

# Festkörperoptik

## Optische Konstanten und Bandparameter

Johannes Mahr & Ina Geier

Ziel des Versuchs war die Bestimmung optischer Parameter von dotierten sowie undotierten Halbleitermaterialien. Hierzu wurden Transmissions- sowie Reflexionsspektren von GaAs und Si aufgenommen und ausgewertet. Hierbei konnten die Energienlücken zu  $E_g(\text{GaAs}, \text{dotiert}) = (1.37 \pm 0.05) \text{ eV}$ ,  $E_g(\text{GaAs}, \text{undotiert}) = (1.38 \pm 0.04) \text{ eV}$  und  $E_g(\text{Si}, \text{undotiert}) = 1.10 \text{ eV}$  bestimmt werden. Für die dazugehörigen Übergangsmatrixelemente ergab sich  $p_{cv}(\text{GaAs}, \text{dotiert}) = 2.17 \times 10^{-25} \frac{\text{kg m}}{\text{s}}$  sowie  $p_{cv}(\text{GaAs}, \text{undotiert}) = 2.40 \times 10^{-25} \frac{\text{kg m}}{\text{s}}$ . Desweiteren konnte für undotiertes Silizium eine Phononenfrequenz von  $\nu_{Ph} = (450 \pm 10) \frac{1}{\text{cm}}$  berechnet werden.

Betreuer: Christoph Brüne

Versuchsdurchführung: 11. September 2013

Protokollabgabe: 07. Oktober 2013

## 1 Einleitung

Die Analyse von Halbleitern ist ein wichtiges Gebiet der Physik. Mithilfe optischer Messmethoden können Rückschlüsse auf die Eigenschaften von Halbleitern, wie zum Beispiel die Bandstruktur, gezogen werden. Hierbei ist die Fourier-Spektrometrie ein nützliches Werkzeug, da sie im Vergleich zu herkömmlichen methoden ein verbessertes Signal-Rausch-Verhältnis sowie kürzere Messzeiten aufweist. Ziel dieses Versuch ist es mit einem Fourier-Spektrometer verschiedene Proben, dotiert sowie undotiert, von GaAs und Si zu untersuchen. Aus den aufgenommenen Reflexions- und Transmissionsspektren werden dann optische Konstanten und Bandparameter bestimmt, wie die Bandlückenenergien, Leitfähigkeitsmassen, die Stromrelaxationszeiten und die Dotierkonzentrationen.

## 2 Theorie

Bei diesem theoretischen Grundlagenteil wurde sich an der Quelle [1] orientiert.

### 2.1 Dispersionsrelation und Brechungsindex

Aus den Maxwellgleichungen können die Telegraphengleichungen, welche Differentialgleichungen für  $\mathbf{E}$  und  $\mathbf{H}$  darstellen, hergeleitet werden. Sie beschreiben die gedämpfte Ausbreitung elektromagnetischer Wellen in Materie. Mit einem Ansatz ebener Wellen erhält man die Dispersionsrelation zwischen dem Wellenvektor  $\mathbf{q}$  und der Kreisfrequenz  $\omega$

$$\mathbf{q} = \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon(\omega) = \frac{\omega^2}{c^2} (\epsilon'(\omega) + i\epsilon''(\omega)) \quad (2.1)$$

wobei  $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$  die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum und  $\epsilon(\omega) = \epsilon'(\omega) + i\epsilon''(\omega)$  die komplexe Dielektrizitätsfunktion mit dem reellen Anteil  $\epsilon'(\omega)$  und dem Imaginärteil  $\epsilon''(\omega)$  ist. Gleichung 2.1 kann durch Einführung des komplexen Brechungsindex  $N(\omega)$  linearisiert werden

$$N(\omega) = \sqrt{\epsilon(\omega)} = n + i\kappa \quad (2.2)$$

mit der Brechzahl  $n$  und dem Extinktionskoeffizienten  $\kappa$ . Real- und Imaginärteil der Dielektrizitätsfunktion können in  $n$  und  $\kappa$  umgerechnet werden

