

## 11. Formalizzazione in linguaggio predicativo

Il linguaggio predicativo è ottenuto estendendo il linguaggio proposizionale (quello con  $\neg, \vee, \&, \rightarrow, \perp$ ) con predicati  $A(x), B(x, y), C(x, y, z..)$  dipendenti da un numero arbitrario di variabili e quantificatori  $\forall x A(x)$  e  $\exists x A(x)$  su un qualsiasi predicato  $A(x)$  contenente  $x$  come variabile libera.

In tale linguaggio formalizzate le seguenti argomentazioni o enunciati:

- Tutti gli uomini sono mortali  
1.  $\frac{\text{Socrate è un uomo}}{\text{Socrate è mortale}}$   
usando  
 $M(x) = \text{"x è mortale"}$   
 $U(x) = \text{"x è un uomo"}$   
 $s = \text{"Socrate"}$
2. "Chi non mangia non sta in piedi"  
usando  
 $M(x) = \text{"x mangia"}$   
 $P(x) = \text{"x sta in piedi"}$
3. "esiste un numero  $x$  tale che  $x$  è minore o uguale a sei"  
usando  
 $x \leq y = \text{"x è minore o uguale a y"}$   
 $6 = \text{sei}$
4. "Qualche antenato di Mario è nobile."  
usando  
 $A(x, y) = \text{"x è antenato di y"}$   
 $N(x) = \text{"x è nobile"}$   
 $\overline{m} = \text{"Mario"}$
5. "Solo quelli che hanno il biglietto salgono sull'aereo."  
usando  
 $B(x) = \text{"x ha il biglietto"}$   
 $S(x) = \text{"x sale sull'aereo"}$
6. "Non si dà il caso che nessun programma termini."  
usando  
 $P(x) = \text{"x è programma"}$   
 $T(x) = \text{"x termina"}$
7. "Nessun programma con un ciclo infinito termina."  
usando:  
 $P(x) = \text{"x è programma"}$   
 $T(x) = \text{"x termina"}$   
 $C(x, y) = \text{"y è ciclo infinito di x"}$
8. "Un programma che non ha cicli termina."  
usando:  
 $P(x) = \text{"x è programma"}$   
 $T(x) = \text{"x termina"}$   
 $C(x, y) = \text{"y è ciclo di x"}$

## 11.bis Come mettere le parentesi

$\neg, \forall, \exists$     lega più di     $\vee, \&$     lega più di     $\rightarrow$

Come si scrivono :

1. “(tutti gli  $x$  tale che  $A(x)$  ) o  $B$ ”
2. “tutti gli  $x$  tale che (  $A(x)$  o  $B$  )”
3. “ ( esiste un  $x$  tale che  $A(x)$  ) implica (  $B$  o  $C$  )”
4. “( esiste un  $x$  tale che (  $A(x)$  implica  $B$  ) ) o  $C$  ”

## Come tradurre i quantificatori

$\forall x( P(x) \rightarrow Q(x) )$  traduce

Chi è  $P(x)$  è pure  $Q(x)$   
Quelli che sono  $P(x)$ ... sono  $Q(x)$   
I  $P(x)$  sono  $Q(x)$   
Chiunque è  $P(x)$ , è pure  $Q(x)$   
Ogni  $P(x)$  è  $Q(x)$   
Soltanto i  $Q(x)$  sono  $P(x)$   
Se uno è  $P(x)$  allora è pure  $Q(x)$   
Solo se uno è  $Q(x)$  allora è pure  $P(x)$

$\exists x( P(x) \& Q(x) )$  traduce

C'è un  $P(x)$  che è  $Q(x)$   
esiste un  $P(x)$  che è  $Q(x)$   
qualche  $P(x)$  è  $Q(x)$

$\neg \exists x( P(x) \& Q(x) )$  traduce

nessun  $P(x)$  è un  $Q(x)$   
non esiste un  $P(x)$  che è  $Q(x)$

**Trucco per tradurre il *soltanto* quelli, solo quelli che**

- riscrivere la frase *togliendo* il "*soltanto*", o "*solo*"
- tradurre la frase ottenuta usando la quantificazione universale e l'implicazione
- se la frase ottenuta è  $\forall x ( \mathbf{fr}_1(x) \rightarrow \mathbf{fr}_2(x) )$  la traduzione della frase iniziale è ottenuta *SCAMBIANDO antecedente con conseguente*, ovvero scrivendo  $\forall x ( \mathbf{fr}_2(x) \rightarrow \mathbf{fr}_1(x) )$

