

V Appello 11 dicembre 2009

nome:

cognome:

- Scrivete in modo CHIARO. Elaborati illegibili non saranno considerati.
- Non si contano le brutte copie.
- Specificate la logica in cui fate le derivazioni.
- Specificate le regole derivate che usate e che non sono menzionate nel foglio allegato al compito.
- Ricordatevi di ESPLICITARE l'uso della regola dello scambio sia a destra che a sinistra del sequente.
- Ricordatevi di LABELLARE LE DERIVAZIONI CON LE REGOLE USATE (se non lo fate perdete punti!)
- Mostrare se i sequenti di seguito sono derivabili o meno in LI e LC:

4 punti

$$\vdash \neg\neg(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow \neg\neg B)$$

{	si' in LI	poichè si deriva cosi'
	no in LI	poichè
	si' in LC	poichè si deriva cosi'
	no in LC	poichè

4 punti

$$\vdash (A \vee B) \vee C \rightarrow A \& (B \vee C)$$

{	si' in LI	poichè si deriva cosi'
	no in LI	poichè
	si' in LC	poichè si deriva cosi'
	no in LC	poichè

5 punti

$$\exists x (\neg C(x) \& (A \rightarrow C(x))) \vdash \neg \forall x C(x) \vee A$$

{	si' in LI	poichè si deriva cosi'
	no in LI	poichè
	si' in LC	poichè si deriva cosi'
	no in LC	poichè

x non compare in A

(8 punti)

$\vdash \forall y \exists z \forall x (x = z \rightarrow y = x)$	{	si' in LI	poichè si deriva così'
		no in LI	poichè
		si' in LC	poichè si deriva così'
		no in LC	poichè

$\vdash \forall y \forall x \forall z (x = y \& (\neg x = y \& z = z))$	{	si' in LI	poichè si deriva così'
		no in LI	poichè
		si' in LC	poichè si deriva così'
		no in LC	poichè

- Formalizzare in sequente le argomentazioni di seguito. Si provi inoltre la loro correttezza sia in logica intuizionista LI che classica LC facendo riferimento ai calcoli per LI e LC che trovate in allegato:

(12 punti)

Non si dà il caso che non esista qualcuno che ammira Paola.
 C'è qualcuno che ammira Paola.
 si consiglia di usare:
 $A(x,y)=x$ ammira y
 $Paola=p$

corretto in LI	sì	no
corretto in LC	sì	no

Quelli che sono sportivi non sono pigri.
 Esistono pigri che non sono sportivi.
 si consiglia di usare:
 $P(x)=x$ è pigro
 $S(x)=x$ è sportivo

corretto in LI	sì	no
corretto in LC	sì	no

- (8 punti)

Formalizzare la seguente argomentazione in sequente e derivare quest'ultimo in LI:

Nell'astuccio ho la penna che mi hai regalato e c'è solo quella.
 Nell'astuccio c'è un'unica penna.
 ove si consiglia di usare:
 $P(x)=$ la penna x sta nell'astuccio.

r=penna che mi hai regalato

- (14 punti) Provare se sono o non sono derivabili nell'aritmetica di Heyting $HA = LI + comp_{sx} + comp_{dx}$:

- 8. $\vdash \exists y \forall x \ y = x \cdot y$
- 9. $\vdash 5 = 2 \cdot 0$
- 10. $\vdash \exists x \forall y \ (s(x) = s(y) \rightarrow y = x)$
- 11. $\vdash 2 \cdot 4 = s(2 \cdot 3 + 1)$

- (18 punti) Siano T_{an}^i e T_{an}^c le teorie ottenute rispettivamente estendendo LI e LC con composizioni dx e sx con la formalizzazione dei seguenti assiomi:

- Ax1. Furia è nella stalla.
- Ax2. Non si dà il caso che in cortile non ci sia nessuno.
- Ax3. Nella stalla ci sono il cavallo di Berto e il cavallo di Martino.
- Ax4. Il cavallo di Berto non è un cavallo di razza.
- Ax5. Furia è un cavallo di razza.
- Ax6. Se ci fosse qualcuno in cortile allora questo sarebbe Spirit.

si consiglia di usare:

$S(x)$ = x è nella stalla

$R(x)$ = x è un cavallo di razza

$C(x)$ = x è in cortile

b = cavallo di Berto

m = cavallo di Martino

f = Furia

s = Spirit

Derivare:

- 7. C'è un cavallo di razza nella stalla. (in T_{st}^i)
- 8. Furia è diverso dal cavallo di Berto. (in T_{st}^i)
- 9. Non si dà il caso che nessuno sia nella stalla. (in T_{st}^i)
- 10. Se il cavallo di Berto fosse di razza allora il cavallo di Berto sarebbe Spirit. (in T_{an}^i)
- 11. Spirit è in cortile. (in T_{an}^c)

- (3 punti) Dare la definizione induttiva dell'insieme delle derivazioni di $L^{\perp, \forall}$ con costante \perp e connettivo \forall di LI. Enunciare il loro principio di induzione.

- (4 punti)

Dimostrare per induzione sulle derivazioni di $L^{\perp, \forall}$ che

“se $\Gamma \vdash \Delta$ è derivabile in $L^{\perp, \forall}$ allora Γ contiene almeno una formula”

- Risolvere la seguente equazione definitoria (8 punti):

$$\Gamma \vdash A \circ B \circ C \quad \text{sse} \quad \Gamma \vdash C \quad \text{e} \quad \Gamma \vdash A \quad \text{e} \quad \Gamma \vdash B$$

- L'equazione sopra è risolvibile in LI con composizioni a destra e a sinistra senza aggiungere un nuovo connettivo? è risolvibile in LC con composizioni a destra e a sinistra senza aggiunta di un nuovo connettivo? (ovvero l'esercizio consiste nel dire se $A \circ B \circ C$ è definibile in LI con composizioni e in caso positivo occorre mostrare che la definizione considerata di $A \circ B \circ C$ soddisfa in LI con composizioni l'equazione sopra; lo stesso dicasi per LC). (8 punti)