durch

$$\epsilon'(\omega) = n^2 + \kappa^2 \quad (2.3)$$

und

$$\epsilon''(\omega) = 2n\kappa. \quad (2.4)$$

## 2.2 Reflexion und Transmission

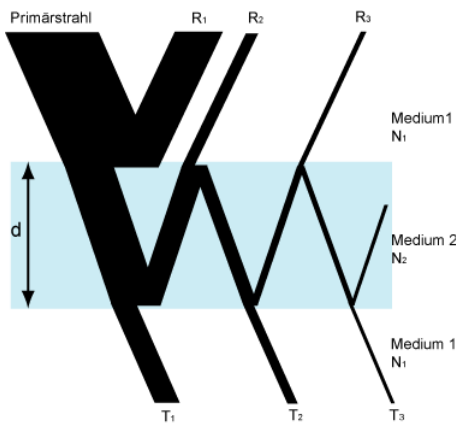
Im Folgenden wird eine in positive z-Richtung laufende Welle betrachtet, welche auf die Grenzfläche zwischen Luft ( $n_1 = 1$ ) und einem isotropen homogenen Medium mit dem Brechungsindex  $n_2$  trifft. Für die Reflexionsintensität gilt nun

$$R = \left| \frac{1 - N_2}{1 + N_2} \right|^2. \quad (2.5)$$

Ebenso kann ein Ausdruck für die Transmissionsintensität angegeben werden

$$T(z) = \frac{4|N_2|}{|1 + N_2|^2} e^{-\beta z}. \quad (2.6)$$

Hier ist  $\beta = \frac{2\kappa\omega}{c}$  der Absorptionskoeffizient. Zur Berechnung der gesamten Reflexion sowie Transmission müssen die einzelnen Anteile ( $R_1 \dots R_n$  und  $T_1 \dots T_n$ ), wie in Abb. 1 zu sehen, aufsummiert werden. Insgesamt ergibt sich dann



**Abb. 1:** Schematischer Aufbau einer planparallelen Schicht [1].

$$R = R_1 \frac{1 + (1 - 2R_1)e^{-2\beta d}}{1 - R_1^2 e^{-2\beta d}}$$

sowie

$$T = \frac{(1 - R_1)^2 e^{-\beta d}}{1 - R_1^2 e^{-2\beta d}}.$$

Bei zusätzlicher Betrachtung der relativen Phasen der Strahlen ergibt sich für den Abstand der Interferenzmaxima

$$\Delta\nu = \frac{1}{2dn} \quad (2.7)$$

mit der Schichtdicke d und der Brechzahl n.

## 2.3 Dielektrische Funktion

Im Lorentzmodell kann ein gebundenes Elektron wie ein Oszillator betrachtet werden. Für freie Elektronen kann hieraus durch Vernachlässigung der Rückstellkraft das Drude-Modell abgeleitet werden. Die dielektrische Funktion in diesem Modell ist gegeben durch

$$\epsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2 \tau^2}{1 + \omega^2 \tau^2} + i \frac{\omega_p^2 \tau}{\omega(1 + \omega^2 \tau^2)}$$

mit der Streuzeit  $\tau$ , welche aus dem Dämpfungsterm folgt. Die Plasmafrequenz  $\omega_p$  beschreibt Elektronenloch-Schwingungen und ist definiert durch

$$\omega_p = \frac{Ne^2}{m_e \epsilon_0}$$

wobei  $N$  die Ladungsträgerdichte,  $e$  die Elementarladung,  $m_e$  die Elektronenmasse und  $\epsilon_0$  die elektrische Feldkonstante im Vakuum ist. Die Leitfähigkeitsmasse  $m_L$  kann bei direkten Halbleitern mit der effektiven Masse  $m^*$  angenähert werden. Bei indirekten Halbleitern gilt

$$\frac{1}{m_L} = \frac{1}{3} \left( \frac{1}{m_{le}} + \frac{2}{m_{te}} \right). [2] \quad (2.8)$$

$m_{le}$  steht für die longitudinale effektive Masse und  $m_{te}$  für die transversale effektive Masse.

Für Energien  $\hbar\omega$  im eV-Bereich gehen Übergänge zwischen Leitungs- und Valenzband in der dielektrischen Funktion mit ein. Für einen direkten Bandübergang ergibt sich für den Imaginärteil

$$\epsilon''_{direkt}(\omega)$$

$$\epsilon''_{direkt}(\omega) = \frac{e^2(2\mu)^{\frac{3}{2}}|p_{cv}|^2}{h\epsilon_0 m_e^2} \frac{\sqrt{\hbar\omega - E_g}}{(\hbar\omega)^2} \quad (2.9)$$

mit der reduzierten Masse  $\mu$ , der Bandlücke  $E_g$  und dem Impulsmatrixelement  $|p_{cv}|$  welches den Übergang von Leitungs- zu Valenzband beschreibt. Der Realteil  $\epsilon'$  kann mit Hilfe der Kramers-Kronig-Relationen bestimmt werden.

