SIMULAZIONE I appello 7 gennaio 2015

nome: cognome:

- Scrivete in modo CHIARO. Elaborati illegibili non saranno considerati.
- NON si contano le BRUTTE copie.
- Ricordatevi di ETICHETTARE LE DERIVAZIONI CON LE REGOLE USATE (se non lo fate perdete punti!)
- Specificate le eventuali regole derivate che usate e che non sono menzionate nel foglio allegato al compito.

- Derivare in LJ:
  - 3 punti
    $A \rightarrow B \vdash \neg\neg(\, B\&A \;\rightarrow\; A\,)$
  - 5 punti
    $\exists x\; \neg C(x) \vdash \neg\forall y\, C(y) \;\vee\; \exists w\, C(w)$
  - 5 punti
    $\forall x\; \exists y\; C(x,y) \vdash \forall z\, \exists w\; (\; C(z,w) \;\vee\; C(w,z)\;)$
  - 5 punti
    $\exists x\; (\,\neg C(x) \;\rightarrow \perp)\vdash \neg\forall x\; \neg C(x)$

- Formalizzare le seguenti asserzioni e derivare i sequenti ottenuti nella logica indicata
  - (6 punti) in LJ

    Soltanto chi spera ci sia il sole non spera ci sia la pioggia.
    Nessuno spera ci sia la pioggia.

    Ognuno spera ci sia il sole.

    si consiglia di usare:
    A(x,y) = "x spera ci sia y"
    p="la pioggia"
    s="il sole"

  - (5 punti) in LJ

    I libri di fantascienza sono divertenti.
    Ciò che è divertente è utile per lo spirito.

    I libri di fantascienza sono utili per lo spirito.

    si consiglia di usare:
    F(x) = "x è un libro di fantascienza"
    U(x) = "x è utile per lo spirito"
    D(x) = "x è divertente"

- (37 punti) Siano T^i_{not} e T^c_{not} le teorie ottenute estendendo rispettivamente LJ e LK con composizioni e con la formalizzazione dei seguenti assiomi:

  - Se è notte Fufi è in casa.
  - Solo se Lessie non è in casa, Fufi non dorme.
  - Se Lessie è in casa Toni non è in casa.
  - Solo se è notte Fufi dorme.
  - Se Fufi è in casa anche Toni è in casa.

  Si consiglia di usare:

  C(x)="x è in casa"
  N="è notte"
  D(x)="x dorme"
  t="Toni" f="Fufi" l="Lessie"

  Dedurre poi le seguenti affermazioni nella teoria indicata:

  - Fufi dorme solo se è in casa. (in T^i_{not})
  - Se Toni non è in casa allora non è notte. (in T^i_{not})
  - Se Lessie è in casa allora non è notte. (in T^i_{not})
  - Solo se Toni è in casa, è notte. (in T^i_{not})
  - Se Lessie è in casa allora Fufi non dorme. (in T^i_{not})
  - Lessie non è in casa se è notte. (in T^i_{not})
  - Lessie non è in casa. (in T^c_{not})
  - Se Lessie è in casa allora Fufi dorme. (in T^c_{not})
  - Lessie non è in casa. (in T^i_{not})
  - Se Lessie è in casa allora Fufi dorme. (in T^i_{not})

- (37 punti) Siano T^i_{sti} e T^c_{sti} le teorie ottenute estendendo rispettivamente LJ e LK con composizioni e con la formalizzazione dei seguenti assiomi:

  - Qualcuno è stimato da Paolo.
  - Paolo è stimato da quelli che non sono stimati da lui.
  - Tutti sono stimati da qualcuno.
  - Paolo è stimato soltanto da quelli che non sono stimati da lui.
  - Nessuno è stimato da Elisa.

  si consiglia di usare:
  S(x,y)= x è stimato da y
  e=Elisa, p=Paolo

  Dopo aver formalizzato le frase seguenti mostrarne una derivazione nella teoria indicata :

  - Paolo non è stimato da Elisa. (in T^i_{sti})
  - Non si dà il caso che Paolo sia stimato da tutti. (in T^i_{sti})
  - Qualcuno non è stimato da Paolo. (in T^i_{sti})

