

## 2. Esercitazione 13 maggio 2011

- Formalizzare le frasi seguenti e provare la loro correttezza, ovvero
  - mostrare se la loro formalizzazione è valida in logica classica proposizionale.
  - nel caso non sia valida fornire valori delle variabili proposizionali che falsificano il sequente e nel caso che rendono soddisfacibile il sequente.
- 1. Mario è scontento solo se non programma bene.  
Se Mario è contento allora programma bene.
- 2. Le lezioni tacciono se c'è un assemblea studentesca o è giorno festivo.  
Non c'è un assemblea studentesca e non è giorno festivo, quindi le lezioni non tacciono.  
  
Non si dà il caso che il fattoriale termini e non si esca dal ciclo.
- 3. Si esce dal ciclo.  
Non si dà il caso che se si esce dal ciclo il fattoriale non termini.
- 4. Solo se non prendo l'ombrello non piove.  
Non piove.  
Non prendo l'ombrello.
- 5. Solo se non prendo l'ombrello non piove.  
Non prendo l'ombrello.  
Non piove.
- 6. Non si dà il caso che non abbiamo sia pane che formaggio.  
Abbiamo pane.
- 7. Non si dà il caso che domenica prossima non vada nè al mare né a camminare in montagna.  
Domenica prossima vado al mare o a camminare in montagna.  
si consiglia di usare:  
M= Domenica prossima vado al mare.  
C= Domenica prossima vado a camminare in montagna.
- 8. Non si dà il caso che in questo paese se piove allora ci sia il sole.  
Se in questo paese piove allora non c'è il sole.  
si consiglia di usare:  
P= in questo paese piove  
S= in questo paese c'è il sole.
- 9. Sia che io sia al lavoro o non sia al lavoro trascorro serenamente i miei giorni e sono felice.  
Sono felice.  
si consiglia di usare:  
L= Io sono al lavoro  
S=Trascorro serenamente i miei giorni  
F=Sono felice

- Si ricorda che una proposizione si dice

**VALIDA** se è una tautologia, ovvero la sua tabella di verità è la funzione costante 1

**SODDISFACIBILE** se qualche valore della sua tabella di verità è 1

**NON VALIDA** se qualche valore della sua tabella di verità è 0

**INSODDISFACIBILE** se TUTTI I valori della sua tabella di verità sono 0

Mostrare se sono valide, soddisfacibili o insoddisfacibili le seguenti proposizioni:

1.  $(A \rightarrow \neg A) \vee (\neg A \rightarrow A)$
2.  $\neg\neg\neg A \& A$
3.  $(A \rightarrow C) \& (B \rightarrow C) \rightarrow (C \rightarrow A)$

- i. la regola

$$\frac{\neg B \vdash A, C \quad \neg B, \neg D \vdash C}{\neg B, A \rightarrow \neg D \vdash C} *$$

è valida rispetto alla semantica delle tabelle di verità della regola?

è pure sicura? ovvero le sue inverse sono valide??

conserva la soddisfacibilità dei sequenti?

- ii. la regola

$$\frac{\Gamma \vdash A, \Delta}{\Gamma \vdash \neg\neg A} \neg\neg\text{-S}$$

è valida?

e la sua inversa è valida?

conserva la soddisfacibilità assieme alla sua inversa?

Giustificare la risposta.

- Formalizzare in linguaggio predicativo

1. Solo i buoni sono stimati da tutti.
2. I buoni e soltanto loro sono stimati da tutti.
3. Nessuno è buono e cattivo.
4. Ogni buono non è cattivo.
5. Ciascuno possiede ciò che non ha perduto.

ponendo

$B(x)$  = "x è buono"

$C(x)$  = "x è cattivo"

$S(x, y)$  = "x possiede y"

$D(x, y)$  = "x ha perduto y"

- Mostrare se sono valide, soddisfacibili o insoddisfacibili nel modo più veloce possibile

