

IV Appello 21 settembre 2009

nome:

cognome:

- Scrivete in modo CHIARO. Elaborati illegibili non saranno considerati.
- Non si contano le brutte copie.
- Specificate la logica in cui fate le derivazioni.
- Specificate le regole derivate che usate e che non sono menzionate nel foglio allegato al compito.
- Ricordatevi di ESPLICITARE l'uso della regola dello scambio sia a destra che a sinistra del sequente.
- Ricordatevi di LABELLARE LE DERIVAZIONI CON LE REGOLE USATE (se non lo fate perdete punti!)
- Mostrare se i sequenti di seguito sono derivabili o meno in LI e LC:

4 punti

$$\vdash \neg(A \vee B) \rightarrow (\neg A \vee \perp) \& \neg B \quad \left\{ \begin{array}{ll} \text{si' in LI} & \text{poichè si deriva cosi'} \\ \text{no in LI} & \text{poichè} \\ \text{si' in LC} & \text{poichè si deriva cosi'} \\ \text{no in LC} & \text{poichè} \end{array} \right.$$

4 punti

$$\vdash A \vee \neg B \rightarrow \neg A \vee B \quad \left\{ \begin{array}{ll} \text{si' in LI} & \text{poichè si deriva cosi'} \\ \text{no in LI} & \text{poichè} \\ \text{si' in LC} & \text{poichè si deriva cosi'} \\ \text{no in LC} & \text{poichè} \end{array} \right.$$

5 punti

$$\exists x (C(x) \& \neg C(x)) \vdash \forall x C(x) \quad \left\{ \begin{array}{ll} \text{si' in LI} & \text{poichè si deriva cosi'} \\ \text{no in LI} & \text{poichè} \\ \text{si' in LC} & \text{poichè si deriva cosi'} \\ \text{no in LC} & \text{poichè} \end{array} \right.$$

(8 punti)

$$\vdash \forall y \forall z \exists x (x = y \rightarrow y = z) \quad \left\{ \begin{array}{ll} \text{si' in LI} & \text{poichè si deriva cosi'} \\ \text{no in LI} & \text{poichè} \\ \text{si' in LC} & \text{poichè si deriva cosi'} \\ \text{no in LC} & \text{poichè} \end{array} \right.$$

$$\vdash \forall y \forall x (x = y \rightarrow \perp \vee \neg x = y) \quad \left\{ \begin{array}{ll} \text{si' in LI} & \text{poichè si deriva cosi'} \\ \text{no in LI} & \text{poichè} \\ \text{si' in LC} & \text{poichè si deriva cosi'} \\ \text{no in LC} & \text{poichè} \end{array} \right.$$

- Formalizzare in sequente le argomentazioni di seguito. Si provi inoltre la loro correttezza sia in logica intuizionista LI che classica LC facendo riferimento ai calcoli per LI e LC che trovate in allegato:
(12 punti)

Giorgio non condivide quello che dice Piero.

Piero non dice quello che Giorgio condivide.

si consiglia di usare:

$C(x,y)=x$ condivide y

$D(x,y)=x$ dice y

$Piero=p$

$Giorgio=g$

corretto in LI	sì	no
corretto in LC	sì	no

Chi non mangia non sta in piedi.

Chi sta in piedi mangia.

si consiglia di usare:

$M(x)=x$ mangia

$S(x)=x$ sta in piedi

corretto in LI	sì	no
corretto in LC	sì	no

- (8 punti)

Formalizzare la seguente argomentazione in sequente e derivare quest'ultimo in LI:

Esiste solo uno in lista d'attesa.
 In lista d'attesa c'è la sorella di Aldo.
 In lista d'attesa c'è Carla.

Carla è la sorella di Aldo.

ove si consiglia di usare:
 $L(x)$ = in lista d'attesa c'è x
 a = la sorella di Aldo
 c = Carla

- (20 punti) Provare se sono o non sono derivabili nell'aritmetica di Heyting $HA = LI + \text{comp}_{sx} + \text{comp}_{dx}$:

- 8. $\vdash \exists y \forall x \ x + y = x$
- 9. $\vdash 2 \cdot 0 = 3$
- 10. $\vdash \exists x \ (s(x) = s(7) \rightarrow 7 = x)$
- 11. $\vdash 2 + 4 = s(s(2 + 2))$

- (punti 21) Siano T_{an}^i e T_{an}^c le teorie ottenute rispettivamente estendendo LI e LC con composizioni dx e sx con la formalizzazione dei seguenti assiomi:

- Ax1. Un animale di Berto piace a Gino.
- Ax2. Gli animali di Berto sono Furia e Jerry.
- Ax3. Furia è un cavallo e i cavalli sono animali.
- Ax4. Jerry è un gatto e i gatti sono animali.
- Ax5. Non c'è cavallo che piaccia a Gino.
- Ax6. A non tutti piace Jerry.

si consiglia di usare:
 $P(x, y)$ = x piace ad y
 $C(x)$ = x è un cavallo
 $G(x)$ = x è un gatto
 $A(x)$ = x è un animale
 $B(x)$ = x è di Berto
 g = Gino
 f = Furia
 j = Jerry

Derivare:

- 7. A Gino piace Furia o Jerry. (in T_{an}^i)
- 8. Furia e Jerry sono animali. (in T_{an}^i)
- 9. A Gino non piace Furia e piace Jerry. (in T_{an}^i)
- 10. A Gino piace un gatto. (in T_{an}^i)
- 11. A qualcuno non piace Jerry. (in T_{an}^c)
- 12. Furia è diverso da Jerry. (in T_{an}^i)

- (3 punti) Dare la definizione induttiva dell'insieme delle derivazioni di $L^{\rightarrow, \forall}$ con connettivo \rightarrow, \forall di LI. Enunciare il loro principio di induzione.

- (4 punti)

Dimostrare per induzione sulle derivazioni di $L^{\rightarrow, \forall}$ che

“se $\Gamma \vdash \Delta$ è derivabile in $L^{\rightarrow, \forall}$ allora Γ o Δ contiene almeno una formula”

- Risolvere la seguente equazione definitoria (9 punti):

$$\Gamma, A \circ B \circ C \vdash \Sigma \quad \text{sse} \quad \Gamma, B \vdash \Sigma \quad \text{e} \quad \Gamma, C \vdash \Sigma \quad \text{e} \quad \Gamma, A \vdash \Sigma$$

- L'equazione sopra è risolvibile in LI con composizioni a destra e a sinistra senza aggiungere un nuovo connettivo? è risolvibile in LC con composizioni a destra e a sinistra senza aggiunta di un nuovo connettivo? (ovvero l'esercizio consiste nel dire se $A \circ B \circ C$ è definibile in LI con composizioni e in caso positivo occorre mostrare che la definizione considerata di $A \circ B \circ C$ soddisfa in LI con composizioni l'equazione sopra; lo stesso dicasi per LC). (9 punti)