

SIMULAZIONE - appello 15 dicembre 2021 (teorie)

nome:

cognome:

- Scrivere in modo CHIARO. Elaborati illegibili non saranno considerati.
- NON si contano le BRUTTE copie.
- Si ricorda di ESPLICITARE l'uso della regola dello scambio sia a destra che a sinistra del sequente.
- Si ricorda di ETICHETTARE LE DERIVAZIONI CON LE REGOLE USATE (se non lo fate perdete punti!)
- Si esplicitino le eventuali regole derivate usate che non sono menzionate nel foglio allegato al compito.
- ATTENZIONE: se si risolvono correttamente TUTTI gli esercizi con il segno ++ si prende il voto 30 indipendentemente dall'avere o meno un bonus accumulato.
- non si supera l'appello operando solo formalizzazioni a meno che non siano completati correttamente il primo e terzo esercizio qui di seguito.

- (31 punti) Sia T_{dan} la teoria ottenuta estendendo $LC_{=}$ con la formalizzazione dei seguenti assiomi:

- Eleonora danza solo se Alice non danza.
- Se Eleonora danza oppure il primo ballerino danza allora Alice danza.
- Se Alice non danza, allora pure il primo ballerino non danza ma Gertrude danza.
- Se Gertrude danza allora ciascuno o danza o non danza.
- Eleonora oppure il primo ballerino danzano, se Alice danza.
- Se il primo ballerino non danza allora pure Gertrude non danza.

Si consiglia di usare:

$D(x)$ = x danza,

e =Eleonora p =il primo ballerino a =Alice g =Gertrude

Formalizzare le seguenti affermazioni e dedurne la validità in T_{dan} :

- (6 punti) Alice danza.
- (4 punti) Eleonora non danza.
- (5 punti) Il primo ballerino danza.
- (4 punti) Se Gertrude danza anche Alice danza.
- (5 punti) Qualcuno danza ma non tutti.

- (++) 60 punti) Sia T_{ch} la teoria ottenuta estendendo $LC_{=}$ con la formalizzazione dei seguenti assiomi:

- (3 punti) Se uno chiama un secondo e questo secondo chiama un terzo allora il primo non chiama il terzo.
- (2 punti) Piero non chiama nessuno.
- (2 punti) Se uno chiama un secondo, questo secondo chiama il primo.
- (3 punti) Veronica chiama Mila e soltanto lei.
- (2 punti) Non si dà il caso che esista qualcuno che Luca non chiami.

si consiglia di usare:

$C(x, y) = x$ chiama y

$l = \text{Luca}$ $p = \text{Piero}$, $v = \text{Veronica}$, $m = \text{Mila}$

Dopo aver formalizzato le frasi seguenti mostrarne una derivazione nella teoria in T_{ch} :

- (6 punti) Piero non chiama Luca.
- (6 punti) Luca chiama Piero.
- (12 punti) Mila chiama Veronica.
- (12 punti) Nessuno chiama se stesso.
- (12 punti) Mila è diversa da Veronica.

- (++) : Dall'affermazione

Ip D'inverno non tutti non vanno a sciare.

si dica quali delle seguenti affermazioni si possono dedurre (la classificazione di ciascuna vale 8 punti se è deducibile e 14 punti se NON lo è):

- A **Se è inverno qualcuno va a sciare e qualcuno non ci va.**
- B **Se è inverno qualcuno va a sciare oppure qualcuno non ci va.**
- C **Se tutti vanno a sciare non è inverno.**

Si giustifichi la risposta corretta producendo una sua derivazione nella teoria predicativa

$$T_{Ip} = LC_{=} + Ip$$

dopo aver formalizzato ciascuna affermazione utilizzando:

S(x) = x va a sciare

I = è inverno

Inoltre si giustifichi le risposte "affermazione X" non corrette classificando in $LC_{=}$ il seguente $Ip \vdash$ "affermazione X".

Logica classica con uguaglianza- $\text{LC}_=$

$\frac{\text{ax-id}}{\Gamma, A, \Gamma' \vdash \Delta, A, \Delta'}$	$\frac{\text{ax-}\perp}{\Gamma, \perp, \Gamma' \vdash \nabla}$	$\frac{\text{ax-tt}}{\Gamma \vdash \nabla, \text{tt}, \nabla'}$
$\frac{\Sigma, \Gamma, \Theta, \Gamma', \Delta \vdash \Sigma'}{\Sigma, \Gamma', \Theta, \Gamma, \Delta \vdash \Sigma'} \text{sc}_{\text{sx}}$	$\frac{\Gamma \vdash \Sigma, \Delta, \Theta, \Delta', \nabla}{\Gamma \vdash \Sigma, \Delta', \Theta, \Delta, \nabla} \text{sc}_{\text{dx}}$	
$\frac{\Gamma, A, B \vdash \Delta}{\Gamma, A \& B \vdash \Delta} \&\text{S}$	$\frac{\Gamma \vdash A, \Delta \quad \Gamma \vdash B, \Delta}{\Gamma \vdash A \& B, \Delta} \&-\text{D}$	
$\frac{\Gamma, A \vdash \Delta \quad \Gamma, B \vdash \Delta}{\Gamma, A \vee B \vdash \Delta} \vee-\text{S}$	$\frac{\Gamma \vdash A, B, \Delta}{\Gamma \vdash A \vee B, \Delta} \vee\text{D}$	
$\frac{\Gamma \vdash A, \Delta}{\Gamma, \neg A \vdash \Delta} \neg-\text{S}$	$\frac{\Gamma, A \vdash \Delta}{\Gamma \vdash \neg A, \Delta} \neg-\text{D}$	
$\frac{\Gamma \vdash A, \Delta \quad \Gamma, B \vdash \Delta}{\Gamma, A \rightarrow B \vdash \Delta} \rightarrow-\text{S}$	$\frac{\Gamma, A \vdash B, \Delta}{\Gamma \vdash A \rightarrow B, \Delta} \rightarrow-\text{D}$	
$\frac{\Gamma, \forall x A(x), A(t) \vdash \nabla}{\Gamma, \forall x A(x) \vdash \nabla} \forall-\text{S}$	$\frac{\Gamma \vdash A(w), \nabla}{\Gamma \vdash \forall x A(x), \nabla} \forall-\text{D} \ (w \notin VL(\Gamma, \forall x A(x), \nabla))$	
$\frac{\Gamma, A(w) \vdash \nabla}{\Gamma, \exists x A(x) \vdash \nabla} \exists-\text{S} \ (w \notin VL(\Gamma, \exists x A(x), \nabla))$	$\frac{\Gamma \vdash A(t), \exists x A(x), \nabla}{\Gamma \vdash \exists x A(x), \nabla} \exists-\text{D}$	
$\frac{\Sigma, t_{\text{ter}} = s_{\text{ter}}, \Gamma(t_{\text{ter}}) \vdash \Delta(t_{\text{ter}}), \nabla}{\Sigma, \Gamma(s_{\text{ter}}), t_{\text{ter}} = s_{\text{ter}} \vdash \Delta(s_{\text{ter}}), \nabla} =-\text{S}$	$\frac{}{\Gamma \vdash t_{\text{ter}} = t_{\text{ter}}, \Delta} =-\text{ax}$	

