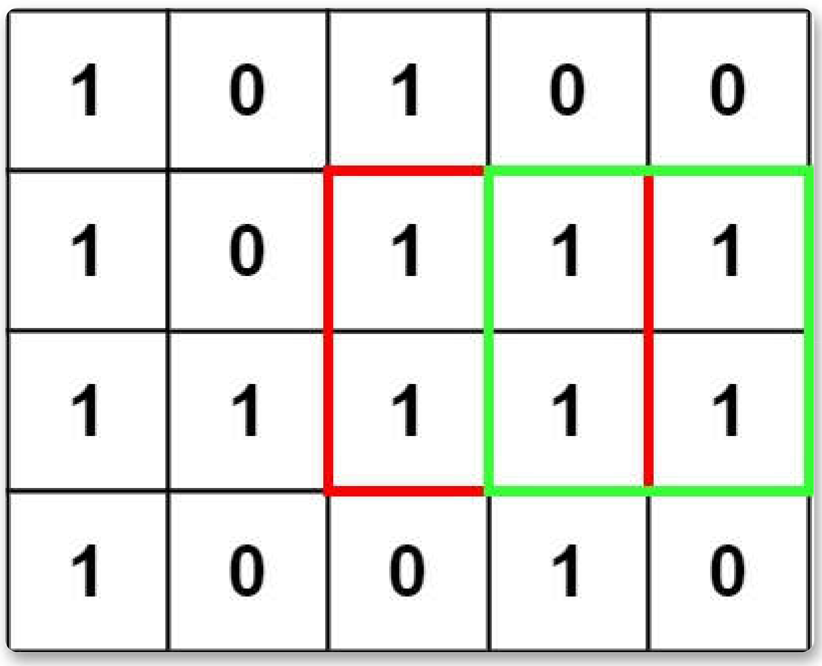
题目介绍[1]

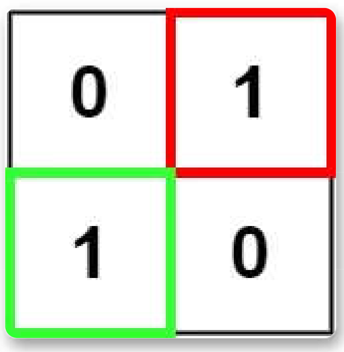
在一个由 '0' 和 '1' 组成的二维矩阵内，找到只包含 '1' 的最大正方形，并返回其面积。

示例 1



> **「输入」**： matrix =
>
> [["1","0","1","0","0"],["1","0","1","1","1"],["1","1","1","1","1"],["1","0","0","1","0"]]
>
> **「输出」**：4

