

I-Compitino 1 giugno 2012

NOME:

COGNOME:

- Scrivete in modo CHIARO. Elaborati illegibili non saranno considerati.
- NON si contano le BRUTTE copie.
- Ricordatevi di ESPLICITARE l'uso della regola dello scambio sia a destra che a sinistra del sequente.
- Ricordatevi di LABELLARE LE DERIVAZIONI CON LE REGOLE USATE (se non lo fate perdete punti!)
- Specificate le regole derivate che usate e che non sono menzionate nel foglio allegato al compito.
- Mostrare se i sequenti di seguito sono validi (o soltanto soddisfacibili o nessuna delle due) in logica classica (nel caso di non validità i punti vanno aumentati della metà arrotondata per eccesso)

2 punti

$$(A \rightarrow C) \rightarrow (C \rightarrow B) \vdash \neg A \& B \rightarrow C \vee A \quad \left\{ \begin{array}{ll} \text{valido in LC} & \text{poichè} \\ \text{non valido in LC} & \text{poichè} \\ \text{soddisfacibile in LC} & \text{poichè} \\ \text{insoddisfacibile in LC} & \text{poichè} \end{array} \right.$$

5 punti

$$\vdash \forall x \exists z \forall y ((x = y \rightarrow y = z) \vee z = a) \quad \left\{ \begin{array}{ll} \text{valido in LC=} & \text{poichè} \\ \text{non valido in LC=} & \text{poichè} \\ \text{soddisfacibile in LC=} & \text{poichè} \\ \text{insoddisfacibile in LC=} & \text{poichè} \end{array} \right.$$

5 punti

$$\vdash \exists z \forall y y \neq z \quad \left\{ \begin{array}{ll} \text{valido in LC=} & \text{poichè} \\ \text{non valido in LC=} & \text{poichè} \\ \text{soddisfacibile in LC=} & \text{poichè} \\ \text{insoddisfacibile in LC=} & \text{poichè} \end{array} \right.$$

5 punti

$$\exists x (B(x) \& \neg B(x)) \vdash \forall x A(x) \quad \left\{ \begin{array}{ll} \text{valido in LC} & \text{poichè} \\ \text{non valido in LC} & \text{poichè} \\ \text{soddisfacibile in LC} & \text{poichè} \\ \text{insoddisfacibile in LC} & \text{poichè} \end{array} \right.$$

5 punti

$\vdash \exists x A(x) \rightarrow \exists x (B(x) \& \neg B(x))$	{	valido in LC	poichè
		non valido in LC	poichè
		soddisfacibile in LC	poichè
		insoddisfacibile in LC	poichè

5 punti

$\exists x \neg A(x) \vdash \exists x (A(x) \rightarrow B(x))$	{	valido in LC	poichè
		non valido in LC	poichè
		soddisfacibile in LC	poichè
		insoddisfacibile in LC	poichè

5 punti

$\vdash \exists x (A(x) \vee B(x)) \rightarrow \exists x A(x)$	{	valido in LC	poichè
		non valido in LC	poichè
		soddisfacibile in LC	poichè
		insoddisfacibile in LC	poichè

5 punti

$\vdash \exists x \neg B(x) \& \neg \neg \forall x B(x)$	{	valido in LC	poichè
		non valido in LC	poichè
		soddisfacibile in LC	poichè
		insoddisfacibile in LC	poichè

- Formalizzare in sequente le argomentazioni di seguito. Si provi se il sequente ottenuto è valido e soddisfacibile o meno rispetto alla semantica della logica classica motivando la risposta (nel caso di non validità i punti vanno aumentati della metà arrotondata per eccesso):

– (7 punti)

Ho un'unico libro sul tavolo.

Ho il libro “Manuale di Linux” sul tavolo.

Il “Manuale di Linux ” è diverso dal “Manuale di Unix”.

Se avessi il “Manuale di Unix” sul tavolo sarei più contenta.

si consiglia di usare:

B(x)= ho il libro x sul tavolo

l=Manuale di Linux

u=Manuale di Unix

C=sarei più contenta

valido in LC=	poichè
non valido in LC=	poichè
soddisfacibile in LC=	poichè
insoddisfacibile in LC=	poichè

– (3 punti)

Se vado al cinema o a mangiare una pizza mi diverto.

Non mi diverto solo se non vado a mangiare la pizza.

Solo se vado al cinema e a mangiare una pizza mi diverto.

si consiglia di usare:

D=mi diverto

M=vado a mangiare una pizza

C=vado al cinema

valido in LC	poichè
non valido in LC	poichè
soddisfacibile in LC	poichè
insoddisfacibile in LC	poichè

– (6 punti)

Qualcuno non balla nè il tango e nè la salsa.

Se tutti ballassero o il tango o la salsa tutti ballerebbero qualcosa.

si consiglia di usare:

$B(x,y) = x$ balla y

t=tango

s=salsa

valido in LC	poichè
non valido in LC	poichè
soddisfacibile in LC	poichè
insoddisfacibile in LC	poichè

– (6 punti)

Qualcosa accade per caso.

