

3. Esercitazione 3 maggio 2010

- Formalizzare le frasi seguenti e provare la loro correttezza, ovvero mostrare se la loro formalizzazione è valida rispetto alla semantica classica:

1.
$$\frac{\text{Se uno è mite e gentile allora è amabile.}}{\text{Se uno non è gentile allora non è amabile e neppure mite.}}$$

usando:

$M(x)=x$ è mite

$G(x)=x$ è gentile

$A(x)=x$ è amabile

Non tutti i programmi hanno un ciclo.

2.
$$\frac{\text{Se un programma non ha un ciclo termina.}}{\text{Qualche programma non termina.}}$$

usando

$P(x)=$ "x è programma"

$T(x)=$ "x termina"

$C(x)=$ "x un ciclo"

3.
$$\frac{\text{Tutti, se piove, si riparano.}}{\text{Tutti si riparano se piove.}}$$

usando

$P=$ "Piove"

$O(x)=$ "x si ripara"

4.
$$\frac{\text{Non si dà il caso che qualcuno sia più alto di Piero.}}{\text{C'è qualcuno di cui nessuno è più alto.}}$$

usando

$\overline{p}=$ "Piero"

$A(x, y)=$ "x è più alto di y"

5.
$$\frac{\text{Non si dà il caso che qualcuno sia più alto di Piero.}}{\text{Nessuno è più alto di Piero.}}$$

usando

$\overline{p}=$ "Piero"

$A(x, y)=$ "x è più alto di y"

Solo se uno è italiano o francese può partecipare al programma di scambio culturale Italia-Francia.

Marc non è italiano.

6.
$$\frac{\text{Marc può partecipare al programma di scambio culturale Italia-Francia.}}{\text{Marc è francese.}}$$

usando

$\overline{m}=$ "Marc"

$I(x)=$ "x è italiano"

$F(x)=$ "x è francese"

$P(x)=$ "x può partecipare al programma di scambio culturale Italia-Francia"

- Se uno è italiano o francese può partecipare al programma di scambio culturale Italia-Francia.
 Marc non è italiano.
 7. $\frac{\text{Marc può partecipare al programma di scambio culturale Italia-Francia.}}{\text{Marc è francese.}}$

usando

\overline{m} ="Marc"

$I(x)$ ="x è italiano"

$F(x)$ ="x è francese"

$P(x)$ =" x può partecipare al programma di scambio culturale Italia-Francia"

- Si ricorda che una proposizione **A** si dice

VALIDA se è valida in ogni interpretazione

SODDISFACIBILE se è valida in qualche interpretazione

NON VALIDA se NON è valida in qualche interpretazione

INSODDISFACIBILE se NON è MAI valida

- Stabilire quali delle seguenti sono VALIDE e nel caso negativo dire se sono SODDISFACIBILI o NON VALIDE o INSODDISFACIBILI:

1. $\models \forall x A(x) \& B(x) ?$
2. $\models \exists x \perp \vee A(x) ?$
3. $\models \exists x \perp ?$
4. $\models \exists x A(x) \rightarrow \forall x A(x) ?$
5. $\models A(c) \rightarrow \exists x A(x) ?$
6. $\models \forall x A(x) \rightarrow \exists x A(x) ?$
7. $\models \forall x A(x) \rightarrow A(c) ?$
8. $\models \forall x (B(x) \vee (P(x) \rightarrow P(x))) ?$
9. $\models \neg \exists x A(x) \rightarrow \forall x \neg A(x) ?$
10. $\models \forall x \neg A(x) \rightarrow \neg \exists x A(x) ?$
11. $\models \neg \forall x A(x) \rightarrow \exists x \neg A(x) ?$
12. $\models \exists x \neg A(x) \rightarrow \neg \forall x A(x) ?$
13. $\models \exists x \neg A(x) \rightarrow \forall x A(x) ?$

- i. Mostrare la validità rispetto alla semantica classica della regola

$$\frac{\Gamma, A \vdash B, \Delta}{\Gamma \vdash A \rightarrow B, \Delta} \rightarrow -D$$

ii. scrivere l'inversa della regola sopra e mostrare la sua validità.

iii. la regola

$$\frac{\Gamma, \neg B \vdash A, \Delta}{\Gamma, A \rightarrow B \vdash \Delta} \neg -S$$

è valida? Giustificare la risposta.

- mostrare che la seguente regola è sicura

$$\frac{\Gamma \vdash A(t), \exists x A(x), \nabla}{\Gamma \vdash \exists x A(x), \nabla} \exists-D$$

- mostrare che la seguente regola è valida

$$\frac{A(x) \vdash B(x)}{A(c) \vdash B(c)} \text{ sost}$$

è anche sicura?

- la regola

$$\frac{\Gamma \vdash A(x), \exists x A(x), \nabla}{\Gamma \vdash \exists x A(x), \nabla} \exists-D$$

è valida ? è sicura?

- la regola

$$\frac{\Gamma \vdash \Delta}{\Gamma \vdash B, \Delta} \text{ ind-D}$$

è valida? è sicura?

- la regola

$$\frac{\Gamma \vdash \Delta}{\Gamma, B \vdash \Delta} \text{ ind-S}$$

è sicura?

- la regola

$$\frac{\Gamma, A, A, \Gamma' \vdash \Delta}{\Gamma, A, \Gamma' \vdash \Delta} \text{ con-S}$$

è valida? è sicura?

- la regola

$$\frac{\Sigma \vdash A \quad \Gamma, A, \Gamma' \vdash \Delta}{\Gamma, \Sigma, \Gamma' \vdash \Delta} \text{ comp-S}$$

è valida? è sicura?

- la regola

$$\frac{\Gamma \vdash \Delta, A, \Delta' \quad A \vdash \nabla}{\Gamma \vdash \Delta, \nabla, \Delta'} \text{ comp-D}$$

è valida? è sicura?

Spunti per approfondimento personale fuori programma:

- Mostrare che la regola

$$\frac{\Gamma \vdash \Delta}{\Gamma \vdash B, \Delta} \text{ ind-D}$$

trasforma sequenti derivabili in logica classica proposizionale LC_p^{abbr} in sequenti derivabili: ovvero che se abbiamo una derivazione di $\Gamma \vdash \Delta$, ne abbiamo anche una per $\Gamma \vdash B, \Delta$.

- Si può dare la definizione di validità di un predicato in un dominio D facendo riferimento solo a formule senza variabili libere???

suggerimento: dare definizione di interpretazione di un predicato solo per formule senza variabili libere rispetto ad un dominio D dopo aver fissato interpretazioni costanti e predicati atomici come a lezione; poi definire l'interpretazione di una formula con una variabile libera....