I-Compitino LOGICA 31 maggio 2013

nome: cognome:

- Scrivete in modo CHIARO. Elaborati illegibili non saranno considerati.
- NON si considerano le BRUTTE copie.
- Ricordatevi di ESPLICITARE l'uso della regola dello scambio sia a destra che a sinistra del sequente (se non lo fate perdete punti!).
- Ricordatevi di ETICHETTARE LE DERIVAZIONI CON LE REGOLE USATE (se non lo fate perdete punti!)
- Specificate le regole derivate che usate e che non sono menzionate nel foglio allegato al compito.

- Mostrare se i sequenti di seguito sono validi o meno e soddisfacibili o meno in logica classica (nel caso di non validità i punti vanno aumentati della metà arrotondata per difetto nel caso di sequenti con sole proposizioni e per eccesso nel caso di sequenti con formule predicative)

3 punti

$\neg(\ A\&C\ \rightarrow\ \neg(A\ \vee\ C\ )\ )\vee\ \neg(\ \neg A\ \&\neg C\ \rightarrow\ A\&C\ )\vdash\perp$

valido in $LC_=$	poichè ....
non valido in $LC_=$	poichè ....
soddisfacibile in $LC_=$	poichè ....
insoddisfacibile in $LC_=$	poichè ....

5 punti

$\vdash\forall y\ (\ \exists z\ y\neq z\ \rightarrow\ \neg\forall x\ x=y\ )$

valido in $LC_=$	poichè ....
non valido in $LC_=$	poichè ....
soddisfacibile in $LC_=$	poichè ....
insoddisfacibile in $LC_=$	poichè ....

6 punti

$\vdash\forall x\ \forall y\ y=x\ \vee\ \exists w\ y\neq w$

valido in $LC_=$	poichè ....
non valido in $LC_=$	poichè ....
soddisfacibile in $LC_=$	poichè ....
insoddisfacibile in $LC_=$	poichè ....

5 punti

$\forall w\ (\ B(w)\ \rightarrow\ \neg A(w)\ )\ \vdash\ \forall w\ B(w)\ \rightarrow\ \forall w\ \neg A(w)$

valido in $LC_=$	poichè ....
non valido in $LC_=$	poichè ....
soddisfacibile in $LC_=$	poichè ....
insoddisfacibile in $LC_=$	poichè ....

5 punti

$$B(w)\,,\ \exists x\ A(x)\ \vdash\ \exists x\ (\ \perp\ \rightarrow\ \ A(x)\ )$$

- valido in $LC_{=}$ poichè ....
- non valido in $LC_{=}$ poichè ....
- soddisfacibile in $LC_{=}$ poichè ....
- insoddisfacibile in $LC_{=}$ poichè ....

5 punti

$$\vdash \exists x(\ A(x)\ \vee\ B(w)\ ) \rightarrow \forall w\ \neg A(w)$$

- valido in $LC_{=}$ poichè ....
- non valido in $LC_{=}$ poichè ....
- soddisfacibile in $LC_{=}$ poichè ....
- insoddisfacibile in $LC_{=}$ poichè ....

5 punti

$$\vdash \exists x\ (\ A(x)\ \ \vee\ B(x)\ ) \rightarrow\ \neg\forall x\ \neg\, A(x)\ \vee\ \neg\forall x\ \neg\, B(x)$$

- valido in $LC_{=}$ poichè ....
- non valido in $LC_{=}$ poichè ....
- soddisfacibile in $LC_{=}$ poichè ....
- insoddisfacibile in $LC_{=}$ poichè ....

6 punti

$$\vdash \exists w\ (\ w = a\ \ \rightarrow \perp)\ \rightarrow\ \neg\forall w\ b = w$$

- valido in $LC_{=}$ poichè ....
- non valido in $LC_{=}$ poichè ....
- soddisfacibile in $LC_{=}$ poichè ....
- insoddisfacibile in $LC_{=}$ poichè ....

5 punti

$$\vdash a \neq b\ \vee\ a \neq c$$

- valido in $LC_{=}$ poichè ....
- non valido in $LC_{=}$ poichè ....
- soddisfacibile in $LC_{=}$ poichè ....
- insoddisfacibile in $LC_{=}$ poichè ....

