

I-Compitino LOGICA 25 novembre 2017

nome:

cognome:

- Scrivete in modo CHIARO. Elaborati illegibili non saranno considerati.
- NON si considerano le BRUTTE copie.
- Ricordatevi di ESPLICITARE l'uso della regola dello scambio sia a destra che a sinistra del sequente (se non lo fate perdete punti!).
- Ricordatevi di ETICHETTARE LE DERIVAZIONI CON LE REGOLE USATE (se non lo fate perdete punti!)
- La risoluzione degli esercizi tramite la costruzione di tabelle di verità non verrà considerata.
- Se il punteggio x ottenuto in questo I compitino è superiore o uguale a **18** allora tale punteggio sarà SOMMATO al punteggio del primo appello di logica dell'anno 2017/2018 di cui il candidato consegnerà l'elaborato SOLO nel caso in cui il candidato riporterà nell'elaborato dell'appello un punteggio superiore o uguale a **18** e sulla somma di tale punteggio sarà conteggiato il voto finale di superamento dell'esame di logica.
- Se il punteggio x ottenuto in questo I compitino è inferiore strettamente a **18** allora il candidato potrà superare *uno dei primi due appelli invernali* SOLO SE negli esercizi sulla logica proposizionale (ovvero sugli argomenti di questo I compitino) avrà riportato un punteggio superiore a

$$(18 - x)/6$$

- Mostrare se i seguenti elencati qui sotto sono tautologie o opinioni o paradossi in logica classica. Nel caso il sequente sia un'opinione esibire una riga della tabella di verità in cui il sequente è falso e una riga in cui il sequente è vero.

Nel caso di paradossi o opinioni i punti vengono raddoppiati.

(3 punti)

$$B \vdash \neg \neg (B \& M)$$

(3 punti)

$$\vdash \neg ((A \rightarrow \neg A) \rightarrow A) \rightarrow A)$$

- Formalizzare in sequente le argomentazioni di seguito. Si provi se il sequente ottenuto è tautologia, opinione o paradosso motivando la risposta. Nel caso il sequente sia un'opinione esibire una riga della tabella di verità in cui il sequente è falso e una riga in cui il sequente è vero (nel caso di opinioni o paradossi i punti vengono raddoppiati):

– (4 punti)

Mario non corre velocemente ma neanche lentamente.

Non si dà il caso che solo se corre velocemente Mario corra lentamente.

si consiglia di usare:

V=“Mario corre velocemente”

L=“Mario corre lentamente”

– (4 punti)

Non si dà il caso che, se non è notte si veda Giove.

Non si vede Giove ma il sole.

si consiglia di usare:

G=“si vede Giove”

N=“è notte”

S=“si vede il sole”

• Esercizio teoria

Sia T_{lez} la teoria ottenuta estendendo LC_p con la formalizzazione dei seguenti assiomi: (la formalizzazione di ogni assioma conta 1 punto)

- Solo se non studia Eva è in vacanza.
- Non si dà il caso che Eva sia in aula studio e non studi.
- Eva è in aula studio se e solo se non è a lezione.
- Eva è in vacanza e studia se non è in aula studio.

Si consiglia di usare:

S=“Eva studia”

A=“Eva è in aula studio”

V=“Eva è in vacanza”

L=“Eva è a lezione”

Derivare poi in T_{lez} i teoremi corrispondenti alla formalizzazione delle seguenti affermazioni (ciascuna vale 4 punti quando non indicato altrimenti):

- Eva studia o non è in aula in studio.
- Se è in aula studio Eva non è a lezione.
- Se non è in aula studio Eva non è in vacanza.
- (6 punti) Eva è in aula studio.
- Eva studia e non è a lezione.

- Negli esercizi che seguono il punteggio è riferito all'analisi della validità di ciascuna regola. Si consiglia di affrontare questi esercizi dopo aver svolto almeno un esercizio dei primi due gruppi o di un teorema della teoria.

- (6 punti) la regola

$$\frac{G \vdash D_1, B, D_2 \quad B \vdash E}{G \vdash D_1, E, D_2} \text{ comp}_{dx}$$

è valida? Sono valide le sue inverse? È regola sicura?

- (6 punti) la regola

$$\frac{A, B \vdash Q \quad A, \neg N \vdash Q}{A, N \rightarrow B, \neg Q \vdash C} 1$$

è valida? Sono valide le sue inverse? È regola sicura?

