

## pre I-Compitino 25 maggio 2012

- Scrivete in modo CHIARO. Elaborati illegibili non saranno considerati.
- NON si contano le BRUTTE copie.
- Ricordatevi di ESPLICITARE l'uso della regola dello scambio sia a destra che a sinistra del sequente.
- Ricordatevi di LABELLARE LE DERIVAZIONI CON LE REGOLE USATE (se non lo fate perdete punti!)
- Specificate le regole derivate che usate e che non sono menzionate nel foglio allegato al compito.
- Mostrare se i sequenti di seguito sono validi (o soltanto soddisfacibili o nessuna delle due) in logica classica (nel caso di non validità i punti vanno aumentati della metà arrotondata per eccesso)

2 punti

$$(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C) \vdash A \vee B \rightarrow C \quad \left\{ \begin{array}{ll} \text{valido in LC} & \text{poichè ....} \\ \text{non valido in LC} & \text{poichè .....} \\ \text{soddisfacibile in LC} & \text{poichè .....} \\ \text{insoddisfacibile in LC} & \text{poichè .....} \end{array} \right.$$

5 punti

$$\vdash \exists x \forall y \exists z (x = y \rightarrow y = z) \quad \left\{ \begin{array}{ll} \text{valido in LC} & \text{poichè ....} \\ \text{non valido in LC} & \text{poichè .....} \\ \text{soddisfacibile in LC} & \text{poichè .....} \\ \text{insoddisfacibile in LC} & \text{poichè .....} \end{array} \right.$$

5 punti

$$\vdash \forall x \forall y \exists z (x = y \rightarrow y = z) \quad \left\{ \begin{array}{ll} \text{valido in LC} & \text{poichè ....} \\ \text{non valido in LC} & \text{poichè .....} \\ \text{soddisfacibile in LC} & \text{poichè .....} \\ \text{insoddisfacibile in LC} & \text{poichè .....} \end{array} \right.$$

5 punti

$$\exists x B(x) \vdash \forall x (A(x) \vee \neg A(x)) \quad \left\{ \begin{array}{ll} \text{valido in LC} & \text{poichè ....} \\ \text{non valido in LC} & \text{poichè .....} \\ \text{soddisfacibile in LC} & \text{poichè .....} \\ \text{insoddisfacibile in LC} & \text{poichè .....} \end{array} \right.$$

5 punti

$$\vdash \exists x (A(x) \& \perp) \quad \left\{ \begin{array}{ll} \text{valido in LC} & \text{poichè ....} \\ \text{non valido in LC} & \text{poichè .....} \\ \text{soddisfacibile in LC} & \text{poichè .....} \\ \text{insoddisfacibile in LC} & \text{poichè .....} \end{array} \right.$$

5 punti

$$\vdash \exists x \neg \neg A(x) \rightarrow \neg \forall x \neg A(x) \quad \left\{ \begin{array}{ll} \text{valido in LC} & \text{poichè ....} \\ \text{non valido in LC} & \text{poichè .....} \\ \text{soddisfacibile in LC} & \text{poichè .....} \\ \text{insoddisfacibile in LC} & \text{poichè .....} \end{array} \right.$$

5 punti

$$\vdash \exists x \neg \neg A(x) \rightarrow \forall x \neg \neg A(x) \quad \left\{ \begin{array}{ll} \text{valido in LC} & \text{poichè ....} \\ \text{non valido in LC} & \text{poichè .....} \\ \text{soddisfacibile in LC} & \text{poichè .....} \\ \text{insoddisfacibile in LC} & \text{poichè .....} \end{array} \right.$$

5 punti

$$\vdash \neg(\exists x (A(x) \& \perp) \rightarrow \forall x (A(x) \vee C(x))) \quad \left\{ \begin{array}{ll} \text{valido in LC} & \text{poichè ....} \\ \text{non valido in LC} & \text{poichè .....} \\ \text{soddisfacibile in LC} & \text{poichè .....} \\ \text{insoddisfacibile in LC} & \text{poichè .....} \end{array} \right.$$

• (7 punti)

Il programma fattoriale su 2 dà un'unico output.

Il programma fattoriale su 2 dà output il numero 2.

Il programma fattoriale su 2 dà output il numero  $x$ .

---

Il numero  $x$  è uguale 2.

con

$f$  = " il fattoriale"

2 = " il numero due"

3 = " il numero tre"

$O(x, y, z)$  = " il programma  $y$  su  $z$  dà output il numero  $x$ "

• (7 punti)

Franco è venuto ad una sola riunione.

Franco non è venuto all'ultima riunione.

Franco è venuto alla riunione del 10 giugno.

---

L'ultima riunione non è quella del 10 giugno.

ove si consiglia di usare:

$V(x, y)$  =  $x$  è venuto alla riunione  $y$

$u$  = ultima riunione

$d$  = riunione del 10 giugno

$f$  = Franco

- Formalizzare in sequente le argomentazioni di seguito. Si provi se il sequente ottenuto è valido e soddisfacibile o meno rispetto alla semantica della logica classica motivando la risposta (nel caso di non validità i punti vanno aumentati della metà arrotondata per eccesso):

– (3 punti)

Se sono in treno e chiacchero non mi annoio.