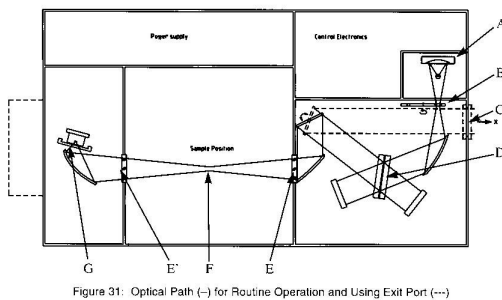
Beim indirekten Bandübergang muss zur Impulserhaltung eine Phononabsorption bzw -emission stattfinden. Der Absorptionskoeffizient ergibt sich nun zu

$$\beta_{indirekt} = \beta_{Absorption} + \beta_{Emission} = \frac{A}{(\hbar\omega)^2} [(N_{Ph} + 1)(\hbar\omega - \hbar\Omega_{Ph} - E_g)^2 + N_{Ph}(\hbar\omega + \hbar\Omega_{Ph} - E_g)^2].$$

Hier ist  $A$  ein dimensionsloser Skalierungsfaktor,  $\hbar\Omega_{Ph}$  die Phononenenergie und  $N_{Ph}$  die Phononenbesetzungszahl.

### 3 Experimenteller Aufbau

Die Messungen werden mit einem Fourierspektrometer durchgeführt. Das Grundprinzip ist das eines Michelsoninterferometers. Der Strahlengang des Spektrometers ist in Abb. 2 zu sehen. Es kann im Wellen-



Component	Component
A IR-Source	E Chamber Window
B Aperture/Film Wheel	E' Chamber Window
C Exit Port	F Sample Holder
D Beamsplitter	G Detector

Abb. 2: Strahlengang eines Fourierspektrometers. [1]

zahlbereich von  $300 - 15000 \text{ cm}^{-1}$  gemessen werden. Aus der gemessenen Intensitätsverteilung  $I(L)$  kann durch Fouriertransformation die spektrale Verteilung  $S(\nu)$  berechnet werden. In diesem Versuch wird das von der Software OPUS übernommen. Die maximale Auflösung liegt bei  $\Delta\nu = 0.3 \text{ cm}^{-1}$ . Im mittleren Infrarot wird als Lichtquelle ein Globar-Stab und ein KBr-Strahlteiler verwendet, für die Messungen im nahen Infrarot eine Wolfram-Lampe und ein Quarz-Strahlteiler. Der Detektor ist ein pyroelektrischer Detektor (DTGS). Die zu untersuchenden Proben sind undotiertes Galliumarsenid (GaAs,  $d = 470 \mu\text{m}$ ), n-dotiertes GaAs ( $d = 440 \mu\text{m}$ ), undotiertes Silizium (Si,  $d = 530 \mu\text{m}$ ) und hochdotiertes Si.

## 4 Auswertung

### 4.1 Absorptionsspektrum der Umgebungsluft

Zunächst wurde ein Spektrum der Umgebungsluft mit einer Auflösung von  $0.3 \frac{1}{\text{cm}}$  aufgenommen, wobei als Strahlteiler und Quelle die Kombination Globar-KBr (GK) verwendet wurde. Aus dem resultierenden Spektrum wurden die Bereiche starker Gasabsorption identifiziert.

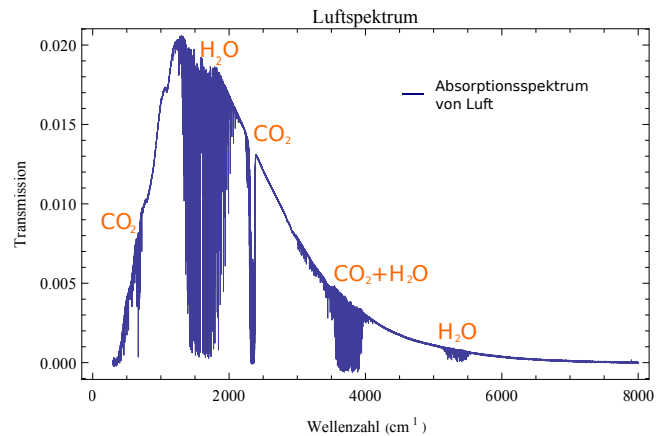


Abb. 3: Aufgenommenes Spektrum der Umgebungsluft mit identifizierten Bereichen.