## Esercizi

Formalizzare le seguenti argomentazioni in sequente:

1. 
$$\frac{\text{Non tutti i programmi sono utili e corretti.}}{\text{Esiste un programma non utile.}}$$

usando

$P(x)$ ="x è un programma"

$U(x)$ ="x è utile"

$C(x)$ ="x è corretto"

2. 
$$\frac{\text{Non tutti i programmi sono utili e corretti.}}{\text{Esiste un programma non utile o esiste un programma non corretto.}}$$

usando

$P(x)$ ="x è un programma"

$U(x)$ ="x è utile"

$C(x)$ ="x è corretto"

- Solo i buoni sono stimati da tutti.  
3. 
$$\frac{\text{Alberto è buono.}}{\text{Alberto è stimato da tutti.}}$$

usando

$S(x, y)$ ="x stima y"

$B(x)$ ="x è buono"

$a$ ="Alberto"

- I buoni e soltanto loro sono stimati da tutti.  
4. 
$$\frac{\text{Alberto è buono.}}{\text{Alberto è stimato da tutti.}}$$

usando

$S(x, y)$ ="x stima y"

$B(x)$ ="x è buono"

$a$ ="Alberto"

- Ciascuno possiede ciò che non ha perduto.  
5. 
$$\frac{\text{Alberto non ha perduto la Ferrari testa rossa.}}{\text{Alberto possiede la Ferrari testa rossa.}}$$

usando

$P(x, y)$ ="x possiede y"

$E(x, y)$ ="x ha perduto y"

$f$ ="Ferrari testa rossa"

- Solo i buoni sono stimati da tutti.  
6. 
$$\frac{\text{Alberto è stimato da tutti.}}{\text{Alberto è buono.}}$$

usando

$S(x, y)$ ="x stima y"

$B(x)$ ="x è buono"

a="Alberto"

7. 
$$\frac{\text{Nessuno è buono e cattivo.}}{\text{Ogni buono non è cattivo.}}$$

usando

$C(x)$  = "x è cattivo"

$B(x)$  = "x è buono"

a="Alberto"

8. 
$$\frac{\begin{array}{l} \text{Non tutti i programmi hanno un ciclo.} \\ \text{Se un programma non ha un ciclo termina.} \end{array}}{\text{Qualche programma non termina.}}$$

usando

$P(x)$  = "x è programma"

$T(x)$  = "x termina"

$C(x)$  = "x ha un ciclo"

9. 
$$\frac{\text{Tutti, se piove, si riparano.}}{\text{Tutti si riparano se piove.}}$$

usando

$P$  = "Piove"

$0(x)$  = "x si ripara"

10. 
$$\frac{\text{Non si dà il caso che qualcuno sia più alto di Piero.}}{\text{C'è qualcuno di cui nessuno è più alto.}}$$

usando

$\bar{p}$  = "Piero"

$A(x, y)$  = "x è più alto di y"

11. 
$$\frac{\text{Non si dà il caso che qualcuno sia più alto di Piero.}}{\text{Nessuno è più alto di Piero.}}$$

usando

$\bar{p}$  = "Piero"

$A(x, y)$  = "x è più alto di y"

12. 
$$\frac{\begin{array}{l} \text{Solo se uno è italiano o francese può partecipare al programma di scambio culturale Italia-Francia.} \\ \text{Marc non è italiano.} \end{array}}{\begin{array}{l} \text{Marc può partecipare al programma di scambio culturale Italia-Francia.} \\ \text{Marc è francese.} \end{array}}$$

usando

$\bar{m}$  = "Marc"

$I(x)$  = "x è italiano"

$F(x)$  = "x è francese"

$P(x)$  = "x può partecipare al programma di scambio culturale Italia-Francia"

- Se uno è italiano o francese può partecipare al programma di scambio culturale Italia-Francia.  
Marc non è italiano.
13. Marc può partecipare al programma di scambio culturale Italia-Francia.  
Marc è francese.

usando

$\overline{m}$ ="Marc"

$I(x)$ ="x è italiano"

$F(x)$ ="x è francese"

$P(x)$ =" x può partecipare al programma di scambio culturale Italia-Francia"