KLEIN-GORDON OG STASJONÆR FASE.

Geir Pedersen

Department of Mathematics, UiO.

September 24, 2015

Klein-Gordon likningen

$$\frac{\partial^2\eta}{\partial t^2} - \frac{\partial^2\eta}{\partial x^2} + q\eta = 0 \qquad (1)$$

Initialbetingelse:

$$\eta(x,0) = e^{-\left(\frac{x}{L}\right)^2}, \quad \frac{\partial}{\partial t}\eta(x,0) = 0 \qquad (2)$$

Karakteren til løsningen avhenger av q og L i kombinasjonen qL^2. Hvorfor? I alle plott er $L = 10$.

Løsningsmetoder:

1. Endelige differenser.
2. Stasjonær fase
3. FFT (presentert annensteds)

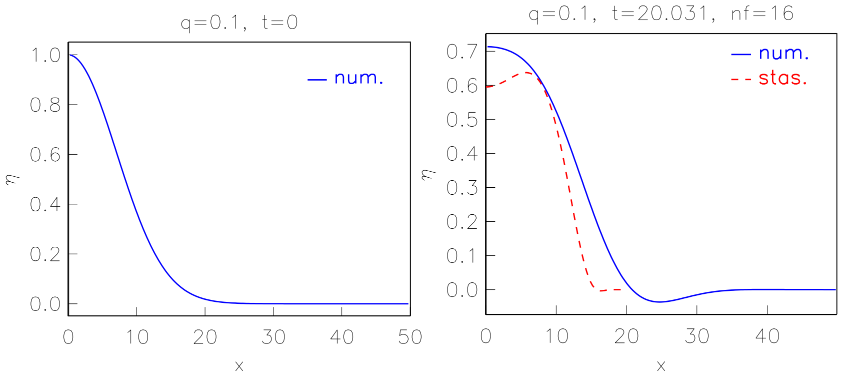
Numerisk metode.

Enkel eksplisitt differensmetode:
Gitter: $x_i = i\Delta x$, $t_n = n\Delta t$, diskretisering:$\eta(x_i, t_n) \approx \eta_i^{(n)}$.
Differenslikning:

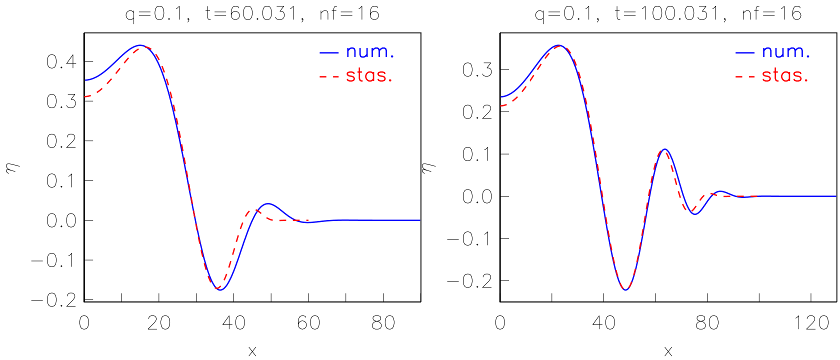
$$\left.\begin{aligned} &\frac{1}{\Delta t^2}\left(\eta_i^{(n+1)} - 2\eta_i^{(n)} + \eta_i^{(n-1)}\right) \\ &- \frac{1}{\Delta x^2}\left(\eta_{i+1}^{(n)} - 2\eta_i^{(n)} + \eta_{i-1}^{(n)}\right) + q\eta_i^{(n)} = 0 \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

1. $\eta_i^{(0)}$ og $\eta_i^{(-1)}$ finnes fra initialbetingelse.
2. Sekvensielt ($n = 1, 2\ldots$) beregnes $\eta_i^{(n+1)}$ fra $\eta_i^{(n)}$ og $\eta_i^{(n-1)}$.
3. Grid-forfinings sjekker ($\Delta x, \Delta t \to 0$).

Sammenlikning numerisk og asymptotisk



Sammenlikning numerisk og asymptotisk



Sammenlikning numerisk og asymptotisk