

Praktikum Elektronik für Informatiker

Grundstromkreis

1 Versuchsziel

Kennenlernen der Strom-Spannungs-Beziehungen und der Leistungsverhältnisse im Grundstromkreis, experimentelle Überprüfung der wichtigsten Berechnungsverfahren linearer Netzwerke.

2 Grundlagen

2.1 Grundstromkreis

2.1.1 Schaltbild, Kennlinien

Der Grundstromkreis ist der einfachste elektrische Stromkreis. Er besteht aus der Zusammenschaltung eines aktiven Zweipols (Quellspannung U_q und Innenwiderstand R_i) und eines passiven Zweipols (Außenwiderstand R_a). Als Grundschaltung der Elektrotechnik ist er von allgemeiner Bedeutung, da sich auch komplizierte Schaltungen auf ihn zurückführen lassen.

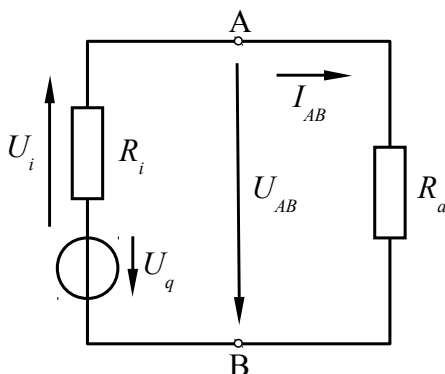


Bild 2.1: Schaltbild des Grundstromkreises

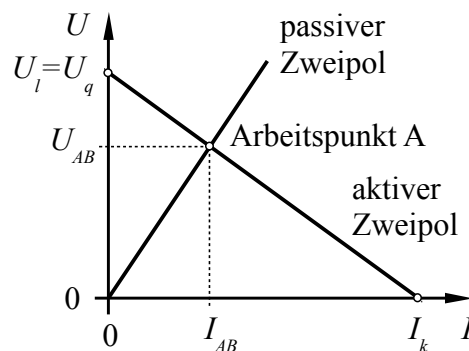


Bild 2.2: U-I-Kennlinien des aktiven und des passiven Zweipols

2.1.2 Strom-Spannungs-Beziehungen

Die Beziehung zwischen Strom und Spannung an den Anschlussklemmen AB des passiven linearen Zweipols wird durch das Ohmsche Gesetz beschrieben:

$$U_{AB} = R_a \cdot I_{AB} \quad . \quad (2.1)$$

Für den aktiven Zweipol erhält man aus dem Maschensatz

$$U_{AB} = U_q - R_i \cdot I_{AB} \quad . \quad (2.2)$$

Die graphische Darstellung beider Kennlinien (Bild 2.2) ergibt im Schnittpunkt den Arbeitspunkt A, dessen Koordinaten den Strom I_{AB} im Kreis und die Spannung U_{AB} zwischen den Anschlussklemmen beim Zusammenschalten beider Zweipole angeben.

Rechnerisch erhält man den Strom I_{AB} und die Spannung U_{AB} im Grundstromkreis aus dem Ohmschen Gesetz bzw. der Spannungsteiler-Regel:

$$I_{AB} = \frac{U_q}{R_{ges}} = \frac{U_q}{R_i + R_a} = I_k \cdot \frac{1}{1 + \frac{R_a}{R_i}} \quad \text{mit} \quad I_k = \frac{U_q}{R_i} \quad (\text{Kurzschlussstrom}) \quad . \quad (2.3)$$

$$U_{AB} = U_q \cdot \frac{R_a}{R_i + R_a} = U_q \cdot \frac{\frac{R_a}{R_i}}{1 + \frac{R_a}{R_i}} = U_q \cdot \frac{1}{1 + \frac{R_i}{R_a}} \quad . \quad (2.4)$$

Je kleiner R_a wird, desto größer wird der Strom I_{AB} , und um so mehr nähert er sich dem Kurzschlussstrom I_k . Die Spannung U_{AB} hingegen wächst mit zunehmendem R_a und erreicht bei $R_a \rightarrow \infty$ die Leerlaufspannung $U_l = U_q$.

| | | | |
|--------------|--------------------------|----------------------|----------------------------------|
| Kurzschluss: | $R_a = 0$ | $U_{AB} = 0$ | $I_{AB} = I_k = \frac{U_q}{R_i}$ |
| Leerlauf: | $R_a \rightarrow \infty$ | $U_{AB} = U_l = U_q$ | $I_{AB} = 0$ |