- Formalizzare in sequente le argomentazioni di seguito. Si provi se il sequente ottenuto è valido e soddisfacibile o meno rispetto alla semantica della logica classica con uguaglianza motivando la risposta (nel caso di non validità i punti vanno aumentati della metà arrotondata per eccesso):

  - (6 punti)

    Chi ama la natura la rispetta.
    Chi inquina non rispetta la natura.

    Quelli che inquinano non amano la natura.

    si consiglia di usare:
    $I(x)$= x inquina
    $A(x)$= x ama la natura

$R(x)$= x rispetta la natura

valido in LC$_=$	poichè ....
non valido in LC$_=$	poichè ....
soddisfacibile in LC$_=$	poichè ....
insoddisfacibile in LC$_=$	poichè ....

– (9 punti)

C'è un unico albero nel giardino di Beppe.
I pini sono alberi.
C'è un pino nel giardino di Beppe.

C'è un'unico pino nel giardino di Beppe.

si consiglia di usare:

$G(x)$= "x è nel giardino di Beppe "
$A(x)$= " x è un albero"
$P(x)$= " x è un pino"

valido in LC$_=$	poichè ....
non valido in LC$_=$	poichè ....
soddisfacibile in LC$_=$	poichè ....
insoddisfacibile in LC$_=$	poichè ....

– (7 punti)

C'è un'unico quadro esposto alla mostra.
La Gioconda è un quadro esposta alla mostra.

Un quadro non esposto alla mostra non è uguale alla Gioconda.

si consiglia di usare:

$Q(x)$= "x è un quadro esposto alla mostra"
g= "Gioconda"

valido in LC$_=$	poichè ....
non valido in LC$_=$	poichè ....
soddisfacibile in LC$_=$	poichè ....
insoddisfacibile in LC$_=$	poichè ....

– (3 punti)

Solo se nevica, vado a sciare oppure gioco con la slitta.

Non si dà il caso che se gioco con la slitta non nevichi e vada a sciare.

si consiglia di usare:
N=nevica
V=vado a sciare
G=gioco con la slitta

valido in $LC_=$	poichè ....
non valido in $LC_=$	poichè ....
soddisfacibile in $LC_=$	poichè ....
insoddisfacibile in $LC_=$	poichè ....

– (6 punti)

Meritano ammirazione solo gli onesti.
Mario non è onesto.

Mario non merita ammirazione perchè quelli non onesti non meritano ammirazione.

si consiglia di usare:
M(x)= x merita ammirazione
m=Mario
O(x)= x è onesto

valido in $LC_=$	poichè ....
non valido in $LC_=$	poichè ....
soddisfacibile in $LC_=$	poichè ....
insoddisfacibile in $LC_=$	poichè ....

– (7 punti)

Uno ricco e generoso è ammirato da tutti.

Uno che non è ammirato da qualcuno non è ricco o non è generoso.

si consiglia di usare:
$G(x)$= x è generoso
$R(x)$= x è ricco
$A(x, y)$=x ammira y

valido in $LC_=$	poichè ....
non valido in $LC_=$	poichè ....
soddisfacibile in $LC_=$	poichè ....
insoddisfacibile in $LC_=$	poichè ....

– (7 punti)

Qualcuno regala tutto ciò che non usa.

Non si dà il caso che tutti non regalino ciò che non usano.

si consiglia di usare:
$U(x, y)$= x usa y
$R(x, y)$= x regala y

valido in $LC_=$	poichè ....
non valido in $LC_=$	poichè ....
soddisfacibile in $LC_=$	poichè ....
insoddisfacibile in $LC_=$	poichè ....

– (6 punti)

Se i diritti dei lavoratori sono rispettati, i politici non devono intervenire.

Se i diritti dei lavoratori non sono rispettati, i politici devono intervenire.

si consiglia di usare:
$D(x) = x$ è un diritto dei lavoratori
$R(x)$ =x è rispettato
$P(x)$=x è un politico
$I(x)$=x deve intervenire

valido in $LC_=$	poichè ....
non valido in $LC_=$	poichè ....
soddisfacibile in $LC_=$	poichè ....
insoddisfacibile in $LC_=$	poichè ....