示例 2



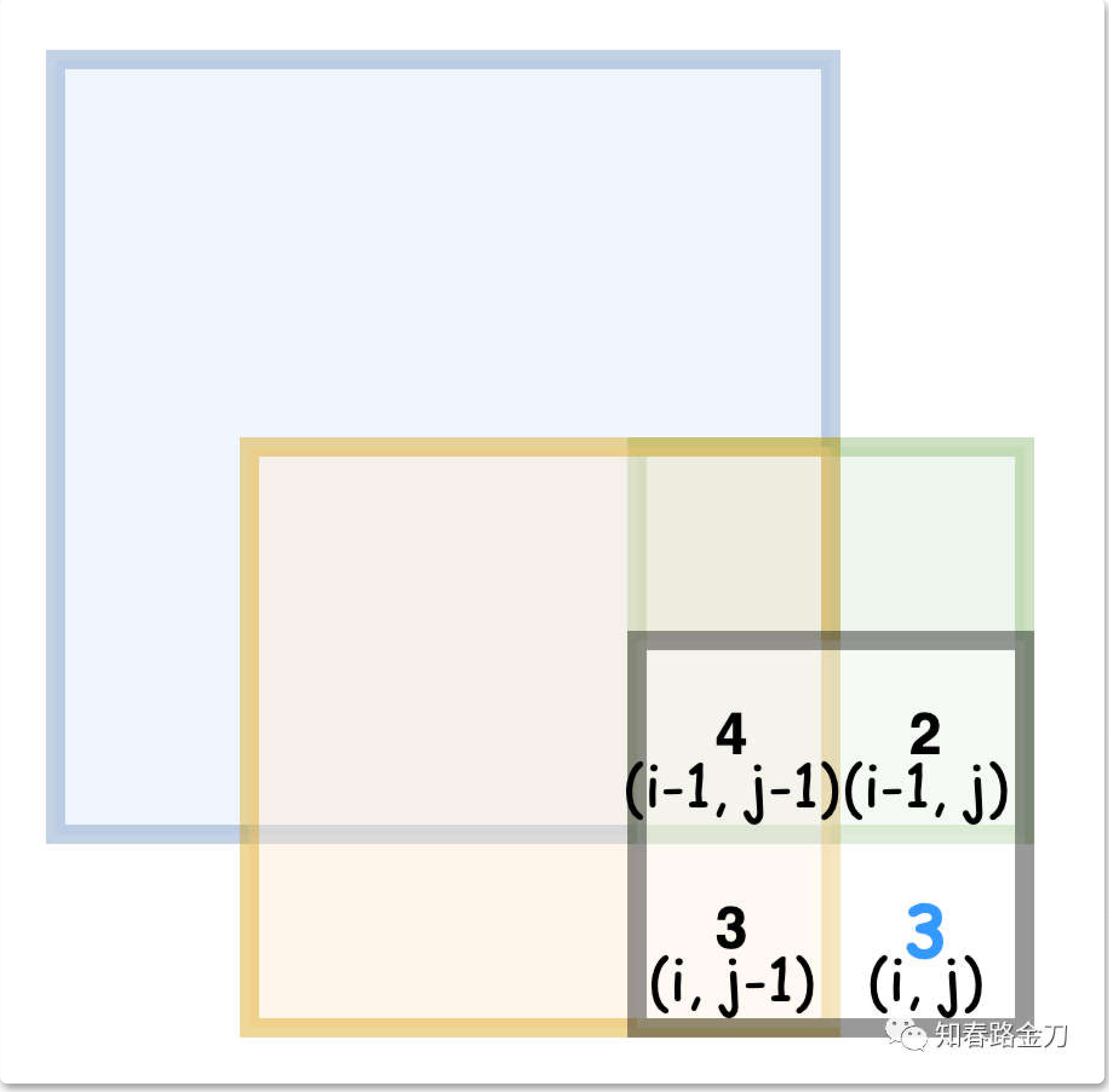
> **「输入」**：matrix =
>
> [["0","1"],["1","0"]]
>
> **「输出」**：1

题目解答

方法一：二维动态规划

思路和算法

我们可以使用动态规划的方法来解决这个问题，创建一个二维数组 dp， dp[i][j]表示以 matrix[i][j]为右下角，且只包含 1 的正方形的边长的最大值，如果我们能计算出所有 dp 的值，那么最大的正方形面积就为 max(dp[i][j])的平方了。现在最关键的问题就是我们如何计算出 dp[i][j]的值。