In Abb. 3 sind mehrere starke Absorptionspeaks zu sehen. Diese konnten beim Vergleich mit  $\text{CO}_2$  und  $\text{H}_2\text{O}$  Spektren aus [3] als  $\text{CO}_2$  und  $\text{H}_2\text{O}$  Peaks identifiziert werden, wobei im Bereich von etwa  $3500 \frac{1}{\text{cm}}$  –

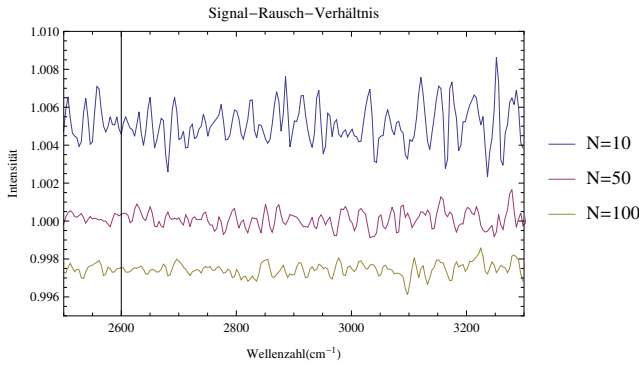
4100  $\frac{1}{\text{cm}}$  sowohl Wasser als auch  $\text{CO}_2$  absorbieren. Die identifizierten Bereiche werden zusammenfassend in Tab. 1 dargestellt.

Wellenzahlbereich [ $\frac{1}{\text{cm}}$ ]	Element
600 - 700	$\text{CO}_2$
1300 - 2000	$\text{H}_2\text{O}$
2250 - 2400	$\text{CO}_2$
3400 - 4000	$\text{CO}_2 + \text{H}_2\text{O}$
5150 - 5500	$\text{H}_2\text{O}$

**Tab. 1:** Die ausgelesenen Wellenzahlenbereiche der  $\text{CO}_2$  und  $\text{H}_2\text{O}$ -Absorptionslinien.

## 4.2 Signal-Rausch-Verhältnis

Um das Signal-Rausch-Verhältnis (SNR) zu bestimmen wurde Referenzspektrum und Probenspektrum jeweils für Luft aufgenommen. Die Auflösung war mit 8 cm geringer als zuvor, die Strahlteiler-Quellen-Kombination blieb gleich. Um die  $\sqrt{N}$ -Abhängigkeit zu bestätigen wurden drei Messungen mit  $N = 10, 50, 100$  Spiegeldurchläufen aufgenommen.



**Abb. 4:** Signal-Rausch-Verhältnis für 10, 50 und 100 Spiegeldurchläufe im Bereich von 2500  $\frac{1}{\text{cm}}$  – 3300  $\frac{1}{\text{cm}}$ .

Die resultierenden Spektren sind in Abb. 4 zu sehen, wobei zur besseren Übersichtlichkeit der Graph für  $N = 10$  um 0.005 nach oben und der Graph für  $N = 100$  um 0.003 nach unten verschoben wurde. Zur Bestimmung der Standardabweichung wurden die Daten auf einen Bereich von 2500  $\frac{1}{\text{cm}}$  – 3300  $\frac{1}{\text{cm}}$  beschränkt, da hier Luft keine störenden Absorptionslinien aufweist.

Mit den Werten aus Tab. 2 lässt sich bestätigen, dass sich das Signal-Rausch-Verhältnis mit steigendem  $N$

N	$\sigma_N \cdot 10^{-3}$	$\sigma_N \cdot \sqrt{N} \cdot 10^{-3}$
10	1.04	3.28
50	0.45	3.18
100	0.34	3.37

**Tab. 2:** Standardabweichung der 3 Messungen und  $\sqrt{N}$ -Abhängigkeit.

verbessert, da die Standardabweichung kleiner wird. Vergleicht man die Werte mit der Abb. 4 ist eine deutliche Halbierung des SNR von 10 auf 50 Durchläufen zu sehen, wohin gegen die Verbesserung des SNR von 50 auf 100 Durchläufen geringer ist, dies resultiert aus der  $\sqrt{N}$ -Abhängigkeit. Die Auflösung ist durch den maximal möglichen Gangunterschied  $\Delta\nu = \frac{1}{L_{max}}$  begrenzt, wobei  $L_{max}$  die maximale Verschiebung des Spiegels ist.

## 4.3 Bestimmung der Brechzahlen $n$ und der Dielektrizitätskonstanten $\epsilon$

Hier wurden mit einer Auflösung von 0.3  $\frac{1}{\text{cm}}$  die Reflexionsspektren von dotiertem sowie undotiertem GaAs und undotiertem Silizium aufgenommen. Aus den resultierenden Graphen wurde über 50 Perioden die Abstände der einzelnen Perioden ermittelt, und so für 500  $\frac{1}{\text{cm}}$  und deren Vielfachen der Mittelwert mit Standardabweichung bestimmt. Mithilfe von Glg. 2.7 konnten nun die Brechzahlen  $n$  berechnet werden. Die Ergebnisse für die Brechzahlen  $n$  sind in Tab. 3 dargestellt. Die Fehler stammen aus der Fehlerfortpflanzung, wobei die Dicke  $d$  der Halbleiterproben als fehlerlos angenommen wurde.

