



# CICLO DIAGNÓSTICO - MATEMÁTICA

TURMA IME-ITA

2022



## 1ª QUESTÃO

Valor: 2,00

Sejam  $P(n)$  e  $S(n)$  o produto e a soma, respectivamente, dos dígitos do número inteiro  $n$ . Por exemplo,  $P(23) = 6$  e  $S(23) = 5$ .

Suponha que  $N$  seja um número de dois dígitos tal que  $N = P(N) + S(N)$ . Determine todos os possíveis valores de  $N$  de acordo com as condições enunciadas.

## 2ª QUESTÃO

Valor: 2,00

Seja o sistema:

$$\begin{cases} ax + by = 3 \\ ax^2 + by^2 = 7 \\ ax^3 + by^3 = 16 \\ ax^4 + by^4 = 42 \end{cases}$$

Calcule o valor numérico de

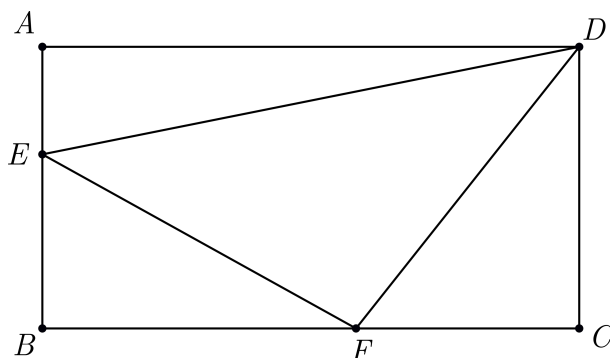
a.  $a + b$

b.  $ax^5 + by^5$

## 3ª QUESTÃO

Valor: 2,00

No retângulo  $ABCD$  abaixo, os triângulos  $ADE$ ,  $BEF$  e  $CDF$  possuem áreas iguais, e a medida do segmento  $CF$  é de 2 unidades.



Determine a medida do segmento  $BF$ .

<b>4ª QUESTÃO</b>	<b>Valor: 2,00</b>
<p>Sejam os inteiros positivos <math>n</math> e <math>k</math> tais que <math>n \geq 2</math> e <math>1 \leq k \leq n</math>. Dessa forma, definimos o polinômio <math>P</math> de grau <math>n - 1</math> por:</p> $P(x) = \frac{(x+1)(x+2)\dots(x+n)}{(x+k)}$ <p>a. Determine o polinômio correspondente a <math>n = 5</math> e <math>k = 3</math>.</p> <p>b. Construa todos os possíveis polinômios tais que <math>n = 4</math>.</p> <p>c. Certo polinômio possui o coeficiente de <math>x^{n-2}</math> igual a 67, determine os valores de <math>n</math> e <math>k</math> para tal polinômio.</p> <p>d. Calcule a soma de todos os coeficientes de todos os possíveis polinômios de grau 5.</p> <p>e. Para um polinômio de grau <math>n</math>, determine a expressão do menor coeficiente possível de <math>x^{n-3}</math>.</p>	
<b>5ª QUESTÃO</b>	<b>Valor: 2,00</b>
<p>Na escola de Carlos, um conceito A vale 4 pontos, um B vale 3 pontos, um C vale 2 pontos e um D vale apenas 1 ponto. Sua média final nos quatro cursos que ele está matriculado é calculada como a soma total de pontos dividida por 4. Ele tem certeza de que obterá A's em Matemática e em Ciências, e pelo menos um C em Inglês e História. Ele acha que tem uma chance de <math>\frac{1}{6}</math> de obter um A em Inglês e uma chance de <math>\frac{1}{4}</math> de obter um B. Em História, ele tem <math>\frac{1}{4}</math> de chance de conseguir um A e <math>\frac{1}{3}</math> de chance de obter um B, independentemente do que ele recebe em Inglês.</p> <p>Dessa forma, responda:</p> <p>a. Qual a probabilidade de Carlos obter média final igual a 4?</p> <p>b. Se para ser aprovado a média final deve ser de ao menos 3,5, qual a probabilidade de Carlos obter aprovação?</p>	