SIMULAZIONE - appello 7 gennaio 2021

nome: cognome:

- Scrivere in modo CHIARO. Elaborati illegibili non saranno considerati.
- NON si contano le BRUTTE copie.
- Si ricorda di ESPLICITARE l'uso della regola dello scambio sia a destra che a sinistra del sequente.
- Si ricorda di ETICHETTARE LE DERIVAZIONI CON LE REGOLE USATE (se non lo fate perdete punti!)
- Si esplicitino le eventuali regole derivate usate che non sono menzionate nel foglio allegato al compito.
- ATTENZIONE: se si risolvono correttamente TUTTI gli esercizi con il segno ++ si prende il voto 30 independentemente dall'avere o meno un bonus accumulato.

- Mostrare se i sequenti elencati sotto sono tautologie, opinioni o paradossi in logica classica con uguaglianza motivando la risposta: nel caso di sequente proposizionale non valido si indichi la riga della tabella di verità in cui il sequente è falso e nel caso di sequente predicativo non valido si mostri un contromodello (nel caso di non validità si assegna il doppio dei punti indicati).

  - 3 punti
    $\neg A \vdash \neg B \ \& \ \neg(\neg A \ \vee \ \neg B)$
  - (++) 6 punti
    $\forall y \ y = c \vdash a = b$
  - 5 punti
    $\neg \forall x \ A(x) \vdash \exists x \ \neg A(x) \ \vee \ \forall y \ \neg A(y)$

- Formalizzare le seguenti asserzioni e stabilire se i sequenti ottenuti sono tautologie, opinioni o paradossi nella logica classica con uguaglianza motivando la risposta: nel caso di sequente predicativo non valido si mostri un contromodello (nel caso di non validità si assegna il doppio dei punti indicati).

  - (6 punti)

    Chi non cerca non trova.
    Chi non trova cerca.
    ___
    Dunque tutti cercano.

    si consiglia di usare:
    $C(y) =$"y cerca"
    $T(x) =$ "x trova"

  - (++) (6 punti)

    Tutti cercano e qualcuno trova.
    ___
    Qualcuno non trova.

    si consiglia di usare:
    $C(y) =$"y cerca"

$T(x)$ = "x trova"

- (8 punti)

  Jan non è Elvis.
  Noemi ama sia Jan che Elvis.

  Non si dà il caso che Noemi ami un'unica persona.

  si consiglia di usare:
  A(x,y)="x ama la persona y"
  j=Jan e=Elvis n=Noemi

- (++) (14 punti)
  "C'è qualcuno che non giudica coloro e soltanto coloro che giudicano se stessi, e poi si compiace di se stesso."

  si consiglia di usare:
  G(x,y)= x giudica y
  R(x,y)=x si compiace di y

- Sia T_{golf} la teoria ottenuta estendendo $LC_=$ con la formalizzazione dei seguenti assiomi: (ciascuna formalizzazione conta 1 punto)

  - Sara gioca a golf solo se Filippo non ci gioca.
  - Sara o Beppe giocano a golf, se e soltanto se, Filippo gioca a golf.
  - Se Beppe gioca a golf allora non ci gioca Valerio.
  - Se Filippo non gioca a golf allora Valerio e Beppe giocano.
  - Ognuno o gioca a golfa oppure non ci gioca.

  Si consiglia di usare:
  $G(x)$= x gioca a golf,
  v=Valerio,
  s=Sara,
  b=Beppe,
  f=Filippo

  Formalizzare le seguenti affermazioni e dedurne la validità in T_{bask}: (ciascuna derivazione conta 4 punti quando non indicato altrimenti)

  - Se Filippo non gioca a golf allora neanche Sara e nè Beppe ci giocano.
  - (6 punti) Filippo gioca a golf.
  - Sara non gioca a golf.
  - Beppe gioca a golf.
  - Qualcuno gioca a golf e qualcuno non ci gioca.

- (++) (46 punti) Sia T_{mon} la teoria ottenuta estendendo $LC_=$ con la formalizzazione dei seguenti assiomi:

  - (2 punti) La Marmolada è più alta di tutti.
  - (1 punto) O il Pelmo è più alto del Grappa o non lo è.
  - (2 punti) Non si dà il caso che qualcuno sia più alto di se stesso.
  - (2 punti) Non c'è nulla più alto della Marmolada.
  - (2 punti) Non è il Pelmo che è più alto dell'Antelao ma l'Antelao è più alto del Pelmo.
  - (4 punti) Uno è più alto di un'altro, e quest'altro è più alto di un terzo soltanto se il primo è più alto del terzo.
  - (2 punti) Non si dà il caso che il Pelmo non sia più alto del Grappa.

  Si consiglia di usare:
  A(x,y)= "x è più alto di y"
  p="Pelmo"
  a="Antelao"
  g="Grappa"
  m="Marmolada"

  Dedurre poi in T_{mon} le seguenti affermazioni (ciascuna vale 12 punti quando non diversamente indicato):

  - (7 punti) Il Pelmo non è più alto della Marmolada.
  - Il Pelmo non è il Grappa.
  - L'Antelao è più alto del Grappa.