Tutto ciò che capita non accade per caso.

si consiglia di usare:

$A(x) = x$ accade per caso

$C(x) = x$ capita

valido in LC	poichè
non valido in LC	poichè
soddisfacibile in LC	poichè
insoddisfacibile in LC	poichè

– (10 punti)

Il compitino di oggi è un esame parziale ed è l'unico.

Il primo compitino è un esame parziale.

Il primo compitino è diverso dal primo appello.

Il compitino di oggi è il primo compitino e il primo appello non è un esame parziale.

si consiglia di usare:
 $E(x)$ = x è un esame parziale
 o = compitino di oggi
 c = primo compitino
 a = primo appello

valido in $LC=$	poichè
non valido in $LC=$	poichè
soddisfacibile in $LC=$	poichè
insoddisfacibile in $LC=$	poichè

– (7 punti)

I cani di razza piacciono a qualcuno.

Non si dà che ci sia un cane di razza che non piace a nessuno.

si consiglia di usare:
 $C(x)$ = “x è un cane”
 $R(x)$ = “x è di razza”
 $P(x,y)$ = “x piace a y”

valido in LC	poichè
non valido in LC	poichè
soddisfacibile in LC	poichè
insoddisfacibile in LC	poichè

– (6 punti)

Ogni cane è amato da qualcuno.

Ringo è un cane.

Ringo è amato da qualcuno ma non da tutti.

si consiglia di usare:
 $C(x)$ = “x è un cane”
 r = “Ringo”
 $A(x,y)$ = “x ama y”

valido in LC	poichè
non valido in LC	poichè
soddisfacibile in LC	poichè
insoddisfacibile in LC	poichè

– (6 punti)

Quelli che non fanno sport non hanno cura del proprio corpo.

Uno che non vuole mantenersi in forma allora non fa sport.

Chi ha cura del proprio corpo vuole mantenersi in forma.

si consiglia di usare:
 $F(x)$ = x fa sport
 $C(x)$ = x ha cura del proprio corpo
 $M(x)$ = x vuole mantenersi in forma

valido in LC	poichè
non valido in LC	poichè
soddisfacibile in LC	poichè
insoddisfacibile in LC	poichè

– (7 punti)

Soltanto chi non viola il codice della strada è un automobilista prudente.

Gli automobilisti che violano il codice della strada non sono prudenti.

si consiglia di usare:

$A(x)$ = x è un'automobilista

$P(x)$ = x è prudente

$V(x)$ = x viola il codice della strada

valido in LC	poichè
non valido in LC	poichè
soddisfacibile in LC	poichè
insoddisfacibile in LC	poichè

– (10 punti)

“Se ci fosse qualcuno che se è onesto lui allora tutti sono onesti allora tutti sarebbero felici. ”

si consiglia di usare:

$O(x)$ = x è onesto

$F(x)$ = x è felice

valido in LC	poichè
non valido in LC	poichè
soddisfacibile in LC	poichè
insoddisfacibile in LC	poichè

– (10 punti)

“Non si dà il caso che non tutti aiutino tutti e soltanto quelli che non si aiutano da sè.”

si consiglia di usare:

$A(x,y)$ = “ x aiuta y ”

valido in LC	poichè
non valido in LC	poichè
soddisfacibile in LC	poichè
insoddisfacibile in LC	poichè

- Stabilire quali delle seguenti regole sono valide rispetto alla semantica classica e lo stesso per le loro inverse (l'analisi dell'inversa raddoppia i punti).

- (8 punti)

$$\frac{\Gamma, A(x) \vdash \nabla}{\Gamma, \exists x A(x), C \vdash \nabla} 1$$

- (5 punti)

$$\frac{\Gamma \vdash D, \perp}{\Gamma \vdash C \vee D} \quad 2$$

- (6 punti)

$$\frac{\Gamma \vdash a = b}{\Gamma \vdash \exists x (a = x \ \& \ b = x)} \quad 3$$

- (8 punti) Stabilire se la formalizzazione di

$$\frac{\text{Suona il campanello della ricreazione} \vdash \text{Se } x \text{ è alunno allora } x \text{ esce dalla classe}}{\text{Suona il campanello della ricreazione} \vdash \text{Gli alunni escono dalla classe}} \quad 4$$

è istanza di una regola valida assieme alla sua inversa rispetto alla semantica classica, ove
 $S = \text{“Suona il campanello della ricreazione”}$

