

Algoritmos

Divide y Vencerás

MSc Edson Ticona Zegarra

Campamento de Programación

Contenido

Divide y Vencerás

Problemas

Contenido

Divide y Vencerás

Problemas

Divide y Vencerás

- ▶ Es una técnica de diseño de algoritmos en la cual dividimos un problema de tamaño n en a subproblemas de tamaño n/b

Divide y Vencerás

- ▶ Es una técnica de diseño de algoritmos en la cual dividimos un problema de tamaño n en a subproblemas de tamaño n/b
- ▶ Luego, se resuelve recursivamente cada subproblema

Divide y Vencerás

- ▶ Es una técnica de diseño de algoritmos en la cual dividimos un problema de tamaño n en a subproblemas de tamaño n/b
- ▶ Luego, se resuelve recursivamente cada subproblema
- ▶ Finalmente, se combina la solución a cada subproblema para obtener la solución al problema inicial

Complejidad

► $T(n) = a * T(n/b) + T(f(n))$

Complejidad

- ▶ $T(n) = a * T(n/b) + T(f(n))$
- ▶ Donde $f(n)$ representa el tiempo necesario para combinar los subproblemas

Contenido

Divide y Vencerás

Problemas

Envolvente convexa: Convex Hull

Definition

Dado un conjunto de puntos P en el plano, se busca un subconjunto que define la envolvente convexa.

Envolvente convexa: Convex Hull

Definition

Dado un conjunto de puntos P en el plano, se busca un subconjunto que define la envolvente convexa.

- Existen varios algoritmos para resolver este problema, ahora nos enfocamos en la solución divide y vencerás

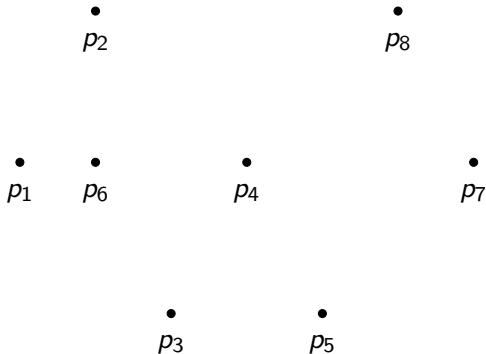
Envolvente convexa: Convex Hull

Definition

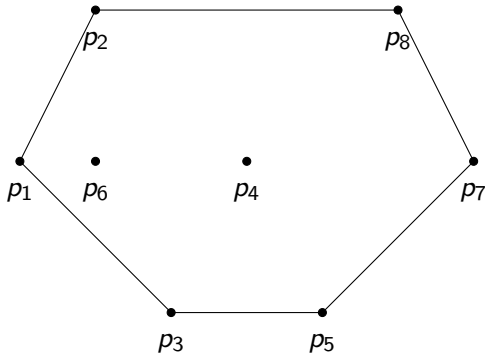
Dado un conjunto de puntos P en el plano, se busca un subconjunto que define la envolvente convexa.

- ▶ Existen varios algoritmos para resolver este problema, ahora nos enfocamos en la solución divide y vencerás
- ▶ La envolvente convexa es el polígono de menor área que contiene todos los puntos y lo representamos por $CH(P)$

Envolvente convexa: Convex Hull



Envolvente convexa: Convex Hull



Envolvente convexa: Convex Hull

input : P es el conjunto de n puntos

output: S conjunto de puntos representando la envolvente convexa

Sort(P) por x ;

Left, Right \leftarrow Dividir P por la mitad;

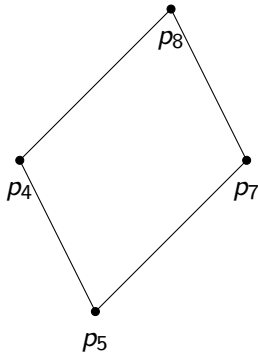
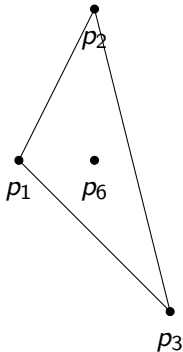
$A \leftarrow \text{ConvexHull}(\text{Left})$;

$B \leftarrow \text{ConvexHull}(\text{Right})$;

