

Hausaufgabe 9

Aufgabe 1. Berechnen Sie die folgenden uneigentlichen Integrale:

(a) $\int_0^\infty e^{-x},$

(b) $\int_{-\infty}^\infty \frac{dx}{1+x^2},$

(c) $\int_2^\infty \frac{dx}{x \ln(x)},$

(d) $\int_1^\infty \frac{\ln(x)}{x^2} dx.$

Aufgabe 2. Berechnen Sie den Inhalt der Fläche welche von folgenden ebenen Kurven begrenzt wird:

(a) $f, g : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = x^2, \quad g(x) = \sqrt{x}$

(b) $0 = y - x^2 \quad \text{und} \quad 0 = 2 - x - y,$

(c) $f, g, h : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \ln(x), \quad g(x) = 1 - x, \quad h(x) = 3,$

(d) $0 = y - e^{2x}, \quad 0 = y - e^{-x}, \quad \text{und} \quad 0 = x - 4.$

Aufgabe 3. Berechnen Sie mit der Simpson-Regel (für $n = 4$ und $n = 8$) das folgende Integral

$$\int_2^6 \frac{e^x}{x} dx.$$

Zusatz: Implementieren Sie die Simpsonregel in einer Programmiersprache Ihrer Wahl und berechnen Sie die 10. Nachkommastelle des obigen Integrals.

Aufgabe 4. Berechnen Sie die Bogenlänge der Astroide, gegeben durch

$$x(t) = a \cdot \cos^3(t), \quad y(t) = a \cdot \sin^3(t), \quad t \in [0, 2\pi], a > 0.$$