

## Hausaufgabe 1

**Aufgabe 1.** Berechnen Sie mit der Formel für die Partialsumme der geometrischen Reihe:

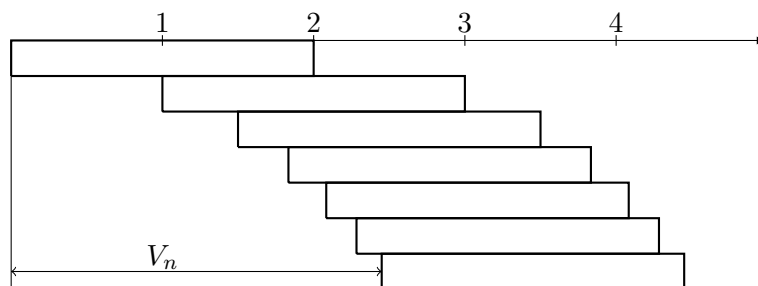
(a)  $\sum_{n=0}^7 \left(\frac{1}{3}\right)^n$ ,                      (b)  $\sum_{n=1}^7 \left(\frac{1}{3}\right)^n$ ,                      (c)  $\sum_{n=0}^7 \left(\frac{3}{2}\right)^n$ .

**Aufgabe 2.** Prüfen Sie ob in folgenden Fällen die Folgen  $(a_n)$  und die daraus gebildeten Reihen konvergieren:

(a)  $a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$ ,                      (b)  $a_n = \frac{99^n}{100^n}$ ,                      (c)  $a_n = \frac{101^n}{100^n}$ ,  
 (d)  $a_n = \frac{1}{(n+1)(n+2)}$ ,                      (e)  $a_n = \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)$ ,                      (f)  $a_n = \sqrt{n}(\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$ .

**Aufgabe 3.** Wir lassen einen Ball aus 3 Meter Höhe fallen. Nachdem er auf dem Boden aufkommt springt er wieder senkrecht nach oben und erreicht eine Höhe von 2 Meter. Nach dem er zum zweiten mal auf den Boden gefallen ist erreicht er eine Höhe von 1,  $\bar{3}$  Metern. Wir nehmen an dies geht beliebig lang so weiter und die Flughöhe nach dem  $n$ -ten Aufpralle ist gerade  $2/3$  der Flughöhe nach dem  $(n-1)$ -ten Aufprall. Welchen Gesamtweg wird der Ball nach unendlich vielen Sprüngen zurück gelegt haben?

**Aufgabe 4.** Ist es möglich Jenga-Steine so versetzt zu einander zu stapeln, dass der oberste Stein nicht mehr über dem untersten liegt? Begründen Sie Ihre Antwort, indem Sie die maximal mögliche horizontale Verschiebung  $V_n$  beim Stapeln von  $n$  Steinen berechnen. (siehe Bild)



**Aufgabe 5.** Sie sind mit ihrer Oma spazieren. Weil Sie Lust auf ein Eis haben, halten Sie am Eisstand an. Da Ihre Oma langsamer läuft als Sie, geht sie inzwischen weiter. Nachdem sie einen Vorsprung von 20 m hat, sind sie am Eisstand fertig und laufen ihr nach, wobei Sie genau doppelt so schnell laufen wie ihre Oma. Nachdem Sie an der Stelle ankommen wo Oma gerade noch war (also bei 20 Meter Abstand zum Eisladen), ist Ihre Oma allerdings selbst auch weiter gelaufen und hat nun 30 Abstand vom Eisladen. Sie lassen sich nicht entmutigen, laufen weiter und kommen bei 30 Meter an. Doch wieder ist ihre Oma weiter gelaufen. Das geht nun immer so weiter. Können Sie Ihre Oma einholen? Falls ja, wann und in welchem Abstand zum Eisladen wird das passieren?

**Aufgabe 6.** Im dem Roman „Eine Billion Dollar“ erbt der Protagonist eine Billion Dollar. Dieses Geld ist durch die Anwendung von Zins und Zinseszins aus einem Vermögen entstanden, welches einer seiner Vorfahren 500 Jahre zuvor angelegt hatte.

- (a) Welchen Betrag hat der spendable Vorfahre angelegt, wenn wir davon ausgehen, dass durchgehend mit einem Zinssatz von 4% pro Jahr verzinst wurde?
- (b) Mit welchem (konstanten) Zinssatz hätte man, eine Summe von 5000\$ verzinsens müssen, damit die gewünschte Summe von einer Billion Dollar nach 500 Jahren entsteht?