

Simulazione prova parziale LOGICA 30 ottobre 2020

nome:

cognome:

- Scrivete in modo CHIARO. Elaborati illegibili non saranno considerati.
- NON si considerano le BRUTTE copie.
- Ricordatevi di ESPLICITARE l'uso della regola dello scambio sia a destra che a sinistra del sequente (se non lo fate perdetevi punti!).
- Ricordatevi di ETICHETTARE LE DERIVAZIONI CON LE REGOLE USATE (se non lo fate perdetevi punti!).
- La risoluzione degli esercizi tramite la costruzione di tabelle di verità non verrà considerata eccetto che nell'esercizio facoltativo.
- Se il punteggio x ottenuto in questa prova parziale è superiore o uguale a **18** allora tale punteggio sarà SOMMATO al punteggio del primo appello di logica dell'anno 2020/2021, fra i due appelli disponibili nella sessione invernale (gennaio/febbraio 2021), di cui il candidato consegnerà l'elaborato nel caso in cui il candidato riporterà nell'elaborato dell'appello un punteggio superiore o uguale a **18** e sulla somma di tale punteggio sarà conteggiato il voto finale di superamento dell'esame di logica.

- **Scegliere uno tra i sequenti elencati qui sotto** e mostrare se è tautologia o opinione o paradosso in logica classica. Nel caso il sequente sia un'opinione esibire una riga della tabella di verità in cui il sequente è falso e una riga in cui il sequente è vero.

Nel caso di paradossi o opinioni i punti vengono raddoppiati.

(3 punti)
 $\vdash \neg(A \rightarrow (\neg A \rightarrow A))$

(3 punti)
 $\vdash \neg \neg(\neg M \rightarrow B)$

- Formalizzare in sequente l'argomentazione descritta sotto (mettendo il segno di sequente al posto della sbarra). Si provi se il sequente ottenuto è tautologia, opinione o paradosso motivando la risposta. Nel caso il sequente sia un'opinione esibire una riga della tabella di verità in cui il sequente è falso e una riga in cui il sequente è vero (nel caso di opinioni o paradossi i punti vengono raddoppiati):

– (4 punti)

Non si può girare a destra nè a sinistra solo se la strade sono bloccate.
 Se si può girare a destra le strade non sono bloccate.

si consiglia di usare:

D = si può girare a destra

S = si può girare a sinistra

B = le strade sono bloccate

• Esercizio teoria

Sia T_{lez} la teoria ottenuta estendendo LC_p con la formalizzazione dei seguenti assiomi: (la formalizzazione di ogni assioma conta 1 punto)

- Filippo va a lezione in presenza se e soltanto se non piove.
- Sara va a lezione in presenza solo se Emma non ci va ma ci va Filippo.
- Non si dà il caso che nè Emma e nè Sara non vadano a lezione in presenza.
- Solo se Sara non va a lezione in presenza non piove.
- Michele va a lezione in presenza se piove.

Si consiglia di usare:

P = "piove"

E = "Emma va a lezione in presenza"

F = "Filippo va a lezione in presenza"

M = "Michele va a lezione in presenza"

S = "Sara va a lezione in presenza"

Derivare poi in T_{lez} i teoremi corrispondenti alla formalizzazione delle seguenti affermazioni:

- O Emma o Sara vanno a lezione in presenza. (5 punti)
- Se Sara va a lezione allora non piove. (8 punti)
- Sara non va a lezione in presenza. (10 punti)
- Emma va a lezione in presenza. (5 punti)
- O Michele va a lezione in presenza oppure ci va Filippo. (8 punti)

- **Esercizi sulle regole. SCEGLIERE UNA DELLE REGOLE** e analizzarla rispondendo alle domande. Il punteggio è riferito all'analisi della validità di ciascuna regola. Si consiglia di affrontare questi esercizi dopo aver svolto almeno un esercizio dei primi due gruppi o di un teorema della teoria.

- (7 punti) la regola

$$\frac{\vdash A \vee B \quad C, A \vee B, D \vdash M}{C \& D \vdash M} 0$$

è valida? Sono valide le sue inverse? È regola sicura?

