

# I-Compitino 6 giugno 2011

Nome

Cognome

- Scrivete in modo CHIARO. Elaborati illegibili non saranno considerati.
- NON si contano le BRUTTE copie.
- Ricordatevi di ESPLICITARE l'uso della regola dello scambio sia a destra che a sinistra del sequente.
- Ricordatevi di LABELLARE LE DERIVAZIONI CON LE REGOLE USATE (se non lo fate perdete punti!)
- Specificate le eventuali regole derivate che usate e che non sono menzionate nel foglio allegato al compito.
- Mostrare se i sequenti di seguito sono validi o meno, e soddisfacibili o insoddisfacibili, in logica classica (nel caso di non validità i punti vanno aumentati della metà arrotondata per eccesso)

2 punti

$$(B \rightarrow A) \rightarrow (A \rightarrow C) \vdash (B \rightarrow C) \rightarrow A \quad \left\{ \begin{array}{ll} \text{valido in LC} & \text{poichè ....} \\ \text{non valido in LC} & \text{poichè .....} \\ \text{soddisfacibile in LC} & \text{poichè .....} \\ \text{insoddisfacibile in LC} & \text{poichè .....} \end{array} \right.$$

3 punti

$$\neg(A \rightarrow \neg B \vee \neg A) \leftrightarrow \neg(B \& A) \vdash \neg B \leftrightarrow B \quad \left\{ \begin{array}{ll} \text{valido in LC} & \text{poichè ....} \\ \text{non valido in LC} & \text{poichè .....} \\ \text{soddisfacibile in LC} & \text{poichè .....} \\ \text{insoddisfacibile in LC} & \text{poichè .....} \end{array} \right.$$

5 punti

$$\exists x (B(x) \vee C(x)) \vdash \exists x B(x) \vee \exists x C(x) \quad \left\{ \begin{array}{ll} \text{valido in LC} & \text{poichè ....} \\ \text{non valido in LC} & \text{poichè .....} \\ \text{soddisfacibile in LC} & \text{poichè .....} \\ \text{insoddisfacibile in LC} & \text{poichè .....} \end{array} \right.$$

5 punti

$$\vdash \forall y \exists x (A(x) \rightarrow \neg A(x)) \quad \left\{ \begin{array}{ll} \text{valido in LC} & \text{poichè ....} \\ \text{non valido in LC} & \text{poichè .....} \\ \text{soddisfacibile in LC} & \text{poichè .....} \\ \text{insoddisfacibile in LC} & \text{poichè .....} \end{array} \right.$$

6 punti

$$\vdash \forall y \exists x A(y, x) \rightarrow \exists x \forall y A(y, x) \quad \left\{ \begin{array}{ll} \text{valido in LC} & \text{poichè ....} \\ \text{non valido in LC} & \text{poichè .....} \\ \text{soddisfacibile in LC} & \text{poichè .....} \\ \text{insoddisfacibile in LC} & \text{poichè .....} \end{array} \right.$$

6 punti

$$\vdash \exists x \forall y \neg A(x, y) \rightarrow \forall y \exists x \neg A(x, y) \quad \left\{ \begin{array}{ll} \text{valido in LC} & \text{poichè ....} \\ \text{non valido in LC} & \text{poichè .....} \\ \text{soddisfacibile in LC} & \text{poichè .....} \\ \text{insoddisfacibile in LC} & \text{poichè .....} \end{array} \right.$$

5 punti

$$\vdash \neg \exists x (A(x) \& B(x)) \rightarrow \forall x (\neg A(x) \vee \neg B(x)) \quad \left\{ \begin{array}{ll} \text{valido in LC} & \text{poichè ....} \\ \text{non valido in LC} & \text{poichè .....} \\ \text{soddisfacibile in LC} & \text{poichè .....} \\ \text{insoddisfacibile in LC} & \text{poichè .....} \end{array} \right.$$