- (++) (36 punti): Dall'affermazione

  Ip **In primavera non tutti sono infelici.**

  si dica quali delle seguenti affermazioni si possono dedurre (la classificazione di ciascuna vale 8 punti se è deducibile e 12 punti se NON lo è):

  A **Se qualcuno è felice allora non è primavera.**
  B **Se è primavera qualcuno è felice.**
  C **Se tutti sono infelici non è primavera.**

  Si giustifichi la risposta corretta producendo una sua derivazione nella teoria predicativa

  $$\mathbf{T_{Ip} = LC_= + Ip}$$

  dopo aver formalizzato ciascuna affermazione utilizzando:
  F(x)= x è felice
  P=è primavera
  Inoltre si giustifichi le risposte "affermazione X" non corrette classificando in $\mathbf{LC_=}$ il sequente **Ip** $\vdash$ "affermazione X" .

- Stabilire se la seguente regola è sicura rispetto alla semantica classica (nel caso di regola non sicura si analizzi entrambe le inverse):

  - (++ solo sicurezza della regola) (15 punti)

$$\frac{F\&\neg H \vdash C \qquad\qquad \neg H \vdash \neg M}{M \vee F \vdash H \ \vee \ C}\ 1$$

- (++) (32 punti) (*Esercizio facoltativo*)

  In un gioco due amiche fanno un'affermazione, che è vera o falsa.
  Un'affermazione è mancanta e l'altra è riportata sotto:
  Celeste: ....
  Morgana: **io affermo il falso ma Celeste il vero**.

  Si può dedurre, anche se non si conosce l'affermazione di Celeste, quante affermazioni sono vere?

  a) No.
  b) Sì, sono vere tutte e due le affermazioni.
  c) Sì, è vera solo l'affermazione di Morgana.
  d) Sì, è vera solo l'affermazione di Celeste.
  e) Nessuna affermazione è vera.

  Si analizzino le varie affermazioni (6 punti ciascuna) nella teoria proposizionale $T_{Morgana}$ ottenuta estendendo $\mathbf{LC}_p$ con la formalizzazione di ciò che dice Morgana (formalizzazione 2 punti) tramite:
  M= l'affermazione di Morgana è vera
  C= l'affermazione di Celeste è vera

Logica classica con uguaglianza- $\mathbf{LC}_=$

$$\overset{\text{ax-id}}{\Gamma, A, \Gamma' \vdash \Delta, A, \Delta'} \qquad \overset{\text{ax-}\bot}{\Gamma, \bot, \Gamma' \vdash \nabla} \qquad \overset{\text{ax-}\mathtt{tt}}{\Gamma \vdash \nabla, \mathtt{tt}, \nabla'}$$

$$\frac{\Sigma, \Gamma, \Theta, \Gamma', \Delta \vdash \Sigma'}{\Sigma, \Gamma', \Theta, \Gamma, \Delta \vdash \Sigma'}\ \mathrm{sc_{sx}} \qquad \frac{\Gamma \vdash \Sigma, \Delta, \Theta, \Delta', \nabla}{\Gamma \vdash \Sigma, \Delta', \Theta, \Delta, \nabla}\ \mathrm{sc_{dx}}$$

$$\frac{\Gamma, A, B \vdash \Delta}{\Gamma, A\&B \vdash \Delta}\ \&\mathrm{S} \qquad \frac{\Gamma \vdash A, \Delta \quad \Gamma \vdash B, \Delta}{\Gamma \vdash A\&B, \Delta}\ \&-\mathrm{D}$$

$$\frac{\Gamma, A \vdash \Delta \quad \Gamma, B \vdash \Delta}{\Gamma, A \vee B \vdash \Delta}\ \vee-\mathrm{S} \qquad \frac{\Gamma \vdash A, B, \Delta}{\Gamma \vdash A \vee B, \Delta}\ \vee\mathrm{D}$$

$$\frac{\Gamma \vdash A, \Delta}{\Gamma, \neg A \vdash \Delta}\ \neg-\mathrm{S} \qquad \frac{\Gamma, A \vdash \Delta}{\Gamma \vdash \neg A, \Delta}\ \neg-\mathrm{D}$$

$$\frac{\Gamma \vdash A, \Delta \quad \Gamma, B \vdash \Delta}{\Gamma, A \to B \vdash \Delta}\ \to-\mathrm{S} \qquad \frac{\Gamma, A \vdash B, \Delta}{\Gamma \vdash A \to B, \Delta}\ \to-\mathrm{D}$$

$$\frac{\Gamma, \forall x\ A(x), A(t) \vdash \nabla}{\Gamma, \forall x\ A(x) \vdash \nabla}\ \forall-\mathrm{S} \qquad \frac{\Gamma \vdash A(w), \nabla}{\Gamma \vdash \forall x A(x), \nabla}\ \forall-\mathrm{D}\ (w \notin VL(\Gamma, \forall x\ A(x), \nabla))$$