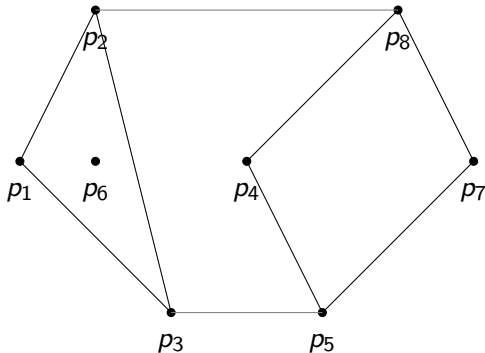
$S \leftarrow \text{Combinar } A \text{ con } B$;

return S

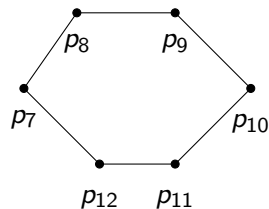
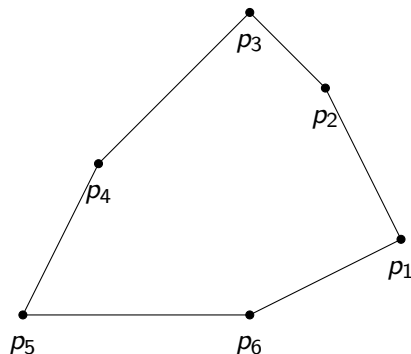
Envolvente convexa: Convex Hull



