

II Appello 17 luglio 2009

nome:

cognome:

- Scrivete in modo CHIARO. Elaborati illegibili non saranno considerati.
- Non si contano le brutte copie.
- Specificate la logica in cui fate le derivazioni.
- Specificate le regole derivate che usate e che non sono menzionate nel foglio allegato al compito.
- Ricordatevi di ESPLICITARE l'uso della regola dello scambio sia a destra che a sinistra del sequente.
- Ricordatevi di LABELLARE LE DERIVAZIONI CON LE REGOLE USATE (se non lo fate perdete punti!)
- Mostrare se i sequenti di seguito sono derivabili o meno in LI e LC:

4 punti

$$\vdash \neg\neg((C \rightarrow C) \vee \neg C) \quad \left\{ \begin{array}{ll} \text{si' in LI} & \text{poichè si deriva cosi'} \\ \text{no in LI} & \text{poichè} \\ \text{si' in LC} & \text{poichè si deriva cosi'} \\ \text{no in LC} & \text{poichè} \end{array} \right.$$

4 punti

$$H \& (M \rightarrow \neg H) \vdash \neg M \quad \left\{ \begin{array}{ll} \text{si' in LI} & \text{poichè si deriva cosi'} \\ \text{no in LI} & \text{poichè} \\ \text{si' in LC} & \text{poichè si deriva cosi'} \\ \text{no in LC} & \text{poichè} \end{array} \right.$$

5 punti

$$\exists x(A(x) \vee B(x)) \vdash \exists x A(x) \vee \exists x B(x) \quad \left\{ \begin{array}{ll} \text{si' in LI} & \text{poichè si deriva cosi'} \\ \text{no in LI} & \text{poichè} \\ \text{si' in LC} & \text{poichè si deriva cosi'} \\ \text{no in LC} & \text{poichè} \end{array} \right.$$

(8 punti)

$$\vdash \exists x \exists y \exists z (x = y \& y = z) \quad \left\{ \begin{array}{ll} \text{si' in LI} & \text{poichè si deriva cosi'} \\ \text{no in LI} & \text{poichè} \\ \text{si' in LC} & \text{poichè si deriva cosi'} \\ \text{no in LC} & \text{poichè} \end{array} \right.$$

$$\vdash \forall x \forall y (x = y \& x \neq y) \quad \left\{ \begin{array}{ll} \text{si' in LI} & \text{poichè si deriva cosi'} \\ \text{no in LI} & \text{poichè} \\ \text{si' in LC} & \text{poichè si deriva cosi'} \\ \text{no in LC} & \text{poichè} \end{array} \right.$$

- Formalizzare in sequente le argomentazioni di seguito. Si provi inoltre la loro correttezza sia in logica intuizionista LI che classica LC facendo riferimento ai calcoli per LI e LC che trovate in allegato:

- (7 punti)

Chi dorme non produce.
 Chi non dorme è stanco.

 O uno è stanco o non produce.
 si consiglia di usare:
 D(x)= x dorme
 S(x)=x è stanco
 P(x)= x produce

corretto in LI	sì	no
corretto in LC	sì	no

- (5 punti)

Se uno è mite e gentile allora è amabile.

 Se uno non è gentile allora non è amabile e neppure mite.
 si consiglia di usare:
 M(x)=x è mite
 G(x)=x è gentile
 A(x)=x è amabile

corretto in LI	sì	no
corretto in LC	sì	no

- (7 punti)

Formalizzare la seguente argomentazione in sequente e derivare quest'ultimo in LI:

Franco è venuto ad una sola riunione.
 Franco è venuto all'ultima riunione.
 Franco è venuto alla riunione del 10 giugno.

 L'ultima riunione è quella del 10 giugno.

si consiglia di usare:

$V(x,y)$ = x è venuto alla riunione y

u=ultima riunione

d=riunione del 10 giugno

f=Franco

- (20 punti) Derivare nell'aritmetica di Heyting $HA = LI + comp_{sx} + comp_{dx}$:
 - 8. $\vdash \forall x (s(x) = s(5) \rightarrow x = 5)$
 - 9. $\vdash 0 = 4 \cdot 0$
 - 10. $\vdash \forall x (x = 7 \rightarrow s(x) = s(7))$
 - 11. $\vdash 5 + 1 = 6$
 - 12. $\vdash 5 \cdot 1 = 5$
- (punti 18) Siano T_{tre}^i e T_{tre}^c le teoria ottenute rispettivamente estendendo LI e LC con composizioni dx e sx con la formalizzazione dei seguenti assiomi:
 - Ax1. Angela è nel primo scompartimento.
 - Ax2. Non si dà il caso che nel secondo scompartimento non ci sia nessuno.
 - Ax3. Nel primo scompartimento c'è il controllore del treno.
 - Ax4. Il controllore del treno non ha pagato il biglietto.
 - Ax5. Angela ha pagato il biglietto.
 - Ax6. Giuliano non è (uguale ad) Angela.
 - Ax7. Giuliano è nel primo scompartimento del treno.
 - Ax8. Nel primo scompartimento ci sono soltanto Giuliano e Angela.

si consiglia di usare:

$T(x,y)$ = x è persona nello scompartimento y del treno

$P(x)$ = x ha pagato il biglietto

p=primo scompartimento

s=secondo scompartimento

g=Giuliano

a=Angela

c=controllore

Derivare:

- 9. Non si dà il caso che nessuno sia nel primo scompartimento. (in T_{tre}^i)
 - 10. Nel secondo scompartimento c'è qualcuno. (in T_{tre}^c)
 - 11. Angela non è (uguale al) controllore del treno. (in T_{tre}^i)
 - 12. Se Angela fosse (uguale al) controllore del treno allora sarebbe l'unica persona nel primo scompartimento. (in T_{tre}^i)
 - 13. Giuliano è il controllore del treno. (in T_{tre}^i)
- (3 punti) Dare la definizione induttiva dell'insieme delle derivazioni di L^\forall con connettivo \forall di LI. Enunciare il loro principio di induzione.

- (4 punti)

Dimostrare per induzione sulle derivazioni di L^\forall che

“se $\Gamma \vdash \Delta$ è derivabile in L^\forall allora sia Γ che Δ contengono almeno una formula”

- Risolvere la seguente equazione definitoria (9 punti):

$$\Gamma \vdash A \circ B \circ C \quad \text{sse} \quad \Gamma, A, B \vdash C$$

- L'equazione sopra è risolvibile in LI con composizioni a destra e a sinistra senza aggiungere un nuovo connettivo? è risolvibile in LC con composizioni a destra e a sinistra senza aggiunta di un nuovo connettivo? (ovvero l'esercizio consiste nel dire se $A \circ B \circ C$ è definibile in LI con composizioni e in caso positivo occorre mostrare che la definizione considerata di $A \circ B \circ C$ soddisfa in LI con composizioni l'equazione sopra; lo stesso dicasi per LC). (9 punti)