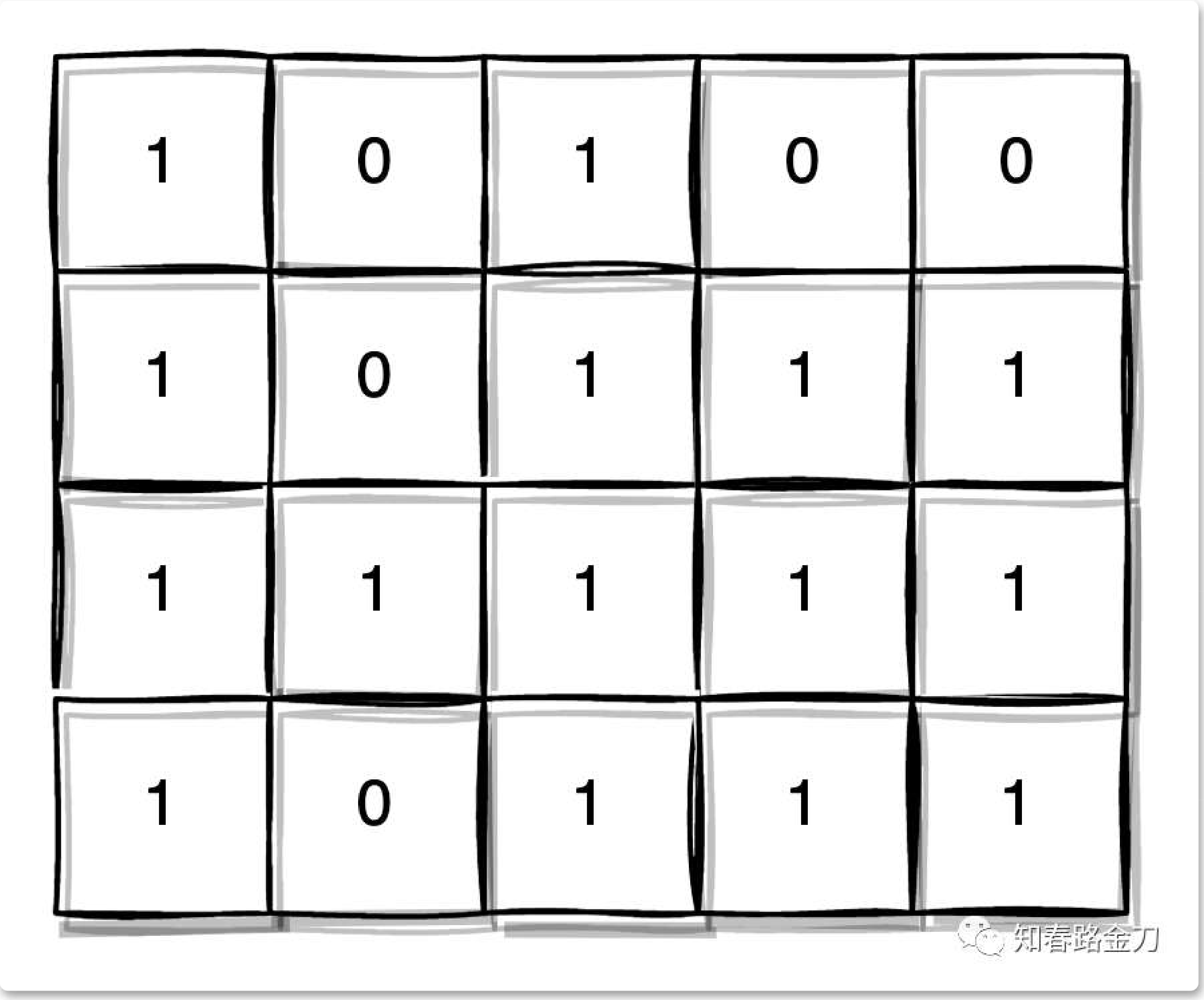
- 如果 matrix[i][j]=0，那很好理解 dp[i][j]=0。
- 如果 matrix[i][j]=1，dp[i][j]如何计算呢？请看上图，图中有三个正方形：
  - 蓝色正方形的边长为 4，dp 数组下标为 dp[i-1][j-1]。
  - 绿色正方形的边长为 2，dp 数组下标为 dp[i-1][j]。
  - 黄色正方形的边长为 3，dp 数组下标为 dp[i][j-1]。

我们从上图中可以看出 dp[i][j]的值为 3，取决于左上方 dp[i-1][j-1]，正上方 dp[i-1][j]，正左方 dp[i][j-1]这三个值中最小的一个值再加 1，得出状态转移方程为 dp[i][j] = min(dp[i-1][j-1], dp[i-1][j],dp[i][j-1])+1。