$$\frac{\Gamma, A(w) \vdash \nabla}{\Gamma, \exists x\ A(x) \vdash \nabla}\ \exists-\mathrm{S}\ (w \notin VL(\Gamma, \exists x\ A(x), \nabla)) \qquad \frac{\Gamma \vdash A(t), \exists\ x\ A(x), \nabla}{\Gamma \vdash \exists x\ A(x), \nabla}\ \exists-\mathrm{D}$$

$$\frac{\Sigma\ ,\ t_{ter} = s_{ter}\ ,\ \Gamma(t_{ter})\ \vdash\ \Delta(t_{ter})\ ,\ \nabla}{\Sigma\ ,\ \Gamma(s_{ter})\ ,\ t_{ter} = s_{ter}\ \vdash\ \Delta(s_{ter})\ ,\ \nabla}\ = -\mathrm{S} \qquad \overset{= -\mathrm{ax}}{\Gamma \vdash t_{ter} = t_{ter}\ ,\ \Delta}$$

TAUTOLOGIE CLASSICHE

associatività $\vee$	$(A \vee B) \vee C$	$\leftrightarrow$	$A \vee (B \vee C)$
associatività &	$(A \& B) \& C$	$\leftrightarrow$	$A \& (B \& C)$
commutatività $\vee$	$A \vee B$	$\leftrightarrow$	$B \vee A$
commutatività &	$A \& B$	$\leftrightarrow$	$B \& A$
distributività $\vee$ su &	$A \vee (B \& C)$	$\leftrightarrow$	$(A \vee B) \& (A \vee C)$
distributività & su $\vee$	$A \& (B \vee C)$	$\leftrightarrow$	$(A \& B) \vee (A \& C)$
idempotenza $\vee$	$A \vee A$	$\leftrightarrow$	A
idempotenza &	$A \& A$	$\leftrightarrow$	A
leggi di De Morgan	$\neg(B \vee C)$	$\leftrightarrow$	$\neg B \& \neg C$
	$\neg(B \& C)$	$\leftrightarrow$	$\neg B \vee \neg C$
legge della doppia negazione	$\neg\neg A$	$\leftrightarrow$	A
implicazione classica	$(A \rightarrow C)$	$\leftrightarrow$	$\neg A \vee C$
disgiunzione come antecendente	$(A \vee B \rightarrow C)$	$\leftrightarrow$	$(A \rightarrow C) \& (B \rightarrow C)$
congiunzione come antecendente	$(A \& B \rightarrow C)$	$\leftrightarrow$	$(A \rightarrow (B \rightarrow C))$
legge della contrapposizione	$(A \rightarrow C)$	$\leftrightarrow$	$(\neg C \rightarrow \neg A)$
legge del modus ponens	$A \& (A \rightarrow C)$	$\rightarrow$	C
legge della NON contraddizione	$\neg(A \& \neg A)$		
legge del terzo escluso	$A \vee \neg A$		
leggi di De Morgan	$\neg(\exists x\, A(x))$	$\leftrightarrow$	$\forall x\, \neg A(x)$
	$\neg(\forall x\, A(x))$	$\leftrightarrow$	$\exists x\, \neg A(x)$

Regola di composizione

$$\frac{\vdash \mathtt{fr} \qquad \Gamma, \mathtt{fr}, \Gamma' \vdash \nabla}{\Gamma, \Gamma' \vdash \nabla}\ \mathrm{comp}$$

Regole derivate o ammissibili per $\mathbf{LC}_=$

si ricorda che $t \neq s \ \equiv \ \neg t = s$

$$\overset{\neg\text{-ax}_{sx1}}{\Gamma, A, \Gamma', \neg A, \Gamma'' \vdash C} \qquad \overset{\neg\text{-ax}_{sx2}}{\Gamma, \neg A, \Gamma', A, \Gamma'' \vdash C}$$

$$\overset{\neg\text{-ax}_{dx1}}{\Gamma \vdash \Sigma, A, \Sigma', \neg A, \Sigma''} \qquad \overset{\neg\text{-ax}_{dx2}}{\Gamma \vdash \Sigma, \neg A, \Sigma', A, \Sigma''}$$

$$\frac{\Gamma, A \vdash \Delta}{\Gamma, \neg\neg A \vdash \Delta}\ \neg\neg\text{–S} \qquad \frac{\Gamma \vdash A, \Delta}{\Gamma \vdash \neg\neg A, \Delta}\ \neg\neg\text{–D}$$

$$\frac{\Gamma, \Gamma\text{"} \vdash \Sigma}{\Gamma, \Gamma', \Gamma\text{"} \vdash \Sigma}\ \mathrm{in}_{\mathrm{sx}} \qquad \frac{\Gamma \vdash \Sigma, \Sigma\text{"}}{\Gamma \vdash \Sigma, \Sigma', \Sigma\text{"}}\ \mathrm{in}_{\mathrm{dx}}$$

$$\frac{\Gamma, A(t) \vdash \Delta}{\Gamma, \forall x\ A(x) \vdash \Delta}\ \forall\text{–S}_v \qquad \frac{\Gamma \vdash A(t), \Delta}{\Gamma \vdash \exists x\ A(x), \Delta}\ \exists\text{–D}_v$$