

2014

PRE-I-Compitino LOGICA 30 maggio 2013

nome:

cognome:

- Scrivete in modo CHIARO. Elaborati illegibili non saranno considerati.
- NON si considerano le BRUTTE copie.
- Ricordatevi di ESPlicitARE l'uso della regola dello scambio sia a destra che a sinistra del sequente (se non lo fate perdete punti!).
- Ricordatevi di ETICHETTARE LE DERIVAZIONI CON LE REGOLE USATE (se non lo fate perdete punti!).
- Specificate le regole derivate che usate e che non sono menzionate nel foglio allegato al compito.

- 4
- Mostrare se i sequenti di seguito sono validi o meno e soddisfacibili o meno in logica classica (nel caso di non validità i punti vanno aumentati della metà arrotondata per difetto nel caso di sequenti con sole proposizioni e per eccesso nel caso di sequenti con formule predicative)

3 punti

$$\neg (B \& C \rightarrow \neg (B \vee C)) \vdash A \& \perp$$

5 punti

$$\vdash \exists x (x \neq b \vee (x = b \vee c = b))$$

punti

$$\vdash \forall x \forall z x = z \vee \exists w z \neq w$$

5 punti

$$\exists x D(x) \vdash \forall x (\perp \rightarrow D(x))$$

5 punti

$$\vdash \exists x (C(x) \vee B(w)) \rightarrow \forall w \neg C(w)$$

5 punti

$$\vdash \exists x (A(x) \& D(x)) \rightarrow \neg \forall x \neg A(x)$$

- 2
- Formalizzare in sequente le argomentazioni di seguito. Si provi se il sequente ottenuto è valido e soddisfacibile, o meno rispetto alla semantica della logica classica con uguaglianza motivando la risposta (nel caso di non validità i punti vanno aumentati della metà arrotondata per eccesso):

- (7 punti)

Mario ha un unico rimpianto.

Mario ha il rimpianto di non aver studiato informatica.

Non aver studiato informatica è diverso da non aver studiato filosofia.

Qualcuno non ha il rimpianto di non aver studiato filosofia.

si consiglia di usare:

$R(x,y)$ = "x ha il rimpianto y"

f = "non aver studiato filosofia"

i = "non aver studiato informatica"

m = "Mario"

- (7 punti)

C'è un'unico dipinto esposto alla mostra.

La Gioconda è un dipinto esposto alla mostra.

Un dipinto non esposto alla mostra non è uguale alla Gioconda.

si consiglia di usare:

$E(x)$ = "x è un dipinto esposto alla mostra"

g = "Gioconda"

- (3 punti)

Solo se nevicava allora Mario scia, gioca con la slitta e si diverte.

Non si dà il caso che se Mario gioca con la slitta non nevichi e Mario scii.

si consiglia di usare:

D = Mario si diverte

N = nevicava

S = Mario scia

C = Mario gioca con la slitta

- (5 punti)

Le valutazioni sono opinabili.

Ciò che è opinabile è soggettivo.

Non si dà il caso che non tutte le valutazioni siano soggettive.

si consiglia di usare:

$O(y)$ = "y è opinabile"

$S(x)$ = "x è soggettivo"

$V(x)$ = "x è una valutazione"

- (6 punti)

Di ogni disciplina sportiva esistono gare per principianti e gare per professionisti.

Il nuoto è una disciplina sportiva.

Esistono gare di nuoto per principianti oppure gare di nuoto per professionisti.

si consiglia di usare:

$G(z,y)$ = z è gara di y per principianti

$F(z,y)$ = z è gara di y per professionisti

$D(x)$ = x è disciplina sportiva

n = nuoto

- (6 punti)

Se i diritti dei lavoratori sono rispettati, i politici non devono intervenire.

Se i diritti dei lavoratori non sono rispettati, i politici devono intervenire.

si consiglia di usare:

$L(x) = x$ è un diritto dei lavoratori

$R(x) = x$ è rispettato

$P(x) = x$ è un politico

$D(x) = x$ deve intervenire

- (8 punti)

Uno ricco e generoso è ammirato da qualcuno ma non da tutti.

Uno che non è ammirato da qualcuno non è ricco o non è generoso.

si consiglia di usare:

$G(x) = x$ è generoso

$R(x) = x$ è ricco

$A(x, y) = x$ ammira y

- (6 punti)

C'è chi rischia oppure c'è chi non rischia.