TAUTOLOGIE CLASSICHE

associatività \vee	$(A \vee B) \vee C$	\leftrightarrow	$A \vee (B \vee C)$
associatività $\&$	$(A \& B) \& C$	\leftrightarrow	$A \& (B \& C)$
commutatività \vee	$A \vee B$	\leftrightarrow	$B \vee A$
commutatività $\&$	$A \& B$	\leftrightarrow	$B \& A$
distributività \vee su $\&$	$A \vee (B \& C)$	\leftrightarrow	$(A \vee B) \& (A \vee C)$
distributività $\&$ su \vee	$A \& (B \vee C)$	\leftrightarrow	$(A \& B) \vee (A \& C)$
idempotenza \vee	$A \vee A$	\leftrightarrow	A
idempotenza $\&$	$A \& A$	\leftrightarrow	A
leggi di De Morgan	$\neg(B \vee C)$	\leftrightarrow	$\neg B \& \neg C$
	$\neg(B \& C)$	\leftrightarrow	$\neg B \vee \neg C$
legge della doppia negazione	$\neg \neg A$	\leftrightarrow	A
implicazione classica	$(A \rightarrow C)$	\leftrightarrow	$\neg A \vee C$
disgiunzione come antecedente	$(A \vee B \rightarrow C)$	\leftrightarrow	$(A \rightarrow C) \& (B \rightarrow C)$
congiunzione come antecedente	$(A \& B \rightarrow C)$	\leftrightarrow	$(A \rightarrow (B \rightarrow C))$
legge della contrapposizione	$(A \rightarrow C)$	\leftrightarrow	$(\neg C \rightarrow \neg A)$
legge del modus ponens	$A \& (A \rightarrow C)$	\rightarrow	C
legge della NON contraddizione	$\neg(A \& \neg A)$		
legge del terzo escluso	$A \vee \neg A$		
leggi di De Morgan	$\neg(\exists x A(x))$	\leftrightarrow	$\forall x \neg A(x)$
	$\neg(\forall x A(x))$	\leftrightarrow	$\exists x \neg A(x)$

Regola di composizione

$$\frac{\vdash \mathbf{fr} \quad \Gamma, \mathbf{fr}, \Gamma' \vdash \nabla}{\Gamma, \Gamma' \vdash \nabla} \text{comp}$$

Regole per velocizzare derivazioni in $\mathbf{LC}_=$

si ricorda che $t \neq s \equiv \neg t = s$

$$\begin{array}{ll} \frac{\neg\text{-ax}_{sx1}}{\Gamma, A, \Gamma', \neg A, \Gamma'' \vdash C} & \frac{\neg\text{-ax}_{sx2}}{\Gamma, \neg A, \Gamma', A, \Gamma'' \vdash C} \\[10pt] \frac{\neg\text{-ax}_{dx1}}{\Gamma \vdash \Sigma, A, \Sigma', \neg A, \Sigma''} & \frac{\neg\text{-ax}_{dx2}}{\Gamma \vdash \Sigma, \neg A, \Sigma', A, \Sigma''} \\[10pt] \frac{\Gamma, A \vdash \Delta}{\Gamma, \neg\neg A \vdash \Delta} \neg\neg\text{-S} & \frac{\Gamma \vdash A, \Delta}{\Gamma \vdash \neg\neg A, \Delta} \neg\neg\text{-D} \\[10pt] \frac{\Gamma, \Gamma'' \vdash \Sigma}{\Gamma, \Gamma', \Gamma'' \vdash \Sigma} \text{in}_{\text{sx}} & \frac{\Gamma \vdash \Sigma, \Sigma''}{\Gamma \vdash \Sigma, \Sigma', \Sigma''} \text{in}_{\text{dx}} \\[10pt] \frac{\Gamma, A(t) \vdash \Delta}{\Gamma, \forall x A(x) \vdash \Delta} \forall\text{-S}_v & \frac{\Gamma \vdash A(t), \Delta}{\Gamma \vdash \exists x A(x), \Delta} \exists\text{-D}_v \end{array}$$