

## Preappello 10 giugno 2009

nome:

cognome:

- Scrivete in modo CHIARO. Elaborati illegibili non saranno considerati.
- Non si contano le brutte copie.
- Specificate la logica in cui fate le derivazioni.
- Specificate le regole derivate che usate e che non sono menzionate nel foglio allegato al compito.
- Ricordatevi di **ESPLICITARE** l'uso della regola dello scambio sia a destra che a sinistra del sequente.
- Ricordatevi di **LABELLARE LE DERIVAZIONI CON LE REGOLE USATE** (se non lo fate perdete punti!)
- Mostrare se i sequenti di seguito sono derivabili o meno in LI e LC:

3 punti

$$B \& (D \vee B) \vdash (D \& B) \vee D$$

{	si' in LI	poichè si deriva cosi' ....
	no in LI	poichè .....
	si' in LC	poichè si deriva cosi' ....
	no in LC	poichè .....

4 punti

$$\vdash (A \& C \rightarrow B) \vee (B \rightarrow A \& C)$$

{	si' in LI	poichè si deriva cosi' ....
	no in LI	poichè .....
	si' in LC	poichè si deriva cosi' ....
	no in LC	poichè .....

3 punti

$$\exists x (C(x) \& D(x)) \vdash \exists x C(x) \vee \forall x D(x)$$

{	si' in LI	poichè si deriva cosi' ....
	no in LI	poichè .....
	si' in LC	poichè si deriva cosi' ....
	no in LC	poichè .....

(7 punti)

(II compito)

$\vdash \exists x \forall y x \neq y$	{	si' in LI	poichè si deriva cosi' ....
		no in LI	poichè .....
		si' in LC	poichè si deriva cosi' ....
		no in LC	poichè .....

(II compito)

$\vdash \exists x \exists y x = y$	{	si' in LI	poichè si deriva cosi' ....
		no in LI	poichè .....
		si' in LC	poichè si deriva cosi' ....
		no in LC	poichè .....

- Formalizzare in sequente le argomentazioni di seguito. Si provi inoltre la loro correttezza sia in logica intuizionista LI che classica LC facendo riferimento ai calcoli per LI e LC che trovate in allegato:

- (4 punti II compito)

Tutti quelli che ridono non sono arrabbiati.

Carlo non ride.

---

Carlo è arrabbiato.

si consiglia di usare:

$R(x)=x$  ride,  $A(x)=x$  è arrabbiato,  $c=$ Carlo.

corretto in LI	sì	no
corretto in LC	sì	no

- (5 punti) (II compito)

Che ci sia qualcuno che mi inviti ad uscire o non ci sia io comunque me la passo bene comunque .

---

Io me la passo bene comunque.

si consiglia di usare:

$B =$  Io me la passo bene comunque.

$I(x)= x$  mi invita ad uscire

corretto in LI	sì	no
corretto in LC	sì	no

- (5 punti)

Formalizzare la seguente argomentazione in sequente e derivare quest'ultimo in LI:

Ho un'unico libro in borsa.

Ho il libro "Manuale di Logica" in borsa.

Il "Manuale di Logica" è diverso dal "Manuale di Unix"

---

Non ho il "Manuale di Unix" in borsa.

si consiglia di usare:

$B(x)=$  ho in borsa il libro  $x$

l="Manuale di Logica"  
u="Manuale di Unix"

- (II compitino) Derivare nell'aritmetica di Heyting:

- $\vdash 1 \cdot 0 = 0$  (3 punti)
- $\vdash 0 \cdot 1 = 0$  (7 punti)

- (punti 18) (II compitino) Sia  $T_{squa}^i$  le teoria ottenute rispettivamente estendendo LI con composizioni dx e sx con la formalizzazione dei seguenti assiomi:

- Ax1. Ogni persona tifosa di una squadra di calcio è tifosa di una sola squadra.
- Ax2. Esistono persone non tifose di una squadra di calcio.
- Ax3. Esistono persone tifose di una squadra di calcio diversa dal Milan.
- Ax4. Carlo è un tifoso della Juventus o del Milan.
- Ax5. L'Inter è diverso dal Milan.

si consiglia di usare:

$T(x, y) = x$  è persona tifosa della squadra di calcio y.

$\bar{i}$ =Inter

$\bar{j}$ =Juventus

$\bar{m}$ =Milan

Derivare in  $T_{squa}^i$ :

- 6. Non tutti sono tifosi.
- 7. Qualcuno è tifoso di una squadra.
- 8. Se Carlo non è tifoso della Juventus allora è tifoso del Milan.
- 9. Se tutti fossero tifosi allora tutti sarebbero tifosi della Juventus.
- 10. Se qualcuno è tifoso dell'Inter allora non è tifoso del Milan.

- (II comp)(15 punti)

Siano  $T_{alt}^{cla}$  classico e  $T_{alt}^{int}$  le teorie ottenute rispettivamente estendendo  $LC_{\leq}^c$  ed  $LI_{\leq}^c$  con la formalizzazione dei seguenti assiomi:

- Ax 1. Pietro è più alto di Agnese.
- Ax 2. Nessuno è più alto di Giacomo.
- Ax 3. Se qualcuno è più alto di Pietro allora è più alto di Giacomo.
- Ax 4. Agnese è più alta di Chiara.
- Ax 5. Non si dà il caso che Chiara non sia più alta di Tobia.
- Ax 6. Se uno è più alto di un altro e quest'altro è più alto di un terzo, il primo è più alto del terzo.

suggerimento: si consiglia di usare:

$A(x, y) = x$  è più alto di y

g=Giacomo, p= Pietro, a= Agnese, c= Chiara, t=Tobia

uno=x, altro =y, terzo=z

Dopo aver formalizzato le frasi seguenti mostrarne una derivazione nella teoria indicata:

Derivare

- 7. Qualcuno è più alto di Agnese. (in  $T_{alt}^{int}$ )
- 8. Nessuno è più alto di Pietro. (in  $T_{alt}^{int}$ )
- 9. Pietro è più alto di Chiara. (in  $T_{alt}^{int}$ )
- 10. Chiara è più alta di Tobia. (in  $T_{alt}^{cla}$ )
- - **(II comp)** (3 punti) Dare la definizione induttiva dell'insieme delle derivazioni di  $L^{\vee, \perp}$  con connettivo  $\vee$  e il falso  $\perp$  di LI. Enunciare il loro principio di induzione.
- **(II comp)** (4 punti)  
 Dimostrare per induzione sulle derivazioni di  $L^{\vee, \perp}$  che  
 “se  $\Gamma \vdash \Delta$  è derivabile in  $L^{\vee, \perp}$  allora  $\Gamma$  contiene almeno una formula”
- Risolvere la seguente equazione definitoria (9 punti):

$$A \circ B \circ C \vdash \Gamma \quad \text{sse} \quad A, B \vdash \Gamma \quad e \quad C \vdash \Gamma$$

- L'equazione sopra è risolvibile in LI con composizioni a destra e a sinistra senza aggiungere un nuovo connettivo? è risolvibile in LC con composizioni a destra e a sinistra senza aggiunta di un nuovo connettivo? (ovvero l'esercizio consiste nel dire se  $A \circ B \circ C$  è definibile in LI con composizioni e in caso positivo occorre mostrare che la definizione considerata di  $A \circ B \circ C$  soddisfa in LI con composizioni l'equazione sopra; lo stesso dicasi per LC). (9 punti)