr}_1(x_1,\ldots,x_n)^D(d_1,\ldots,d_n) = \mathbf{1} \qquad \text{o} \qquad \mathtt{fr}_2(x_1,\ldots,x_n)^D(d_1,\ldots,d_n) = \mathbf{1}$$

$$(\, \mathtt{fr}_1(x_1,\ldots,x_n) \to \mathtt{fr}_2(x_1,\ldots,x_n)\,)^D(d_1,\ldots,d_n)$$

$$=$$

$$\mathtt{fr}_1(x_1,\ldots,x_n)^D(d_1,\ldots,d_n) \to \mathtt{fr}_2(x_1,\ldots,x_n)^D(d_1,\ldots,d_n)$$

$$= \mathbf{1}$$

sse

$$\mathtt{fr}_1(x_1,\ldots,x_n)^D(d_1,\ldots,d_n) = 0$$

oppure vale che

SE $\mathtt{fr}_1(x_1,\ldots,x_n)^D(d_1,\ldots,d_n) = \mathbf{1}$ ALLORA $\mathtt{fr}_2(x_1,\ldots,x_n)^D(d_1,\ldots,d_n) = \mathbf{1}$

$$(\ \forall x_n\ \mathtt{fr}(x_1, \dots x_{n-1}, x_n)\ )^D(d_1, \dots, d_{n-1}) = \mathbf{1}$$

sse

PER OGNI d $\mathtt{fr}(x_1, \dots x_{n-1}, x_n)^D(d_1, \dots, d_{n-1}, d) = \mathbf{1}$

$$(\ \exists x_n\ \mathtt{fr}_1(x_1, \dots x_{n-1}, x_n)\ )^D(d_1, \dots, d_{n-1}) = \mathbf{1}$$

sse

ESISTE d $\mathtt{fr}_1(x_1, \dots x_{n-1}, x_n)^D(d_1, \dots, d_{n-1}, d) = \mathbf{1}$

Esempi

$$(R(x) \to \forall x\ R(x))^{D}(d) \;=\; (R(x))^{D}(d) \to (\forall x\ R(x))^{D}$$

in quanto **NON** ci sono variabili libere in $\forall x\ R(x)$

$$(R(x) \to R(y))^{D}(\mathbf{D_1}, d_2) \;=\; R(x)^{D}(\mathbf{D_1}) \;\to\; R(y)^{D}(d_2)$$

convenendo di usare l'ordine alfabetico per variabili NON indicizzate

verità formula in UN modello

una formula

$\mathtt{fr}(y_1, \ldots, y_n)$ è **VERA** in un modello con dominio D

se e solo se

PER OGNI $\quad (d_1, \ldots, d_n) \varepsilon D^n \quad \mathtt{fr}(y_1, \ldots, y_n)^{\mathcal{D}}(d_1, \ldots, d_n) = \mathbf{1}$

se e solo se

$$(\forall\, \mathbf{y_1} \,\forall\, \mathbf{y_2} \ldots \forall\, \mathbf{y_n}\, \mathtt{fr}(\mathbf{y_1}, \mathbf{y_2}, \ldots, \mathbf{y_n}))^{\mathcal{D}} = \mathbf{1}$$

cosa è un **modello** rispetto alla **logica classica predicativa**

ogni **modello** $\mathcal{D}$ rende vere

le **regole + loro inverse** della **logica classica predicativa con uguaglianza LC$_=$**

$\Downarrow$

$\mathtt{fr}$ è tautologia   sse $\vdash \mathtt{fr}$ è **derivabile in LC$_=$**

modello/contromodello di una formula

def. modello $\mathcal{D}$ di un enunciato $\mathtt{fr}$ di $\mathcal{L}$

=**modello** (della logica classica) in cui $\mathtt{fr}$ è vera

def. contromodello $\mathcal{D}$ di un enunciato $\mathtt{fr}$ di $\mathcal{L}$

= **modello** (della logica classica) in cui $\mathtt{fr}$ è **falsa**

interpretare è operazione inversa di formalizzare

formalizzazione	interpretazione
semantica $\mapsto$ sintassi	sintassi $\mapsto$ semantica
frasi in lingua corrente $\mapsto$ formule	formule $\mapsto$ significato in dominio
	

Esempio

una formalizzazione di

"Minni è femmina ma *Topolino no"*.

