Hausaufgabe 2

Aufgabe 1. Überprüfen Sie folgende Reihen auf Konvergenz:

(a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1}$, (b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{5n}$, (c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{3^n}$,

(d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (1+\frac{2}{n})^n$, (e) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{2n}$, (f) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n^4+1}-n^2)$.

Aufgabe 2. Überprüfen Sie folgende Reihen auf Konvergenz bzw. Divergenz mittels Majoranten bzw. Minoranten:

(a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2-n}$, (b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n)}{\sqrt{n}}$, (c) $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{n+\sqrt{n}}{n^2-n}$,

(d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n+1}$, (e) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+5n+10}$.

Aufgabe 3. Überprüfen Sie folgende Reihen auf Konvergenz bzw. Divergenz mittels Wurzel- oder Quotientenkriterium

(a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{(n!)^2}$, (b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$, (c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{n^n}$,

(d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1}\right)^n$, (e) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^n$, (f) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}$.

Aufgabe 4. Überprüfen Sie folgende Reihen auf Konvergenz und unterscheiden Sie zwischen absoluter und bedingter Konvergenz:

(a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n(n+1)}$, (b) $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln(n)}$, (c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(3n)}{n\sqrt{n}}$,

(d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, (e) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(2n)!}{5^n (n!)^n}$, (f) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2}{\sqrt{4n^2-3}}$.

Aufgabe 5. Wählen Sie ihre beiden Lieblingszahlen $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ mit $0 < \alpha < 2\beta$. Geben Sie eine geometrische Reihe mit Anfangsglied α und Summenwert β an.

Aufgabe 6. Geben Sie zu folgenden periodischen Dezimal- und Hexadezimalbrüchen den exakten Wert mittels einer Darstellung $x = \frac{m}{n}$ an, wobei $m, n \in \mathbb{N}$ und m und n im Dezimalsystem.

(a) $x = (0,\overline{259})_{10}$, (b) $x = (0,3\overline{65})_{10}$, (c) $x = (0,\overline{B3})_{16}$, (d) $x = (0,\overline{D6})_{16}$.