2.1.3 Leistungen im Grundstromkreis

Die von der Spannungsquelle U_q abgegebene Gesamtleistung P_{ges} teilt sich auf in die am Innenwiderstand R_i umgesetzte Verlustleistung P_i und die an den Außenwiderstand P_a abgegebene Nutzleistung P_a :

$$P_{ges} = P_i + P_a \quad . \quad (2.5)$$

Für die Nutzleistung gilt

$$P_a = U_{AB} \cdot I_{AB} \quad ; \quad (2.6)$$

unter Beachtung von (2.3) und (2.4) kann dafür auch

$$P_a = \frac{U_q^2 \cdot R_a}{(R_i + R_a)^2} = \frac{U_{AB}^2}{R_a} = I_{AB}^2 \cdot R_a \quad (2.7)$$

geschrieben werden.

Die Nutzleistung P_a ist sowohl für $R_a = 0$ als auch für $R_a \rightarrow \infty$ Null. Dazwischen durchläuft sie ein Maximum. Durch eine Extremwertrechnung (z.B. Differentiation von P_a nach R_a und Nullsetzen dieser Ableitung) findet man für die von einem aktiven Zweipol maximal abgebbare Leistung die Bedingung

$$R_a = R_i \quad . \quad (2.8)$$

Dieser Sonderfall heißt Anpassung. Hier beträgt P_a wegen (2.7) und (2.8)

$$P_a = P_{a \max} = \frac{U_q^2}{4 R_i} \quad , \quad (2.9)$$

und es gilt

$$U_{AB} = \frac{U_q}{2} \quad (2.10) \quad \text{und} \quad I_{AB} = \frac{I_k}{2} \quad . \quad (2.11)$$

Der Wirkungsgrad η ist definiert als das Verhältnis der abgegebenen zur insgesamt aufgewendeten Leistung:

$$\eta = \frac{P_a}{P_{ges}} \quad ; \quad (2.12)$$

mit

$$P_{ges} = P_i + P_a \quad (2.13) \quad \text{sowie} \quad P_i = (U_q - U_{AB}) \cdot I_{AB} \quad (2.14) \quad \text{und} \quad P_a = U_{AB} \cdot I_{AB} \quad (2.15)$$

ergibt sich

$$\eta = \frac{U_{AB}}{U_q} \quad (2.16)$$

und unter Beachtung der Spannungsteilerregel für den aus R_i und R_a gebildeten Spannungsteiler auch

$$\eta = \frac{R_a}{R_i + R_a} \quad . \quad (2.17)$$

Folgende charakteristischen Gebiete sind zu unterscheiden:

| | | | | |
|-------------------|---------------|----------------------|---------------|------------------|
| Kurzschlussgebiet | $R_a \ll R_i$ | $P_a \ll P_{a \max}$ | $P_i \gg P_a$ | $\eta \approx 0$ |
| Anpassung | $R_a = R_i$ | $P_a = P_{a \max}$ | $P_i = P_a$ | $\eta = 0,5$ |
| Leerlaufgebiet | $R_a \gg R_i$ | $P_a \ll P_{a \max}$ | $P_i \ll P_a$ | $\eta \approx 1$ |

2.2 Elektrische Netzwerke

2.2.1 Grundbegriffe

Ein elektrisches Netzwerk entsteht durch Zusammenschalten mehrerer Zweipole. Es enthält

- Knotenpunkte (Punkte mit mehr als zwei Stromverzweigungen) und
- Zweige (aktive und passive Zweipole zwischen zwei benachbarten Knotenpunkten).

Als Maschen bezeichnet man die Aneinanderreihung von Zweigen zu geschlossenen Umläufen. Grundlage aller Berechnungsmethoden bilden die Kirchhoffschen Sätze:

| | | |
|------------------|----------------|--------|
| Knotenpunktsatz: | $\sum I_v = 0$ | (2.18) |
| Maschensatz: | $\sum U_v = 0$ | (2.19) |

Für lineare Netzwerke (alle aktiven und passiven Zweipole haben eine lineare U-I-Kennlinie) wurden vereinfachte Berechnungsmethoden abgeleitet, z.B. der Helmholtzsche Überlagerungssatz und die Zweipoltheorie.