5 punti

$$\vdash \exists x (\perp \& A(x)) \vee \forall x (A(x) \& \neg C(x) \rightarrow \neg \neg A(x)) \quad \left\{ \begin{array}{ll} \text{valido in LC} & \text{poichè ....} \\ \text{non valido in LC} & \text{poichè .....} \\ \text{soddisfacibile in LC} & \text{poichè .....} \\ \text{insoddisfacibile in LC} & \text{poichè .....} \end{array} \right.$$

5 punti

$$\vdash \neg(\forall x (A(x) \rightarrow \perp) \rightarrow \exists x (A(x) \rightarrow C(x))) \quad \left\{ \begin{array}{ll} \text{valido in LC} & \text{poichè ....} \\ \text{non valido in LC} & \text{poichè .....} \\ \text{soddisfacibile in LC} & \text{poichè .....} \\ \text{insoddisfacibile in LC} & \text{poichè .....} \end{array} \right.$$

- Formalizzare in sequente le argomentazioni di seguito. Si provi se il sequente ottenuto è valido e soddisfacibile o meno rispetto alla semantica della logica classica motivando la risposta (nel caso di non validità i punti vanno aumentati della metà arrotondata per eccesso):

– 5 punti

O esco la sera e quindi mi diverto, oppure mi riposo se non esco la sera.  
O mi diverto o mi riposo.

si consiglia di usare:

E=esco la sera

D=mi diverto

R= mi riposo

valido in LC	poichè ....
non valido in LC	poichè .....
soddisfacibile in LC	poichè .....
insoddisfacibile in LC	poichè .....

– 6 punti

Gli informatici bravi trovano subito lavoro.

Chi trova subito lavoro è fortunato.

---

Un bravo informatico è fortunato.

si consiglia di usare:

$I(x)$  =  $x$  è un informatico bravo

$L(x)$  =  $x$  trova subito lavoro

$F(x)$  =  $x$  è fortunato

valido in LC	poichè ....
non valido in LC	poichè .....
soddisfacibile in LC	poichè .....
insoddisfacibile in LC	poichè .....

– 6 punti

Chi programma bene sa dimostrare che il suo programma è corretto.

---

Non si dà il caso che esista qualcuno che non programmi bene  
e non sappia dimostrare che il suo programma è corretto.

si consiglia di usare:

$B(x)$  =  $x$  programma bene

$S(x)$  =  $x$  sa dimostrare che il suo programma è corretto

valido in LC	poichè ....
non valido in LC	poichè .....
soddisfacibile in LC	poichè .....
insoddisfacibile in LC	poichè .....

– 6 punti

O chi governa è saggio e opera bene oppure non è saggio e non opera bene.

---

Non esiste uno che governa, opera bene e non è saggio.

si consiglia di usare:

$G(x)$  =  $x$  governa

$O(x)$  =  $x$  opera bene

$S(x)$  =  $x$  è saggio

valido in LC	poichè ....
non valido in LC	poichè .....
soddisfacibile in LC	poichè .....
insoddisfacibile in LC	poichè .....

– 6 punti

Nessuno adora il mondo e non lo rispetta.

---

Tutti quelli che adorano il mondo lo rispettano.

si consiglia di usare:

$A(x)$  =  $x$  adora il mondo

$R(x)$  =  $x$  rispetta il mondo

valido in LC	poichè ....
non valido in LC	poichè .....
soddisfacibile in LC	poichè .....
insoddisfacibile in LC	poichè .....

– 7 punti

Nessuno si crea da sè.  


---

Ognuno è creato da qualcuno.

si consiglia di usare:

$C(x,y) = x \text{ crea } y$

valido in LC	poichè ....
non valido in LC	poichè .....
soddisfacibile in LC	poichè .....
insoddisfacibile in LC	poichè .....

– 8 punti

Se i potenti non pensano a tutti allora essi fanno il bene di qualcuno ma non di tutti.  
Se i potenti pensano a tutti, allora essi fanno il bene di tutti.  


