

### 3. Esercitazione 20 maggio 2011

- Formalizzare le argomentazioni in sequente e mostrare se la loro formalizzazione è valida rispetto alla semantica classica, ovvero se il sequente ottenuto è valido e in caso contrario si dica se è non valido e soddisfacibile o insoddisfacibile:

1. 
$$\frac{\text{Non si dà il caso che l'acqua non sia potabile e non sia un bene comune.}}{\text{L'acqua è un bene comune.}}$$

usando

$A = \text{"l'acqua è potabile"}$

$B = \text{"l'acqua è bene comune"}$

2. 
$$\frac{\text{Non tutti i programmi sono utili e corretti.}}{\text{Esiste un programma non utile.}}$$

usando

$P(x) = \text{"x è un programma"}$

$U(x) = \text{"x è utile"}$

$C(x) = \text{"x è corretto"}$

3. 
$$\frac{\text{Non tutti i programmi sono utili e corretti.}}{\text{Esiste un programma non utile o esiste un programma non corretto.}}$$

usando

$P(x) = \text{"x è un programma"}$

$U(x) = \text{"x è utile"}$

$C(x) = \text{"x è corretto"}$

4. 
$$\frac{\text{Non si dà il caso che non vinci e non perdi.}}{\text{Non vinci solo se non perdi.}}$$

usando

$V = \text{"vinci"}$

$P = \text{"perdi"}$

Solo i buoni sono stimati da tutti.

5. 
$$\frac{\text{Alberto è buono.}}{\text{Alberto è stimato da tutti.}}$$

usando

$S(x, y) = \text{"x stima y"}$

$B(x) = \text{"x è buono"}$

$a = \text{"Alberto"}$

I buoni e soltanto loro sono stimati da tutti.

6. 
$$\frac{\text{Alberto è buono.}}{\text{Alberto è stimato da tutti.}}$$

usando

$S(x, y) = \text{"x stima y"}$

$B(x) = \text{"x è buono"}$

$a = \text{"Alberto"}$

Ciascuno possiede ciò che non ha perduto.

7. 
$$\frac{\text{Alberto non ha perduto la Ferrari testa rossa.}}{\text{Alberto possiede la Ferrari testa rossa.}}$$

usando  
 $P(x, y) =$  "x possiede y"  
 $E(x, y) =$  "x ha perduto y"  
 $f =$  "Ferrari testa rossa"

- Solo i buoni sono stimati da tutti.  
 8.  $\frac{\text{Alberto è stimato da tutti.}}{\text{Alberto è buono.}}$

usando  
 $S(x, y) =$  "x stima y"  
 $B(x) =$  "x è buono"  
 $a =$  "Alberto"

9.  $\frac{\text{Nessuno è buono e cattivo.}}{\text{Ogni buono non è cattivo.}}$

usando  
 $C(x) =$  "x è cattivo"  
 $B(x) =$  "x è buono"  
 $a =$  "Alberto"

10.  $\frac{\text{Se uno è mite e gentile allora è amabile.}}{\text{Se uno non è gentile allora non è amabile e neppure mite.}}$

usando:  
 $M(x) =$  x è mite  
 $G(x) =$  x è gentile  
 $A(x) =$  x è amabile

- Non tutti i programmi hanno un ciclo.  
 11.  $\frac{\text{Se un programma non ha un ciclo termina.}}{\text{Qualche programma non termina.}}$

usando  
 $P(x) =$  "x è programma"  
 $T(x) =$  "x termina"  
 $C(x) =$  "x un ciclo"

12.  $\frac{\text{Tutti, se piove, si riparano.}}{\text{Tutti si riparano se piove.}}$

usando  
 $P =$  "Piove"  
 $0(x) =$  "x si ripara"

13.  $\frac{\text{Non si dà il caso che qualcuno sia più alto di Piero.}}{\text{C'è qualcuno di cui nessuno è più alto.}}$

usando  
 $\bar{p} =$  "Piero"  
 $A(x, y) =$  "x è più alto di y"

14.  $\frac{\text{Non si dà il caso che qualcuno sia più alto di Piero.}}{\text{Nessuno è più alto di Piero.}}$

usando  
 $\overline{p}$ ="Piero"  
 $A(x, y)$ ="x è più alto di y"

15. Solo se uno è italiano o francese può partecipare al programma di scambio culturale Italia-Francia.  
 Marc non è italiano.  
 Marc può partecipare al programma di scambio culturale Italia-Francia.  


---

 Marc è francese.

usando  
 $\overline{m}$ ="Marc"  
 $I(x)$ ="x è italiano"  
 $F(x)$ ="x è francese"  
 $P(x)$ =" x può partecipare al programma di scambio culturale Italia-Francia"

16. Se uno è italiano o francese può partecipare al programma di scambio culturale Italia-Francia.  
 Marc non è italiano.  
 Marc può partecipare al programma di scambio culturale Italia-Francia.  


---

 Marc è francese.

usando  
 $\overline{m}$ ="Marc"  
 $I(x)$ ="x è italiano"  
 $F(x)$ ="x è francese"  
 $P(x)$ =" x può partecipare al programma di scambio culturale Italia-Francia"

- Stabilire quali delle seguenti sono VALIDE e nel caso negativo dire se sono SODDISFACIBILI o NON VALIDE o INSODDISFACIBILI:

1.  $\models \forall x A(x) \& B(x)$  ?
2.  $\models \exists x \perp \vee A(x)$  ?
3.  $\models \exists x \perp$  ?
4.  $\models \exists x A(x) \rightarrow \forall x A(x)$  ?
5.  $\models A(c) \rightarrow \exists x A(x)$  ?
6.  $\models \forall x A(x) \rightarrow \exists x A(x)$  ?
7.  $\models \forall x A(x) \rightarrow A(c)$  ?
8.  $\models \forall x ( B(x) \vee (P(x) \rightarrow P(x)) )$  ?
9.  $\models \neg \exists x A(x) \rightarrow \forall x \neg A(x)$  ?
10.  $\models \forall x \neg A(x) \rightarrow \neg \exists x A(x)$  ?
11.  $\models \neg \forall x A(x) \rightarrow \exists x \neg A(x)$  ?
12.  $\models \exists x \neg A(x) \rightarrow \neg \forall x A(x)$  ?
13.  $\models \exists x \neg A(x) \rightarrow \forall x A(x)$  ?