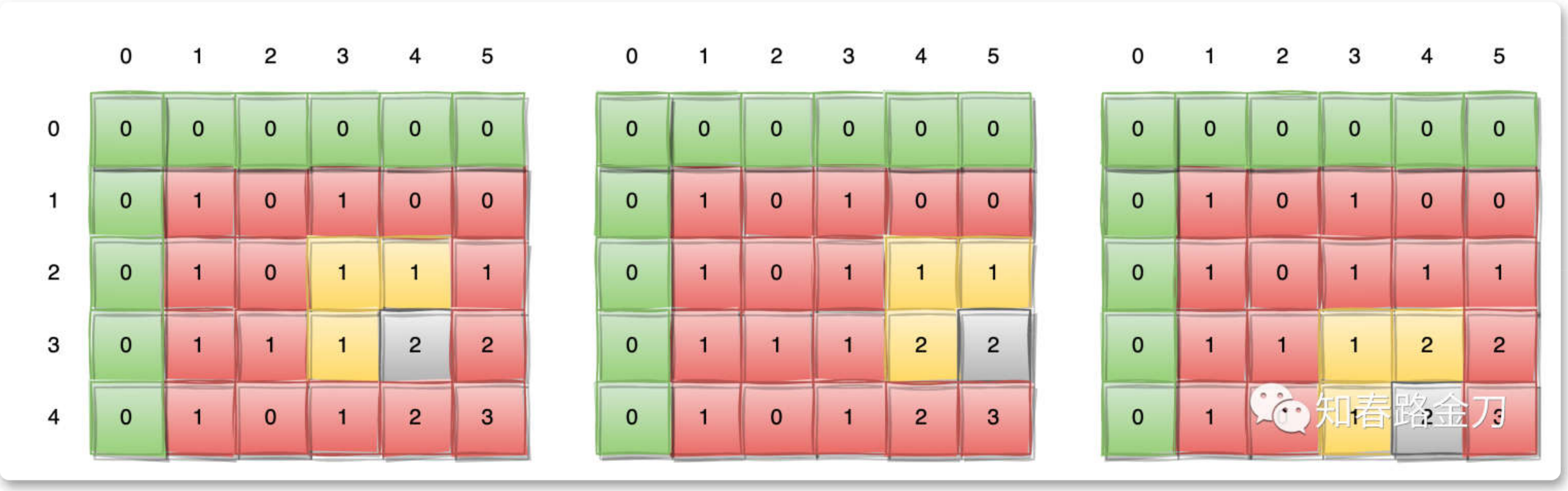
那么我们该如何去理解这个表达式呢？可以这样理解：

- 绿色正方形(dp[i-1][j])表示：可以为以 dp[i][j]为右下角的正方形的**「右边」**提供边长为 2 的边。
- 黄色正方形(dp[i][j-1])表示：可以为以 dp[i][j]为右下角的正方形的**「下边」**提供边长为 3 的边。
- 蓝色正方形(dp[i-1][j-1])表示：可以为以 dp[i][j]为右下角的正方形的**「左边」**和**「上边」**提供边长为 4 的边。
- 取三者中的最小值(min(dp[i-1][j-1], dp[i-1][j],dp[i][j-1]))是因为根据木桶原理，我们只能取最短的一个边来作为 dp[i][j]表示的最大的正方形的边。
- 加上 matrix[i][j]本身的这个正方形的边长 1，就得到了以 dp[i][j]为右下角最大的正方形的边长。

