HTW Dresden
Informatik/Mathematik

1. Übungsblatt
Winter 2015/16

Mathematik I für Informatiker

M. Meinhold

Aufgabe 1: Man beweise mittels Wahrheitstafeln, dass die folgenden Aussageverbindungen Tautologien sind.

(a) $p \Leftrightarrow \bar{\bar{p}}$

(b) $p \vee \bar{p}$

(c) $\overline{p \wedge q} \Leftrightarrow (\bar{p} \vee \bar{q})$

(d) $\overline{p \vee q} \Leftrightarrow (\bar{p} \wedge \bar{q})$

(e) $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\bar{q} \Rightarrow \bar{p})$

Aufgabe 2: Man zeige ohne Verwendung von Wahrheitstafeln durch Anwendung der Regeln Negation der Negation, Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten, de MORGANsche Gesetze, Distributivgesetze usw., dass die folgende Aussageverbindung stets wahr, also eine Tautologie ist:

$$(p \wedge (p \Rightarrow q)) \Rightarrow q \quad \textbf{(direkter Beweis)}.$$

Hinweis. *Man drücke zunächst die Implikation mit Negation und Disjunktion aus.*

Aufgabe 3: Es seien x und y reelle Zahlen. Man gebe die Wahrheitswerte sowie die Negationen folgender Aussagen an.

(a) $\exists x \; x + 1 = x$

(b) $\forall x \; x^2 + x = x(x + 1)$

(c) $\forall x \exists y \; y > x$

(d) $\exists y \forall x \; y > x$

Aufgabe 4: Es sei X die Menge aller Studenten eines Studienganges, Y die Menge aller Fächer. Die Aussageform $m(x, y)$ bedeute: Der Student x aus X mag das Fach y aus Y. Betrachtet werden die folgenden Aussagen:

$a = \forall x \forall y \; m(x, y)$

$b = \forall y \forall x \; m(x, y)$

$c = \forall x \exists y \; m(x, y)$

$d = \exists y \forall x \; m(x, y)$

$e = \exists x \forall y \; m(x, y)$

$f = \forall x \exists y \; m(x, y)$

$g = \exists x \exists y \; m(x, y)$

$h = \exists x \exists y \; m(x, y)$

(a) Man gebe sprachliche Formulierungen der Aussagen a, ..., h an.

(b) Welche Beziehungen ($\Rightarrow, \Leftrightarrow$) bestehen zwischen a und b, c und d, e und f bzw. g und h?

(c) Man negiere die Aussagen c, d, e und f und gebe sprachliche Formulierungen an.

Aufgabe 5: Es seien ε eine positive reelle Zahl, n und n_0 natürliche Zahlen. Eine reelle Zahlenfolge $a_0, a_1, a_2, \ldots$ heißt konvergent gegen eine reelle Zahl a, wenn folgende Aussage p wahr ist:

$$p = \forall \varepsilon \exists n_0 \forall n \; (n \geq n_0 \Rightarrow |a_n - a| < \varepsilon).$$

(a) Man formuliere p sprachlich und veranschauliche sich den Sachverhalt auf der Zahlengeraden.

(b) Wie lautet die Negation von p? Auch hier gebe man die sprachliche Formulierung sowie die anschauliche Deutung auf der Zahlengeraden an.

Hinweis. *Man drücke zunächst die Implikation mit Negation und Disjunktion aus.*