SIMULAZIONE Prova parziale LOGICA 29 ottobre 2021

nome: cognome:

- Scrivete in modo CHIARO. Elaborati illegibili non Evanno considerati.
- NON si considerano le BRUTTE copie.
- Ricordatevi di ESPLICITARE l'uso della regola dello scambio sia a destra che a sinistra del sequente (se non lo fate perdete punti!).
- Ricordatevi di ETICHETTARE LE DERIVAZIONI CON LE REGOLE USATE (se non lo fate perdete punti!)
- La risoluzione degli esercizi tramite la costruzione di tabelle di verità non verrà considerata eccetto che nell'esercizio facoltativo.

- Se il punteggio **x** ottenuto in questa prova parziale è superiore o uguale a **18** allora tale punteggio sarà SOMMATO al punteggio del primo appello di logica dell'anno 2021/2022, fra i due appelli disponibili nella sessione invernale (gennaio/febbraio 2022), di cui il candidato consegnerà l'elaborato nel caso in cui il candidato riporterà nell'elaborato dell'appello un punteggio superiore o uguale a **18** e sulla somma di tale punteggio sarà conteggiato il voto finale di superamento dell'esame di logica.

- **Scegliere almeno uno tra i sequenti elencati qui sotto** e mostrare se è tautologia o opinione o paradosso in logica classica. Nel caso il sequente sia un'opinione esibire una riga della tabella di verità in cui il sequente è falso e una riga in cui il sequente è vero.

  Nel caso di paradossi o opinioni i punti vengono raddoppiati.

  (3 punti)
  $\neg A \vdash \neg\ (\ \neg B\ \vee\ A\ )$

  (3 punti)
  $\vdash \neg(\ (\ \neg A\ \&\ A\ ) \rightarrow\ C\ )$

- Formalizzare in sequente l'argomentazione descritta sotto (mettendo il segno di sequente al posto della sbarra). Si provi se il sequente ottenuto è tautologia, opinione o paradosso motivando la risposta. Nel caso il sequente sia un'opinione esibire una riga della tabella di verità in cui il sequente è falso e una riga in cui il sequente è vero (nel caso di opinioni o paradossi i punti vengono raddoppiati):

  – (4 punti)

    $$\frac{\text{Non si dà il caso che nè Davide e nè Elisabetta mangino.}}{\text{Solo se Davide non mangia allora Elisabetta mangia.}}$$

    si consiglia di usare:
    D = Davide mangia
    E= Elisabetta mangia

- **Esercizio teoria**

  Sia T_{arr} la teoria ottenuta estendendo LC_p con la formalizzazione dei seguenti assiomi:
  (la formalizzazione di ogni assioma conta 1 punto)

  - Non si dà il caso che sia Sergio che Rosy arrampichino.
  - Rosy arrampica solo se Sergio arrampica ed è domenica.
  - Solo se Eva arrampica Rosy non arrampica.
  - Sergio arrampica se e solo se non è domenica.
  - Se è domenica Gertrude arrampica.

  Si consiglia di usare:

  D="È domenica"
  R="Rosy arrampica"
  S="Sergio arrampica"
  E="Eva arrampica"
  G="Gertrude arrampica"'

  Derivare poi in T_{arr} i teoremi corrispondenti alla formalizzazione delle seguenti affermazioni (nella derivazione di un teorema T_i si può utilizzare un teorema T_k che precede nella lista sotto, ovvero con $k \leq i-1$, anche se NON lo si è derivato):

  - Sergio arrampica se anche Rosy arrampica. (5 punti)
  - Rosy non arrampica. (10 punti)
  - Eva arrampica. (5 punti)
  - O Sergio o Gertrude arrampicano. (8 punti)

- **Esercizi sulle regole**. **SCEGLIERE UNA DELLE REGOLE** e analizzarla rispondendo alle domande. Il punteggio è riferito all'analisi della validità di ciascuna regola.
  Si consiglia di affrontare questi esercizi dopo aver svolto almeno un esercizio dei primi due gruppi o di un teorema della teoria.

  - (7 punti) la regola

    $$\frac{A \vdash B, M \qquad\qquad\qquad \vdash \neg C\ ,\ M}{C \vee A \vdash\ M \vee B}\ 0$$

    è valida? Sono valide le sue inverse? È regola sicura?

  - (8 punti) la regola

    $$\frac{M, C \vdash \neg\neg A}{M \vdash C \to A}\ 1$$

    è valida? È valida la sua inversa? È regola sicura?

- **Esercizio facoltativo** (10 punti) (si consiglia di svolgere questo esercizio soltanto se si sono svolti i primi due esercizi e almeno un punto dell'esercizio di teoria):

  In un gioco due amiche fanno un'affermazione, che è vera o falsa.
  Un'affermazione è mancanta e l'altra è riportata sotto:
  Celeste: ....
  Morgana: almeno una di noi mente.