- La regola

$$\frac{\Gamma \vdash A(t)}{\Gamma \vdash \exists x A(x), \nabla} \exists\text{-D}$$

è valida rispetto alla semantica classica?  
 e la sua inversa è valida?

- Formalizzare

“Esiste un programma che attiva tutti e soli i programmi che non si attivano da sè”

usando

$P(x)$  = “x è un programma”

$A(x, y)$  = “x attiva y”

e dire se la formula ottenuta è valida, soddisfacibile, non valida o insoddisfacibile.

- È vero che

“In ogni bar di Padova c’è un tale che se beve lui bevono tutti”

??

Formalizzare e dedurre se la formula ottenuta è valida, soddisfacibile o insoddisfacibile.

- (esercizio fuori schema) come formalizzare

“ Se questa proposizione è vera allora  $2+2=5$ ”

??

è vera? è falsa?

## Logica classica- LC

$$\begin{array}{c}
\text{ax-id} \qquad \qquad \qquad \text{ax-}\perp \\
\frac{}{\Gamma, A, \Gamma' \vdash \Delta, A, \Delta'} \quad \frac{}{\Gamma, \perp, \Gamma' \vdash \nabla} \\
\frac{\Sigma, \Gamma, \Theta, \Gamma', \Delta \vdash \Sigma}{\Sigma, \Gamma', \Theta, \Gamma, \Delta \vdash \Sigma} \text{sc}_{\text{sx}} \quad \frac{\Gamma \vdash \Sigma, \Delta, \Theta, \Delta', \nabla}{\Gamma \vdash \Sigma, \Delta', \Theta, \Delta, \nabla} \text{sc}_{\text{dx}} \\
\frac{\Gamma \vdash A, \Delta \quad \Gamma \vdash B, \Delta}{\Gamma \vdash A \& B, \Delta} \&-D \quad \frac{\Gamma, A, B \vdash \Delta}{\Gamma, A \& B \vdash \Delta} \&S \\
\frac{\Gamma \vdash A, B, \Delta}{\Gamma \vdash A \vee B, \Delta} \vee D \quad \frac{\Gamma, A \vdash \Delta \quad \Gamma, B \vdash \Delta}{\Gamma, A \vee B \vdash \Delta} \vee-S \\
\frac{\Gamma, A \vdash \Delta}{\Gamma \vdash \neg A, \Delta} \neg-D \quad \frac{\Gamma \vdash A, \Delta}{\Gamma, \neg A \vdash \Delta} \neg-S \\
\frac{\Gamma, A \vdash B, \Delta}{\Gamma \vdash A \rightarrow B, \Delta} \rightarrow-D \quad \frac{\Gamma \vdash A, \Delta \quad \Gamma, B \vdash \Delta}{\Gamma, A \rightarrow B \vdash \Delta} \rightarrow-S \\
\frac{\Gamma \vdash A(x), \nabla}{\Gamma \vdash \forall x A(x), \nabla} \forall-D \ (x \notin VL(\Gamma, \nabla)) \quad \frac{\Gamma, \forall x A(x), A(t) \vdash \nabla}{\Gamma, \forall x A(x) \vdash \nabla} \forall-S \\
\frac{\Gamma, A(x) \vdash \nabla}{\Gamma, \exists x A(x) \vdash \nabla} \exists-S \ (x \notin VL(\Gamma, \Delta)) \quad \frac{\Gamma \vdash A(t), \exists x A(x), \nabla}{\Gamma \vdash \exists x A(x), \nabla} \exists-D
\end{array}$$

## Schema riassuntivo su validità, insoddisfacibilità, soddisfacibilità

Dato sequente  $\Gamma \vdash \Delta$

**passo 1:** si prova a derivarlo in LC

$\left\{ \begin{array}{ll} \text{se si deriva} & \Rightarrow \text{è valido} \\ \text{se NON si riesce a derivare} & \text{vai al passo 2} \end{array} \right.$

**passo 2:** costruisci contromodello con foglia di albero che NON si chiude  
se esiste contromodello  $\Rightarrow$  il sequente  $\Gamma \vdash \Delta$  è NON valido

e vai al passo 3

**passo 3:** prova a derivare  $\vdash \neg(\Gamma^{\&} \rightarrow \Delta^{\vee})$  in LC

$\left\{ \begin{array}{ll} \text{se si deriva} & \Rightarrow \Gamma \vdash \Delta \text{ è insoddisfacibile} \\ \text{se NON si riesce a derivare} & \begin{array}{l} \text{applica il passo 2 a } \vdash \neg(\Gamma^{\&} \rightarrow \Delta^{\vee}) \\ \text{se trovi contromodello di } \neg(\Gamma^{\&} \rightarrow \Delta^{\vee}) \\ \text{questo è modello di } \Gamma^{\&} \rightarrow \Delta^{\vee} \\ \text{che è quindi anche modello di } \Gamma \vdash \Delta \\ \Rightarrow \Gamma \vdash \Delta \text{ è soddisfacibile} \end{array} \end{array} \right.$