---

I potenti fanno il bene di tutti oppure i potenti non fanno il bene di tutti.

si consiglia di usare:

$O(x) = x \text{ è potente}$

$P(x,y) = x \text{ pensa a } y$

$B(x,y) = x \text{ fa il bene di } y$

valido in LC	poichè ....
non valido in LC	poichè .....
soddisfacibile in LC	poichè .....
insoddisfacibile in LC	poichè .....

– 6 punti

Non si dà il caso che qualcuno non ami le vacanze.  


---

Quelli che non amano le vacanze non sanno vivere.

si consiglia di usare:

$V(x) = x \text{ ama le vacanze}$

$R(x) = x \text{ sa vivere}$

valido in LC	poichè ....
non valido in LC	poichè .....
soddisfacibile in LC	poichè .....
insoddisfacibile in LC	poichè .....

– 13 punti

Ognuno possiede soltanto ciò che ha donato a qualcuno.  
Uno è posseduto da ciò che non ha donato a nessuno.  


---

Nessuno possiede ciò che non ha donato a nessuno.

si consiglia di usare:

$P(x,y) = x \text{ possiede } y$

$D(x,y,z) = x \text{ ha donato } y \text{ a } z$

valido in LC	poichè ....
non valido in LC	poichè .....
soddisfacibile in LC	poichè .....
insoddisfacibile in LC	poichè .....

– 9 punti

“Non tutti stimano qualcuno che stima tutti e soli quelli che non stimano se stessi”

si consiglia di usare:

$A(x,y)=x$  stima  $y$

valido in LC	poichè ....
non valido in LC	poichè .....
soddisfacibile in LC	poichè .....
insoddisfacibile in LC	poichè .....

- Stabilire quali delle seguenti regole sono valide e lo stesso per le loro inverse (l’analisi dell’inversa raddoppia i punti).

- (9 punti)

$$\frac{\Gamma, A(x) \vdash \Delta}{\Gamma, \exists x A(x) \vdash \Delta} \quad 1$$

- (4 punti)

$$\frac{\Gamma, D \vdash B}{\Gamma, C \vdash \neg D \vee B} \quad 2$$

- (10 punti)

$$\frac{\Gamma, \exists x (A(x) \vee B(x)) \vdash \nabla}{\Gamma, \forall x A(x) \vdash \nabla} \quad 3$$

## Logica classica- LC

$\frac{\Gamma, A, \Gamma' \vdash \Delta, A, \Delta'}{\Gamma, A, \Gamma' \vdash \Delta, A, \Delta'} \text{ ax-id}$	$\frac{\Gamma, \perp, \Gamma' \vdash \nabla}{\Gamma, \perp, \Gamma' \vdash \nabla} \text{ ax-}\perp$
$\frac{\Sigma, \Gamma, \Theta, \Gamma', \Delta \vdash \Sigma}{\Sigma, \Gamma', \Theta, \Gamma, \Delta \vdash \Sigma} \text{ sc}_{\text{sx}}$	$\frac{\Gamma \vdash \Sigma, \Delta, \Theta, \Delta', \nabla}{\Gamma \vdash \Sigma, \Delta', \Theta, \Delta, \nabla} \text{ sc}_{\text{dx}}$
$\frac{\Gamma, A, B \vdash \Delta}{\Gamma, A \& B \vdash \Delta} \&\text{S}$	$\frac{\Gamma \vdash A, \Delta \quad \Gamma \vdash B, \Delta}{\Gamma \vdash A \& B, \Delta} \&\text{-D}$
$\frac{\Gamma, A \vdash \Delta \quad \Gamma, B \vdash \Delta}{\Gamma, A \vee B \vdash \Delta} \vee\text{-S}$	$\frac{\Gamma \vdash A, B, \Delta}{\Gamma \vdash A \vee B, \Delta} \vee\text{D}$
$\frac{\Gamma \vdash A, \Delta}{\Gamma, \neg A \vdash \Delta} \neg\text{-S}$	$\frac{\Gamma, A \vdash \Delta}{\Gamma \vdash \neg A, \Delta} \neg\text{-D}$
$\frac{\Gamma \vdash A, \Delta \quad \Gamma, B \vdash \Delta}{\Gamma, A \rightarrow B \vdash \Delta} \rightarrow\text{-S}$	$\frac{\Gamma, A \vdash B, \Delta}{\Gamma \vdash A \rightarrow B, \Delta} \rightarrow\text{-D}$
$\frac{\Gamma, \forall x A(x), A(t) \vdash \nabla}{\Gamma, \forall x A(x) \vdash \nabla} \forall\text{-S}$	$\frac{\Gamma \vdash A(w), \nabla}{\Gamma \vdash \forall x A(x), \nabla} \forall\text{-D } (w \notin VL(\Gamma, \forall x A(x), \nabla))$
$\frac{\Gamma, A(w) \vdash \nabla}{\Gamma, \exists x A(x) \vdash \nabla} \exists\text{-S } (w \notin VL(\Gamma, \exists x A(x), \nabla))$	$\frac{\Gamma \vdash A(t), \exists x A(x), \nabla}{\Gamma \vdash \exists x A(x), \nabla} \exists\text{-D}$