  Si può dedurre, anche se non si conosce l'affermazione di Celeste, quante affermazioni sono vere?
  a) No, ma se Morgana dice il vero allora Celeste mente.
  b) Sì, sono vere tutte e due le affermazioni.
  c) Sì, è vera solo un'affermazione. Quale?
  d) Nessuna affermazione è vera.

Logica classica- $\mathbf{LC}_p$

$$\textbf{ax-id} \quad \mathbf{\Gamma}, \mathtt{pr}_1, \mathbf{\Gamma}' \vdash \mathbf{\Delta}, \mathtt{pr}_1, \mathbf{\Delta}' \qquad \textbf{ax-}\bot \quad \mathbf{\Gamma}, \bot, \mathbf{\Gamma}' \vdash \nabla \qquad \text{ax-}\top \quad \mathbf{\Gamma} \vdash \nabla, \top, \nabla'$$

$$\frac{\mathbf{\Sigma}, \mathbf{\Gamma}, \mathbf{\Theta}, \mathbf{\Gamma}', \mathbf{\Delta} \vdash \mathbf{\Sigma}'}{\mathbf{\Sigma}, \mathbf{\Gamma}', \mathbf{\Theta}, \mathbf{\Gamma}, \mathbf{\Delta} \vdash \mathbf{\Sigma}'}\ \mathrm{sc}_{\mathrm{sx}} \qquad \frac{\mathbf{\Gamma} \vdash \mathbf{\Sigma}, \mathbf{\Delta}, \mathbf{\Theta}, \mathbf{\Delta}', \nabla}{\mathbf{\Gamma} \vdash \mathbf{\Sigma}, \mathbf{\Delta}', \mathbf{\Theta}, \mathbf{\Delta}, \nabla}\ \mathrm{sc}_{\mathrm{dx}}$$

$$\frac{\mathbf{\Gamma} \vdash \mathtt{pr}_1, \mathbf{\Delta} \qquad \mathbf{\Gamma} \vdash \mathtt{pr}_2, \mathbf{\Delta}}{\mathbf{\Gamma} \vdash (\mathtt{pr}_1) \& (\mathtt{pr}_2), \mathbf{\Delta}}\ \& - \mathrm{D} \qquad \frac{\mathbf{\Gamma}, \mathtt{pr}_1, \mathtt{pr}_2 \vdash \mathbf{\Delta}}{\mathbf{\Gamma}, (\mathtt{pr}_1) \& (\mathtt{pr}_2) \vdash \mathbf{\Delta}}\ \& - \mathrm{S}$$

$$\frac{\mathbf{\Gamma} \vdash \mathtt{pr}_1, \mathtt{pr}_2, \mathbf{\Delta}}{\mathbf{\Gamma} \vdash (\mathtt{pr}_1) \vee (\mathtt{pr}_2), \mathbf{\Delta}}\ \vee - \mathrm{D} \qquad \frac{\mathbf{\Gamma}, \mathtt{pr}_1 \vdash \mathbf{\Delta} \qquad \mathbf{\Gamma}, \mathtt{pr}_2 \vdash \mathbf{\Delta}}{\mathbf{\Gamma}, (\mathtt{pr}_1) \vee (\mathtt{pr}_2) \vdash \mathbf{\Delta}}\ \vee - \mathrm{S}$$

$$\frac{\mathbf{\Gamma}, \mathtt{pr}_1 \vdash \mathbf{\Delta}}{\mathbf{\Gamma} \vdash \neg(\mathtt{pr}_1), \mathbf{\Delta}}\ \neg - \mathrm{D} \qquad \frac{\mathbf{\Gamma} \vdash \mathtt{pr}_1, \mathbf{\Delta}}{\mathbf{\Gamma}, \neg(\mathtt{pr}_1) \vdash \mathbf{\Delta}}\ \neg - \mathrm{S}$$

$$\frac{\mathbf{\Gamma}, \mathtt{pr}_1 \vdash \mathtt{pr}_2, \mathbf{\Delta}}{\mathbf{\Gamma} \vdash (\mathtt{pr}_1) \to (\mathtt{pr}_2), \mathbf{\Delta}}\ \to - \mathrm{D} \qquad \frac{\mathbf{\Gamma} \vdash \mathtt{pr}_1, \mathbf{\Delta} \qquad \mathbf{\Gamma}, \mathtt{pr}_2 \vdash \mathbf{\Delta}}{\mathbf{\Gamma}, (\mathtt{pr}_1) \to (\mathtt{pr}_2) \vdash \mathbf{\Delta}}\ \to - \mathrm{S}$$

