12. Formalizzazione in linguaggio predicativo

Il linguaggio predicativo è ottenuto estendendo il linguaggio proposizionale (quello con $\neg, \vee, \&, \rightarrow, \perp$) con predicati $A(x)$, $B(x,y)$, $C(x,y,z..)$ dipendenti da un numero arbitrario di variabili e quantificatori

$$\forall x\ \texttt{fr}(x) \qquad \text{e } \exists x\ \texttt{fr}(x)$$

su un qualsiasi predicato $\texttt{fr}(x)$ contenente x come variabile libera.

In tale linguaggio la seguente argomentazione:

Tutti gli uomini sono mortali
Socrate è un uomo
___
Socrate è mortale

usando
M(x)= "x è mortale"
U(x)= "x è un uomo"
$\overline{\mathbf{s}}$="Socrate"

si può formalizzare nel sequente

$$\forall \mathbf{x}\ (\ \mathbf{U}(\mathbf{x}) \rightarrow \mathbf{M}(\mathbf{x})\ )\ , \mathbf{U}(\overline{\mathbf{s}}) \vdash \mathbf{M}(\overline{\mathbf{s}})$$

12.bis Come mettere le parentesi

$\neg, \forall, \exists$ **lega più di** $\vee, \&$ **lega più di** $\rightarrow$

Come si scrivono :

1. "**(tutti** gli **x** tale che **A(x)) o B**"

2. "**tutti** gli **x** tale che **(A(x) o B)**"

3. " **(esiste un x tale che** $A(x)$ **) implica (** B **o** C **)**"

4. "**(esiste** un **x** tale che **(** $A(x)$ **implica** B **)) o** C "

Cosa traducono i quantificatori

$\forall \mathbf{x}(\, \mathbf{P}(\mathbf{x}) \rightarrow \mathbf{Q}(\mathbf{x})\,)$ traduce

Chi è P(x) è pure Q(x)
Quelli che sono P(x)... sono Q(x)
I P(x) sono Q(x)
Chiunque è P(x), è pure Q(x)
Ogni P(x) è Q(x)
Soltanto i Q(x) sono P(x)
Se uno è P(x) allora è pure Q(x)
Solo se uno è Q(x) allora è pure P(x)

$\exists \mathbf{x}(\, \mathbf{P}(\mathbf{x})\, \& \mathbf{Q}(\mathbf{x})\,)$ traduce

C'è un P(x) che è Q(x)
esiste un P(x) che è Q(x)
qualche P(x) è Q(x)
esistono dei P(x) che sono Q(x)

$\neg\exists \mathbf{x}(\, \mathbf{P}(\mathbf{x})\, \& \mathbf{Q}(\mathbf{x})\,)$ traduce

nessun P(x) è un Q(x)
non esiste un P(x) che è Q(x)
non esistono P(x) che sono Q(x)

Attenzione: nella maggior parte delle traduzioni:

- il quantificatore *esiste* va assieme alla *congiunzione* come sopra

- il quantificatore *universale* va assieme all'*implicazione*.

Quindi se vi trovate a tradurre una frase con un quantificatore esistenziale seguito da un'implicazione, oppure una quantificazione universale seguito da una congiunzione controllate più volte di aver tradotto bene!!!

Trucco *per tradurre il* **soltanto quelli**, **solo quelli che**

- riscrivere la frase *togliendo* il *"soltanto", o "solo"*

- tradurre la frase ottenuta usando la quantificazione universale e l'implicazione

- se la frase ottenuta è $\forall x\ (\ \mathbf{fr_1}(x) \rightarrow \mathbf{fr_2}(x)\ )$ la traduzione della frase iniziale è ottenuta *SCAMBIANDO antecedente* con *conseguente*, ovvero scrivendo $\forall x\ (\ \mathbf{fr_2}(x) \rightarrow \mathbf{fr_1}(x)\ )$

Esercizi

1. Nel linguaggio predicativo formalizzate i seguenti enunciati:

   (a) “Chi non mangia non sta in piedi”
   usando
   $M(x)=$ “x mangia”
   $P(x)=$ “x sta in piedi”

   (b) “esiste un numero x tale che x è minore o uguale a sei”
   usando
   $x \leq y=$ “x è minore o uguale a y”
   $6=$ sei

   (c) “Qualche antenato di Mario è nobile.”
   usando
   $A(x,y) =$ “x è antenato di y”
   $N(x) =$ “x è nobile”
   $\overline{m}=$ “Mario”

   (d) “ Solo quelli che hanno il biglietto salgono sull’aereo.”
   usando
   $B(x)=$ “ x ha il biglietto”
   $S(x)=$ “x sale sull’aereo”