### Regole derivate o ammissibili in LC

$\frac{\neg\text{-ax}_{\text{sx}1}}{\Gamma, A, \Gamma', \neg A, \Gamma'' \vdash C}$	$\frac{\neg\text{-ax}_{\text{sx}2}}{\Gamma, \neg A, \Gamma', A, \Gamma'' \vdash C}$
$\frac{\neg\text{-ax}_{\text{dx}1}}{\Gamma \vdash \Sigma, A, \Sigma', \neg A, \Sigma''}$	$\frac{\neg\text{-ax}_{\text{dx}2}}{\Gamma \vdash \Sigma, \neg A, \Sigma', A, \Sigma''}$
$\frac{\Gamma, A \vdash \Delta}{\Gamma, \neg\neg A \vdash \Delta} \neg\neg\text{-S}$	$\frac{\Gamma \vdash A, \Delta}{\Gamma \vdash \neg\neg A, \Delta} \neg\neg\text{-D}$
$\frac{\Gamma, \Gamma'' \vdash \Sigma}{\Gamma, \Gamma', \Gamma'' \vdash \Sigma} \text{ in}_{\text{sx}}$	$\frac{\Gamma \vdash \Sigma, \Sigma''}{\Gamma \vdash \Sigma, \Sigma', \Sigma''} \text{ in}_{\text{dx}}$
$\frac{\Sigma, \Gamma, \Gamma, \Delta \vdash A}{\Sigma, \Gamma, \Delta \vdash A} \text{ cn}_{\text{sx}}$	$\frac{\Gamma \vdash \Sigma, \Delta, \Delta, \nabla}{\Gamma \vdash \Sigma, \Delta, \nabla} \text{ cn}_{\text{dx}}$
$\frac{\Gamma, A \vdash \Delta}{\Gamma, A \& B \vdash \Delta} \&\text{-re}_1$	$\frac{\Gamma, B \vdash \Delta}{\Gamma, A \& B \vdash \Delta} \&\text{-re}_2$
$\frac{\Gamma \vdash A, \Delta}{\Gamma \vdash A \vee B, \Delta} \vee\text{-re}_1$	$\frac{\Gamma \vdash B, \Delta}{\Gamma \vdash A \vee B, \Delta} \vee\text{-re}_2$
$\frac{\Gamma, A(t) \vdash \Delta}{\Gamma, \forall x A(x) \vdash \Delta} \forall\text{-re}$	$\frac{\Gamma \vdash A(t), \Delta}{\Gamma \vdash \exists x A(x), \Delta} \exists\text{-re}$
$\frac{\Gamma' \vdash A \quad \Gamma, A, \Gamma'' \vdash \nabla}{\Gamma, \Gamma', \Gamma'' \vdash \nabla} \text{ comp}_{\text{sx}}$	$\frac{\Gamma \vdash \Sigma, A, \Sigma'' \quad A \vdash \Sigma'}{\Gamma \vdash \Sigma, \Sigma', \Sigma''} \text{ comp}_{\text{dx}}$