

## 16. Esercizi su validità regole

Completare la formalizzazione delle seguenti asserzioni e stabilire se sono istanza di una regola valida in logica classica, e dire se la loro inversa è pure valida:

1. 
$$\frac{\text{La cometa } x \text{ entra nell'orbita di cattura del Sole} \vdash C \text{'è un scia luminosa nel cielo.}}{\text{Qualche cometa entra nell'orbita di cattura del Sole} \vdash C \text{'è una scia luminosa nel cielo.}}$$

usando

$C(x) = "x \text{ è una cometa}"$

$O(x, y) = "x \text{ entra nell'orbita di cattura di } y"$

$L = "c \text{'è una scia luminosa nel cielo}"$

$s = "Sole"$

2. 
$$\frac{\text{Pippo vede la stella Sirio} \vdash \text{Il cielo non è nuvoloso.}}{\text{Pippo vede tutte le stelle} \vdash \text{Il cielo non è nuvoloso.}}$$

usando

$V(x, y) = "x \text{ vede } y"$

$S(x) = "x \text{ è una stella}"$

$L = "Il cielo è nuvoloso"$

$p = "Pippo"$

$s = "Sirio"$

3. Stabilire validità e soddisfacibilità dei seguenti usando lo schema riassuntivo allegato:

(a)  $\forall x A(x), A(z) \vdash \forall z A(z)$

(b)  $\exists z A(z) \vdash \forall z A(z)$

## Schema riassuntivo su validità, insoddisfacibilità, soddisfacibilità

Dato sequente  $\Gamma \vdash \Delta$

**passo 1:** si prova a derivarlo in LC

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{se si deriva} & \Rightarrow \text{è valido} \\ \text{se NON si riesce a derivare} & \text{vai al passo 2} \end{array} \right.$$

**passo 2:** costruisci contromodello con foglia di albero che NON si chiude

se esiste contromodello  $\Rightarrow$  il sequente  $\Gamma \vdash \Delta$  è NON valido

e vai al passo 3

**passo 3:** prova a derivare  $\vdash \neg(\Gamma^{\&} \rightarrow \Delta^{\vee})$  in LC

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{se si deriva} & \Rightarrow \Gamma \vdash \Delta \text{ è insoddisfacibile} \\ \text{se NON si riesce a derivare} & \text{applica il passo 2 a } \vdash \neg(\Gamma^{\&} \rightarrow \Delta^{\vee}) \\ & \text{se trovi contromodello di } \neg(\Gamma^{\&} \rightarrow \Delta^{\vee}) \\ & \text{questo è modello di } \Gamma^{\&} \rightarrow \Delta^{\vee} \\ & \text{che è quindi anche modello di } \Gamma \vdash \Delta \\ & \Rightarrow \Gamma \vdash \Delta \text{ è soddisfacibile} \end{array} \right.$$