- Elisa è stimata da Paolo. (in T^c_{sti})
- Non si dà il caso che Paolo sia stimato da tutti quelli che sono stimati da Paolo. (in T^c_{sti})
- Non si dà il caso che Paolo sia stimato da tutti quelli che sono stimati da Paolo. (in T^i_{sti})

Logica intuizionistica LJ

$$\text{ax-id} \quad A \vdash A \qquad\qquad \text{ax-}\perp \quad \perp\vdash$$

$$\frac{\Gamma \vdash \Delta}{\Gamma, C \vdash \Delta}\ \text{in}_{\text{sx}} \qquad\qquad \frac{\Gamma \vdash}{\Gamma \vdash C}\ \text{in}_{\text{dx}}$$

$$\frac{\Gamma, C, C \vdash \Delta}{\Gamma, C \vdash \Delta}\ \text{cn}_{\text{sx}}$$

$$\frac{\Gamma \vdash A \quad \Gamma \vdash B}{\Gamma \vdash A \& B}\ \&-\text{f} \qquad\qquad \frac{\Gamma, A \vdash \Delta}{\Gamma, A\&B \vdash \Delta}\ \&-\text{re}_1 \qquad \frac{\Gamma, B \vdash \Delta}{\Gamma, A\&B \vdash \Delta}\ \&-\text{re}_2$$

$$\frac{\Gamma, A \vdash \Delta \quad \Gamma, B \vdash \Delta}{\Gamma, A \vee B \vdash \Delta}\ \vee-\text{f} \qquad\qquad \frac{\Gamma \vdash A}{\Gamma \vdash A \vee B}\ \vee-\text{re}_1 \qquad \frac{\Gamma \vdash B}{\Gamma \vdash A \vee B}\ \vee-\text{re}_2$$

$$\frac{\Gamma, A \vdash B}{\Gamma \vdash A \to B}\ \to-\text{f} \qquad\qquad \frac{\Gamma \vdash A \quad B, \Gamma' \vdash \Delta}{\Gamma, A \to B, \Gamma' \vdash \Delta}\ \to-\text{re}$$

$$\frac{\Gamma \vdash A(z)}{\Gamma \vdash \forall x A(x)}\ \forall-\text{f}\ (\Gamma, \forall x\ A(x) \text{ non dipendono da } z) \qquad\qquad \frac{\Gamma, A(t) \vdash \Delta}{\Gamma, \forall x\ A(x) \vdash \Delta}\ \forall-\text{re}$$

$$\frac{\Gamma, A(z) \vdash \Delta}{\Gamma, \exists x\ A(x) \vdash \Delta}\ \exists-\text{f}\ (\Gamma, \exists x\ A(x), \Delta \text{ non dipendono da } z) \qquad\qquad \frac{\Gamma \vdash A(t)}{\Gamma \vdash \exists x\ A(x)}\ \exists-\text{re}$$

Logica classica predicativa LK

$$\text{ax-id} \quad A \vdash A \qquad\qquad \text{ax-}\perp \quad \perp\vdash$$

$$\frac{\Gamma \vdash \Delta}{\Gamma, C \vdash \Delta}\ \text{in}_{\text{sx}} \qquad\qquad \frac{\Gamma \vdash \Delta}{\Gamma \vdash C, \Delta}\ \text{in}_{\text{dx}}$$

$$\frac{\Gamma, C, C \vdash \Delta}{\Gamma, C \vdash \Delta}\ \text{cn}_{\text{sx}} \qquad\qquad \frac{\Gamma \vdash C, C, \Delta}{\Gamma \vdash C, \Delta}\ \text{cn}_{\text{dx}}$$

$$\frac{\Gamma \vdash A, \Delta \quad \Gamma \vdash B, \Delta}{\Gamma \vdash A \& B, \Delta}\ \&-\text{f} \qquad\qquad \frac{\Gamma, A \vdash \Delta}{\Gamma, A\&B \vdash \Delta}\ \&-\text{re}_1 \qquad \frac{\Gamma, B \vdash \Delta}{\Gamma, A\&B \vdash \Delta}\ \&-\text{re}_2$$

