

## Wstęp do informatyki

### Lista 3

1. Sprawdź czy zachodzą poniższe zależności. Odpowiedzi uzasadnij!

a. [1]  $n^2 = O(2^n)$

*Wskazówka:* pokaż indukcyjnie, że  $n^2 \leq 2^n$ .

b. [1]  $2^n = O(n^2)$

*Wskazówka:* pokaż indukcyjnie, że  $2^n / n^2 > n$  dla odpowiednio dużych  $n$ .

c. [1]  $100n^2 + 13n + 10 = O(n^3)$ ;  $100n^2 + 13n + 10 = O(2n^2)$ ;  $100n^2 + 13n + 10 = O(n)$

d. [1]  $2^n = O(3^n)$ ,  $3^n = O(2^n)$

e. [1]  $\log n = O(n)$

f. [1]  $100n \log n + 5n = O(n^2)$

g. [2]  $\log(n^n) = O(\log(n!))$  oraz  $\log(n!) = O(\log(n^n))$

*Uwaga:* wszystkie logarytmy w tym zadaniu mają podstawę 2.

2. [1] Rozważmy następujący problem algorytmiczny

*Wejście:*  $a$  – liczba naturalna;

*Wyjście:* ciąg bitów  $x_k \dots x_1 x_0$  tworzący binarną reprezentację liczby  $a$ .

Oszacuj złożoność czasową i pamięciową podanego na wykładzie algorytmu rozwiązującego ten problem.

*Wskazówka:* Pokaż, że długość reprezentacji binarnej liczby naturalnej  $a$  jest nie większa niż  $1 + \log_2 a$ .

3. [1] Podaj reprezentacje (o ile istnieją) następujących liczb

97; -128; 127; -255; 255; 256;

w kodzie uzupełnień do 2 (kod U2) dla podanych długości słów:

a. 8

b. 16

c. 24

4. [1] Przyjmijmy, że stosujemy reprezentację stałopozycyjną, uzupełnieniową do 2 (U2) na 8 bitach, przy czym 3 bity reprezentują „ułamkową” część liczby. Podaj

a. najmniejszą i największą liczbę, którą można reprezentować w taki sposób

b. reprezentację liczb o zapisie dziesiętnym

- -7,125

- 8,3

- 16,75

- -11,25

5. [1] Sformułuj specyfikację i podaj algorytm ją realizujący (w postaci listy kroków lub schematu blokowego) dla następującego problemu: dodaj dwie liczby naturalne podane na wejściu w zapisie binarnym, jako ciągi cyfr.

6. [1] Ustal warunki jakie muszą spełniać liczby naturalne  $a < b$ , aby ułamek  $a / b$  miał skończoną reprezentację binarną.

W poniższych zadaniach przyjmujemy zmiennopozycyjną reprezentację  $x = (-1)^s \cdot m \cdot 2^c$ , gdzie  $s$  to liczba zapisywana na jednym bicie,  $m$  liczba z przedziału  $(1; 2)$  zapisana na  $M=8$  bitach (bez wiodącej jedynki) a  $c$  to liczba całkowita zapisana na  $C=8$  bitach w kodzie U2.

7. [1] Podaj największą i najmniejszą liczbę dodatnią/ujemną, którą można reprezentować przy podanym zapisie.  
Podaj też największy przedział zawarty między największą i najmniejszą reprezentowaną liczbą, w którym nie ma żadnej liczby reprezentowanej w naszym zapisie.
8. [1] Podaj zapis następujących liczb w podanej reprezentacji:
  - $x = 30 \cdot 2^{77}$ ;  $y = 30 \cdot 2^{-77}$ ;  $z = 30 \cdot 2^{74}$
  - $x + y$ ;  $x - y$ ;  $x \cdot y$ ;  $x + z$ .
9. [1] Podaj liczby  $a$ ,  $b$  i  $c$  takie, że stosując reprezentacje zmiennoprzecinkowe z  $M=8$  i  $C=8$  uzyskamy  $(a+b)+c \neq a+(b+c)$ .  
*Wskazówka:* wystarczy znaleźć takie  $a$  i  $b$ , że  $a+b$  w naszej reprezentacji zostanie zaokrąglone do  $a$ , natomiast  $a+(b+b)$  będzie różne od  $a$ .
10. [1] Chcemy skonstruować algorytm, który dla podanej na wejściu liczby całkowitej  $n$  wypisuje na wyjściu reprezentację  $n$  w kodzie uzupełnieniowym U2 na 24 bitach. Podaj specyfikację tego problemu i algorytm go rozwiązujący (w postaci pseudokodu lub w wybranym języku programowania). Oszacuj złożoność czasową i pamięciową algorytmu.

**Zadania dodatkowe, nieobowiązkowe (nie wliczają się do puli punktów do zdobycia na ćwiczeniach, punktacja została podana tylko jako informacja o trudności zadań wg wykładowcy)**

11. [0] Podaj binarną reprezentację liczb o dziesiętnych zapisach:  
103,75; 1,125; 1,1; 999,01  
Ustal, które z powyższych liczb mają skończoną reprezentację binarną.
12. [1,5] Sprawdź czy  $\log n = O(n^c)$  dla każdej stałej  $c > 0$ .
13. [2] Udowodnij, że podany na wykładzie sposób wyznaczania liczby przeciwnej w zapisie U2 daje poprawne wyniki.
14. [2] Udowodnij, że podany na wykładzie sposób dodawania liczb w zapisie U2 daje poprawne wyniki.
15. [1] Wyjaśnij skąd pochodzą nazwy „kod uzupełnień do dwóch” i „kod uzupełnień do jedności”.
16. [1] Sformułuj specyfikację i podaj algorytm ją realizujący (w postaci listy kroków lub schematu blokowego) dla następującego problemu: dodaj dwie liczby całkowite podane na wejściu w zapisie U2, jako ciągi cyfr.
17. [1] Zmiennopozycyjna reprezentacja liczb podana na wykładzie nie umożliwia reprezentacji liczby 0. Dowiedz się jak ten problem jest rozwiązywany w praktyce, np. w standardach technicznych.