

CICLO DIAGNÓSTICO - MATEMÁTICA

TURMA IME-ITA



2022

1ª QUESTÃO Valor: 2,00

Sejam P(n) e S(n) o produto e a soma, respectivamente, dos dígitos do número inteiro n. Por exemplo, P(23)=6 e S(23)=5.

Suponha que N seja um número de dois dígitos tal que N = P(N) + S(N).

Determine todos os possíveis valores de N de acordo com as condições enunciadas.

2ª QUESTÃO Valor: 2,00

Seja o sistema:

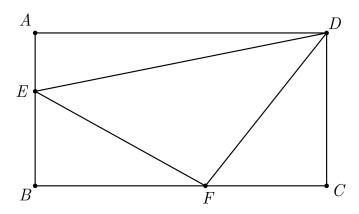
$$\begin{cases} ax + by = 3\\ ax^2 + by^2 = 7\\ ax^3 + by^3 = 16\\ ax^4 + by^4 = 42 \end{cases}$$

Calcule o valor numérico de

- a) a+b
- b) $ax^5 + by^5$

3ª QUESTÃO Valor: 2,00

No retângulo ABCD abaixo, os triângulos ADE, BEF e CDF possuem areas iguais, e a medida do segmento CF é de 2 unidades.



Determine a medida do segmento BF.

4ª QUESTÃO

Valor: 2,00

Sejam os inteiros positivos n e k tais que $n \geq 2$ e $1 \leq k \leq n$. Dessa forma, definimos o polinômio P de grau n-1 por:

$$P(x) = \frac{(x+1)(x+2)...(x+n)}{(x+k)}$$

- a) Determine o polinômio correspondente a n=5 e k=3.
- b) Construa todos os possíveis polinômios tais que n=4.
- c) Certo polinômio possui o coeficiente de x^{n-2} igual a 67, determine os valores de n e k para tal polinômio.
- d) Calcule a soma de todos os coeficientes de todos os possíveis polinômios de grau 5.
- e) Para um polinômio de grau n, determine a expressão do menor coeficiente possível de x^{n-3} .

5^a QUESTÃO Valor: 2,00

Na escola de Carlos, um conceito A vale 4 pontos, um B vale 3 pontos, um C vale 2 pontos e um D vale apenas 1 ponto. Sua média final nos quatro cursos que ele está matriculado é calculada como a soma total de pontos dividida por 4. Ele tem certeza de que obterá A's em Matemática e em Ciências, e pelo menos um C em Inglês e História. Ele acha que tem uma chance de $\frac{1}{6}$. de obter um A em Inglês e uma chance de $\frac{1}{4}$ de obter um B. Em História, ele tem $\frac{1}{4}$ de chance de conseguir um A e $\frac{1}{3}$ de chance de obter um B, independentemente do que ele recebe em Inglês. Dessa forma, responda:

- a) Qual a probabilidade de Carlos obter média final igual a 4?
- b) Se para ser aprovado a média final deve ser de ao menos 3,5, qual a probabilidade de Carlos obter aprovação?