– (6 punti)

Non esistono astronauti che abbiamo messo piede su Giove.

Nessuno ha messo piede su Giove.

si consiglia di usare:
$A(x)$= x è un astronauta
$S(x, y)$=x ha messo piede su y
g=Giove

valido in $LC_=$	poichè ....
non valido in $LC_=$	poichè ....
soddisfacibile in $LC_=$	poichè ....
insoddisfacibile in $LC_=$	poichè ....

– (6 punti)

Di ogni disciplina sportiva esistono gare per principianti e gare per professionisti.
La scherma è una disciplina sportiva.

Esistono gare di scherma per principianti oppure gare di scherma per professionisti.

si consiglia di usare:
$G(z, y)$= z è gara di y per principianti
$F(z, y)$= z è gara di y per professionisti
$D(x)$= x è disciplina sportiva
s= scherma

valido in $LC_=$	poichè ....
non valido in $LC_=$	poichè ....
soddisfacibile in $LC_=$	poichè ....
insoddisfacibile in $LC_=$	poichè ....

– (12 punti)

"Non esiste alcun corpo celeste che è un asteroide e ruota attorno a tutti e soli gli asteroidi che non ruotano attorno a se stessi."

si consiglia di usare:
$R(x, y)$= x ruota attorno ad y
$C(x)$=x è corpo celeste
$A(x)$=x è un asteroide

valido in $LC_=$	poichè ....
non valido in $LC_=$	poichè ....
soddisfacibile in $LC_=$	poichè ....
insoddisfacibile in $LC_=$	poichè ....

– (12 punti)
"Non c'è nulla che se è un asteroide e inverte il senso di marcia allora tutti gli asteroidi invertono il senso di marcia"

si consiglia di usare:
$A(x)=$ x è un asteroide
$I(x)=x$ inverte il senso di marcia

valido in $LC_=$	poichè ....
non valido in $LC_=$	poichè ....
soddisfacibile in $LC_=$	poichè ....
insoddisfacibile in $LC_=$	poichè ....

- Stabilire quali delle seguenti regole sono valide e lo stesso per le loro inverse (l'analisi dell'inversa raddoppia i punti).

- (8 punti)

$$\frac{\Gamma, A(w) \vdash \nabla}{\Gamma, \exists x\ A(x) \vdash \nabla}\ 1$$

- (5 punti)

$$\frac{\Gamma \vdash D, \Delta}{\Gamma \vdash (\neg D \& C) \vee \neg\neg D\,,\ \Delta}\ 2$$

- (8 punti) Stabilire se la formalizzazione di

$$\frac{y \text{ gioca } \vdash\ y \text{ è contento}}{\text{Tutti giocano } \vdash \text{Qualcuno è contento}}\ 3$$

è istanza di una regola valida assieme alla sua inversa
ove
$G(y)=$"y gioca"
$C(y)=$"y è contento"

Logica classica- $\mathbf{LC}_=$

$$\overset{\text{ax-id}}{\Gamma, A, \Gamma' \vdash \Delta, A, \Delta'} \qquad \overset{\text{ax-}\bot}{\Gamma, \bot, \Gamma' \vdash \nabla} \qquad \overset{\text{ax-}\top}{\Gamma \vdash \Delta, \top, \nabla}$$

$$\frac{\Sigma, \Gamma, \Theta, \Gamma', \Delta \vdash \Sigma}{\Sigma, \Gamma', \Theta, \Gamma, \Delta \vdash \Sigma}\ \text{sc}_{\text{sx}} \qquad \frac{\Gamma \vdash \Sigma, \Delta, \Theta, \Delta', \nabla}{\Gamma \vdash \Sigma, \Delta', \Theta, \Delta, \nabla}\ \text{sc}_{\text{dx}}$$

$$\frac{\Gamma, A, B \vdash \Delta}{\Gamma, A\&B \vdash \Delta}\ \&-\text{S} \qquad \frac{\Gamma \vdash A, \Delta \quad \Gamma \vdash B, \Delta}{\Gamma \vdash A\&B, \Delta}\ \&-\text{D}$$