$A(x) = \text{“}x \text{ è un alunno”}$

$E(x) = \text{“}x \text{ esce dalla classe”}$

Logica classica- $\text{LC}_=$

$$\begin{array}{c}
\begin{array}{c}
\text{ax-id} \\
\Gamma, A, \Gamma' \vdash \Delta, A, \Delta' \\
\frac{\Sigma, \Gamma, \Theta, \Gamma', \Delta \vdash \Sigma}{\Sigma, \Gamma', \Theta, \Gamma, \Delta \vdash \Sigma} \text{sc}_{\text{sx}}
\end{array}
\quad
\begin{array}{c}
\text{ax-}\perp \\
\Gamma, \perp, \Gamma' \vdash \nabla \\
\frac{\Gamma \vdash \Sigma, \Delta, \Theta, \Delta', \nabla}{\Gamma \vdash \Sigma, \Delta', \Theta, \Delta, \nabla} \text{sc}_{\text{dx}}
\end{array}
\quad
\begin{array}{c}
\text{ax-}\top \\
\Gamma \vdash \Delta, \top, \nabla
\end{array}
\\
\frac{\Gamma, A, B \vdash \Delta}{\Gamma, A \& B \vdash \Delta} \&\text{S}
\quad
\frac{\Gamma \vdash A, \Delta \quad \Gamma \vdash B, \Delta}{\Gamma \vdash A \& B, \Delta} \&\text{-D}
\\
\frac{\Gamma, A \vdash \Delta \quad \Gamma, B \vdash \Delta}{\Gamma, A \vee B \vdash \Delta} \vee\text{-S}
\quad
\frac{\Gamma \vdash A, B, \Delta}{\Gamma \vdash A \vee B, \Delta} \vee\text{D}
\\
\frac{\Gamma \vdash A, \Delta}{\Gamma, \neg A \vdash \Delta} \neg\text{-S}
\quad
\frac{\Gamma, A \vdash \Delta}{\Gamma \vdash \neg A, \Delta} \neg\text{-D}
\\
\frac{\Gamma \vdash A, \Delta \quad \Gamma, B \vdash \Delta}{\Gamma, A \rightarrow B \vdash \Delta} \rightarrow\text{-S}
\quad
\frac{\Gamma, A \vdash B, \Delta}{\Gamma \vdash A \rightarrow B, \Delta} \rightarrow\text{-D}
\\
\frac{\Gamma, \forall x A(x), A(t) \vdash \nabla}{\Gamma, \forall x A(x) \vdash \nabla} \forall\text{-S}
\quad
\frac{\Gamma \vdash A(w), \nabla}{\Gamma \vdash \forall x A(x), \nabla} \forall\text{-D} \ (w \notin VL(\Gamma, \forall x A(x), \nabla))
\\
\frac{\Gamma, A(w) \vdash \nabla}{\Gamma, \exists x A(x) \vdash \nabla} \exists\text{-S} \ (w \notin VL(\Gamma, \exists x A(x), \nabla))
\quad
\frac{\Gamma \vdash A(t), \exists x A(x), \nabla}{\Gamma \vdash \exists x A(x), \nabla} \exists\text{-D}
\\
\frac{\Sigma, t = s, \Gamma(t) \vdash \Delta(t), \nabla}{\Sigma, \Gamma(s), t = s \vdash \Delta(s), \nabla} =\text{-S}
\quad
\begin{array}{c}
=\text{-ax} \\
\Gamma \vdash t = t, \Delta
\end{array}
\end{array}$$

Regole derivate o valide in $\text{LC}_=$

$$\begin{array}{c}
\begin{array}{c}
\neg\text{-ax}_{\text{sx}1} \\
\Gamma, A, \Gamma', \neg A, \Gamma'' \vdash C
\end{array}
\quad
\begin{array}{c}
\neg\text{-ax}_{\text{sx}2} \\
\Gamma, \neg A, \Gamma', A, \Gamma'' \vdash C
\end{array}
\\
\begin{array}{c}
\neg\text{-ax}_{\text{dx}1} \\
\Gamma \vdash \Sigma, A, \Sigma', \neg A, \Sigma''
\end{array}
\quad
\begin{array}{c}
\neg\text{-ax}_{\text{dx}2} \\
\Gamma \vdash \Sigma, \neg A, \Sigma', A, \Sigma''
\end{array}
\\
\frac{\Gamma, A \vdash \Delta}{\Gamma, \neg\neg A \vdash \Delta} \neg\neg\text{-S}
\quad
\frac{\Gamma \vdash A, \Delta}{\Gamma \vdash \neg\neg A, \Delta} \neg\neg\text{-D}
\\
\frac{\Gamma, \Gamma'' \vdash \Sigma}{\Gamma, \Gamma', \Gamma'' \vdash \Sigma} \text{in}_{\text{sx}}
\quad
\frac{\Gamma \vdash \Sigma, \Sigma''}{\Gamma \vdash \Sigma, \Sigma', \Sigma''} \text{in}_{\text{dx}}
\\
\frac{\Gamma, A(t) \vdash \Delta}{\Gamma, \forall x A(x) \vdash \Delta} \forall\text{-Sv}
\quad
\frac{\Gamma \vdash A(t), \Delta}{\Gamma \vdash \exists x A(x), \Delta} \exists\text{-Dv}
\\
\begin{array}{c}
\text{rf}^* \\
\Gamma \vdash \Delta, t = t, \Delta'
\end{array}
\\
\begin{array}{c}
\text{sm}^* \\
\Gamma, t = u \vdash u = t, \Delta
\end{array}
\\
\begin{array}{c}
\text{tra}^* \\
\Gamma, t = v, v = u \vdash t = u, \Delta
\end{array}
\end{array}$$

Si ricorda che $t \neq s \equiv \neg t = s$