具体例子讲解

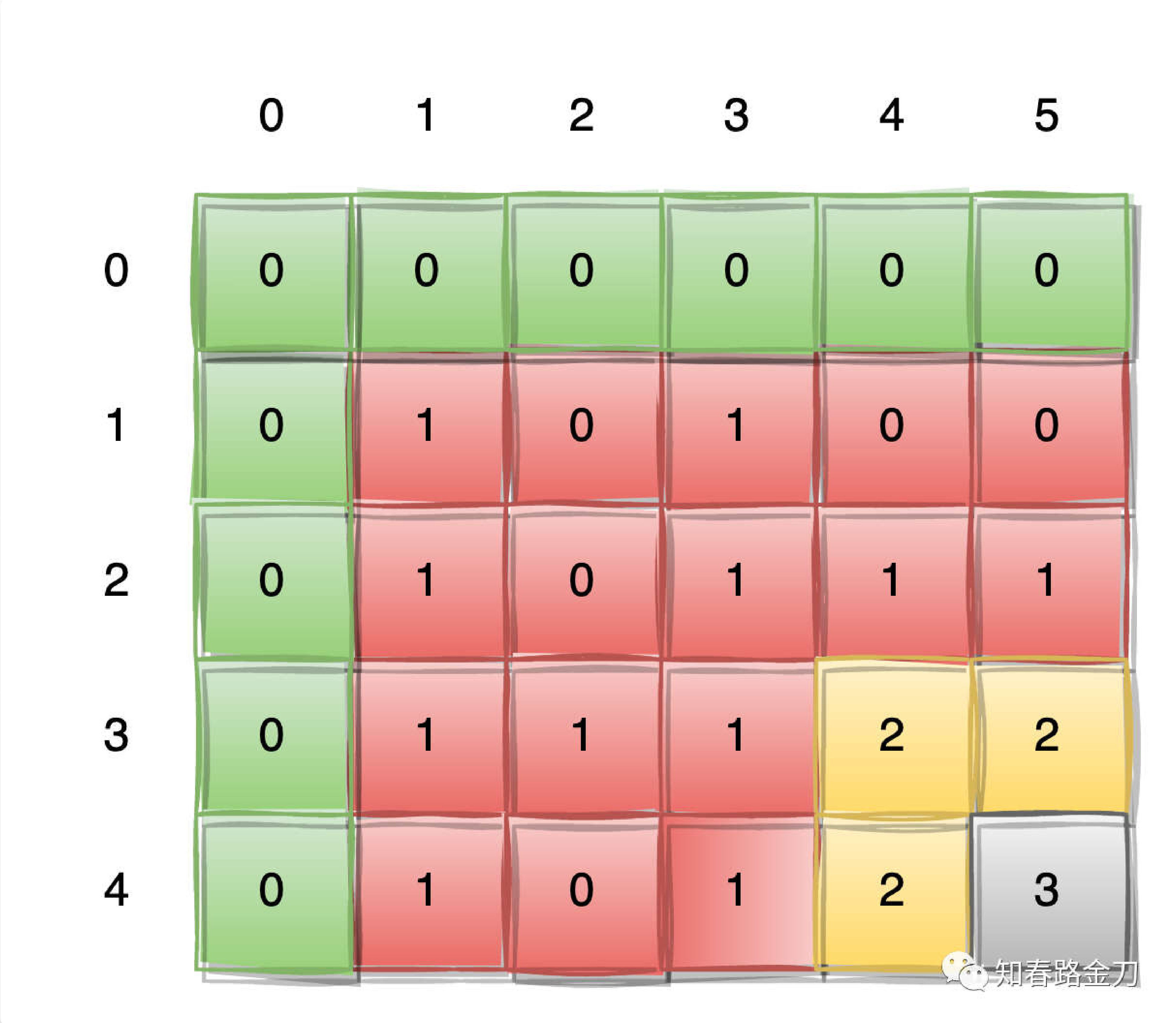


如上图所示，给出一个 M=4，N=5 的一个 matrix，我们可以创建一个如下图所示的二维 dp 数组:



- 绿色表示哨兵，我们不需要对这些 dp 进行计算。
- 灰色方格表示当前正在计算的 dp[i][j]。
- 黄色方格是计算 dp[i][j]所依赖的 dp[i-1][j-1]，dp[i-1][j]，dp[i][j-1]。

根据状态转移方程我们可以算出 dp[3][4] = min(dp[2][3], dp[2][4], dp[3][3]) + 1 = 2，同理dp[3][5]=2，dp[4][4]=2。



`dp[4][5] = min(dp[4][4], dp[3][4], dp[3][5]) + 1 = 3`

代码实现

```
class Solution {
    public int maximalSquare(char[][] matrix) {
        if (matrix == null || matrix.length == 0) {
            return 0;
        }
        int M = matrix.length;
        int N = matrix[0].length;
        int[][] dp = new int[M+1][N+1];
        int result = 0;
        for (int i = 1; i <= M; i++) {
            for (int j = 1; j <= N; j++) {
                if (matrix[i-1][j-1] == '0') {
                    continue;
                }
                dp[i][j] = Math.min(dp[i-1][j-1], Math.min(dp[i-1][j], dp[i][j-1])) + 1;
                result = Math.max(result, dp[i][j]);
            }
        }
        return result*result;
    }
}
```

复杂度分析

- 时间复杂度：O(M*N)
- 空间复杂度：O(M*N)

方法二：一维动态规划

思路和算法

有一个更优的解法，因为在二维动态规划的实现中，dp[i][j]总是以**「从左到右，从上到下」**的方向来计算的，所以我们可以对二维数组进行化简变成一维数组，只需要一个 prev 变量来临时存储 dp[i][j-1]。

状态转移方程就变为了 dp[j] = min(dp[j-1], dp[j], prev) + 1。

- dp[j-1]表示二维数组中的 dp[i-1][j-1]。
- dp[j]表示二维数组中的 dp[i-1][j]。
- prev 表示二维数组中的 dp[i][j-1]。

代码实现

```
class Solution {
    public int maximalSquare(char[][] matrix) {
        if (matrix == null || matrix.length == 0) {
                return 0;
        }
        int M = matrix.length;
        int N = matrix[0].length;
        int[] dp = new int[N+1];
        int result = 0;
        for (int i = 1; i <= M; i++) {
            int prev = 0;
            for (int j = 1; j <= N; j++) {
                int t = dp[j];
                if (matrix[i-1][j-1] == '0') {
                    dp[j] = 0;
                    continue;
                }
                dp[j] = Math.min(dp[j-1], Math.min(dp[j], prev)) + 1;
                prev = t;
                result = Math.max(result, dp[j]);
            }
        }
        return result*result;
    }
}
```

复杂度分析

- 时间复杂度：O(MN)
- 空间复杂度：O(N)

其他

> **「图解大厂面试高频算法题」**专题文章主旨是：根据二八法则的原理，以付出 20%的时间成本，获得 80%的刷题的收益，让那些想进互联网大厂或心仪公司的人少走些弯路。
>
> 本专题还在持续更新 ing~所有文章、图解和代码全部是金刀亲手完成。内容全部放在了**github**[2]和**gitee**[3]方便小伙伴们阅读和调试，另外还有更多小惊喜等你发现~
>
> 如果你喜欢本篇文章，PLZ 一键三连（关注、点赞、在看）。

参考资料

[1] **原题链接:** https://leetcode-cn.com/problems/maximal-square/

[2] **github:** https://github.com/goldknife6

[3] **gitee:** https://gitee.com/goldknife6