

# Lista 6

Gilberto Sassi

Primeiro semestre de 2021.

1. Seja  $X_1, \dots, X_n \sim \text{Bernoulli}(p)$  e seja  $Y_1, \dots, Y_m \sim \text{Bernoulli}(q)$ . Encontre o estimador *plug-in* da probabilidade de sucesso e o erro padrão deste estimador. Encontre o estimador *plug-in* de  $p - q$  e o erro padrão deste estimador. Encontre um intervalo de confiança com coeficiente de confiança  $\gamma = 90\%$ .
2. Gere 100 observações da distribuição normal padrão. Construa um intervalo de confiança para função de distribuição acumulada. Repita este processo 1000 vezes e verifique quantas vezes o intervalo de confiança contém a verdadeira função de distribuição acumulada. Repita esse processo para distribuição Cauchy e distribuição t-Student com 5 graus de liberdade.
3. Seja  $X_1, \dots, X_n \sim F$  e considere a função de distribuição acumulada empírica. Para cada  $x$ , use o teorema do limite central para encontrar a distribuição limite de  $F_n(x)$ .
4. Para  $x$  e  $y$  com  $x \neq y$ , calcule  $\text{Cov}(F_n(x), F_n(y))$ .
5. Seja  $X_1, \dots, X_n \sim F$  e considere  $F_n$  a função de distribuição empírica. Seja  $a < b$  dois números fixos e defina  $\theta = T(F) = F(b) - F(a)$ , e seja  $\hat{\theta} = T(F_n) = F_n(b) - F_n(a)$ . Encontre o erro padrão de  $\hat{\theta}$ , e encontre um intervalo de confiança com coeficiente de confiança  $\gamma = 1 - \alpha$  para  $\theta$ .
6. Considere os dados de um estudo de tempo de vida de pacientes com *Câncer de Pulmão* do pacote **survival**. Este conjunto de dados tem quatro variáveis: **tempo** – tempo até a morte em dias; **idade** – idade do paciente; **genero** – gênero que o paciente se identifica; **calorias** – calorias diárias consumidas pelo paciente. Estime o tempo de sobrevida de um paciente com câncer de pulmão, e use o teorema do limite central para calcular o erro padrão da estimativa. Adicionalmente, construa um intervalo de confiança com coeficiente de confiança  $\gamma = 95\%$  para o tempo médio de sobrevida. Estime o tempo mediano de sobrevida. Os dados para este exercício está disponível em [https://gilberto-sassi.netlify.app/files/2sem2021/datasets/cancer\\_pulmao.csv](https://gilberto-sassi.netlify.app/files/2sem2021/datasets/cancer_pulmao.csv), e em [https://gilberto-sassi.netlify.app/files/2sem2021/datasets/cancer\\_pulmao.xlsx](https://gilberto-sassi.netlify.app/files/2sem2021/datasets/cancer_pulmao.xlsx).
7. 100 pessoas tomaram um antibiótico padrão para tratar uma infecção e outras 100 pessoas tomaram um novo antibiótico. No primeiro grupo, 90 pessoas se recuperaram, e no segundo grupo 85 pessoas se

recuperaram. Seja  $p_1$  a probabilidade de recuperação sob o tratamento com o antibiótico padrão e  $p_2$  a probabilidade recuperação sob o tratamento com o novo antibiótico. Estamos interessados em estudar o funcional estatístico  $\theta = p_1 - p_2$ . Forneça uma estimativa pontual para  $\theta$ , o erro padrão desta estimativa, um intervalo de confiança com coeficiente de confiança 95% e outro intervalo de confiança com coeficiente de confiança 99%.