è $$A(m)\ \&\ \neg A(t)$$

con

$A(x)$= x *è femmina*

t= `Topolino`

m= `Minni`

esempio I di MODELLO per $A(x)$ con constanti t ed m

costruiamo un modello che *riflette esattamente il significato della frase formalizzata*

$\mathbf{D_1} = \{ \texttt{Topolino} , \texttt{Minni} \}$

$\mathbf{A(x)}^{\mathbf{D_1}}(d)$=**1** sse d *è femmina*

$\mathbf{t}^{\mathbf{D_1}}$ =$\texttt{Topolino}$

$\mathbf{m}^{\mathbf{D_1}}$ =$\texttt{Minni}$

e in tal modello $(\forall x\ A(x))^{\mathbf{D_1}} = \mathbf{0}$ perchè $\texttt{Topolino}$ non è una femmina

$$\mathbf{A(t)}^{\mathbf{D_1}} = \mathbf{A(x)}^{\mathbf{D_1}}(\mathbf{t}^{\mathbf{D_1}}) = \mathbf{A(x)}^{\mathbf{D_1}}(\texttt{Topolino}) = \mathbf{0}$$

inoltre $\mathbf{A(m)}^{\mathbf{D_1}} = \mathbf{A(x)}^{\mathbf{D_1}}(\mathbf{m}^{\mathbf{D_1}}) = \mathbf{A(x)}^{\mathbf{D_1}}(\texttt{Minni}) = \mathbf{1}$

e quindi $(\ \mathbf{A(m)}\ \&\ \neg\mathbf{A(t)}\ )^{\mathbf{D_1}} = \mathbf{1}\ \&\ \neg\mathbf{0} = \mathbf{1}$

ed anche $(\exists \mathbf{x}\ \mathbf{A(x)})^{\mathbf{D_1}} = \mathbf{1}$ perchè $\mathbf{A(m)}^{\mathbf{D_1}} = \mathbf{1}$

esempio II di MODELLO per $A(x)$ con constanti t ed m

in questo altro modello *cambiamo* il significato di $A(x)$ con

$A(x)$=x *è maschio*

$\mathbf{D_2}$= { Topolino , Minni }
$\mathbf{A(x)^{D_2}}(d)$=**1** sse d *è maschio*
$\mathbf{t^{D_2}}$ =Topolino
$\mathbf{m^{D_2}}$ =Minni

e in tal modello $(\forall x\ A(x))^{\mathbf{D_2}} = \mathbf{0}$ perchè Minni non è un maschio

$$\mathbf{A(m)^{D_2} = A(x)^{D_2}(m^{D_2}) = A(x)^{D_2}(\texttt{Minni}) = 0}$$

inoltre $\mathbf{A(t)^{D_2} = A(x)^{D_2}(t^{D_2}) = A(x)^{D_2}(\texttt{Topolino}) = 1}$

e quindi $(\ \mathbf{A(m)}\ \&\ \neg \mathbf{A(t)}\ )^{\mathbf{D_2}} = \mathbf{0}\ \&\ \neg \mathbf{1} = \mathbf{0}$

ed anche $(\exists \mathbf{x}\ \mathbf{A(x)})^{\mathbf{D_2}} = \mathbf{1}$ perchè $\mathbf{A(t)^{D_2}} = \mathbf{1}$

esempio III di MODELLO per $A(x)$ con constanti t ed m

in questo terzo modello manteniamo il significato di $A(x)$=x *è femmina*

ma *invertiamo l'interpretazione delle costanti*

$\mathbf{D_3}$= { Topolino , Minni }

$\mathbf{A(x)^{D_3}}(d)$=**1** sse d *è femmina*

$\mathbf{m^{D_3}}$ =Topolino

$\mathbf{t^{D_3}}$ =Minni

e in tal modello $(\forall x\ A(x))^{\mathbf{D_3}} = \mathbf{0}$ perchè Topolino non è una femmina