$$\frac{\Gamma, A \vdash \Delta \quad \Gamma, B \vdash \Delta}{\Gamma, A \vee B \vdash \Delta}\ \vee-\text{f} \qquad\qquad \frac{\Gamma \vdash A, \Delta}{\Gamma \vdash A \vee B, \Delta}\ \vee-\text{re}_1 \qquad \frac{\Gamma \vdash B, \Delta}{\Gamma \vdash A \vee B, \Delta}\ \vee-\text{re}_2$$

$$\frac{\Gamma, A \vdash B, \Delta}{\Gamma \vdash A \to B, \Delta}\ \to-\text{f} \qquad\qquad \frac{\Gamma \vdash A, \Delta \quad B, \Gamma' \vdash \Delta'}{\Gamma, A \to B, \Gamma' \vdash \Delta, \Delta'}\ \to-\text{re}$$

$$\frac{\Gamma \vdash A(z), \Delta}{\Gamma \vdash \forall x A(x), \Delta}\ \forall-\text{f}\ (\Gamma, \forall x A(x), \Delta \text{ non dipendono da } z) \qquad\qquad \frac{\Gamma, A(t) \vdash \Delta}{\Gamma, \forall x\ A(x) \vdash \Delta}\ \forall-\text{re}$$

$$\frac{\Gamma, A(z) \vdash \Delta}{\Gamma, \exists x\ A(x) \vdash \Delta}\ \exists-\text{f}\ (\Gamma, \exists x\ A(x), \Delta \text{ non dipendono da } z) \qquad\qquad \frac{\Gamma \vdash A(t), \Delta}{\Gamma \vdash \exists x\ A(x), \Delta}\ \exists-\text{re}$$

Regole di composizione (ovvero cut)

in **LJ**:

$$\frac{\Gamma \vdash A \quad A, \Gamma' \vdash \Delta}{\Gamma, \Gamma' \vdash \Delta} \text{ cut}$$

in **LK**:

$$\frac{\Gamma \vdash A, \Delta \quad A, \Gamma' \vdash \Delta'}{\Gamma, \Gamma' \vdash \Delta, \Delta'} \text{ cut}$$

Si ricorda che sia in **LJ** che in **LK** la negazione è definita in tal modo

$$\neg \mathbf{C} \equiv \mathbf{C} \rightarrow \perp$$

Regole ammissibili in LJ

$$\begin{array}{c} \text{ax-id} \\ \boldsymbol{\Gamma}, \mathbf{A}, \boldsymbol{\Gamma}' \vdash \mathbf{A} \end{array}$$

$$\frac{\boldsymbol{\Gamma} \vdash \mathbf{A}}{\boldsymbol{\Gamma}, \neg \mathbf{A} \vdash \mathbf{B}} \neg\text{−re} \qquad \frac{\boldsymbol{\Gamma}, \mathbf{A} \vdash}{\boldsymbol{\Gamma} \vdash \neg \mathbf{A}} \neg\text{−f}$$

$$\frac{\Sigma, \Gamma, \Theta, \Gamma', \Delta \vdash \Sigma}{\Sigma, \Gamma', \Theta, \Gamma, \Delta \vdash \Sigma} \text{sc}_{\text{sx}}$$

Regole ammissibili in LK

$$\begin{array}{c} \text{ax-id} \\ \boldsymbol{\Gamma}, \mathbf{A}, \boldsymbol{\Gamma}' \vdash \mathbf{A} \end{array}$$

$$\frac{\boldsymbol{\Gamma} \vdash \mathbf{A}, \boldsymbol{\Delta}}{\boldsymbol{\Gamma}, \neg \mathbf{A} \vdash \boldsymbol{\Delta}} \neg\text{−re} \qquad \frac{\boldsymbol{\Gamma}, \mathbf{A} \vdash \boldsymbol{\Delta}}{\boldsymbol{\Gamma} \vdash \neg \mathbf{A}, \boldsymbol{\Delta}} \neg\text{−f}$$

$$\frac{\Sigma, \Gamma, \Theta, \Gamma', \Delta \vdash \Sigma}{\Sigma, \Gamma', \Theta, \Gamma, \Delta \vdash \Sigma} \text{sc}_{\text{sx}} \qquad \frac{\Gamma \vdash \Sigma, \Delta, \Theta, \Delta', \nabla}{\Gamma \vdash \Sigma, \Delta', \Theta, \Delta, \nabla} \text{sc}_{\text{dx}}$$