Non si dà il caso che tutti non rischino.

si consiglia di usare:

$R(x) = "x$ rischia"

- (12 punti)

"C'è una stella che è una supernova e ruota attorno a tutte e sole le stelle che non ruotano attorno a se stesse."

si consiglia di usare:

$R(x, y) = x$ ruota attorno ad y

$S(x) = x$ è una stella

$N(x) = x$ è una supernova

- (12 punti)

"Non c'è nulla che se è un corpo che brilla e inverte il senso di marcia allora tutti i corpi che brillano invertono il senso di marcia"

si consiglia di usare:

$B(x) = x$ è un corpo che brilla

$I(x) = x$ inverte il senso di marcia

3 • (21 punti) Sia T_{dom} la teoria ottenuta estendendo $LC_{=}$ con la formalizzazione dei seguenti assiomi:

- Solo se è domenica Pippo recita poesie.

- Se Pippo ha tempo libero anche Fulvio ce l'ha.
- Se è domenica Pippo ha tempo libero.
- Giulia non è in casa se Pippo non recita poesie.
- Se Giulia è in casa Fulvio non ha tempo libero.

Si consiglia di usare:

$C(x)$ = "x è in casa"
 D = "è domenica"
 $T(x)$ = "x ha tempo libero"
 $R(x)$ = "x recita poesie"
 f = "Fulvio"
 p = "Pippo"
 g = "Giulia"

Dedurre poi in T_{dom} le seguenti affermazioni:

- Pippo recita poesie solo se ha tempo libero.
- Se Fulvio non ha tempo libero allora non è domenica.
- Se Giulia è in casa allora è domenica.
- Fulvio ha tempo libero se è domenica.
- Se Giulia è in casa allora Pippo recita poesie e Fulvio ha tempo libero.
- Giulia non è in casa se è domenica.
- Giulia non è in casa.

4

- (30 punti) Sia T_{mon} la teoria ottenuta estendendo $LC_{=}$ con la formalizzazione dei seguenti assiomi:

- Quelli che fotografano una montagna la amano.
- Soltanto quelli che fotografano una montagna la amano.
- Franco ha fotografato l'Antelao.
- L'Antelao è una montagna.
- Nessuno dei colleghi di Franco ha fotografato l'Antelao.
- L'Antelao è diverso dal Cristallo.
- Franco ha fotografato un'unica montagna.
- Il Cristallo è una montagna vicino a Cortina.
- Tutte le montagne vicino a Cortina sono belle.

Si consiglia di usare:

$A(x,y)$ = "x ama y"
 $F(x,y)$ = "x ha fotografato y"
 f = "Franco"
 c = "Cristallo"
 a = "Antelao"
 $C(x)$ = "x è un collega di Franco"
 $M(x)$ = "x è una montagna"
 $V(x)$ = "x è vicino a Cortina"
 $B(x)$ = "x è bello"

Dedurre poi in T_{mon} le seguenti affermazioni:

- Il Cristallo è una bella montagna.
- Quelli che non amano una montagna non la fotografano.
- Franco ama l'Antelao.
- I colleghi di Franco non amano l'Antelao.
- Franco non ha fotografato il Cristallo.

• Esercizi su regole:

- (8 punti) Stabilire se la formalizzazione di

$$\frac{y \text{ balla} \vdash y \text{ si diverte}}{\text{Tutti ballano} \vdash \text{Mario si diverte}} \quad 1$$

è istanza di una regola valida assieme alla sua inversa

ove

$B(y) = "y \text{ balla}"$

$D(y) = "y \text{ si diverte}"$

$m = "Mario"$

- (6 punti) Stabilire se la seguente regola è valida e sicura

$$\frac{\Gamma, B \vdash \Delta \quad A \vdash \Delta}{\Gamma, \neg B \rightarrow A \vdash \Delta} \quad 2$$

- (8 punti) Stabilire se la formalizzazione di

$$\frac{y \text{ balla} \vdash y \text{ si diverte}}{\text{Qualcuno balla} \vdash \text{Tutti si divertono}} \quad 3$$