$$\frac{\Gamma, A \vdash \Delta \quad \Gamma, B \vdash \Delta}{\Gamma, A \vee B \vdash \Delta}\ \vee-\text{S} \qquad \frac{\Gamma \vdash A, B, \Delta}{\Gamma \vdash A \vee B, \Delta}\ \vee-\text{D}$$

$$\frac{\Gamma \vdash A, \Delta}{\Gamma, \neg A \vdash \Delta}\ \neg-\text{S} \qquad \frac{\Gamma, A \vdash \Delta}{\Gamma \vdash \neg A, \Delta}\ \neg-\text{D}$$

$$\frac{\Gamma \vdash A, \Delta \quad \Gamma, B \vdash \Delta}{\Gamma, A \to B \vdash \Delta}\ \to-\text{S} \qquad \frac{\Gamma, A \vdash B, \Delta}{\Gamma \vdash A \to B, \Delta}\ \to-\text{D}$$

$$\frac{\Gamma, \forall x\ A(x), A(t) \vdash \nabla}{\Gamma, \forall x\ A(x) \vdash \nabla}\ \forall-\text{S} \qquad \frac{\Gamma \vdash A(w), \nabla}{\Gamma \vdash \forall x A(x), \nabla}\ \forall-\text{D}\ (w \notin VL(\Gamma, \forall x A(x), \nabla))$$

$$\frac{\Gamma, A(w) \vdash \nabla}{\Gamma, \exists x\ A(x) \vdash \nabla}\ \exists-\text{S}\ (w \notin VL(\Gamma, \exists x\ A(x), \nabla)) \qquad \frac{\Gamma \vdash A(t), \exists\ x\ A(x), \nabla}{\Gamma \vdash \exists x\ A(x), \nabla}\ \exists-\text{D}$$

$$\frac{\Sigma, t = s, \Gamma(t) \vdash \Delta(t), \nabla}{\Sigma, \Gamma(s), t = s \vdash \Delta(s), \nabla}\ = -\text{S} \qquad \overset{= -\text{ax}}{\Gamma \vdash t = t, \Delta}$$

si ricorda che $t \neq s \ \equiv\ \neg t = s$

Regole derivate o valide in $\mathbf{LC}_=$

$$\overset{\neg\text{-ax}_{sx1}}{\Gamma, A, \Gamma', \neg A, \Gamma'' \vdash C} \qquad \overset{\neg\text{-ax}_{sx2}}{\Gamma, \neg A, \Gamma', A, \Gamma'' \vdash C}$$

$$\overset{\neg\text{-ax}_{dx1}}{\Gamma \vdash \Sigma, A, \Sigma', \neg A, \Sigma''} \qquad \overset{\neg\text{-ax}_{dx2}}{\Gamma \vdash \Sigma, \neg A, \Sigma', A, \Sigma''}$$

$$\frac{\Gamma, A \vdash \Delta}{\Gamma, \neg\neg A \vdash \Delta}\ \neg\neg-\text{S} \qquad \frac{\Gamma \vdash A, \Delta}{\Gamma \vdash \neg\neg A, \Delta}\ \neg\neg-\text{D}$$

$$\frac{\Gamma(t) \vdash \Delta(t)}{\Gamma(s), t{=}s \vdash \Delta(s)}\ = -\text{S}_v$$

$$\frac{\Gamma, \Gamma'' \vdash \Sigma}{\Gamma, \Gamma', \Gamma'' \vdash \Sigma}\ \text{in}_{\text{sx}} \qquad \frac{\Gamma \vdash \Sigma, \Sigma''}{\Gamma \vdash \Sigma, \Sigma', \Sigma''}\ \text{in}_{\text{dx}}$$

$$\frac{\Gamma, A(t) \vdash \Delta}{\Gamma, \forall x\ A(x) \vdash \Delta}\ \forall-\text{Sv} \qquad \frac{\Gamma \vdash A(t), \Delta}{\Gamma \vdash \exists\ x\ A(x), \Delta}\ \exists-\text{Dv}$$