I-Compitino LOGICA 14 giugno 2014

nome: cognome:

- Scrivete in modo CHIARO. Elaborati illegibili non saranno considerati.
- NON si considerano le BRUTTE copie.
- Ricordatevi di ESPLICITARE l'uso della regola dello scambio sia a destra che a sinistra del sequente (se non lo fate perdete punti!).
- Ricordatevi di ETICHETTARE LE DERIVAZIONI CON LE REGOLE USATE (se non lo fate perdete punti!)
- Specificate le regole derivate che usate e che non sono menzionate nel foglio allegato al compito.

- Mostrare se i sequenti di seguito sono validi o meno e soddisfacibili o meno in logica classica (nel caso di non validità i punti vanno aumentati della metà arrotondata per difetto nel caso di sequenti con sole proposizioni e per eccesso nel caso di sequenti con formule predicative)

  3 punti
  $\neg(\,(B \to C\,) \;\to\; \neg(B \;\vee\; C\,)\,) \vdash \neg(\,A \;\vee\; \neg\perp)$

  5 punti
  $\vdash \exists x\,(\,C(x) \;\vee\; B(x)\,) \;\to\; \neg\forall w\,\neg C(w) \;\vee\; \neg\forall x\,\neg B(x)$

  5 punti
  $\vdash \forall w\;(\,\exists z\; w = z \;\vee\; \exists z\; w \neq z\,)$

  6 punti
  $\vdash \exists w\;(\,\neg\forall x\,\forall y\; y = x \;\to\; \exists z\; w \neq z\,)$

  5 punti
  $\forall w\,(\,C(w)\,\&\,A(w) \;\to\; \neg D(w)\,) \;\vdash\; \forall w\; D(w) \;\to\; \forall w\,(\,\neg C(w) \;\vee\; \neg A(w)\,)$

  5 punti
  $\neg C(w) \;\vdash\; \forall w\; D(w)\;\&\;\forall w\,\neg D(w)$

- Formalizzare in sequente le argomentazioni di seguito. Si provi se il sequente ottenuto è valido e soddisfacibile o meno rispetto alla semantica della logica classica con uguaglianza motivando la risposta (nel caso di non validità i punti vanno aumentati della metà arrotondata per eccesso):

– (7 punti)

C'è un unica auto da corsa parcheggiata nel viale.
La Ferrari rossa è un auto da corsa ed è parcheggiata nel viale.
La macchina di Guido è un auto da corsa.

Solo se la macchina di Guido è uguale alla Ferrari rossa
allora la macchina di Guido è parcheggiata nel viale.

si consiglia di usare:
$P(x)$=x è parcheggiata nel viale
$A(x)$=auto da corsa
f=Ferrari rossa
g=macchina di Guido

– (3 punti)

Soltanto se è estate, c'è caldo e afa.

Se c'è caldo ma non c'è afa allora non è estate ma è primavera o autunno.

si consiglia di usare:
E=è estate
A=è autunno
P=è primavera
C=c'è caldo
A=c'è afa

– (5 punti)

Le occasioni buone vanno colte al volo.
Ogni occasione è buona oppure non è importante.

Ogni occasione va colta al volo oppure non è importante.

si consiglia di usare:
$O(y)$ =y è un'occasione
$B(x)$= x è buona
$I(x)$= x è importante
$V(x)$=x va colta al volo

– (8 punti)

In qualche bosco cresce qualche fungo velenoso.

Non si dà il caso che in ogni bosco i funghi che vi crescono non siano velenosi.

si consiglia di usare:
$C(x, y)$=x cresce in y
$F(x)$ =x è un fungo
$V(x)$ =x è velenoso
$B(x)$=x è un bosco

– (5 punti)

Qualcuno applaude.

Quelli che non sono contenti non applaudono.

si consiglia di usare:
$A(y)$ =y applaude

$C(x)$=x è contento

– (10 punti)

$$\frac{\text{In ogni bosco cresce qualche fungo velenoso e qualche fungo non velenoso.}}{\text{Non si dà il caso che in qualche bosco crescano soltanto funghi non velenosi.}}$$

si consiglia di usare:
$C(x, y)$=x cresce in y
$F(x)$ =x é un fungo
$V(x)$ =x é velenoso
$B(x)$=x è un bosco

– (6 punti)

$$\frac{\text{Non esistono astronauti che abbiamo messo piede su Saturno o su Giove.}}{\text{Nessuno ha messo piede su Saturno.}}$$

si consiglia di usare:
$A(x)$= x è un astronauta
$S(x, y)$=x ha messo piede su y
s=Saturno
g=Giove

– (7 punti)

$$\frac{\begin{array}{l}\text{Pierre sa l'Inglese e il Francese.}\\ \text{L'Inglese è una lingua ed anche il Francese lo è.}\\ \text{L'Inglese è diverso dal Francese.}\end{array}}{\text{Non si dà il caso che Pierre sappia un'unica lingua.}}$$

si consiglia di usare:
$S(y, x)$ =y sa x
$L(x)$= x è una lingua
f= Francese
i= Inglese
p=Pierre

