

SIMULAZIONE parte teorie- appello 18 dicembre 2020

nome:

cognome:

- Scrivere in modo CHIARO. Elaborati illegibili non saranno considerati.
- NON si contano le BRUTTE copie.
- Si ricorda di ESPLICITARE l'uso della regola dello scambio sia a destra che a sinistra del sequente.
- Si ricorda di ETICHETTARE LE DERIVAZIONI CON LE REGOLE USATE (se non lo fate perdete punti!)
- Si esplicitino le eventuali regole derivate usate che non sono menzionate nel foglio allegato al compito.
- ATTENZIONE: se si risolvono correttamente TUTTI gli esercizi con il segno ++ si prende il voto 30 indipendentemente dall'avere o meno un bonus accumulato.

1. Sia T_{golf} la teoria ottenuta estendendo $LC_{=}$ con la formalizzazione dei seguenti assiomi: (ciascuna formalizzazione conta 1 punto)

- Sara gioca a golf solo se Filippo non ci gioca.
- Sara o Beppe giocano a golf, se e soltanto se, Filippo gioca a golf.
- Se Beppe gioca a golf allora non ci gioca Valerio.
- Se Filippo non gioca a golf allora Valerio e Beppe giocano.
- Ognuno o gioca a golf oppure non ci gioca.

Si consiglia di usare:

$G(x) = x$ gioca a golf,

v=Valerio,

s=Sara,

b=Beppe,

f=Filippo

Formalizzare le seguenti affermazioni e dedurne la validità in T_{task} : (ciascuna derivazione conta 4 punti quando non indicato altrimenti)

- Se Filippo non gioca a golf allora neanche Sara e nè Beppe ci giocano.
- (6 punti) Filippo gioca a golf.
- Sara non gioca a golf.
- Beppe gioca a golf.
- Qualcuno gioca a golf e qualcuno non ci gioca.

2. (++) Sia T_{mon} la teoria ottenuta estendendo $LC_{=}$ con la formalizzazione dei seguenti assiomi:

- (2 punti) La Marmolada è più alta di tutti.
- (1 punto) O il Pelmo è più alto del Grappa o non lo è.
- (2 punti) Non si dà il caso che qualcuno sia più alto di se stesso.
- (2 punti) Non c'è nulla più alto della Marmolada.
- (2 punti) Non è il Pelmo che è più alto dell'Antelao ma l'Antelao è più alto del Pelmo.
- (4 punti) Uno è più alto di un'altro, e quest'altro è più alto di un terzo soltanto se il primo è più alto del terzo.
- (2 punti) Non si dà il caso che il Pelmo non sia più alto del Grappa.

Si consiglia di usare:

$A(x,y)$ = "x è più alto di y"

p = "Pelmo"

a = "Antelao"

g = "Grappa"

m = "Marmolada"

Dedurre poi in T_{mon} le seguenti affermazioni (ciascuna vale 12 punti quando non diversamente indicato):

- (7 punti) Il Pelmo non è più alto della Marmolada.
- Il Pelmo non è il Grappa.
- L'Antelao è più alto del Grappa.

3. (++): Dall'affermazione

Ip In primavera non tutti sono infelici.

si dica quali delle seguenti affermazioni si possono dedurre (la classificazione di ciascuna vale 8 punti se è deducibile e 12 punti se NON lo è):

- A **Se qualcuno è felice allora non è primavera.**
- B **Se è primavera qualcuno è felice.**
- C **Se tutti sono infelici non è primavera.**

Si giustifichi la risposta corretta producendo una sua derivazione nella teoria predicativa

$$T_{Ip} = LC_{=} + Ip$$

dopo aver formalizzato ciascuna affermazione utilizzando:

$F(x)$ = x è felice

P = è primavera

Inoltre si giustifichi le risposte "affermazione X" non corrette classificando in $LC_{=}$ il seguente $Ip \vdash$ "affermazione X".

Logica classica con uguaglianza- $\mathbf{LC}_=$

$\frac{\text{ax-id}}{\Gamma, A, \Gamma' \vdash \Delta, A, \Delta'}$	$\frac{\text{ax-}\perp}{\Gamma, \perp, \Gamma' \vdash \nabla}$	$\frac{\text{ax-tt}}{\Gamma \vdash \nabla, \text{tt}, \nabla'}$
$\frac{\Sigma, \Gamma, \Theta, \Gamma', \Delta \vdash \Sigma'}{\Sigma, \Gamma', \Theta, \Gamma, \Delta \vdash \Sigma'} \text{sc}_{\text{sx}}$	$\frac{\Gamma \vdash \Sigma, \Delta, \Theta, \Delta', \nabla}{\Gamma \vdash \Sigma, \Delta', \Theta, \Delta, \nabla} \text{sc}_{\text{dx}}$	
$\frac{\Gamma, A, B \vdash \Delta}{\Gamma, A \& B \vdash \Delta} \&\text{S}$	$\frac{\Gamma \vdash A, \Delta \quad \Gamma \vdash B, \Delta}{\Gamma \vdash A \& B, \Delta} \&-\text{D}$	
$\frac{\Gamma, A \vdash \Delta \quad \Gamma, B \vdash \Delta}{\Gamma, A \vee B \vdash \Delta} \vee-\text{S}$	$\frac{\Gamma \vdash A, B, \Delta}{\Gamma \vdash A \vee B, \Delta} \vee\text{D}$	
$\frac{\Gamma \vdash A, \Delta}{\Gamma, \neg A \vdash \Delta} \neg-\text{S}$	$\frac{\Gamma, A \vdash \Delta}{\Gamma \vdash \neg A, \Delta} \neg-\text{D}$	
$\frac{\Gamma \vdash A, \Delta \quad \Gamma, B \vdash \Delta}{\Gamma, A \rightarrow B \vdash \Delta} \rightarrow-\text{S}$	$\frac{\Gamma, A \vdash B, \Delta}{\Gamma \vdash A \rightarrow B, \Delta} \rightarrow-\text{D}$	
$\frac{\Gamma, \forall x A(x), A(t) \vdash \nabla}{\Gamma, \forall x A(x) \vdash \nabla} \forall-\text{S}$	$\frac{\Gamma \vdash A(w), \nabla}{\Gamma \vdash \forall x A(x), \nabla} \forall-\text{D} \ (w \notin VL(\Gamma, \forall x A(x), \nabla))$	
$\frac{\Gamma, A(w) \vdash \nabla}{\Gamma, \exists x A(x) \vdash \nabla} \exists-\text{S} \ (w \notin VL(\Gamma, \exists x A(x), \nabla))$	$\frac{\Gamma \vdash A(t), \exists x A(x), \nabla}{\Gamma \vdash \exists x A(x), \nabla} \exists-\text{D}$	
$\frac{\Sigma, t_{ter} = s_{ter}, \Gamma(t_{ter}) \vdash \Delta(t_{ter}), \nabla}{\Sigma, \Gamma(s_{ter}), t_{ter} = s_{ter} \vdash \Delta(s_{ter}), \nabla} =-\text{S}$	$\frac{}{\Gamma \vdash t_{ter} = t_{ter}, \Delta} =-\text{ax}$	

