12 Validità dei predicati

Diamo di seguito le definizioni di modello e di interpretazione valida di un predicato in un modello.

Intuitivamente un modello definisce in modo primitivo l'interpretazione delle costanti e dei predicati atomici, dopo aver fissato un dominio in cui varino le variabili per termine.

Nell'esempio di formalizzazione dell'asserzione

$$\frac{\begin{array}{l}\text{Tutti gli uomini sono mortali}\\ \text{Socrate è un uomo}\end{array}}{\text{Socrate è mortale}}$$

tramite

$M(x)$= "x è mortale"
$U(x)$= "x è un uomo"
$\overline{s}$ = "Socrate".

Un modello è dato da

D= Esseri viventi
$M(x)^{\mathcal{D}}$=1 sse "x è mortale"
$U(x)^{\mathcal{D}}$=1 sse "x è un uomo"

$$\boxed{\begin{array}{c}\forall x A(x) \text{ è vera nel modello } (\mathcal{D}, A(x)^{\mathcal{D}})\\ \text{se } \textit{PER OGNI } d \in \mathcal{D}\ A(x)^{\mathcal{D}}(d) = 1\\ \text{ovvero } A(x)^{\mathcal{D}} = \mathcal{D}\end{array}}$$

$$\boxed{\begin{array}{c}\exists x A(x) \text{ è vera nel modello } (\mathcal{D}, A(x)^{\mathcal{D}})\\ \text{se } \textit{ESISTE } d \in \mathcal{D} \text{ tale che } A(x)^{\mathcal{D}}(d) = 1\\ \text{ovvero } A(x)^{\mathcal{D}} \neq \emptyset\end{array}}$$

Def. Dato un modello $\mathcal{D}$, un predicato `pr(x)` si dice *valido nel modello* $\mathcal{D}$ se, per ogni elemento d del dominio D risulta che la funzione interpretante `pr` è la constante 1 ovvero, *per ogni* $d \in D$ $\mathtt{pr}^{\mathcal{D}}(\mathbf{d}) = \mathbf{1}$.

1. Considera le seguenti definizioni

   Def. un formula `fr` in un linguaggio $\mathcal{L}$ è *VALIDA rispetto alla semantica classica* se è *VALIDA in OGNI modello per* $\mathcal{L}$.

   Def. un formula `fr` in un linguaggio $\mathcal{L}$ è *SODDISFACIBILE rispetto alla semantica classica* se è *VALIDA in ALMENO UN modello per* $\mathcal{L}$.

   Def. un formula `fr` in un linguaggio $\mathcal{L}$ è *NON VALIDA rispetto alla semantica classica* se è *FALSA in ALMENO UN modello per* $\mathcal{L}$
   ovvero la sua negazione $\neg$`fr` è *SODDISFACIBILE rispetto alla semantica classica*

   Def. un formula `fr` in un linguaggio $\mathcal{L}$ è *INSODDISFACIBILE rispetto alla semantica classica* se è *FALSA in OGNI modello per* $\mathcal{L}$.
   ovvero la sua negazione $\neg$`fr` è *VALIDA rispetto alla semantica classica*

   Dire se le seguenti formule sono valide, soddisfacibili o insoddisfacibili:

   (a) $A(c)$

   (b) $A(x) \rightarrow \forall x\, A(x)$

(c) $A(c) \;\rightarrow \forall x\, A(x)$

(d) $A(c) \;\rightarrow \exists x\, A(x)$

(e) $\exists x\, A(x) \;\rightarrow \forall x\, A(x)$ è falso?

(f) $\mathcal{D} \equiv \{$ i sogni del mio vicino di banco $\}$
$A(x)^{\mathcal{D}}(d) = 1$ sse il sogno d fa paura
$A(x)^{\mathcal{D}}(d) = 0$ sse il sogno d NON fa paura
$c^{\mathcal{D}} =$ il sogno più brutto
è un modello ben definito per il linguaggio con $A(x)$ e c ??

in questo modello vale $\forall x\; A(x)$??

(g) $\forall x\, \exists y\; B(x, y)$

(h) $B(x, y) \;\rightarrow\; A(x)$