

15. Test di comprensione su formalizzazione e derivazione in logica classica predicativa

Ecco alcuni esercizi *chiave* che aiutano a capire come usare le regole di quantificazione. Gli ultimi due esercizi sono delle vere “perle” che aiutano a capire molto bene l’utilizzo delle regole di quantificazione a destra e a sinistra e si invita il lettore a provare e a riprovare a derivarli da solo!

1. È vero che

“Se tutti possiedono un miliardo allora qualcuno possiede un miliardo”?

Si utilizzi il calcolo dei sequenti della logica classica predicativa per derivare la formalizzazione dell’affermazione sopra utilizzando il predicato

$P(x, y) =$ “x possiede y”

m= “un miliardo”

e seguendo i consigli qui elencati:

Consigli su come derivare

applicare PRIMA le regole dei connettivi proposizionali e \forall -D e \exists -S

Se si confida di poter derivare il sequente si possono abbreviare le derivazioni con le regole veloci, come \exists -D \mathbf{v} e \forall -S \mathbf{v} con variabili NUOVE

$$\frac{\Gamma \vdash \mathbf{A}(\mathbf{t}), \nabla}{\Gamma \vdash \exists \mathbf{x} \mathbf{A}(\mathbf{x}), \nabla} \exists\text{-D}\mathbf{v} \qquad \frac{\Gamma, \mathbf{A}(\mathbf{t}) \vdash \nabla}{\Gamma, \forall \mathbf{x} \mathbf{A}(\mathbf{x}) \vdash \nabla} \forall\text{-S}\mathbf{v}$$

applicare le regole \forall -S e \exists -D con TERMINI presenti nelle formule del sequente (se ce ne sono)

2. È vero che

“Ciascuno possiede ciò che non ha perduto?”

??

Hai per caso “perduto un miliardo”?

Ma allora “tu possiedi un miliardo”!!

Si utilizzi il calcolo dei sequenti della logica classica predicativa per derivare la formalizzazione del sequente:

Ciascuno possiede ciò che non ha perduto.

Nessuno ha perduto un miliardo.

Tutti possiedono un miliardo.

usando

$P(x, y) =$ "x possiede y"

$E(x, y) =$ "x ha perduto y"

m="un miliardo"

3. È vero che in questa aula

"C'è uno che se lui ride allora tutti ridono"

??

Formalizzare l'affermazione sopra con

$R(x) =$ "x ride"

e provare a derivarla nel calcolo dei sequenti della logica predicativa seguendo i consigli dati sopra.

4. È vero che

"Esiste uno che ama tutti e soli quelli che NON amano se stessi"

??

Formalizzare l'affermazione con

$A(x, y) =$ "x ama y"

e provare che è un paradosso derivando la sua negazione nel calcolo dei sequenti della logica predicativa seguendo i consigli dati sopra.

5. Formalizzare e derivare in $LC_{=}$

"Se esistono due diversi allora per ciascuno esiste qualcuno diverso da lui."

6. Formalizzare e derivare in $LC_{=}$

"Se esiste qualcuno che studia e frequenta i corsi allora ci sono alcuni che studiano e alcuni che frequentano i corsi."

con

$F(x) =$ "x frequenta i corsi"

$S(x) =$ "x studia"

Si formalizzino le seguenti argomentazioni e le si derivi in **LC**₌:

Chi cerca trova



Chi trova non cerca




Dunque nessuno cerca!!!




utilizzando
 $C(x) = x$ cerca
 $T(x) = x$ trova

Chi non cerca non trova



Chi non trova cerca



Dunque tutti cercano!!!

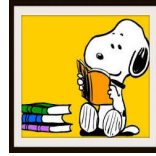


utilizzando
 $C(x) = x$ cerca
 $T(x) = x$ trova

Chi non studia non passa gli esami



Chi non passa gli esami studia



Dunque tutti studiano!!!



utilizzando

$S(x) = x$ studia

$P(x) = x$ passa gli esami