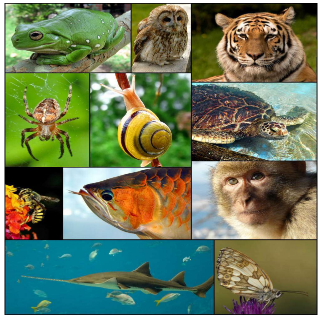
$$\mathbf{A(m)^{D_3}} = \mathbf{A(x)^{D_3}}(\mathbf{m^{D_3}}) = \mathbf{A(x)^{D_3}}(\texttt{Topolino}) = \mathbf{0}$$

inoltre $\mathbf{A(t)^{D_3}} = \mathbf{A(x)^{D_3}}(\mathbf{t^{D_3}}) = \mathbf{A(x)^{D_3}}(\texttt{Minni}) = \mathbf{1}$

e quindi $(\ \mathbf{A(m)}\ \&\ \neg\mathbf{A(t)}\ )^{\mathbf{D_3}} = \mathbf{0}\ \&\ \neg\mathbf{1} = \mathbf{0}$

ed anche $(\exists \mathbf{x}\ \mathbf{A(x)})^{\mathbf{D_3}} = \mathbf{1}$ perchè $\mathbf{A(m)^{D_3}} = \mathbf{1}$

esempi di modelli per $M(x)$ e $U(x)$ e $\overline{s}$



$\mathbf{D_1}$ = Esseri viventi	$\mathbf{D_1}$ = Esseri viventi
per $\mathbf{d} \in \mathbf{D_1}$	per $\mathbf{d} \in \mathbf{D_2}$
$\mathbf{M(x)^{D_1}(d)}$=**1** sempre	$\mathbf{M(x)^{D_2}(d)}$ =**1** sse $\mathbf{d} \neq$ **Simone**
$\mathbf{U(x)^{D_1}(d)}$=**1** sse "**d** è un uomo"	$\mathbf{U(x)^{D_2}(d)}$=**1** sse "$\mathbf{d}$ è un uomo"
$\overline{s}^{\mathbf{D_1}}$ = Simone	$\overline{s}^{\mathbf{D_2}}$ = "Simone"
vale $(\forall \mathbf{x}\, \mathbf{M(x)})^{\mathbf{D_1}} = \mathbf{1}$	vale $(\forall \mathbf{x}\, \mathbf{M(x)})^{\mathbf{D_2}} = \mathbf{0}$
	perchè $\mathbf{M(\overline{s})^{D_2}} = \mathbf{M(x)^{D_2}}$(Simone) =**0**

l'*interpretazione* dell'uguaglianza è la stessa in OGNI MODELLO

in ogni modello con dominio D

l'*interpretazione* dell'uguaglianza è così definita (quindi NON varia!!!)

$$(x{=}y)^D(-) : D \times D \longrightarrow \{0, 1\}$$

$$(x{=}y)^D(\mathbf{d_1}, \mathbf{d_2}) \equiv \begin{cases} 1 & \text{se } \mathbf{d_1} = \mathbf{d_2} \\ 0 & \text{se } \mathbf{d_1} \neq \mathbf{d_2} \end{cases}$$

nel caso di due costanti

$$(c_1 = c_2)^D \in \{0, 1\}$$

$$(c_1 = c_2)^D \equiv \begin{cases} 1 & \text{se } {c_1}^D = {c_2}^D \\ 0 & \text{se } {c_1}^D \neq {c_2}^D \end{cases}$$

e nel caso di una costante e variabile

$$(x = c)^D(-) : D \longrightarrow \{0, 1\}$$

$$(x = c)^D(d) \equiv \begin{cases} 1 & \text{se } d = c^D \\ 0 & \text{se } d \neq c^D \end{cases}$$

		
tautologia	opinione	contraddizione
$(\texttt{fr})^{D} = \mathbf{1}$ in **OGNI** modello $\mathcal{D}$	esiste un **contromodello** D_{no} ove $(\texttt{fr})^{D_{no}} = \mathbf{0}$ esiste un modello D_{yes} ove $(\texttt{fr})^{D_{yes}} = \mathbf{1}$	$(\texttt{fr})^{D} = \mathbf{0}$ in **OGNI** **modello** $\mathcal{D}$

esempio di classificazione di enunciato con uguaglianza

Stabilire se la formula

$$\forall \mathbf{x}\, \forall \mathbf{y}\ \mathbf{x} = \mathbf{y}$$

è tautologia/opinione/paradosso

esempio di classificazione di enunciato con uguaglianza

per classificare $\forall x\, \forall y\, x = y$

proviamo a derivarlo

$$\dfrac{\dfrac{\vdash \mathbf{w} = \mathbf{z}}{\vdash \forall \mathbf{y}\ \mathbf{w} = \mathbf{y}}\ \forall\!-\!\mathrm{D}}{\vdash \forall \mathbf{x}\, \forall \mathbf{y}\ \mathbf{x} = \mathbf{y}}\ \forall\!-\!\mathrm{D}$$

applicando le regole $\forall\!-\!\mathrm{D}$ con variabili **NUOVE**

e si vede che il sequente NON si può derivare...