Logica classica- LC$_p$

$$\text{ax-id} \quad \Gamma, A, \Gamma' \vdash \Delta, A, \Delta' \qquad \text{ax-}\bot \quad \Gamma, \bot, \Gamma' \vdash \nabla \qquad \text{ax-}\mathtt{tt} \quad \Gamma \vdash \Delta, \mathtt{tt}, \nabla$$

$$\frac{\Sigma, \Gamma, \Theta, \Gamma', \Delta \vdash \Sigma'}{\Sigma, \Gamma', \Theta, \Gamma, \Delta \vdash \Sigma'}\ \mathrm{sc}_{\mathrm{sx}} \qquad \frac{\Gamma \vdash \Sigma, \Delta, \Theta, \Delta', \nabla}{\Gamma \vdash \Sigma, \Delta', \Theta, \Delta, \nabla}\ \mathrm{sc}_{\mathrm{dx}}$$

$$\frac{\Gamma, A, B \vdash \Delta}{\Gamma, A\&B \vdash \Delta}\ \&-\mathrm{S} \qquad \frac{\Gamma \vdash A, \Delta \qquad \Gamma \vdash B, \Delta}{\Gamma \vdash A\&B, \Delta}\ \&-\mathrm{D}$$

$$\frac{\Gamma, A \vdash \Delta \qquad \Gamma, B \vdash \Delta}{\Gamma, A \vee B \vdash \Delta}\ \vee-\mathrm{S} \qquad \frac{\Gamma \vdash A, B, \Delta}{\Gamma \vdash A \vee B, \Delta}\ \vee-\mathrm{D}$$

$$\frac{\Gamma \vdash A, \Delta}{\Gamma, \neg A \vdash \Delta}\ \neg-\mathrm{S} \qquad \frac{\Gamma, A \vdash \Delta}{\Gamma \vdash \neg A, \Delta}\ \neg-\mathrm{D}$$

$$\frac{\Gamma \vdash A, \Delta \qquad \Gamma, B \vdash \Delta}{\Gamma, A \to B \vdash \Delta}\ \to-\mathrm{S} \qquad \frac{\Gamma, A \vdash B, \Delta}{\Gamma \vdash A \to B, \Delta}\ \to-\mathrm{D}$$

TAUTOLOGIE CLASSICHE

associatività $\vee$	$(A \vee B) \vee C$	$\leftrightarrow$	$A \vee (B \vee C)$
associatività &	$(A\&B)\&C$	$\leftrightarrow$	$A\&(B\&C)$
commutatività $\vee$	$A \vee B$	$\leftrightarrow$	$B \vee A$
commutatività &	$A\&B$	$\leftrightarrow$	$B\&A$
distributività $\vee$ su &	$A \vee (B \& C)$	$\leftrightarrow$	$(A \vee B)\&(A \vee C)$
distributività & su $\vee$	$A \& (B \vee C)$	$\leftrightarrow$	$(A \& B) \vee (A \& C)$
idempotenza $\vee$	$A \vee A$	$\leftrightarrow$	A
idempotenza &	$A \& A$	$\leftrightarrow$	A
leggi di De Morgan	$\neg(B \vee C)$	$\leftrightarrow$	$\neg B\&\neg C$
	$\neg(B\&C)$	$\leftrightarrow$	$\neg B \vee \neg C$
legge della doppia negazione	$\neg\neg A$	$\leftrightarrow$	A
implicazione classica	$(A \rightarrow C)$	$\leftrightarrow$	$\neg A \vee C$
disgiunzione come antecendente	$(A \vee B \rightarrow C)$	$\leftrightarrow$	$(A \rightarrow C) \& (B \rightarrow C)$
congiunzione come antecendente	$(A\&B \rightarrow C)$	$\leftrightarrow$	$(A \rightarrow (B \rightarrow C))$
legge della contrapposizione	$(A \rightarrow C)$	$\leftrightarrow$	$(\neg C \rightarrow \neg A)$
legge del modus ponens	$A \& (A \rightarrow C)$	$\rightarrow$	C
transitività	$(A \rightarrow B) \& (B \rightarrow C)$	$\rightarrow$	$(A \rightarrow C)$
congiunzione sotto ipotesi	$(A \rightarrow B) \& (A \rightarrow C)$	$\leftrightarrow$	$(A \rightarrow B \& C)$
prima proiezione	$A \& B \rightarrow A$		
seconda proiezione	$A \& B \rightarrow B$		
legge della NON contraddizione	$\neg(A\&\neg A)$		
legge del terzo escluso	$A \vee \neg A$		
significato negazione	$\neg A$	$\leftrightarrow$	$(A \rightarrow \perp)$
equivalente del falso	$\perp$	$\leftrightarrow$	$(A \& \neg A)$

Regola di composizione

$$\frac{\vdash \mathtt{fr} \qquad\qquad \Gamma, \mathtt{fr}, \Gamma' \vdash \nabla}{\Gamma, \Gamma' \vdash \nabla}\ \text{comp}$$