   (e) “Non si dà il caso che nessun programma termini.”
   usando
   $P(x)=$ “x è programma”
   $T(x)=$ “x termina”

   (f) “Nessun programma con un ciclo infinito termina.”
   usando:
   $P(x)=$ “x è programma”
   $T(x)=$ “x termina”
   $C(x,y)=$ “y è ciclo infinito di x ”

   (g) “Un programma che non ha cicli termina.”
   usando:
   $P(x)=$ “x è programma”
   $T(x)=$ “x termina”
   $C(x,y)=$ “y è ciclo di x ”

2. Formalizzare le seguenti argomentazioni in sequente:

   (a) $$\frac{\text{Non tutti i programmi sono utili e corretti.}}{\text{Esiste un programma non utile.}}$$

   usando
   $P(x)=$”x è un programma”
   $U(x)=$”x è utile”
   $C(x)=$”x è corretto”

(b) $$\begin{array}{l} \text{Non tutti i programmi sono utili e corretti.} \\ \hline \text{Esiste un programma non utile o esiste un programma non corretto.} \end{array}$$

usando
$P(x)$=”x è un programma”
$U(x)$=”x è utile”
$C(x)$=”x è corretto”

(c) $$\begin{array}{l} \text{Solo i buoni sono stimati da tutti.} \\ \text{Alberto è buono.} \\ \hline \text{Alberto è stimato da tutti.} \end{array}$$

usando
$S(x, y)$=”x stima y”
$B(x)$= “x è buono”
a=”Alberto”

(d) $$\begin{array}{l} \text{I buoni e soltanto loro sono stimati da tutti.} \\ \text{Alberto è buono.} \\ \hline \text{Alberto è stimato da tutti.} \end{array}$$

usando
$S(x, y)$=”x stima y”
$B(x)$= “x è buono”
a=”Alberto”

(e) $$\begin{array}{l} \text{Ciascuno possiede ciò che non ha perduto.} \\ \text{Alberto non ha perduto la Ferrari testa rossa.} \\ \hline \text{Alberto possiede la Ferrari testa rossa.} \end{array}$$

usando
$P(x, y)$=”x possiede y”
$E(x, y)$= “x ha perduto y”
f=”Ferrari testa rossa”

(f) $$\begin{array}{l} \text{Solo i buoni sono stimati da tutti.} \\ \text{Alberto è stimato da tutti.} \\ \hline \text{Alberto è buono.} \end{array}$$

usando
$S(x, y)$=”x stima y”
$B(x)$= “x è buono”
a=”Alberto”

(g) $$\begin{array}{l} \text{Nessuno è buono e cattivo.} \\ \hline \text{Ogni buono non è cattivo.} \end{array}$$

usando
$C(x)$= “x è cattivo”
$B(x)$= “x è buono”
a=”Alberto”

(h) $$\begin{array}{l} \text{Non tutti i programmi hanno un ciclo.} \\ \text{Se un programma non ha un ciclo termina.} \\ \hline \text{Qualche programma non termina.} \end{array}$$

usando
$P(x)$= “x è programma”
$T(x)$= “x termina”
$C(x)$= “x ha un ciclo”

(i)
Tutti, se piove, si riparano.

Tutti si riparano se piove.

usando
P= “Piove”
$0(x)$= “x si ripara”

(j)
Non si dà il caso che qualcuno sia più alto di Piero.

C'è qualcuno di cui nessuno è più alto.

usando
$\overline{p}$=”Piero”
$A(x, y)$=”x è più alto di y”

(k)
Non si dà il caso che qualcuno sia più alto di Piero.

Nessuno è più alto di Piero.

usando
$\overline{p}$=”Piero”
$A(x, y)$=”x è più alto di y”

(l)
Solo se uno è italiano o francese può partecipare al programma di scambio culturale Italia-Francia.
Marc non è italiano.
Marc può partecipare al programma di scambio culturale Italia-Francia.

Marc è francese.

usando
$\overline{m}$=”Marc”
$I(x)$=”x è italiano”
$F(x)$=”x è francese”
$P(x)$=” x può partecipare al programma di scambio culturale Italia-Francia”

(m)
Se uno è italiano o francese può partecipare al programma di scambio culturale Italia-Francia.
Marc non è italiano.
Marc può partecipare al programma di scambio culturale Italia-Francia.

Marc è francese.

usando
$\overline{m}$=”Marc”
$I(x)$=”x è italiano”
$F(x)$=”x è francese”
$P(x)$=” x può partecipare al programma di scambio culturale Italia-Francia”