

10. Come decidere soddisfacibilità e insoddisfacibilità?

Def. 0.1 *Un sequente $\Gamma \vdash \Delta$ si dice soddisfacibile o insoddisfacibile se è soddisfacibile o insoddisfacibile la proposizione $\Gamma^{\&} \rightarrow \Delta^{\vee}$.*

1. Se una proposizione \mathbf{pr} è NON valida su una certa riga della sua tabella cosa possiamo dire della sua negazione $\neg \mathbf{pr}$?
2. Se una proposizione è VALIDA cosa possiamo dire della sua negazione $\neg \mathbf{pr}$?
3. Come possiamo decidere che $\Gamma \vdash \Delta$ è valido?
4. Come possiamo decidere che $\Gamma \vdash \Delta$ è soddisfacibile o meno?
5. Stabilire usando la procedura se

$$P \rightarrow Q \vdash Q \rightarrow P$$

è soddisfacibile o meno.

Procedura per decidere validità e soddisfacibilità o meno di una proposizione

Data una proposizione \mathbf{pr}

passo 1: si applichi la procedura di decisione provando a derivare $\vdash \mathbf{pr}$ in LC_p

$\left\{ \begin{array}{ll} \text{se si deriva} & \Rightarrow \mathbf{pr} \text{ è valida} \\ \text{se la procedura termina con un NON derivabile} & \text{vai al passo 2} \end{array} \right.$

passo 2: la proposizione \mathbf{pr} è NON valida e la riga su cui la tabella di \mathbf{pr} va a 0 si ottiene in tal modo: prendi una foglia non assioma di sole variabili proposizionali

(per es. quella che ha fatto sì che la procedura termini con un NO)

e poni a 1 le variabili a sx del sequente e a 0 quelle a dx

\Rightarrow ogni riga che contiene tale assegnazione di variabili proposizionali manda a 0 la proposizione \mathbf{pr}

poi vai al passo 3

passo 3: prova a derivare $\vdash \neg \mathbf{pr}$ in LC_p applicando la procedura di decisione

$\left\{ \begin{array}{ll} \text{se } \vdash \neg \mathbf{pr} \text{ si deriva} & \Rightarrow \vdash \mathbf{pr} \\ & \text{è insoddisfacibile} \\ \text{se la procedura termina con } \vdash \neg \mathbf{pr} \text{ NON derivabile} & \text{applica il passo 2} \\ & \text{a } \vdash \neg \mathbf{pr} \\ & \text{e la riga trovata assegna 1} \\ & \text{a } \mathbf{pr} \\ & \Rightarrow \mathbf{pr} \text{ è } \textit{soddisfacibile} \text{ su di essa} \end{array} \right.$

per decidere sia **validità** che **soddisfacibilità** di un sequente **sequente** $\Gamma \vdash \Delta$
 si può applicare il processo sopra alla proposizione $\Gamma^\& \rightarrow \Delta^\vee$

Procedura ottimale per decidere validità e soddisfacibilità o meno di un sequente

Passo 1: Per decidere se un **sequente** $\Gamma \vdash \Delta$ è **valido** o meno si applichi la procedura di decisione della sua derivazione nell'allegato 9 del 7/5 al sequente. Si hanno due casi:

I caso: il sequente $\Gamma \vdash \Delta$ risulta **derivabile**, dunque è **valido** e quindi STOP.

II caso: il sequente $\Gamma \vdash \Delta$ risulta **NON derivabile** e quindi è **NON valido**.

La riga su cui non è valido si trova come nell'allegato 9 succitato. Si vada poi al passo 2.

Passo 2: per decidere se il **sequente** $\Gamma \vdash \Delta$ è **soddisfacibile** o meno si applichi il processo di decisione di derivabilità nell'allegato 9 al sequente $\vdash \neg(\Gamma^{\&} \rightarrow \Delta^{\vee})$

Ora si hanno due sottocasi:

I sottocaso: $\vdash \neg(\Gamma^{\&} \rightarrow \Delta^{\vee})$ risulta **NON derivabile** e quindi **NON valido** e quindi $\Gamma \vdash \Delta$ risulta **soddisfacibile** (oltrechè **NON valido**) e la riga su cui $\vdash \neg(\Gamma^{\&} \rightarrow \Delta^{\vee})$ NON è valido è una riga in cui il sequente $\Gamma \vdash \Delta$ risulta **soddisfacibile** e dunque STOP.

II sottocaso: $\vdash \neg(\Gamma^{\&} \rightarrow \Delta^{\vee})$ risulta **valido** quindi $\Gamma \vdash \Delta$ risulta **INSoddisfacibile** e dunque STOP.