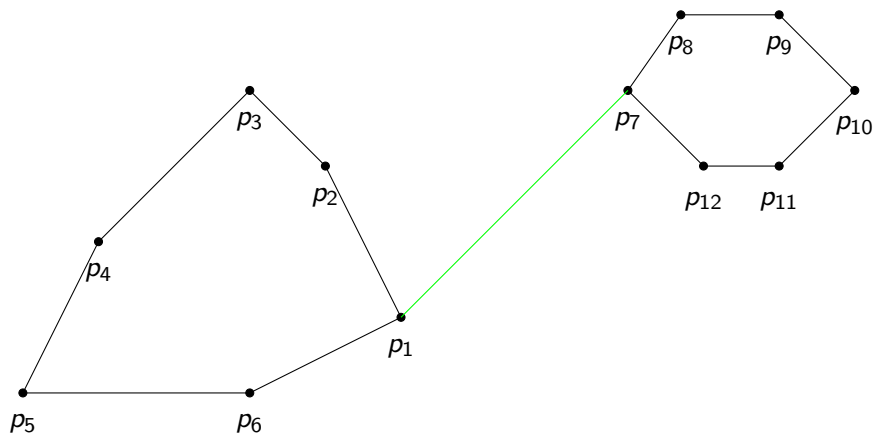
Envolvente convexa: Convex Hull



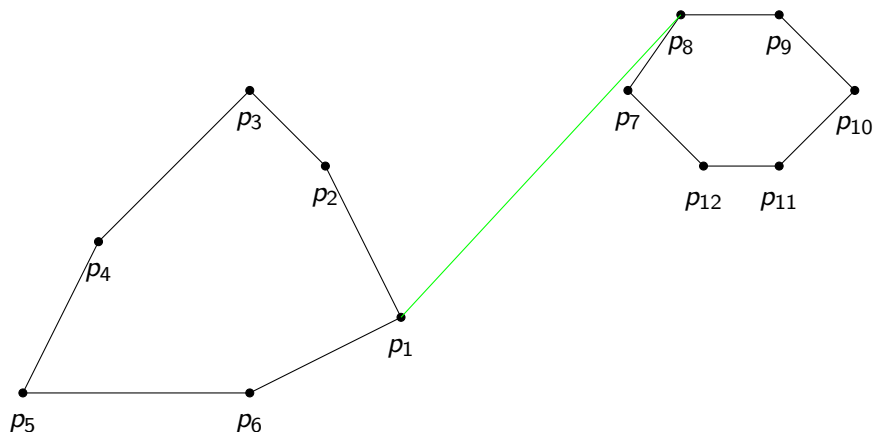
Envolvente convexa: Convex Hull



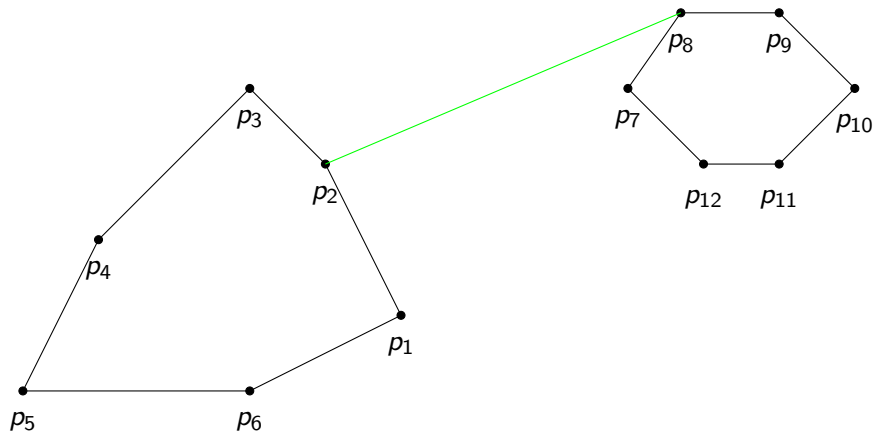
Envolvente convexa: Convex Hull



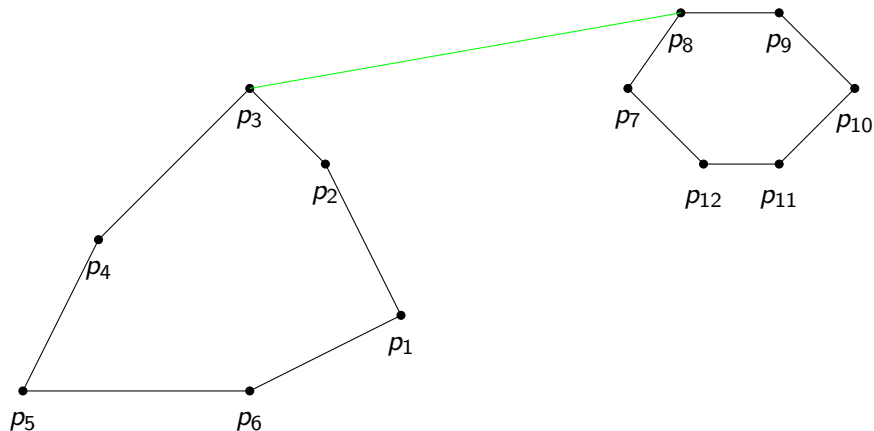
Envolvente convexa: Convex Hull



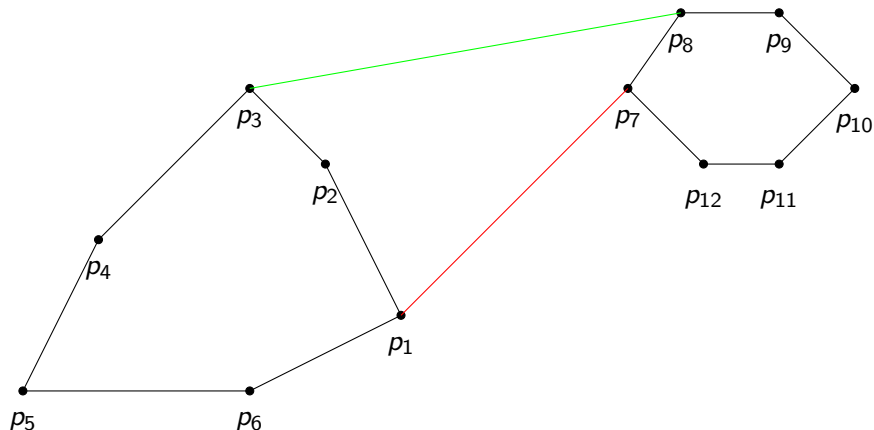
Envolvente convexa: Convex Hull



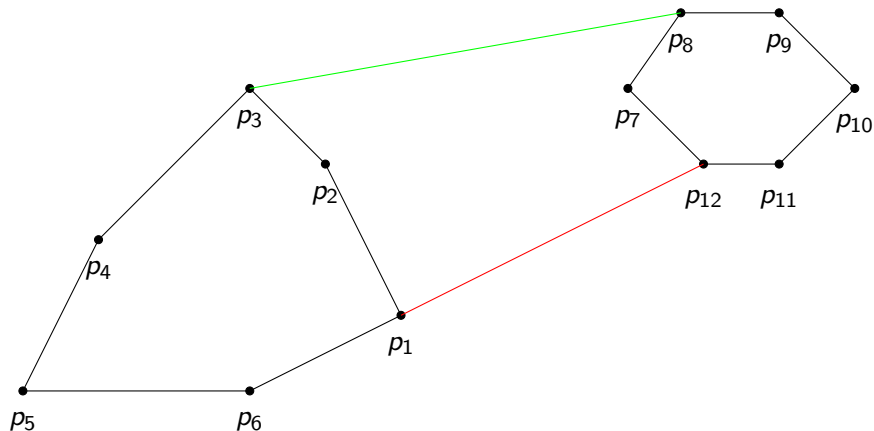
Envolvente convexa: Convex Hull



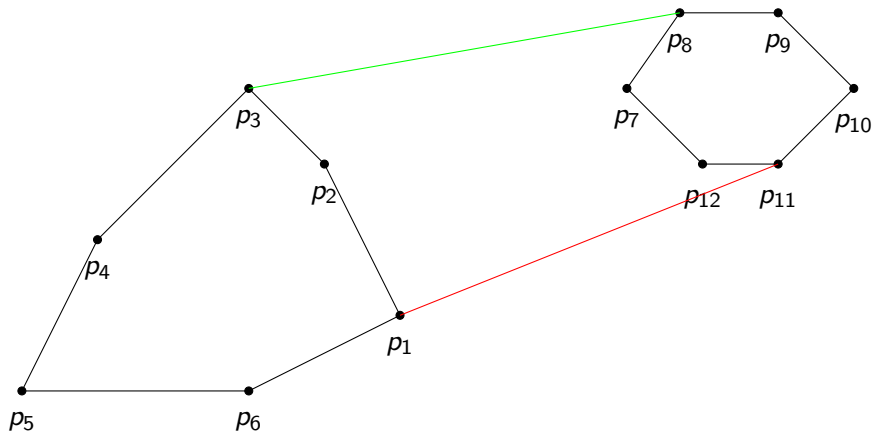
Envolvente convexa: Convex Hull



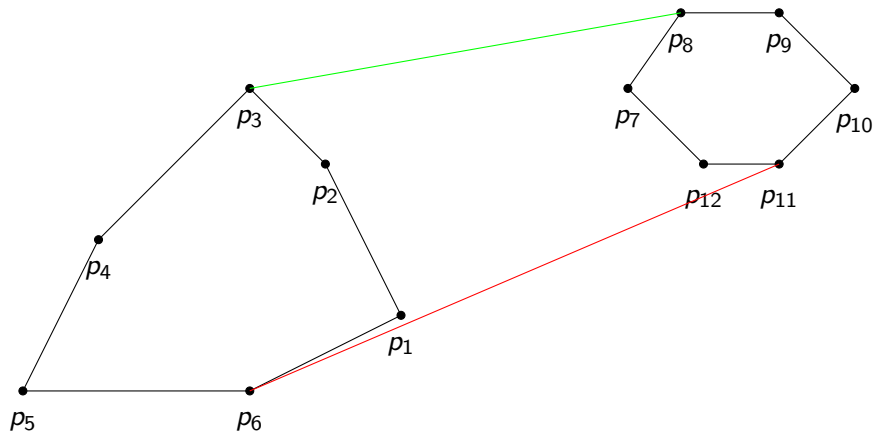
Envolvente convexa: Convex Hull



Envolvente convexa: Convex Hull



Envolvente convexa: Convex Hull



Envolvente convexa: Convex Hull

- Sean p y q los puntos con mayor y menor coordenada x en cada convex hull, respectivamente

Envolvente convexa: Convex Hull

- ▶ Sean p y q los puntos con mayor y menor coordenada x en cada convex hull, respectivamente
- ▶ Para la tangente superior

Envolvente convexa: Convex Hull

- ▶ Sean p y q los puntos con mayor y menor coordenada x en cada convex hull, respectivamente
- ▶ Para la tangente superior
- ▶ Mientras que: En el CH de la derecha que el producto $\vec{pq} \times q\vec{q}_{cw} > 0$, avanzar q

Envolvente convexa: Convex Hull

- ▶ Sean p y q los puntos con mayor y menor coordenada x en cada convex hull, respectivamente
- ▶ Para la tangente superior
- ▶ Mientras que: En el CH de la derecha que el producto $\vec{pq} \times q\vec{q}_{cw} > 0$, avanzar q
- ▶ Mientras que: En el CH de la izquierda que el producto $\vec{qp} \times p\vec{p}_{acw} < 0$, avanzar p

Envolvente convexa: Convex Hull

- ▶ Sean p y q los puntos con mayor y menor coordenada x en cada convex hull, respectivamente
- ▶ Para la tangente superior
- ▶ Mientras que: En el CH de la derecha que el producto $\vec{pq} \times q\vec{q}_{cw} > 0$, avanzar q
- ▶ Mientras que: En el CH de la izquierda que el producto $\vec{qp} \times p\vec{p}_{acw} < 0$, avanzar p
- ▶ Para la tangente inferior