- (6 punti) Formalizzare la regola seguente

$$\frac{\text{Il programma non è corretto} \vdash \text{Il programma non termina.}}{\text{Il programma non termina} \vdash \text{Il programma termina solo se è corretto.}} 2$$

ove

T = “il programma termina”

C = “il programma è corretto”

La regola ottenuta è valida? È valida la sua inversa? È regola sicura?

Logica classica- LC_p

$$\begin{array}{c}
\text{ax-id} \quad \Gamma, A, \Gamma' \vdash \Delta, A, \Delta' \quad \text{ax-}\perp \quad \Gamma, \perp, \Gamma' \vdash \nabla \quad \text{ax-tt} \quad \Gamma \vdash \Delta, \text{tt}, \nabla \\
\\
\frac{\Sigma, \Gamma, \Theta, \Gamma', \Delta \vdash \Sigma'}{\Sigma, \Gamma', \Theta, \Gamma, \Delta \vdash \Sigma'} \text{sc}_{\text{sx}} \quad \frac{\Gamma \vdash \Sigma, \Delta, \Theta, \Delta', \nabla}{\Gamma \vdash \Sigma, \Delta', \Theta, \Delta, \nabla} \text{sc}_{\text{dx}} \\
\\
\frac{\Gamma, A, B \vdash \Delta}{\Gamma, A \& B \vdash \Delta} \&-S \quad \frac{\Gamma \vdash A, \Delta \quad \Gamma \vdash B, \Delta}{\Gamma \vdash A \& B, \Delta} \&-D \\
\\
\frac{\Gamma, A \vdash \Delta \quad \Gamma, B \vdash \Delta}{\Gamma, A \vee B \vdash \Delta} \vee-S \quad \frac{\Gamma \vdash A, B, \Delta}{\Gamma \vdash A \vee B, \Delta} \vee-D \\
\\
\frac{\Gamma \vdash A, \Delta}{\Gamma, \neg A \vdash \Delta} \neg-S \quad \frac{\Gamma, A \vdash \Delta}{\Gamma \vdash \neg A, \Delta} \neg-D \\
\\
\frac{\Gamma \vdash A, \Delta \quad \Gamma, B \vdash \Delta}{\Gamma, A \rightarrow B \vdash \Delta} \rightarrow-S \quad \frac{\Gamma, A \vdash B, \Delta}{\Gamma \vdash A \rightarrow B, \Delta} \rightarrow-D
\end{array}$$

TAUTOLOGIE CLASSICHE

associatività \vee	$(A \vee B) \vee C \leftrightarrow A \vee (B \vee C)$
associatività $\&$	$(A \& B) \& C \leftrightarrow A \& (B \& C)$
commutatività \vee	$A \vee B \leftrightarrow B \vee A$
commutatività $\&$	$A \& B \leftrightarrow B \& A$
distributività \vee su $\&$	$A \vee (B \& C) \leftrightarrow (A \vee B) \& (A \vee C)$
distributività $\&$ su \vee	$A \& (B \vee C) \leftrightarrow (A \& B) \vee (A \& C)$
idempotenza \vee	$A \vee A \leftrightarrow A$
idempotenza $\&$	$A \& A \leftrightarrow A$
leggi di De Morgan	$\neg(B \vee C) \leftrightarrow \neg B \& \neg C$ $\neg(B \& C) \leftrightarrow \neg B \vee \neg C$
legge della doppia negazione	$\neg\neg A \leftrightarrow A$
implicazione classica	$(A \rightarrow C) \leftrightarrow \neg A \vee C$
disgiunzione come antecedente	$(A \vee B \rightarrow C) \leftrightarrow (A \rightarrow C) \& (B \rightarrow C)$
congiunzione come antecedente	$(A \& B \rightarrow C) \leftrightarrow (A \rightarrow (B \rightarrow C))$
legge della contrapposizione	$(A \rightarrow C) \leftrightarrow (\neg C \rightarrow \neg A)$
legge del modus ponens	$A \& (A \rightarrow C) \rightarrow C$
legge della NON contraddizione	$\neg(A \& \neg A)$
legge del terzo escluso	$A \vee \neg A$

Regola di composizione della teoria proposizionale

$$\frac{\vdash \mathbf{fr} \quad \Gamma, \mathbf{fr}, \Gamma' \vdash \nabla}{\Gamma, \Gamma' \vdash \nabla} \text{comp}$$