
Russell

‘Nel villaggio di Cantù

c’e’ un barbiere

che rade tutti e soli i barbieri che non si radono da soli

6. Lezione Corso di Logica 2020/2021

16 ottobre 2020

Maria Emilia Maietti

email: maietti@math.unipd.it

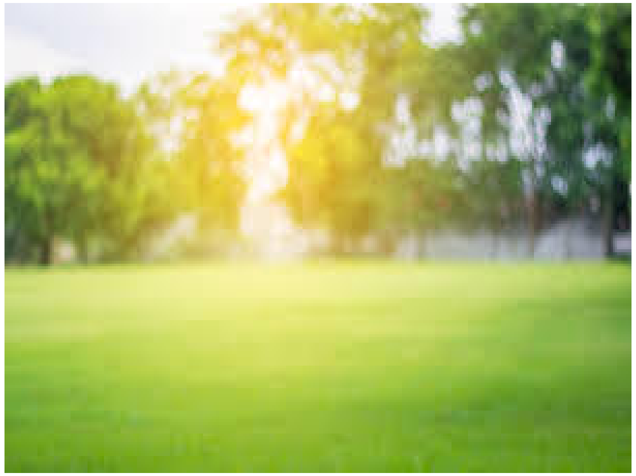
TABELLA di verità di un SEQUENTE

La tabella di verità di un sequente

$$\Gamma \vdash \Delta$$

è la tabella di verità della proposizione

$$\Gamma^{\&} \rightarrow \Delta^{\vee}$$



classificazione verità di un SEQUENTE

$\Gamma \vdash \Delta$ è **TAUTOLOGIA**/**OPINIONE**/**PARADOSSO**

sse

$\Gamma^{\&} \rightarrow \Delta^{\vee}$ è **TAUTOLOGIA**/**OPINIONE**/**PARADOSSO**

$\Gamma \vdash \Delta$	TAUTOLOGIA	sse	$\neg(\Gamma^{\&} \rightarrow \Delta^{\vee})$	PARADOSSO
$\Gamma \vdash \Delta$	PARADOSSO	sse	$\neg(\Gamma^{\&} \rightarrow \Delta^{\vee})$	TAUTOLOGIA
$\Gamma \vdash \Delta$	OPINIONE	sse	$\neg(\Gamma^{\&} \rightarrow \Delta^{\vee})$	OPINIONE
$\Gamma \vdash \Delta$	NON TAUTOLOGIA	sse	$\neg(\Gamma^{\&} \rightarrow \Delta^{\vee})$	NON PARADOSSO
$\Gamma \vdash \Delta$	NON PARADOSSO	sse	$\neg(\Gamma^{\&} \rightarrow \Delta^{\vee})$	NON TAUTOLOGIA

Utile tautologia su vero

$$(\mathtt{tt} \rightarrow \mathbf{A}) \leftrightarrow \mathbf{A}$$

è una **tautologia**

e ANALOGAMENTE per ogni proposizione $\mathtt{pr}$

$$(\mathtt{tt} \rightarrow \mathtt{pr}) \leftrightarrow \mathtt{pr}$$

è **tautologia**

la tautologia $(\mathtt{tt}\rightarrow\mathtt{pr}) \leftrightarrow \mathtt{pr}$

ci dice che

$\mathtt{tt}\rightarrow\mathtt{pr}$ è una **tautologia**

sse

$\mathtt{pr}$ è una **tautologia**

(infatti essendo proposizioni equivalenti hanno ugual tabella di verità!)

