15. Esercizi su validità regole

Completare la formalizzazione delle seguenti asserzioni e stabilire se sono istanza di una regola valida in logica classica, e dire se la loro inversa è pure valida:

1. $$\frac{\text{È arrivato in stazione il treno per Venezia} \vdash \text{Marco sale sul treno per Venezia.}}{\text{È arrivato in stazione il treno per Venezia} \vdash \text{Qualcuno sale sul treno per Venezia.}}$$

   usando
   $A(x)$="x è arrivato in stazione"
   $S(x, y)$="x sale su y.
   m="Marco"
   v="treno per Venezia"

2. $$\frac{x > 0 \vdash \text{se } y > 0 \text{ allora } x \cdot y > 0}{x > 0 \vdash \text{per ogni } y, \text{ se } y > 0 \text{ allora } x \cdot y > 0}$$

3. $$\frac{y > 0 \vdash \text{se } x > 0 \text{ allora } x \cdot y > 0}{y > 0 \vdash \text{per ogni } y, \text{ se } x > 0 \text{ allora } x \cdot y > 0}$$

Logica classica- LC

$$\overset{\text{ax-id}}{\Gamma, A, \Gamma' \vdash \Delta, A, \Delta'} \qquad \overset{\text{ax-}\bot}{\Gamma, \bot, \Gamma' \vdash \nabla} \qquad \overset{\text{ax-}\top}{\Gamma \vdash \nabla, \top, \nabla'}$$

$$\frac{\Sigma, \Gamma, \Theta, \Gamma', \Delta \vdash \Sigma}{\Sigma, \Gamma', \Theta, \Gamma, \Delta \vdash \Sigma}\ \mathrm{sc}_{\mathrm{sx}} \qquad \frac{\Gamma \vdash \Sigma, \Delta, \Theta, \Delta', \nabla}{\Gamma \vdash \Sigma, \Delta', \Theta, \Delta, \nabla}\ \mathrm{sc}_{\mathrm{dx}}$$

$$\frac{\Gamma \vdash A, \Delta \quad \Gamma \vdash B, \Delta}{\Gamma \vdash A\&B, \Delta}\ \&-\mathrm{D} \qquad \frac{\Gamma, A, B \vdash \Delta}{\Gamma, A\&B \vdash \Delta}\ \&\mathrm{S}$$

$$\frac{\Gamma \vdash A, B, \Delta}{\Gamma \vdash A \vee B, \Delta}\ \vee\mathrm{D} \qquad \frac{\Gamma, A \vdash \Delta \quad \Gamma, B \vdash \Delta}{\Gamma, A \vee B \vdash \Delta}\ \vee-\mathrm{S}$$

$$\frac{\Gamma, A \vdash \Delta}{\Gamma \vdash \neg A, \Delta}\ \neg-\mathrm{D} \qquad \frac{\Gamma \vdash A, \Delta}{\Gamma, \neg A \vdash \Delta}\ \neg-\mathrm{S}$$

$$\frac{\Gamma, A \vdash B, \Delta}{\Gamma \vdash A \rightarrow B, \Delta} \rightarrow -\mathrm{D} \qquad \frac{\Gamma \vdash A, \Delta \quad \Gamma, B \vdash \Delta}{\Gamma, A \rightarrow B \vdash \Delta} \rightarrow -\mathrm{S}$$

$$\frac{\Gamma \vdash A(w), \nabla}{\Gamma \vdash \forall x A(x), \nabla}\ \forall-\mathrm{D}\ (w \notin VL(\Gamma, \forall x A(x), \nabla)) \qquad \frac{\Gamma, \forall x\ A(x), A(t) \vdash \nabla}{\Gamma, \forall x\ A(x) \vdash \nabla}\ \forall-\mathrm{S}$$

$$\frac{\Gamma, A(w) \vdash \nabla}{\Gamma, \exists x\ A(x) \vdash \nabla}\ \exists-\mathrm{S}\ (w \notin VL(\Gamma, \exists x\ A(x), \Delta)) \qquad \frac{\Gamma \vdash A(t), \exists\ x\ A(x), \nabla}{\Gamma \vdash \exists x\ A(x), \nabla}\ \exists-\mathrm{D}$$