- (7 punti) la regola

$$\frac{C \vdash A}{\neg A \vdash \neg C \vee C} 1$$

è valida? È valida la sua inversa? È regola sicura?

- **Esercizio facoltativo** (10 punti) (si consiglia di svolgere questo esercizio soltanto se si sono svolti i primi due esercizi e almeno un punto dell'esercizio di teoria):

In un gioco due amiche fanno un'affermazione, che è vera o falsa.

Un'affermazione è mancata e l'altra è riportata sotto:

Celeste:

Morgana: l'affermazione di Celeste è **falsa** come la mia affermazione.

Si può dedurre, anche se non si conosce l'affermazione di Celeste, quante affermazioni sono vere?

- No
- Sì, sono vere tutte e due le affermazioni
- Sì, è vera solo un'affermazione. Si può sapere quale?
- Nessuna affermazione è vera.

Logica classica- LC_p

$$\frac{\text{ax-id}}{\Gamma, \text{pr}_1, \Gamma' \vdash \Delta, \text{pr}_1, \Delta'}$$

$$\frac{\text{ax-}\perp}{\Gamma, \perp, \Gamma' \vdash \nabla}$$

$$\frac{\text{ax-}\top}{\Gamma \vdash \nabla, \top, \nabla'}$$

$$\frac{\Sigma, \Gamma, \Theta, \Gamma', \Delta \vdash \Sigma'}{\Sigma, \Gamma', \Theta, \Gamma, \Delta \vdash \Sigma'} \text{SC}_{\text{sx}}$$

$$\frac{\Gamma \vdash \Sigma, \Delta, \Theta, \Delta', \nabla}{\Gamma \vdash \Sigma, \Delta', \Theta, \Delta, \nabla} \text{SC}_{\text{dx}}$$

$$\frac{\Gamma \vdash \text{pr}_1, \Delta \quad \Gamma \vdash \text{pr}_2, \Delta}{\Gamma \vdash (\text{pr}_1) \& (\text{pr}_2), \Delta} \&-D$$

$$\frac{\Gamma, \text{pr}_1, \text{pr}_2 \vdash \Delta}{\Gamma, (\text{pr}_1) \& (\text{pr}_2) \vdash \Delta} \&-S$$

$$\frac{\Gamma \vdash \text{pr}_1, \text{pr}_2, \Delta}{\Gamma \vdash (\text{pr}_1) \vee (\text{pr}_2), \Delta} \vee-D$$

$$\frac{\Gamma, \text{pr}_1 \vdash \Delta \quad \Gamma, \text{pr}_2 \vdash \Delta}{\Gamma, (\text{pr}_1) \vee (\text{pr}_2) \vdash \Delta} \vee-S$$

$$\frac{\Gamma, \text{pr}_1 \vdash \Delta}{\Gamma \vdash \neg(\text{pr}_1), \Delta} \neg-D$$

$$\frac{\Gamma \vdash \text{pr}_1, \Delta}{\Gamma, \neg(\text{pr}_1) \vdash \Delta} \neg-S$$

$$\frac{\Gamma, \text{pr}_1 \vdash \text{pr}_2, \Delta}{\Gamma \vdash (\text{pr}_1) \rightarrow (\text{pr}_2), \Delta} \rightarrow-D$$

$$\frac{\Gamma \vdash \text{pr}_1, \Delta \quad \Gamma, \text{pr}_2 \vdash \Delta}{\Gamma, (\text{pr}_1) \rightarrow (\text{pr}_2) \vdash \Delta} \rightarrow-S$$