Se sono in treno, solo se mi annoio chiacchero.

---

Non si dà il caso che se sono in treno mi annoi e chiaccheri.

si consiglia di usare:

T=sono in treno

S=mi annoio

C=chiacchero

valido in LC	poichè ....
non valido in LC	poichè .....
soddisfacibile in LC	poichè .....
insoddisfacibile in LC	poichè .....

– (6 punti)

Soltanto i programmi corretti sono programmi utili.

Fac è un programma che non è corretto.

---

Fac è un programma che non è utile.

si consiglia di usare:

P(x)= x è un programma

U(x)= x è utile

C(x)= x è corretto

f=Fac

valido in LC	poichè ....
non valido in LC	poichè .....
soddisfacibile in LC	poichè .....
insoddisfacibile in LC	poichè .....

– (6 punti)

Qualche programma eseguibile da tutti è inutile.

---

Tutti i programmi sono utili, o eseguibili da tutti, oppure inutili.

si consiglia di usare:

P(x)= x è un programma

U(x)= x è utile

E(x,y)=x è eseguibile da y

valido in LC	poichè ....
non valido in LC	poichè .....
soddisfacibile in LC	poichè .....
insoddisfacibile in LC	poichè .....

– (6 punti)

Qualche programma eseguibile da tutti è inutile.

---

Tutti i programmi sono utili ed eseguibili da tutti oppure inutili.

si consiglia di usare: come sopra

valido in LC	poichè ....
non valido in LC	poichè .....
soddisfacibile in LC	poichè .....
insoddisfacibile in LC	poichè .....

– (6 punti)

Non di dà il caso che qualcuno sia più sapiente di Socrate  
 Se qualcuno è più sapiente di Socrate allora lo sono tutti.

---

si consiglia di usare:

$S(x,y)$  = x è più sapiente di y  
 $s$  = Socrate

valido in LC	poichè ....
non valido in LC	poichè .....
soddisfacibile in LC	poichè .....
insoddisfacibile in LC	poichè .....

– (6 punti)

Chi dorme bene vive bene.  
 Chi vive bene è felice  
 Chi dorme bene è felice.

---

si consiglia di usare:

$D(x)$  = x dorme bene  
 $V(x)$  = x vive bene  
 $F(x)$  = x è felice

valido in LC	poichè ....
non valido in LC	poichè .....
soddisfacibile in LC	poichè .....
insoddisfacibile in LC	poichè .....

– (6 punti)

Quelli intelligenti e onesti sanno di non sapere.  
 Quelli non onesti non sono intelligenti e non sanno di non sapere.

---

si consiglia di usare:

$M(x)$  = x è intelligente  
 $G(x)$  = x è onesto  
 $A(x)$  = x sa di non sapere

valido in LC	poichè ....
non valido in LC	poichè .....
soddisfacibile in LC	poichè .....
insoddisfacibile in LC	poichè .....

– (6 punti)

Se gli studenti hanno coscienza di rispettare il silenzio allora ogni richiamo è superfluo.  
 Se gli studenti non hanno coscienza di rispettare il silenzio allora ogni richiamo è inefficace.  
 Ogni richiamo è superfluo o inefficace.

---

si consiglia di usare:

$S(x)$  = x è studente

$C(x)$  = x ha coscienza di rispettare il silenzio  
 $R(x)$  = x è un richiamo  
 $E(x)$  = x è efficace  
 $P(x)$  = x è superfluo

valido in LC	poichè ....
non valido in LC	poichè .....
soddisfacibile in LC	poichè .....
insoddisfacibile in LC	poichè .....

– (10 punti)

“Non esiste nulla che se è onnipotente e immortale allora tutti sono immortali”

si consiglia di usare:  
 $O(x)$  = x è onnipotente  
 $I(x)$  = x è immortale

valido in LC	poichè ....
non valido in LC	poichè .....
soddisfacibile in LC	poichè .....
insoddisfacibile in LC	poichè .....

– (10 punti)

“Esiste uno che cucina per tutti e soli quelli che non cucinano per se stessi.”

si consiglia di usare:  
 $C(x,y)$  = “x cucina per y”

valido in LC	poichè ....
non valido in LC	poichè .....
soddisfacibile in LC	poichè .....
insoddisfacibile in LC	poichè .....

- Stabilire quali delle seguenti regole sono valide e lo stesso per le loro inverse (l’analisi dell’inversa raddoppia i punti).