Utile tautologia su falso

$$(\mathbf{A} \rightarrow \perp) \leftrightarrow \neg \mathbf{A}$$

è una **tautologia**

e ANALOGAMENTE per ogni proposizione $\mathtt{pr}$

$$(\mathtt{pr} \rightarrow \perp) \leftrightarrow \neg \mathtt{pr}$$

è **tautologia**

la tautologia $(\mathtt{pr} \rightarrow \perp) \leftrightarrow \neg \mathtt{pr}$

ci dice che

$\mathtt{pr} \rightarrow \perp$ è una **tautologia**

sse

$\neg \mathtt{pr}$ è una **tautologia**

(infatti essendo proposizioni equivalenti hanno ugual tabella di verità!)

data una proposizione $\mathtt{pr}$

$\vdash \mathtt{pr}$	significa	$[\,]^{\&} \rightarrow \mathtt{pr}$	$= \mathtt{tt} \rightarrow \mathtt{pr}$
$\mathtt{pr} \vdash$	significa	$\mathtt{pr} \rightarrow [\,]^{\vee}$	$= \mathtt{pr} \rightarrow \perp$
			$= \neg \mathtt{pr}$

Quindi

" affermare $\mathtt{pr}$"	=	"affermare $\vdash \mathtt{pr}$"
" affermare $\neg\mathtt{pr}$"	=	"affermare $\mathtt{pr} \vdash$"

Formalizzare e classificare in LC$_P$

“ Se passerete l’esame di logica al I appello,

allora a giugno farete una vacanza alle Hawai,

oppure

se a giugno farete una vacanza alle Hawai

allora passerete l’esame di logica al I appello”

ponendo

$\mathbf{A}$=Passerete l’esame di logica al I appello

$\mathbf{B}$=A giugno farete una vacanza alle Hawai

La proposizione formale ottenuta

$$(A \rightarrow B) \vee (B \rightarrow A)$$

è una **tautologia**

sse

il sequente

$$\vdash (A \rightarrow B) \vee (B \rightarrow A)$$

ha un albero di derivazione in $\mathbf{LC_P}$

Derivazione in $\mathbf{LC_P}$

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{}{A, B \vdash A, B}\ \text{ax-id}}{A \vdash B \to A, B}\ \to\!-\mathrm{D}}{A \vdash B, B \to A}\ \mathrm{sc}_{\mathrm{dx}}}{\vdash A \to B, B \to A}\ \to\!-\mathrm{D}}{\vdash (A \to B) \vee (B \to A)}\ \vee\!-\mathrm{D}$$

Quindi la proposizione

$$(A \to B) \vee (B \to A)$$

è una **tautologia**

perchè derivare con sequenti?

le regole del calcolo dei sequenti

CONSERVANO verità dei sequenti

dall'ALTO di TUTTE le FOGLIE verso il BASSO $\Downarrow$

e (**ANCHE**!!!) dal basso verso l'alto $\Uparrow$

SIGNIFICATO della DERIVAZIONE

$$A \,\&\, B \rightarrow A \vee B$$

$$\Updownarrow$$

$$A \rightarrow (B \rightarrow A) \vee B$$

$$\Updownarrow$$

$$A \rightarrow B \vee (B \rightarrow A)$$

$$\Updownarrow$$

$$\mathtt{tt} \rightarrow (A \rightarrow B) \vee (B \rightarrow A)$$

Dunque siccome $A \,\&\, B \rightarrow A \vee B$ è una **ovvia** **TAUTOLOGIA**

se le equivalenze sono tutte corrette

ne segue che

$\mathtt{tt} \rightarrow (A \rightarrow B) \vee (B \rightarrow A)$ è pure una **tautologia**!

SIGNIFICATO della DERIVAZIONE

$$A \,\&\, B \rightarrow A \vee B$$

$$\Updownarrow$$

$$A \rightarrow (B \rightarrow A) \vee B$$

$$\Updownarrow$$

$$A \rightarrow B \ \vee (B \rightarrow A)$$

$$\Updownarrow$$

$$\mathtt{tt} \ \rightarrow \ (\ A \rightarrow B\ ) \vee (B \rightarrow A)$$

Dunque queste equivalenze mostrano che

$\mathtt{tt} \ \rightarrow \ (\ A \rightarrow B\ ) \vee (B \rightarrow A)$ è una **tautologia**

e dalla tautologia $(\mathtt{tt} \rightarrow \mathtt{pr}) \leftrightarrow \mathtt{pr}$ sappiamo che

$$(\ A \rightarrow B\ ) \vee (B \rightarrow A)$$

è una **tautologia**