

Probabilidad: Distribución Marginal en Vectores Aleatorios de 2 Variables *

García Prado, Sergio
sergio@garciparedes.me

3 de octubre de 2017

1. Demostración

Sea (X, Y) un vector bidimensional de variables aleatorias. Se presuponen conocidas la función de densidad $f_X(x)$ (o de probabilidad $P(X = x)$ en caso de ser discreta) de la variable X . También se asume como conocida la distribución de la función de densidad de variable Y condicionada por cualquier valor de X , es decir, $f_Y(y | X = x)$ (o la de probabilidad $P(Y = y | X = x)$ en caso de ser discreta).

Lo que se pretende obtener a partir de dichas funciones de distribución es la ley de probabilidad que sigue la variable Y , es decir, su función de densidad $f_Y(y)$ (o de probabilidad $P(Y = y)$ en caso de ser discreta).

Para obtener dicho valor, se hará uso de la *ley de probabilidades totales*, que indica que si un suceso A que se da sobre un espacio muestral ω puede particionarse en n partes determinadas por $B = \{B_1, \dots, B_i, \dots, B_n\}$ y se conoce la distribución de probabilidades tanto de estas ($P(B_i) \forall i \in \{1, \dots, n\}$), como de las de A condicionada a ellas ($P(A | B_i) \forall i \in \{1, \dots, n\}$), entonces se puede conocer la probabilidad del suceso A tal y como se indica en la ecuación (1).

$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(A | B_i)P(B_i) \quad (1)$$

La idea de la ecuación (1) se puede extender al uso de variables, tanto discretas como continuas. Por tanto en las ecuaciones (3), (5), (7) y (7) para las cuatro posibles combinaciones de variables continuas y discretas.

X e Y son Discretas: (2)

$$P(Y = y) = \sum_i P(Y = y | X = x_i)P(X = x_i) \quad (3)$$

X e Y son Continuas: (4)

$$f_Y(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_Y(y | X = x)f_X(x)dx \quad (5)$$

X es Discreta e Y Continua: (6)

$$f_Y(y) = \sum_i f_Y(y | X = x_i)P(X = x_i) \quad (7)$$

X es Continua e Y Discreta: (8)

$$P(Y = y) = \int_{-\infty}^{+\infty} P(Y = y | X = x)f_X(x)dx \quad (9)$$

(10)

Referencias

[RdT18] María Pilar Rodríguez del Tío. Probabilidad, 2017/18.

*URL: <https://github.com/garciparedes/probability-marginal-distribution-2d-vector>