- Formalizzare i seguenti enunciati e stabilirne la validità e nel caso di non validità se sono soddisfacibili (nel caso di non validità i punti vanno aumentati della metà arrotondata per eccesso):

  - (12 punti)
  "Non si dà il caso che, se tutti sono esseri divini allora esiste un qualcosa che se è mortale allora tutti gli uomini sono mortali."

  si consiglia di usare:
  $M(x)$= x è mortale
  $D(x)$= x è essere divino
  $U(x)$= x è un uomo

- (13 punti)
  "Esiste un tizio di Roma che non è un cuoco di alcun ristorante e che cucina per tutti e soltanto quelli che non si cucinano da soli."
  si consiglia di usare:
  $C(x, y)$= x cucina per y
  $R(x, y)$= x è un cuoco del ristorante y
  $T(x)$= x un tizio di Roma

- (30 punti) Sia T_{tor} la teoria ottenuta estendendo LC$_=$ con la formalizzazione dei seguenti assiomi:

  - Non si dà il caso che non vadano sulla torre Eiffel nè Tino, nè Veronica e nè Noemi.
  - Tino va sulla torre Eiffel solo se piove e ci va anche Eleonora.
  - Se e solo se non piove Noemi non va sulla torre Eiffel.
  - Noemi va sulla torre Eiffel solo se non ci va Veronica.
  - Se Veronica va sulla torre Eiffel allora piove.

  Si consiglia di usare:

  P=piove
  $T(x)$=x va sulla torre Eiffel
  t=Tino
  v=Veronica
  n=Noemi
  e=Eleonora

  Dedurre poi in T_{tor} le seguenti affermazioni:

  - Se non piove allora Noemi non va sulla torre Eiffel e neppure Tino ci va.
  - Se Veronica va sulla torre Eiffel allora ci va anche Noemi.
  - Veronica non va sulla torre Eiffel.
  - Tino o Noemi vanno sulla torre Eiffel.
  - Se Tino va sulla torre Eiffel allora ci va anche Noemi.
  - Qualcuno va sulla torre Eiffel.
  - Piove.
  - Noemi va sulla torre Eiffel.
  - Se Tino è diverso da Noemi, e Tino va sulla torre Eiffel, non si dà il caso che soltanto uno vada sulla torre Eiffel.

- (30 punti) Sia T_{fig} la teoria ottenuta estendendo LC$_=$ con la formalizzazione dei seguenti assiomi:

  - Se uno è figlio di Leo ed è più grande di un altro, pure figlio di Leo, e quest'ultimo è più grande di un'altro ancora, pure figlio di Leo allora il primo è più grande del terzo.
  - Nessun figlio di Leo è più grande di se stesso.
  - Melania, Alvise, Ugo e Filippo sono figli di Leo.

- Melania è più grande di Alvise.
- Nessun figlio di Leo è più grande di Filippo.
- Ugo è più grande di Melania.
- Presi comunque due figli di Leo, diversi fra loro, o uno è più grande dell'altro o quest'altro è più grande del primo.

Si consiglia di usare:
$G(x, y)$= x è più grande di y
$F(x, y)$=x è figlio di y
l=Leo
u=Ugo
m=Melania
a=Alvise
f=Filippo

Dedurre poi in T_{fig} le seguenti affermazioni:

- Ugo è più grande di Alvise.
- Ugo non è più grande di Filippo.
- Filippo è più grande di Melania.
- Filippo è più grande di tutti i figli di Leo eccetto se stesso.
- Melania non è più grande di Ugo

- Stabilire se la formalizzazioni delle seguenti regole, se non sono già formalizzate, sono valide e lo stesso per le loro inverse (l'analisi di una inversa raddoppia i punti).

  - (10 punti)
$$\frac{\text{È estate, } z \text{ è in vacanza} \vdash \ z \text{ è contento}}{\text{È estate, tutti sono in vacanza} \vdash \text{Tutti sono contenti.}}\ 1$$

    ove
    E=È estate
    $V(y)$="y è in vacanza "
    $C(z)$="z è contento"

  - (7 punti)
$$\frac{\Gamma, B \vdash \Delta \quad \Gamma \vdash A}{\Gamma \vdash \neg B \& A, \Delta}\ 2$$

- (10 punti)

$$\dfrac{y \text{ canta } \vdash \ z \text{ applaude}}{\text{Qualcuno canta } \vdash \ \text{Tutti applaudono}}\ 3$$

ove
$C(y)$=“y canta ”
$A(z)$=“z applaude”