- (8 punti)

$$\frac{\Gamma \vdash A(x) \vee \perp, \nabla}{\Gamma \vdash \forall x A(x), \nabla} 1$$

- (5 punti)

$$\frac{\Gamma \vdash \Delta}{\Gamma, \perp, C \vdash \Delta} 2$$

- (8 punti) Stabilire se la formalizzazione di

$$\frac{\text{Gino dorme} \vdash C \text{ 'è silenzio in tenda}}{\text{Tutti dormono} \vdash C \text{ 'è silenzio in tenda}} 3$$

è istanza di una regola valida assieme alla sua inversa, ove

$T$  = “C’è silenzio in tenda”

$D(x)$  = “x dorme”

$g$  = “Gino”

## Logica classica- $\text{LC}_{=}$

$\frac{\text{ax-id}}{\Gamma, A, \Gamma' \vdash \Delta, A, \Delta'}$	$\frac{\text{ax-}\perp}{\Gamma, \perp, \Gamma' \vdash \nabla}$	$\frac{\text{ax-}\top}{\Gamma \vdash \Delta, \top, \nabla}$
$\frac{\Sigma, \Gamma, \Theta, \Gamma', \Delta \vdash \Sigma}{\Sigma, \Gamma', \Theta, \Gamma, \Delta \vdash \Sigma} \text{sc}_{\text{sx}}$	$\frac{\Gamma \vdash \Sigma, \Delta, \Theta, \Delta', \nabla}{\Gamma \vdash \Sigma, \Delta', \Theta, \Delta, \nabla} \text{sc}_{\text{dx}}$	
$\frac{\Gamma, A, B \vdash \Delta}{\Gamma, A \& B \vdash \Delta} \&\text{S}$	$\frac{\Gamma \vdash A, \Delta \quad \Gamma \vdash B, \Delta}{\Gamma \vdash A \& B, \Delta} \&-\text{D}$	
$\frac{\Gamma, A \vdash \Delta \quad \Gamma, B \vdash \Delta}{\Gamma, A \vee B \vdash \Delta} \vee-\text{S}$	$\frac{\Gamma \vdash A, B, \Delta}{\Gamma \vdash A \vee B, \Delta} \vee\text{D}$	
$\frac{\Gamma \vdash A, \Delta}{\Gamma, \neg A \vdash \Delta} \neg-\text{S}$	$\frac{\Gamma, A \vdash \Delta}{\Gamma \vdash \neg A, \Delta} \neg-\text{D}$	
$\frac{\Gamma \vdash A, \Delta \quad \Gamma, B \vdash \Delta}{\Gamma, A \rightarrow B \vdash \Delta} \rightarrow-\text{S}$	$\frac{\Gamma, A \vdash B, \Delta}{\Gamma \vdash A \rightarrow B, \Delta} \rightarrow-\text{D}$	
$\frac{\Gamma, \forall x A(x), A(t) \vdash \nabla}{\Gamma, \forall x A(x) \vdash \nabla} \forall-\text{S}$	$\frac{\Gamma \vdash A(w), \nabla}{\Gamma \vdash \forall x A(x), \nabla} \forall-\text{D} \ (w \notin VL(\Gamma, \forall x A(x), \nabla))$	
$\frac{\Gamma, A(w) \vdash \nabla}{\Gamma, \exists x A(x) \vdash \nabla} \exists-\text{S} \ (w \notin VL(\Gamma, \exists x A(x), \nabla))$	$\frac{\Gamma \vdash A(t), \exists x A(x), \nabla}{\Gamma \vdash \exists x A(x), \nabla} \exists-\text{D}$	
$\frac{\Sigma, t = s, \Gamma(t) \vdash \Delta(t), \nabla}{\Sigma, \Gamma(s), t = s \vdash \Delta(s), \nabla} =-\text{S}$	$\frac{}{\Gamma \vdash t = t, \Delta} =-\text{ax}$	

## Regole derivate o valide in $\text{LC}_{=}$

$\frac{\neg\neg\text{ax}_{\text{sx}1}}{\Gamma, A, \Gamma', \neg A, \Gamma'' \vdash C}$	$\frac{\neg\neg\text{ax}_{\text{sx}2}}{\Gamma, \neg A, \Gamma', A, \Gamma'' \vdash C}$
$\frac{\neg\neg\text{ax}_{\text{dx}1}}{\Gamma \vdash \Sigma, A, \Sigma', \neg A, \Sigma''}$	$\frac{\neg\neg\text{ax}_{\text{dx}2}}{\Gamma \vdash \Sigma, \neg A, \Sigma', A, \Sigma''}$
$\frac{\Gamma, A \vdash \Delta}{\Gamma, \neg\neg A \vdash \Delta} \neg\neg-\text{S}$	$\frac{\Gamma \vdash A, \Delta}{\Gamma \vdash \neg\neg A, \Delta} \neg\neg-\text{D}$
$\frac{\Gamma, \Gamma'' \vdash \Sigma}{\Gamma, \Gamma', \Gamma'' \vdash \Sigma} \text{in}_{\text{sx}}$	$\frac{\Gamma \vdash \Sigma, \Sigma''}{\Gamma \vdash \Sigma, \Sigma', \Sigma''} \text{in}_{\text{dx}}$
$\frac{\Gamma, A(t) \vdash \Delta}{\Gamma, \forall x A(x) \vdash \Delta} \forall-\text{Sv}$	$\frac{\Gamma \vdash A(t), \Delta}{\Gamma \vdash \exists x A(x), \Delta} \exists-\text{Dv}$