primo turno I appello 14 gennaio 2019

nome: cognome:

- Scrivere in modo CHIARO. Elaborati illegibili non saranno considerati.
- NON si contano le BRUTTE copie.
- Si ricorda di ESPLICITARE l'uso della regola dello scambio sia a destra che a sinistra del sequente.
- Si ricorda di ETICHETTARE LE DERIVAZIONI CON LE REGOLE USATE (se non lo fate perdete punti!)
- Si esplicitino le eventuali regole derivate usate che non sono menzionate nel foglio allegato al compito.
- ATTENZIONE: se si risolvono correttamente TUTTI gli esercizi con il segno ++ si prende il voto 30 independentemente dall'avere o meno un bonus accumulato.

• Mostrare se i sequenti elencati sotto sono tautologie, opinioni o paradossi in logica classica con uguaglianza motivando la risposta: nel caso di sequente proposizionale opinione si indichi la riga della tabella di verità in cui il sequente è falso e una riga in cui è vero e nel caso di sequente predicativo opinione si mostri un contromodello e un modello (nel caso di opinioni o paradossi il punteggio indicato viene raddoppiato)

- 3 punti
  $\neg(M \rightarrow A) \vee M \vdash A \,\&\, \neg\neg M$

- (++) 6 punti
  $\forall y \neg \exists x\ x \neq y \vdash \forall z\ (z = c \,\&\, z = a)$

- 5 punti
  $\forall x\ (B(x) \,\&\, C(x)) \vdash \neg\exists x\ \neg B(x)$

- 5 punti
  $\forall x\ x \neq c \vdash \neg\neg\forall x\ (F(x) \vee \neg F(x))$

• Formalizzare le seguenti asserzioni e stabilire se i sequenti ottenuti sono tautologie, opinioni o paradossi con l'uso di contromodelli nel caso di opinione (nel caso di opinione o paradosso i punti sono raddoppiati).

- (6 punti)

  Quelli che dormono bene vivono a lungo.
  Chiunque sogna dorme bene.

  Se uno sogna vive a lungo.

  si consiglia di usare:
  $S(x)$=x sogna
  $D(x)$= x dorme bene
  $V(x)$= x vive a lungo

- (++) (6 punti)

$$\frac{\text{Non esiste qualcuno che è sia ricco che povero.}}{\text{Ciascuno o è povero o è ricco.}}$$

si consiglia di usare:
$R(x)$=x è ricco
$P(x)$= x è povero

- (8 punti)

$$\frac{\text{Abele ha un'unica sorella.}}{\text{Se Eva è diversa da Ruth, allora non si dà il caso che Eva e Ruth siano entrambe sorelle di Abele.}}$$

si consiglia di usare:
$S(x, y)$= x è sorella di y
a=Abele, e=Eva r=Ruth

- (++) (14 punti)
"Non esiste alcuno che se lui ammira qualcuno allora tutti ammirano qualcuno."

si consiglia di usare:
$A(x, y)$=x ammira y

- Sia T_{bask} la teoria ottenuta estendendo $LC_=$ con la formalizzazione dei seguenti assiomi:
  - Mimmo gioca a basket oppure Augusto non ci gioca, se e soltanto se, Pino gioca a basket.
  - Zeno e Mimmo giocano a basket solo se Pino non ci gioca.
  - Se Augusto gioca a basket allora non ci gioca Valerio.
  - Solo se sia Valerio che Augusto non giocano a basket Pino non ci gioca.
  - Ognuno o gioca oppure non gioca.

  Si consiglia di usare:
  $B(x)$= x gioca a basket,
  v=Valerio, m=Mimmo, a=Augusto, p=Pino, z= Zeno.

  Formalizzare le seguenti affermazioni e dedurne la validità in T_{bask}: (ciascuna conta 4 punti quando non indicato altrimenti)

  - Pino gioca a basket se Augusto non ci gioca.
  - Se Augusto gioca a basket allora Pino ci gioca.
  - (6 punti) Pino gioca a basket.
  - Se Pino non gioca a basket allora Valerio non ci gioca ma Augusto ci gioca.
  - (8 punti) Non si dà il caso che, se qualcuno gioca tutti non giochino.

- Sia T_{inseg} la teoria ottenuta estendendo $LC_=$ con la formalizzazione dei seguenti assiomi:
  - (4 punti) Chiunque insegni inglese ad un'altro, quest'altro non insegna inglese al primo.

- (2 punti) Mary insegna inglese a Beatrice.
- (4 punti) Emilio non vuole imparare nulla.
- (2 punti) Gino non vuole imparare l'inglese.
- (3 punti) John insegna inglese a tutti.
- (2 punti) Mary insegna inglese ad Aldo.
- (5 punti) Se uno non vuole imparare l'inglese allora non c'è nessuno che glielo insegna.

si consiglia di usare:
$I(x, z, y)= x$ insegna z ad y
$V(x, y)=x$ vuole imparare y
i=inglese
a= Aldo, g= Gino, j=John, m= Mary, b= Beatrice, e=Emilio

Dopo aver formalizzato le frase seguenti mostrarne una derivazione nella teoria in T_{inseg}: (ciascuna conta 8 punti quando non indicato espressamente)

- Mary insegna qualcosa a Beatrice ed anche John le insegna qualcosa.
- Beatrice non insegna inglese a Mary.
- Non si dà il caso che non esista qualcuno che insegna inglese a John.
- Non si dà il caso che tutti insegnino inglese a tutti.
- Nessuno insegna inglese a John.
- Mary non insegna inglese ad Emilio e neanche a Gino.
- (10 punti) Se Aldo è diverso da Beatrice allora non si dà il caso che Mary insegni inglese ad uno e soltanto a lui.

- Stabilire se la seguente regola e le sue inverse sono valide rispetto alla semantica classica (l'analisi delle inverse raddoppia il punteggio):

  - (6 punti)

$$\frac{D \vdash A \qquad\qquad D \vdash B \vee C}{D \vdash (A \,\&\, B) \vee C}\ 1$$

  - (7 punti ++ (per lode))

$$\frac{\text{Piove} \vdash \text{Il cielo è nuvoloso} \qquad\qquad \text{Non piove} \vdash \text{C'è il sole}}{\text{Il cielo non è nuvoloso e non c'è il sole} \vdash \text{Piove}}\ 2$$

ove
N= il cielo è nuvoloso
S=c'è il sole
P=piove

- (facoltativo)

  Dire se nell'aritmetica di Peano PA questi sequenti sono validi (nel caso di non validità mostrare che la loro negazione è derivabile)

  1. (7 punti) $\vdash \exists z\ \exists w\ z + 0 = w \cdot z$
  2. (7 punti) $\vdash \forall x\ \exists y\ (\ s(y) = x\ \rightarrow y \neq 0\ )$