1.  $(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow B)$
2.  $(A \rightarrow B) \rightarrow ((A \rightarrow B) \vee Q) \vee C$
3.  $((A \rightarrow B) \rightarrow Q) \rightarrow \neg(A \rightarrow B) \vee Q$
4.  $\neg(A \rightarrow B) \vee Q \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow Q)$

5.  $(A \rightarrow B) \vee Q \rightarrow (\neg(A \rightarrow B) \rightarrow Q)$
6.  $((A \rightarrow B) \rightarrow Q) \vee (Q \rightarrow (A \rightarrow B))$
7.  $((A \rightarrow B) \rightarrow Q) \rightarrow (Q \rightarrow (A \rightarrow B))$
8.  $(A \rightarrow B) \& (Q \vee R) \rightarrow ((A \rightarrow B) \& Q) \vee ((A \rightarrow B) \& R)$
9.  $(A \rightarrow B) \rightarrow ((Q \vee R) \rightarrow ((A \rightarrow B) \& Q) \vee ((A \rightarrow B) \& R))$
10.  $A \vee \neg B \rightarrow \neg A \vee B$

- (esercizio fuori schema)

un politico disse:

La legge, o impedisce l'esercizio del diritto di sciopero ed allora è ingiusta; o non lo impedisce ed allora è inutile.

Ora i casi sono due: o lo impedisce o non lo impedisce.

Perciò una legge sul diritto di sciopero o è ingiusta o è inutile.

È corretto l'argomento del politico??

- (esercizio fuori schema)

un famoso ateniese disse:

Se gli uomini hanno coscienza del dovere di rispettare gli altri non hanno bisogno di alcuna legge penale;

se invece non hanno coscienza di questo dovere non è certo la legge che li rende rispettosi.

Ora, gli uomini o hanno o non hanno tale coscienza.

Perciò ogni legge penale o è inutile o è inefficace.

La sua conclusione è corretta??

- (per approfondimento personale) disegnare le regole del calcolo proposizionale classico in modo da NON dover usare gli scambi.

calcolo sequenti Logica proposizionale classica  $\mathbf{LC}_p$

$$\frac{\text{ax-id}}{\Gamma, A, \Gamma' \vdash \Delta, A, \Delta'} \quad \frac{\text{ax-}\perp}{\Gamma, \perp, \Gamma' \vdash \nabla}$$

$$\frac{\Sigma, \Gamma, \Theta, \Gamma', \Delta \vdash \Sigma}{\Sigma, \Gamma', \Theta, \Gamma, \Delta \vdash \Sigma} \text{sc}_{\text{sx}} \quad \frac{\Gamma \vdash \Sigma, \Delta, \Theta, \Delta', \nabla}{\Gamma \vdash \Sigma, \Delta', \Theta, \Delta, \nabla} \text{sc}_{\text{dx}}$$

$$\frac{\Gamma \vdash A, \Delta \quad \Gamma \vdash B, \Delta}{\Gamma \vdash A \& B, \Delta} \&-D \quad \frac{\Gamma, A, B \vdash \Delta}{\Gamma, A \& B \vdash \Delta} \&S$$

$$\frac{\Gamma \vdash A, B, \Delta}{\Gamma \vdash A \vee B, \Delta} \vee D \quad \frac{\Gamma, A \vdash \Delta \quad \Gamma, B \vdash \Delta}{\Gamma, A \vee B \vdash \Delta} \vee-S$$

$$\frac{\Gamma, A \vdash \Delta}{\Gamma \vdash \neg A, \Delta} \neg-D \quad \frac{\Gamma \vdash A, \Delta}{\Gamma, \neg A \vdash \Delta} \neg-S$$

$$\frac{\Gamma, A \vdash B, \Delta}{\Gamma \vdash A \rightarrow B, \Delta} \rightarrow -D \quad \frac{\Gamma \vdash A, \Delta \quad \Gamma, B \vdash \Delta}{\Gamma, A \rightarrow B \vdash \Delta} \rightarrow -S$$