2.2.2 Berechnung mit Hilfe der Kirchhoffschen Gesetze

Für jedes beliebige Netzwerk mit z Zweigen und k Knotenpunkten liefern die Kirchhoffschen Gesetze $k-1$ Knotenpunktgleichungen und $z-(k-1)$ Maschengleichungen, die voneinander unabhängig sind. Eliminiert man in den Maschengleichungen mit Hilfe des Ohmschen Gesetzes die Spannungen, so erhält man ein System von z Gleichungen, indem die Zweigströme I_v die Variablen sind, und das mit den bekannten Lösungsmethoden für lineare Gleichungssysteme (Gaußscher Algorithmus, Determinantenrechnung etc.) gelöst werden kann.

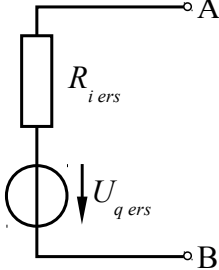
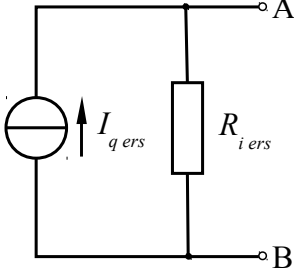
2.2.3 Berechnung mit Hilfe des Überlagerungssatzes von Helmholtz

In linearen Netzen läßt sich jeder Zweigstrom auffassen als vorzeichenbehaftete Summe von Teilströmen, wobei jeder Teilstrom von einer Spannungsquelle angetrieben wird und sich so verhält, als wären alle übrigen Spannungsquellen durch Kurzschlüsse ersetzt worden (aber nicht der zugehörigen Innenwiderstände).

2.2.4 Berechnung mit Hilfe der Zweipol-Theorie

Besteht ein Netzwerk nur aus linearen Elementen, so muss sich auch zwischen zwei beliebig herausgegriffenen Punkten A und B eine lineare U-I-Beziehung einstellen. Zur Berechnung eines Zweigstromes kann deshalb der interessierende Zweig herausgezeichnet, das Restnetzwerk durch einen aktiven Zweipol ersetzt und die Schaltung damit auf den Grundstromkreis zurückgeführt werden.

Je nach Aufgabenstellung und Art des Netzwerkes kann die Spannungsquellen- oder Stromquellenersatzschaltung zur Anwendung kommen:

| | Spannungsquellen-Ersatzschaltung | Stromquellen-Ersatzschaltung |
|---------------------------------|--|---|
| Schaltbild |  |  |
| Berechnung der Ersatzkenngrößen | $U_{q\,ers} = U_{l\,AB}$ (Spannung U_{AB} im Netzwerk bei $R_{AB} \rightarrow \infty$, d.h. bei Leerlauf) an den Klemmen AB hineingemessener Widerstand (dabei Quellspannungen gedanklich durch Kurzschlüsse ersetzt, Zweige mit Stromquellen unterbrochen) | $I_{k\,ers} = I_{k\,AB}$ (Strom I_{AB} im Netzwerk bei $R_{AB} = 0$, d.h. bei Kurzschluss) |
| Anwendungsbereich | Leistungselektrotechnik | Informationstechnik |

3 Vorbereitungsaufgaben

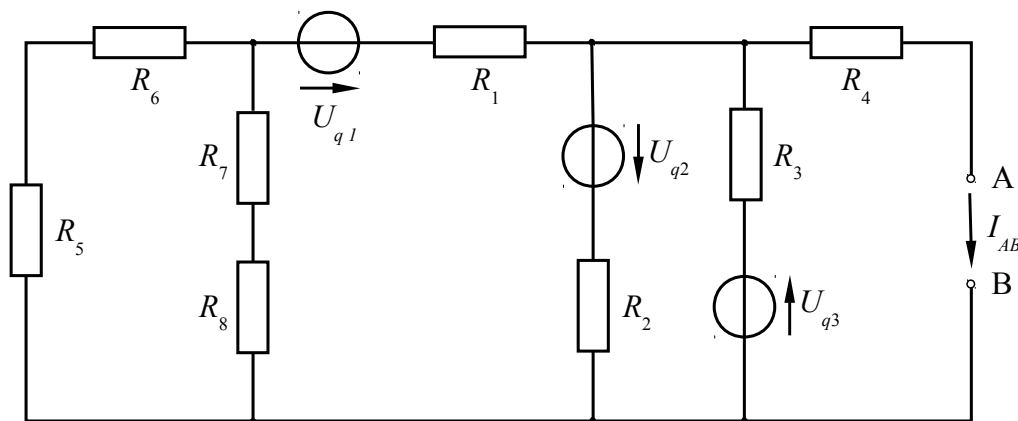
- 3.1 Für einen aktiven Zweipol werden nacheinander durch Anschluss zweier verschiedener Widerstände R_1 und R_2 folgende Wertepaare gemessen:

