Probabilidad: Distribución Marginal en Vectores Aleatorios de 2 Variables *

García Prado, Sergio
sergio@garciparedes.me

3 de octubre de 2017

1. Demostración

Sea (X, Y) un vector bidimiensional de variables aleatorias. Se presuponen conocidas la función de densidad $f_X(x)$ (o de probabiblidad $P(X = x)$ en caso de ser discreta) de la variable X. También se asume como conocida la distribución de la función de densidad de variable Y condicionada por cualquier valor de X, es decir, $f_Y(y \mid X = x)$ (o la de probabilidad $P(Y = y \mid X = x)$ en caso de ser discreta).

Lo que se pretende obtener a partir de dichas funciones de distribución es la ley de probabilidad que sigue la variable Y, es decir, su función de densidad $f_Y(y)$ (o de probabiblidad $P(Y = y)$ en caso de ser discreta).

Para obtener dicho valor, se hará uso de la *ley de probabilidades totales*, que indica que si un suceso A que se da sobre un espacio muestral ω puede particionarse en n partes determinadas por $B = \{B_1, ..., B_i, ..., B_n\}$ y se conoce la distribución de probabilidades tanto de estas ($P(B_i)$ $\forall i \in \{1, ..., n\}$), como de las de A condicionada a ellas ($P(A \mid B_i)$ $\forall i \in \{1, ..., n\}$), entonces se puede conocer la probabilidad del suceso A tal y como se indica en la ecuación (1).

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(A \mid B_i)P(B_i) \tag{1}$$

La idea de la ecuación (1) se puede extender al uso de variables, tanto discretas como continuas. Por tanto en las ecuaciones (3), (5), (7) y (7) para las cuatro posibles combinaciones de variables continuas y discretas.

$$\text{X e Y son Discretas:} \tag{2}$$

$$P(Y = y) = \sum_{i} P(Y = y \mid X = x_i)P(X = x_i) \tag{3}$$

$$\text{X e Y son Continuas:} \tag{4}$$

$$f_Y(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_Y(y|X = x)f_X(x)dx \tag{5}$$

$$\text{X es Discreta e Y Continua:} \tag{6}$$

$$f_Y(y) = \sum_{i} f_Y(y \mid X = x_i)P(X = x_i) \tag{7}$$

$$\text{X es Continua e Y Discreta:} \tag{8}$$

$$P(Y = y) = \int_{-\infty}^{+\infty} P(Y = y|X = x)f_X(x)dx \tag{9}$$

$$\tag{10}$$

Referencias

[RdT18] María Pilar Rodríguez del Tío. Probabilidad, 2017/18.

*URL: https://github.com/garciparedes/probability-marginal-distribution-2d-vector