Ma **per essere certi** costruiamo un contromodello

falsificando $\vdash w = z$

il che significa che **dobbiamo necessariamente scegliere un dominio con 2 elementi diversi!**

(evidenziato dalla presenza di due variabili diverse!!!!)

quindi scegliamo un dominio con due elementi

(e questo basta per definire un modello per l'uguaglianza!!!)

$\mathbf{D_{contra}} = \{\texttt{Topolino}, \texttt{Minni}\}$  

ove chiaramente

$$(w = z)^{D_{contra}}(\texttt{Minni}, \texttt{Topolino}) = \mathbf{0}$$

e quindi $\quad (\forall x \, \forall y \; x = y \,)^{D_{contra}} = \mathbf{0}$

ovvero $\forall \mathbf{x} \, \forall \mathbf{y} \; \mathbf{x} = \mathbf{y}$ NON è una tautologia

cerchiamo un modello di $\forall x\,\forall y\; x = y$

per trovare un modello che rende vero

$$\forall x\,\forall y\; x = y$$

$$\cfrac{\cfrac{\cfrac{\forall \mathbf{x}\,\forall \mathbf{y}\;\mathbf{x} = \mathbf{y}\;,\;\forall \mathbf{y}\;\mathbf{x} = \mathbf{y}\;,\;\mathbf{x} = \mathbf{x} \vdash}{\forall \mathbf{x}\,\forall \mathbf{y}\;\mathbf{x} = \mathbf{y}\;,\;\forall \mathbf{y}\;\mathbf{x} = \mathbf{y} \;\vdash}\;\forall\text{−S}}{\forall \mathbf{x}\,\forall \mathbf{y}\;\mathbf{x} = \mathbf{y}\;\vdash}\;\forall\text{−S}}{\vdash \neg\,\forall \mathbf{x}\,\forall \mathbf{y}\;\mathbf{x} = \mathbf{y}}\;\neg\text{−D}$$

proviamo a derivare la sua negazione

applicando le regole $\forall\text{−S}$ con le stesse variabili secondo il **vademecum**

(senza aumentare le variabili vincolate dopo l'applicazione di $\forall\text{−S}$!!)

e si vede che si potrebbe andare avanti all'infinito ad applicare $\forall\text{−S}$ ...

ma questo NON basta per concludere che **NON è derivabile**....!!!

Per essere certi che

$\vdash \neg \forall x\, \forall y\; x = y$ **NON è derivabile**

costruiamo un **contromodello**

falsificando la foglia

$$\forall \mathbf{x}\, \forall \mathbf{y}\; \mathbf{w} = \mathbf{y}\;,\; \forall \mathbf{y}\; \mathbf{x} = \mathbf{y}\;,\; \mathbf{x} = \mathbf{x} \vdash$$

il che significa che **dobbiamo necessariamente scegliere un dominio con UN SOLO elemento**

(evidenziato dalla formula sempre vera $x = x$)

quindi scegliamo

$\mathbf{D_{contraNeg}} = \{\, \mathtt{Minni} \,\}$

ove chiaramente $(\, \forall x\, \forall y\; x = y\,)^{D_{contraNeg}} = \mathbf{1}$ e quindi

$\mathbf{D_{contraNeg}}$ definisce un	**contromodello** di $\neg \forall x\, \forall y\; x = y$
	modello di $\forall x\, \forall y\; x = y$

quindi

grazie al contromodello $\mathbf{D}_{\mathbf{contra}}$ e al modello $\mathbf{D}_{\mathbf{contraNeg}}$

concludiamo che

$$\forall x\ \forall y\ x = y$$

è una **OPINIONE**