

## Wstęp do informatyki

## Lista 8

Dla zależności rekurencyjnych podanych w zadaniach 1, 2 i 3 wykonaj polecenia:

- Wyznacz wartość  $T(16)$
- Rozwiąż zależność metodą podstawienia. W zadaniach 2. i 3. wystarczy, że uzyskasz rozwiązanie dla  $n=2^k$  i naturalnego  $k$ .
- Podaj przykład algorytmu prezentowanego w ramach wykładu lub na liście ćwiczeniowej, którego złożoność czasową można opisać tą zależnością. Odpowiedź uzasadnij.

1. [1]  $T(1) = 1$   
 $T(n) = T(n-1) + n$  dla  $n > 1$
2. [1]  $T(1) = 0$   
 $T(n) = T(n/2) + 1$  dla parzystego  $n > 1$   
 $T(n) = T((n+1)/2) + 1$  dla nieparzystego  $n > 1$
3. [1]  $T(1) = 1$   
 $T(n) = 2T(n/2) + 1$  dla parzystego  $n > 1$   
 $T(n) = T((n-1)/2) + T((n+1)/2) + 1$  dla nieparzystego  $n > 1$
4. [2] Rozważmy następujący algorytm wyznaczania najmniejszej liczby w ciągu  $n$ -elementowym: Jeśli  $n=1$  to minimum jest równe jednemu elementowi ciągu. W przeciwnym razie dzielimy ciąg na dwa podciągi (prawie) równej długości, wyznaczamy minima tych dwóch ciągów  $m_1$  i  $m_2$  a następnie wybieramy mniejszą z liczb  $m_1, m_2$ .
  - a. Napisz funkcję rekurencyjną realizującą ten algorytm.
  - b. Podaj zależność rekurencyjną opisującą czas działania Twojego rozwiązania. Rozwiąż tę zależność dla  $n$  postaci  $n=2^k$  i naturalnego  $k$ . Wynik porównaj z czasem działania „standardowego” iteracyjnego algorytmu wyznaczania minimum.
5. [1] Jak zadziała algorytm Quicksort uruchomiony dla ciągu:
  - a. uporządkowanego,
  - b. odwrotnie uporządkowanego (od największej wartości do najmniejszej),
  - c. ciągu złożonego z wielu powtórzeń jednego, tego samego elementu.Przyjmij, że procedura `podzial` wybiera pierwszy element rozważanego podciągu jako wartość do podziału (pivot).
6. [1] Sortujemy ciągi złożone z 10, 100, 1000 elementów. Dla każdej z tych wartości ustal
  - a. głębokość drzewa wywołań rekurencyjnych, gdy stosujemy sortowanie przez scalanie;
  - b. najmniejszą i największą możliwą głębokość drzewa wywołań rekurencyjnych, gdy sortujemy stosując sortowanie szybkie (Quicksort).Podaj zależność rekurencyjną, której wartością dla danego  $n$  jest liczba poziomów drzewa wywołań rekurencyjnych sortowania przez scalenie ciągu  $n$ -elementowego.
7. [1] Zapoznaj się z problemem wież z Hanoi. Sformułuj jego specyfikację i przedstaw jego rekurencyjne rozwiązanie w pseudokodzie oraz w postaci funkcji w języku C/Python.

**Zadania dodatkowe, nieobowiązkowe (nie wliczają się do puli punktów do zdobycia na ćwiczeniach, punktacja została podana tylko jako informacja o trudności zadań wg wykładowcy)**

8. [1] Podaj nierekurencyjny algorytm znajdowania najmniejszego i największego elementu w ciągu, w którym wykonywane jest co najwyżej  $3/2 n$  porównań elementów.
9. [0] Sortujemy metodą Quicksort ciąg złożony z 10 elementów. Przedstaw:
  - a. drzewo wywołań rekurencyjnych dla przypadku, gdy algorytm będzie działał najdłużej (gdy mamy „najgorsze” wyniki funkcji podział),
  - b. drzewo wywołań rekurencyjnych dla przypadku, gdy algorytm będzie działał najkrócej (gdy mamy „najlepsze” wyniki funkcji podział).
10. [2] Zaimplementuj algorytm Quicksort bez użycia rekurencji.

*Wskazówka:* Jeśli znasz strukturę danych nazywaną stosem, spróbuj ją zaimplementować i wykorzystać w tym zadaniu.

*Uwaga:* Jeśli to zadanie jest dla Ciebie zbyt łatwe, spróbuj zaimplementować Quicksort bez rekurencji, używając jedynie pamięci pomocniczej stałego rozmiaru. Takie rozwiązanie jest warte 4 punkty.
11. [2] Zaimplementuj sortowanie przez scalanie bez użycia rekurencji. Poza funkcją scalającą dwa ciągi, Twoje rozwiązanie powinno używać jedynie pamięci stałego rozmiaru.
12. [2] Podaj iteracyjne (nierekurencyjne) rozwiązanie problemu wież z Hanoi, wymagające jedynie pamięci pomocniczej stałego rozmiaru.
13. [0,5] Uzasadnij, że Quicksort (funkcja `qsort` podana na wykładzie) nie spełnia własności stopu w sytuacji gdy funkcja `podzial(a, l, p)` może zwracać jako wynik wartość  $p$  dla argumentów  $l, p$  takich, że  $l < p$ . Sprawdź też, czy sytuacja taka może mieć miejsce w przypadku funkcji `podzial` podanej na wykładzie.