Logica classica- LC_p

$$\begin{array}{ccc} \text{ax-id} & \text{ax-}\perp & \text{ax-}\mathbf{tt} \\ \Gamma, A, \Gamma' \vdash \Delta, A, \Delta' & \Gamma, \perp, \Gamma' \vdash \nabla & \Gamma \vdash \Delta, \mathbf{tt}, \nabla \end{array}$$

$$\frac{\Sigma, \Gamma, \Theta, \Gamma', \Delta \vdash \Sigma'}{\Sigma, \Gamma', \Theta, \Gamma, \Delta \vdash \Sigma'} \text{sc}_{\text{sx}}$$

$$\frac{\Gamma \vdash \Sigma, \Delta, \Theta, \Delta', \nabla}{\Gamma \vdash \Sigma, \Delta', \Theta, \Delta, \nabla} \text{sc}_{\text{dx}}$$

$$\frac{\Gamma, A, B \vdash \Delta}{\Gamma, A \& B \vdash \Delta} \&-S$$

$$\frac{\Gamma \vdash A, \Delta \quad \Gamma \vdash B, \Delta}{\Gamma \vdash A \& B, \Delta} \&-D$$

$$\frac{\Gamma, A \vdash \Delta \quad \Gamma, B \vdash \Delta}{\Gamma, A \vee B \vdash \Delta} \vee-S$$

$$\frac{\Gamma \vdash A, B, \Delta}{\Gamma \vdash A \vee B, \Delta} \vee-D$$

$$\frac{\Gamma \vdash A, \Delta}{\Gamma, \neg A \vdash \Delta} \neg-S$$

$$\frac{\Gamma, A \vdash \Delta}{\Gamma \vdash \neg A, \Delta} \neg-D$$

$$\frac{\Gamma \vdash A, \Delta \quad \Gamma, B \vdash \Delta}{\Gamma, A \rightarrow B \vdash \Delta} \rightarrow-S$$

$$\frac{\Gamma, A \vdash B, \Delta}{\Gamma \vdash A \rightarrow B, \Delta} \rightarrow-D$$

TAUTOLOGIE CLASSICHE

associatività \vee	$(A \vee B) \vee C \leftrightarrow A \vee (B \vee C)$
associatività $\&$	$(A \& B) \& C \leftrightarrow A \& (B \& C)$
commutatività \vee	$A \vee B \leftrightarrow B \vee A$
commutatività $\&$	$A \& B \leftrightarrow B \& A$
distributività \vee su $\&$	$A \vee (B \& C) \leftrightarrow (A \vee B) \& (A \vee C)$
distributività $\&$ su \vee	$A \& (B \vee C) \leftrightarrow (A \& B) \vee (A \& C)$
idempotenza \vee	$A \vee A \leftrightarrow A$
idempotenza $\&$	$A \& A \leftrightarrow A$
leggi di De Morgan	$\neg(B \vee C) \leftrightarrow \neg B \& \neg C$ $\neg(B \& C) \leftrightarrow \neg B \vee \neg C$
legge della doppia negazione	$\neg\neg A \leftrightarrow A$
implicazione classica	$(A \rightarrow C) \leftrightarrow \neg A \vee C$
disgiunzione come antecedente	$(A \vee B \rightarrow C) \leftrightarrow (A \rightarrow C) \& (B \rightarrow C)$
congiunzione come antecedente	$(A \& B \rightarrow C) \leftrightarrow (A \rightarrow (B \rightarrow C))$
legge della contrapposizione	$(A \rightarrow C) \leftrightarrow (\neg C \rightarrow \neg A)$
legge del modus ponens	$A \& (A \rightarrow C) \rightarrow C$
transitività	$(A \rightarrow B) \& (B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C)$
congiunzione sotto ipotesi	$(A \rightarrow B) \& (A \rightarrow C) \leftrightarrow (A \rightarrow B \& C)$
prima proiezione	$A \& B \rightarrow A$
seconda proiezione	$A \& B \rightarrow B$
legge della NON contraddizione	$\neg(A \& \neg A)$
legge del terzo escluso	$A \vee \neg A$
significato negazione	$\neg A \leftrightarrow (A \rightarrow \perp)$
equivalente del falso	$\perp \leftrightarrow (A \& \neg A)$

Regola di composizione

$$\frac{\vdash \mathbf{fr} \quad \Gamma, \mathbf{fr}, \Gamma' \vdash \nabla}{\Gamma, \Gamma' \vdash \nabla} \text{ comp}$$