mit R_1 : $U_1 = 6,5 \text{ V}$, $I_1 = 0,5 \text{ A}$

mit R_2 : $U_2 = 3,5 \text{ V}$, $I_2 = 1,5 \text{ A}$

Bestimmen Sie die Widerstände R_1 und R_2 sowie die Kenngrößen U_q , I_k und R_i des aktiven Zweipols!

- 3.2 Stellen Sie graphisch die von obigem aktiven Zweipol abgegebene Leistung P_a in Abhängigkeit vom Widerstand R_a dar ($R_a = 0 \dots 15 \Omega$)!
- 3.3 Bestimmen Sie nach dem Helmholtzschen Überlagerungssatz den Strom I_{AB} in nachstehendem Netzwerk!



$$U_{q1} = U_{q2} = U_{q3} = 10 \text{ V}$$

$$R_1 = \dots = R_8 = 2 \Omega$$

4 Messaufgaben

- 4.1 Nehmen Sie die U - I -Kennlinie (Spannung als Funktion des Stromes) des aktiven Zweipols auf und bestimmen Sie aus dieser die Kenngrößen U_q , I_k und R_i .
- 4.2 Messen Sie am vorliegenden aktiven Zweipol I und U in Abhängigkeit vom Widerstand R_a und stellen Sie die Kennlinien in normierter Form

$$\frac{U}{U_q} = \frac{U}{U_i} = f\left(\frac{R_a}{R_i}\right) \quad (4.1)$$

$$\frac{I}{I_k} = f\left(\frac{R_a}{R_i}\right) \quad (4.2)$$

sowohl mit linearem als auch mit einfachlogarithmischem Aohsenmaßstab (Abszisse logarithmisch, Ordinate linear geteilt) dar!

Wählen Sie $\frac{R_a}{R_i} = \frac{1}{8}; \frac{1}{4}; \frac{1}{2}; 1; 2; 4; 8; 16!$

- 4.3 Berechnen Sie aus den Messwerten für I , U , I_k und U_l die auf die Kurzschlussleistung $P_k = U_q \cdot I_k$ bezogenen Leistungskurven

$$\frac{P_a}{P_k}, \quad \frac{P_i}{P_k} \quad \text{und} \quad \frac{P_{ges}}{P_k} \quad \text{sowie den Wirkungsgrad } \eta \text{ in Abhängigkeit von } \frac{R_a}{R_i}$$

und stellen Sie diese Funktionen graphisch dar.

Welche maximale Leistung kann der untersuchte aktive Zweipol abgeben?

Hinweise:

Stellen Sie die geforderten Funktionen zunächst **allgemein** auf (**Formeln angeben!**)!

Benutzen Sie dabei für die Berechnung der Leistungen die oben angegebene Beziehung für die Kurzschlussleistung sowie die Gleichungen (2.13), (2.14) und (2.15).

- 4.4 Zeichnen Sie das Schaltbild des Netzwerkes am Versuchsplatz ab!

Messen Sie mit dem Digitalmultimeter die Einzelwiderstände des Netzwerkes und den Ersatzinnenwiderstand $R_{i\text{ers}}$ bei überbrückten Quellspannungen!

Kontrollieren Sie den gemessenen Wert von $R_{i\text{ers}}$ durch Berechnung aus den Einzelwiderständen!

- 4.5 Messen Sie die Quellspannungen U_{qv} aller Spannungsquellen und die Leerlaufspannung U_{lAB} zwischen den Klemmen A und B des Netzwerkes!

Berechnen Sie für eine von Ihnen ausgewählte Spannungsquelle U_{qv} den zwischen den Klemmen A und B des Netzwerkes fließenden Teilzweigstrom I_{ABv} .

- 4.6 Überprüfen Sie die Anwendbarkeit des Überlagerungssatzes durch Messung der von den einzelnen Quellspannungen U_{qv} hervorgerufenen Teilzweigströme I_{ABv} und des Gesamtzweigstromes I_{AB} .

Vergleichen Sie den in 4.5 errechneten Teilzweigstrom I_{ABv} mit dem entsprechenden Messergebnis.