

1. Esercitazione- 29 aprile 2011

Nel seguito, se mostrate che una proposizione è una tautologia senza fare direttamente la sua tabella di verità, specificate chiaramente gli eventuali teoremi usati (vedi memo in allegato).

1. Si formalizzi in sequente (nella forma logica più complessa possibile) l'argomentazione

Prima di consegnare rileggo il compito solo se riesco a scrivere qualcosa.

Se non riesco a scrivere qualcosa, prima di consegnare non rileggo il compito.

e si dica se il sequente ottenuto è valido in logica classica.

si consiglia di usare:

R = prima di consegnare rileggo il compito

S = riesco a scrivere qualcosa

2. Si formalizzi in sequente (nella forma logica più complessa possibile) l'argomentazione

Non si dà il caso che l'affare non sia conveniente o non sicuro.

L'affare è conveniente e sicuro.

e si dica se il sequente è valido in logica classica.

3. Si formalizzi in sequente (nella forma logica più complessa possibile) l'argomentazione

Non si dà il caso che l'affare non sia conveniente o sicuro.

L'affare non è conveniente nè sicuro.

e si dica se il sequente è valido in logica classica.

4. È vero che

“ Se $2+2=5$ allora diventerete miliardari”

?

Formalizzare la frase nel linguaggio proposizionale (nella forma logica più complessa possibile) e stabilire se la forma logica dedotta è vera classicamente.

Si consiglia di usare

\perp al posto di “ $2+2=5$ ”

M = “diventerete miliardari”

5. Verificare senza usare le tabelle di verità se è vero che

$$\models \neg C \leftrightarrow \neg\neg\neg C$$

6. Verificare senza usare le tabelle di verità che

$$\models (C \rightarrow P) \& (C \rightarrow Q) \rightarrow (C \rightarrow P \& Q)$$

7. Verificare senza usare le tabelle di verità se è vero che

$$\models (B \vee D) \wedge (C \vee D) \leftrightarrow (B \wedge C) \vee D$$

8. Verificare se è vero che

$$\models (A \leftrightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow B)$$

9. Verificare se è vero che

$$\models \neg C \leftrightarrow \neg \neg A$$

e trovarne la forma normale disgiuntiva.

10. Verificare se è vero che

$$\models (A \wedge C) \wedge D \rightarrow (B \vee C) \vee E$$

11. Verificare se è vero che

$$\models ((A \wedge C) \wedge D) \wedge E \rightarrow ((A \wedge D) \wedge C) \wedge E$$

12. che proposizione rappresenta la tabella

A	B	$\text{con}(A, B)$
0	1	0
0	0	1
1	1	1
1	0	1

??

13. È vero che, se $\models \text{pr}_1$ e $\models \text{pr}_2$ allora $\models \text{pr}_1 \wedge \text{pr}_2$?

14. È valida in logica classica la regola

$$\frac{C \vdash A, D \quad C \vdash B, D}{C \vdash A \wedge B, D} \wedge\text{-D}$$

??

Ricorda che è valida se, supposto che $\models C \rightarrow A \vee D$ e $\models C \rightarrow B \vee D$ siano validi, allora $\models C \rightarrow (A \wedge B) \vee D$ è valido.

15. È valida in logica classica la regola

$$\frac{C \vdash A \vee B}{C \vdash A} \vee\text{-inv}$$

??

Ricorda che è valida se, supposto che $\models C \rightarrow A \vee B$ valga, allora $\models C \rightarrow A$ pure vale.

16. (esercizio fuori schema)

Bambina: Come sono contenta che gli asparagi non mi piacciono.

Amico: Perché carina?

Bambina: Perché se mi piacersero, dovrei mangiarli...e invece non li sopporto!

(Lewis Carroll)

La ragione della bambina è valida?

Motivare formalmente la risposta.

17. (esercizio fuori schema)

Mario dialoga con Alberto come segue:

Mario dice “Alberto, tu possiedi ciò che non hai perduto. Giusto?”

Alberto risponde “ Certamente!”

Mario chiede “Hai forse perduto una Ferrari?”

Alberto risponde “ Certo che no!”

Mario conclude “ Dunque, tu possiedi una Ferrari.”

La conclusione di Mario è corretta?

Motivare la risposta

memo teoremi e tautologie

Ricordiamo i seguenti teoremi

<p>Teorema di sostituzione di equivalenti</p> <p>Se $\models \text{pr}_1 \leftrightarrow \text{pr}_2$</p> <p>allora</p> <p>$\models \text{pr}_3 [A/\text{pr}_1] \leftrightarrow \text{pr}_3 [A/\text{pr}_2]$</p> <p>ove con $\text{pr}_3 [A/\text{pr}_1]$ si intende la sostituzione in pr_3 di TUTTE le occorrenze di A con pr_1</p>	
<p>Teorema di sostituzione semplice</p> <p>Se $\models \text{pr}_2$</p> <p>allora per ogni variabile A</p> <p>$\models \text{pr}_2 [A/\text{pr}_1]$</p>	
<p>Teorema riduzione</p> <p>Se $\models \text{pr}_1 \leftrightarrow \text{pr}_2$</p> <p>allora</p> <p>$\models \text{pr}_3 [A/\text{pr}_1]$ sse $\models \text{pr}_3 [A/\text{pr}_2]$</p>	
<p>Lemma (transitività equivalenti)</p> <p>date pr_1, pr_2 e pr_3 proposizioni</p> <p>se $\models \text{pr}_1 \leftrightarrow \text{pr}_2$ e $\models \text{pr}_2 \leftrightarrow \text{pr}_3$</p> <p>allora $\models \text{pr}_1 \leftrightarrow \text{pr}_3$</p>	
<p>Lemma (simmetria equivalenti)</p> <p>date pr_1 e pr_2</p> <p>se $\models \text{pr}_1 \leftrightarrow \text{pr}_2$ allora $\models \text{pr}_2 \leftrightarrow \text{pr}_1$</p>	

e tautologie

essenza \rightarrow	$\models (A \rightarrow B) \leftrightarrow \neg A \vee B$
associatività \vee	$\models (A \vee B) \vee C \leftrightarrow A \vee (B \vee C)$
associatività $\&$	$\models (A \& B) \& C \leftrightarrow A \& (B \& C)$
commutatività \vee	$\models A \vee B \leftrightarrow B \vee A$
commutatività $\&$	$\models A \& B \leftrightarrow B \& A$
distributività \vee su $\&$	$\models A \vee (B \& C) \leftrightarrow (A \vee B) \& (A \vee C)$
distributività $\&$ su \vee	$\models A \& (B \vee C) \leftrightarrow (A \& B) \vee (A \& C)$
idempotenza \vee	$\models A \vee A \leftrightarrow A$
idempotenza $\&$	$\models A \& A \leftrightarrow A$
leggi di De Morgan	$\models \neg (B \vee C) \leftrightarrow \neg B \& \neg C$ $\models \neg (B \& C) \leftrightarrow \neg B \vee \neg C$
legge della doppia negazione	$\models \neg \neg A \leftrightarrow A$
legge della NON contraddizione	$\models \neg (A \& \neg A)$
legge del terzo escluso	$\models A \vee \neg A$