Logica classica- LC$_=$

$$\overset{\text{ax-id}}{\Gamma, A, \Gamma' \vdash \Delta, A, \Delta'} \qquad \overset{\text{ax-}\bot}{\Gamma, \bot, \Gamma' \vdash \nabla} \qquad \overset{\text{ax-}\top}{\Gamma \vdash \Delta, \top, \nabla}$$

$$\frac{\Sigma, \Gamma, \Theta, \Gamma', \Delta \vdash \Sigma}{\Sigma, \Gamma', \Theta, \Gamma, \Delta \vdash \Sigma}\ \mathrm{sc_{sx}} \qquad \frac{\Gamma \vdash \Sigma, \Delta, \Theta, \Delta', \nabla}{\Gamma \vdash \Sigma, \Delta', \Theta, \Delta, \nabla}\ \mathrm{sc_{dx}}$$

$$\frac{\Gamma, A, B \vdash \Delta}{\Gamma, A\&B \vdash \Delta}\ \&-\mathrm{S} \qquad \frac{\Gamma \vdash A, \Delta \quad \Gamma \vdash B, \Delta}{\Gamma \vdash A\&B, \Delta}\ \&-\mathrm{D}$$

$$\frac{\Gamma, A \vdash \Delta \quad \Gamma, B \vdash \Delta}{\Gamma, A \vee B \vdash \Delta}\ \vee-\mathrm{S} \qquad \frac{\Gamma \vdash A, B, \Delta}{\Gamma \vdash A \vee B, \Delta}\ \vee-\mathrm{D}$$

$$\frac{\Gamma \vdash A, \Delta}{\Gamma, \neg A \vdash \Delta}\ \neg-\mathrm{S} \qquad \frac{\Gamma, A \vdash \Delta}{\Gamma \vdash \neg A, \Delta}\ \neg-\mathrm{D}$$

$$\frac{\Gamma \vdash A, \Delta \quad \Gamma, B \vdash \Delta}{\Gamma, A \to B \vdash \Delta}\ \to-\mathrm{S} \qquad \frac{\Gamma, A \vdash B, \Delta}{\Gamma \vdash A \to B, \Delta}\ \to-\mathrm{D}$$

$$\frac{\Gamma, \forall x\ A(x), A(t) \vdash \nabla}{\Gamma, \forall x\ A(x) \vdash \nabla}\ \forall-\mathrm{S} \qquad \frac{\Gamma \vdash A(w), \nabla}{\Gamma \vdash \forall x A(x), \nabla}\ \forall-\mathrm{D}\ (w \notin VL(\Gamma, \forall x A(x), \nabla))$$

$$\frac{\Gamma, A(w) \vdash \nabla}{\Gamma, \exists x\ A(x) \vdash \nabla}\ \exists-\mathrm{S}\ (w \notin VL(\Gamma, \exists x\ A(x), \nabla)) \qquad \frac{\Gamma \vdash A(t), \exists\ x\ A(x), \nabla}{\Gamma \vdash \exists x\ A(x), \nabla}\ \exists-\mathrm{D}$$

$$\frac{\Sigma, t = s, \Gamma(t) \vdash \Delta(t), \nabla}{\Sigma, \Gamma(s), t = s \vdash \Delta(s), \nabla}\ =-\mathrm{S} \qquad \overset{=-\text{ax}}{\Gamma \vdash t = t, \Delta}$$

si ricorda che $t \neq s\ \equiv\ \neg t = s$

Regole derivate o valide in LC$_=$

$$\overset{\neg\text{-ax}_{sx1}}{\Gamma, A, \Gamma', \neg A, \Gamma'' \vdash C} \qquad \overset{\neg\text{-ax}_{sx2}}{\Gamma, \neg A, \Gamma', A, \Gamma'' \vdash C}$$

$$\overset{\neg\text{-ax}_{dx1}}{\Gamma \vdash \Sigma, A, \Sigma', \neg A, \Sigma''} \qquad \overset{\neg\text{-ax}_{dx2}}{\Gamma \vdash \Sigma, \neg A, \Sigma', A, \Sigma''}$$

$$\frac{\Gamma, A \vdash \Delta}{\Gamma, \neg\neg A \vdash \Delta}\ \neg\neg-\mathrm{S} \qquad \frac{\Gamma \vdash A, \Delta}{\Gamma \vdash \neg\neg A, \Delta}\ \neg\neg-\mathrm{D}$$

$$\frac{\Gamma(t) \vdash \Delta(t)}{\Gamma(s), t{=}s \vdash \Delta(s)}\ =-\mathrm{S}_v$$

$$\frac{\Gamma, \Gamma'' \vdash \Sigma}{\Gamma, \Gamma', \Gamma'' \vdash \Sigma}\ \mathrm{in_{sx}} \qquad \frac{\Gamma \vdash \Sigma, \Sigma''}{\Gamma \vdash \Sigma, \Sigma', \Sigma''}\ \mathrm{in_{dx}}$$

$$\frac{\Gamma, A(t) \vdash \Delta}{\Gamma, \forall x\ A(x) \vdash \Delta}\ \forall-\mathrm{Sv} \qquad \frac{\Gamma \vdash A(t), \Delta}{\Gamma \vdash \exists x\ A(x), \Delta}\ \exists-\mathrm{Dv}$$

$$\overset{\text{rf}^*}{\Gamma \vdash \Delta, t = t, \Delta'} \qquad \overset{\text{sm}^*}{\Gamma, t = u \vdash u = t, \Delta}$$