Envolvente convexa: Convex Hull

- ▶ Sean p y q los puntos con mayor y menor coordenada x en cada convex hull, respectivamente
- ▶ Para la tangente superior
- ▶ Mientras que: En el CH de la derecha que el producto $\vec{pq} \times q\vec{q}_{cw} > 0$, avanzar q
- ▶ Mientras que: En el CH de la izquierda que el producto $\vec{qp} \times p\vec{p}_{acw} < 0$, avanzar p
- ▶ Para la tangente inferior
- ▶ Mientras que: En el CH de la derecha que el producto $\vec{pq} \times q\vec{q}_{cw} < 0$, avanzar q

Envolvente convexa: Convex Hull

- ▶ Sean p y q los puntos con mayor y menor coordenada x en cada convex hull, respectivamente
- ▶ Para la tangente superior
- ▶ Mientras que: En el CH de la derecha que el producto $\vec{pq} \times q\vec{q}_{cw} > 0$, avanzar q
- ▶ Mientras que: En el CH de la izquierda que el producto $\vec{qp} \times p\vec{p}_{acw} < 0$, avanzar p
- ▶ Para la tangente inferior
- ▶ Mientras que: En el CH de la derecha que el producto $\vec{pq} \times q\vec{q}_{cw} < 0$, avanzar q
- ▶ Mientras que: En el CH de la izquierda que el producto $\vec{qp} \times p\vec{p}_{acw} > 0$, avanzar p

Envolvente convexa: Convex Hull

- ▶ Sean p y q los puntos con mayor y menor coordenada x en cada convex hull, respectivamente
- ▶ Para la tangente superior
- ▶ Mientras que: En el CH de la derecha que el producto $\vec{pq} \times q\vec{q}_{cw} > 0$, avanzar q
- ▶ Mientras que: En el CH de la izquierda que el producto $\vec{qp} \times p\vec{p}_{acw} < 0$, avanzar p
- ▶ Para la tangente inferior
- ▶ Mientras que: En el CH de la derecha que el producto $\vec{pq} \times q\vec{q}_{cw} < 0$, avanzar q
- ▶ Mientras que: En el CH de la izquierda que el producto $\vec{qp} \times p\vec{p}_{acw} > 0$, avanzar p
- ▶ Para ambos casos, parar cuando p y q no puedan avanzar más

Búsqueda de la mediana

Definition

La mediana es el elemento del medio de un conjunto de elementos

- ▶ Algoritmo trivial: ordenar los números y tomar el número del medio.

Búsqueda de la mediana

Definition

La mediana es el elemento del medio de un conjunto de elementos

- ▶ Algoritmo trivial: ordenar los números y tomar el número del medio.
- ▶ Si hay un número par de elementos, tomar el promedio de los dos centrales

Búsqueda de la mediana

Definition

La mediana es el elemento del medio de un conjunto de elementos

- ▶ Algoritmo trivial: ordenar los números y tomar el número del medio.
- ▶ Si hay un número par de elementos, tomar el promedio de los dos centrales
- ▶ Complejidad: $O(n \log n)$

Búsqueda de la mediana

- Podemos usar un algoritmo de divide y vencerás para este problema

Búsqueda de la mediana

- ▶ Podemos usar un algoritmo de divide y vencerás para este problema
- ▶ En este caso, sin embargo, la parte más compleja esta en el paso de división y la combinación es trivial.

Búsqueda de la mediana

- ▶ Podemos usar un algoritmo de divide y vencerás para este problema
- ▶ En este caso, sin embargo, la parte más compleja esta en el paso de división y la combinación es trivial.
- ▶ Utilizando una solución similar a QUICKSORT podemos obtener un algoritmo más eficiente

Mediana

input : A es el conjunto de números; p y r son los índices del arreglo e i es el índice buscado

output: m mediana

$q \leftarrow \text{Pivot}(A, p, r)$;

$k \leftarrow q - p + 1$;

if $i == k$ **then**

 | **return** $A[q]$

end

if $i < k$ **then**

 | **return** $\text{Median}(A, p, q - 1, i)$

end

else

 | **return** $\text{Median}(A, q + 1, r, i - k)$

end

Mediana

- ▶ Llamar con $\text{MEDIAN}(A, 0, N-1, (N+1)/2)$