è istanza di una regola valida assieme alla sua inversa

ove

$B(y) = "y \text{ balla}"$

$D(y) = "y \text{ si diverte}"$

Logica classica- LC=

$$\begin{array}{c}
 \text{ax-id} \quad \Gamma, A, \Gamma' \vdash \Delta, A, \Delta' \quad \text{ax-}\perp \quad \Gamma, \perp, \Gamma' \vdash \nabla \quad \text{ax-T} \quad \Gamma \vdash \Delta, \top, \nabla \\
 \text{scsx} \quad \frac{\Sigma, \Gamma, \Theta, \Gamma', \Delta \vdash \Sigma}{\Sigma, \Gamma', \Theta, \Gamma, \Delta \vdash \Sigma} \quad \text{scdx} \quad \frac{\Gamma \vdash \Sigma, \Delta, \Theta, \Delta', \nabla}{\Gamma \vdash \Sigma, \Delta', \Theta, \Delta, \nabla} \\
 \&-S \quad \frac{\Gamma, A, B \vdash \Delta}{\Gamma, A \& B \vdash \Delta} \quad \&-D \quad \frac{\Gamma \vdash A, \Delta \quad \Gamma \vdash B, \Delta}{\Gamma \vdash A \& B, \Delta} \\
 \vee-S \quad \frac{\Gamma, A \vdash \Delta \quad \Gamma, B \vdash \Delta}{\Gamma, A \vee B \vdash \Delta} \quad \vee-D \quad \frac{\Gamma \vdash A, B, \Delta}{\Gamma \vdash A \vee B, \Delta} \\
 \neg\neg-S \quad \frac{\Gamma \vdash A, \Delta}{\Gamma, \neg A \vdash \Delta} \quad \neg\neg-D \quad \frac{\Gamma, A \vdash \Delta}{\Gamma \vdash \neg A, \Delta} \\
 \rightarrow-S \quad \frac{\Gamma \vdash A, \Delta \quad \Gamma, B \vdash \Delta}{\Gamma, A \rightarrow B \vdash \Delta} \quad \rightarrow-D \quad \frac{\Gamma, A \vdash B, \Delta}{\Gamma \vdash A \rightarrow B, \Delta} \\
 \forall-S \quad \frac{\Gamma, \forall x A(x), A(t) \vdash \nabla}{\Gamma, \forall x A(x) \vdash \nabla} \quad \forall-D \quad \frac{\Gamma \vdash A(w), \nabla}{\Gamma \vdash \forall x A(x), \nabla} \quad (w \notin VL(\Gamma, \forall x A(x), \nabla)) \\
 \exists-S \quad \frac{\Gamma, A(w) \vdash \nabla}{\Gamma, \exists x A(x) \vdash \nabla} \quad (w \notin VL(\Gamma, \exists x A(x), \nabla)) \quad \exists-D \quad \frac{\Gamma \vdash A(t), \exists x A(x), \nabla}{\Gamma \vdash \exists x A(x), \nabla} \\
 =-S \quad \frac{\Sigma, t = s, \Gamma(t) \vdash \Delta(t), \nabla}{\Sigma, \Gamma(s), t = s \vdash \Delta(s), \nabla} \quad =-ax \quad \Gamma \vdash t = t, \Delta
 \end{array}$$

si ricorda che $t \neq s \equiv \neg t = s$

Regole derivate o valide in LC=

$$\begin{array}{c}
 \neg ax_{sx1} \quad \Gamma, A, \Gamma', \neg A, \Gamma'' \vdash C \quad \neg ax_{sx2} \quad \Gamma, \neg A, \Gamma', A, \Gamma'' \vdash C \\
 \neg ax_{dx1} \quad \Gamma \vdash \Sigma, A, \Sigma', \neg A, \Sigma'' \quad \neg ax_{dx2} \quad \Gamma \vdash \Sigma, \neg A, \Sigma', A, \Sigma'' \\
 \neg\neg-S \quad \frac{\Gamma, A \vdash \Delta}{\Gamma, \neg\neg A \vdash \Delta} \quad \neg\neg-D \quad \frac{\Gamma \vdash A, \Delta}{\Gamma \vdash \neg\neg A, \Delta}
 \end{array}$$

$$\frac{\Gamma(t) \vdash \Delta(t)}{\Gamma(s), t = s \vdash \Delta(s)} = -S_v$$

$$\begin{array}{c}
 \text{in}_{sx} \quad \frac{\Gamma, \Gamma'' \vdash \Sigma}{\Gamma, \Gamma', \Gamma'' \vdash \Sigma} \quad \text{in}_{dx} \quad \frac{\Gamma \vdash \Sigma, \Sigma''}{\Gamma \vdash \Sigma, \Sigma', \Sigma''} \\
 \forall-S_v \quad \frac{\Gamma, A(t) \vdash \Delta}{\Gamma, \forall x A(x) \vdash \Delta} \quad \exists-D_v \quad \frac{\Gamma \vdash A(t), \Delta}{\Gamma \vdash \exists x A(x), \Delta} \\
 \text{rf}^* \quad \Gamma \vdash \Delta, t = t, \Delta' \quad \text{sm}^* \quad \Gamma, t = u \vdash u = t, \Delta
 \end{array}$$