**Hausaufgabe 6**

---

**Aufgabe 1.** Führen Sie bei folgenden Funktionen eine Kurvendiskussion durch. Untersuchen Sie die Funktionen hierbei auf Extrema, Wendestellen sowie deren Verhalten bei eventuell auftretenden Polstellen und im Unendlichen bzw. an den Randpunkten des Definitionsbereiches.

(a) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f(x) := \mathrm{e}^{-x^2}$

(b) $f : \mathbb{R} \setminus \{3/2\} \to \mathbb{R}, \quad f(x) := \dfrac{x^2 - a^2}{2x - 3}, a \in \mathbb{R}$

(c) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f(x) := \mathrm{e}^{-x} \sin(x)$

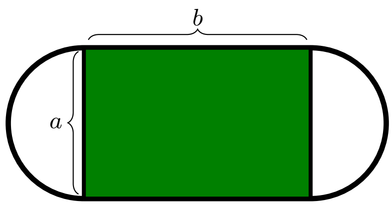
(d) $f : (0, \infty) \to \mathbb{R}, \quad f(x) := \dfrac{\ln(x) + \kappa}{x}, \ \kappa \in \mathbb{R}$

**Aufgabe 2.** Gegeben sei die (logistische) Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x) = \frac{1}{1 + 2\mathrm{e}^{-x}}.$$

(a) Geben Sie die Gleichung der Tangente an dem Punkt $(2, f(2))$ an.
(b) Bestimmen Sie die Stelle $x^*$ für welche der Anstieg der Tangente in $(x, f(x))$ maximal ist.
(c) Bestimmen Sie den Krümmungskreis an die Kurve im Punkt $(-\ln(2), f(-\ln(2)))$.

**Aufgabe 3.** Es soll ein Stadion konstruiert werden, welches (wie im Bild) ein rechteckiges Spielfeld und eine umgebende Langlaufbahn enthält. Die Langlaufbahn soll (auf der Innenbahn) genau eine Länge von 400m haben und sie soll wie dargestellt aus zwei Geraden und zwei Halbkreisen zusammengesetzt sein. Welche Maße $a$ und $b$ sind für das Spielfeld zu wählen, damit dies einen maximalen Flächeninhalt hat?




**Aufgabe 4.** Bei der Herstellung von Konservendosen tritt folgendes Problem auf: Es soll eine Dose (in Form eines Kreiszylinders) mit Volumen $V = 1\mathrm{dm}^3$ konstruiert werden, welche in der Herstellung möglichst wenig Material benötigt. Es also die Höhe $h$ und der Radius $r$ so zu bestimmen, dass Oberflächeninhalt des Kreiszylinders minimal ist.

**Aufgabe 5.** Ein Rettungsschwimmer steht an der Ecke eines Schimmbeckens (der Größe 20m $\times$ 8m) und entdeckt im Wasser ein Kind in Not. Es befindet sich wie im Bild verdeutlicht nahe der gegenüberliegenden Ecke, jeweils 2 Meter vom Ufer entfernt. Da der Rettungsschwimmer an Land mit einer Geschwindigkeit von 5m/s und im Wasser mit 2m/s voran kommt, entscheidet er sich zunächst ein Stück am Beckerand zu rennen und dann ins Wasser zu springen um von dort aus direkt zu dem Kind zu schwimmen.

(a) An welcher Stelle, sollte er ins Wasser springen um möglichst schnell bei dem Kind zu sein?
(b) Nach welcher Zeit ist er frühstens bei dem Kind?