TAUTOLOGIE CLASSICHE

associatività \vee	$(A \vee B) \vee C$	\leftrightarrow	$A \vee (B \vee C)$
associatività $\&$	$(A \& B) \& C$	\leftrightarrow	$A \& (B \& C)$
commutatività \vee	$A \vee B$	\leftrightarrow	$B \vee A$
commutatività $\&$	$A \& B$	\leftrightarrow	$B \& A$
distributività \vee su $\&$	$A \vee (B \& C)$	\leftrightarrow	$(A \vee B) \& (A \vee C)$
distributività $\&$ su \vee	$A \& (B \vee C)$	\leftrightarrow	$(A \& B) \vee (A \& C)$
idempotenza \vee	$A \vee A$	\leftrightarrow	A
idempotenza $\&$	$A \& A$	\leftrightarrow	A
leggi di De Morgan	$\neg(B \vee C)$	\leftrightarrow	$\neg B \& \neg C$
	$\neg(B \& C)$	\leftrightarrow	$\neg B \vee \neg C$
legge della doppia negazione	$\neg \neg A$	\leftrightarrow	A
implicazione classica	$(A \rightarrow C)$	\leftrightarrow	$\neg A \vee C$
disgiunzione come antecedente	$(A \vee B \rightarrow C)$	\leftrightarrow	$(A \rightarrow C) \& (B \rightarrow C)$
congiunzione come antecedente	$(A \& B \rightarrow C)$	\leftrightarrow	$(A \rightarrow (B \rightarrow C))$
legge della contrapposizione	$(A \rightarrow C)$	\leftrightarrow	$(\neg C \rightarrow \neg A)$
legge del modus ponens	$A \& (A \rightarrow C)$	\rightarrow	C
legge della NON contraddizione	$\neg(A \& \neg A)$		
legge del terzo escluso	$A \vee \neg A$		
leggi di De Morgan	$\neg(\exists x A(x))$	\leftrightarrow	$\forall x \neg A(x)$
	$\neg(\forall x A(x))$	\leftrightarrow	$\exists x \neg A(x)$

Regola di composizione

$$\frac{\vdash \mathbf{fr} \quad \Gamma, \mathbf{fr}, \Gamma' \vdash \nabla}{\Gamma, \Gamma' \vdash \nabla} \text{comp}$$

Regole derivate o ammissibili per $\mathbf{LC}_=$

si ricorda che $t \neq s \equiv \neg t = s$

$$\begin{array}{ll} \frac{\neg\neg\mathbf{ax}_{sx1}}{\Gamma, A, \Gamma', \neg A, \Gamma'' \vdash C} & \frac{\neg\neg\mathbf{ax}_{sx2}}{\Gamma, \neg A, \Gamma', A, \Gamma'' \vdash C} \\ \\ \frac{\neg\neg\mathbf{ax}_{dx1}}{\Gamma \vdash \Sigma, A, \Sigma', \neg A, \Sigma''} & \frac{\neg\neg\mathbf{ax}_{dx2}}{\Gamma \vdash \Sigma, \neg A, \Sigma', A, \Sigma''} \\ \\ \frac{\Gamma, A \vdash \Delta}{\Gamma, \neg\neg A \vdash \Delta} \neg\neg\text{-S} & \frac{\Gamma \vdash A, \Delta}{\Gamma \vdash \neg\neg A, \Delta} \neg\neg\text{-D} \\ \\ \frac{\Gamma, \Gamma'' \vdash \Sigma}{\Gamma, \Gamma', \Gamma'' \vdash \Sigma} \text{in}_{\text{sx}} & \frac{\Gamma \vdash \Sigma, \Sigma''}{\Gamma \vdash \Sigma, \Sigma', \Sigma''} \text{in}_{\text{dx}} \\ \\ \frac{\Gamma, A(t) \vdash \Delta}{\Gamma, \forall x A(x) \vdash \Delta} \forall\text{-S}_v & \frac{\Gamma \vdash A(t), \Delta}{\Gamma \vdash \exists x A(x), \Delta} \exists\text{-D}_v \end{array}$$