$\nu[\text{cm}^{-1}]$	$n_{\text{GaAs, undot.}}$	$n_{\text{GaAs, dot.}}$	$n_{\text{Si, undot.}}$
500	$3.60 \pm 0.21$	-	$3.34 \pm 0.23$
1000	$3.29 \pm 0.48$	-	$3.35 \pm 0.36$
1500	$3.22 \pm 0.49$	$3.36 \pm 0.74$	$3.35 \pm 0.62$
2000	$3.24 \pm 0.45$	$3.32 \pm 0.55$	$3.35 \pm 0.47$
2500	$3.26 \pm 0.51$	$3.29 \pm 0.48$	$3.35 \pm 0.51$
3000	$3.27 \pm 0.54$	$3.32 \pm 0.61$	$3.38 \pm 0.65$
3500	$3.30 \pm 0.68$	-	-
4000	$3.30 \pm 0.57$	-	-

**Tab. 3:** Brechzahlen mit Fehlern aus der Standardabweichung für dotiertes und undotiertes GaAs sowie undotiertes Si.

Im gemessenen Wellenzahlbereich (IR) beträgt nach [7] die Brechzahl von Silizium bei  $T = 300\text{ K}$   $n = 3.42$ , was im Rahmen der Fehler mit den unseren Werten übereinstimmt. Für *GaAs* erhält man nach [8] einen Brechungsindex von  $n = 3.299$  was ebenfalls im Rahmen der Fehler mit unseren Werten übereinstimmt. Lediglich der erste Wert ist nicht damit vereinbar. Das könnte jedoch daran liegen, dass die Abstände aufgrund des Rauschens bei  $\nu = 500 \frac{1}{\text{cm}}$  nicht so gut ausgelesen werden konnten wie bei den anderen Wellenzahlen.

Unter Vernachlässigung des Imaginärteils  $i\kappa$  können aus den Brechzahlen  $n$  mit Glg. 2.2 die Dielektrizitätskonstanten  $\epsilon$  bestimmt werden, wobei der Fehler nach Gaußscher Fehlerfortpflanzung berechnet wurde.

$\nu[\text{cm}^{-1}]$	$\epsilon_{\text{GaAs, undot.}}$	$\epsilon_{\text{GaAs, dot.}}$	$\epsilon_{\text{Si, undot.}}$
500	$13.0 \pm 1.5$	-	$11.2 \pm 1.5$
1000	$10.8 \pm 3.2$	-	$11.2 \pm 2.4$
1500	$10.3 \pm 3.2$	$11.3 \pm 5.0$	$11.2 \pm 4.2$
2000	$10.5 \pm 2.9$	$11.0 \pm 3.7$	$11.2 \pm 3.2$
2500	$10.6 \pm 3.3$	$10.8 \pm 3.2$	$11.2 \pm 3.4$
3000	$10.7 \pm 3.5$	$11.0 \pm 4.1$	$11.4 \pm 4.4$
3500	$10.9 \pm 4.5$	-	-
4000	$10.9 \pm 3.8$	-	-

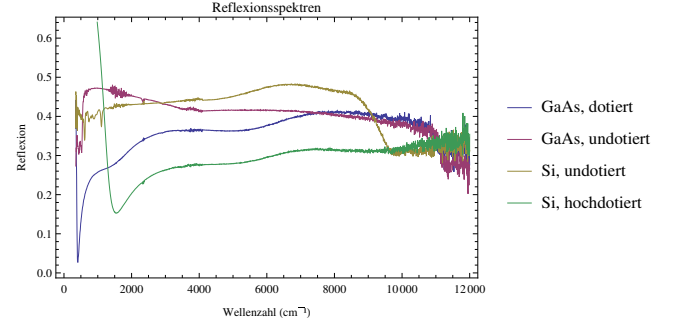
**Tab. 4:** Dielektrizitätskonstanten mit Fehlern aus Standardabweichung für dotiertes und undotiertes GaAs sowie undotiertes Si.

Leider war es nicht möglich für alle Wellenzahlen geeignete Werte auszulesen, da das Rauschen oft das Signal überlagerte. Diese Werte wurden nicht in die Tabellen eingetragen.

#### 4.4 Reflexions- und Transmissionsspektren

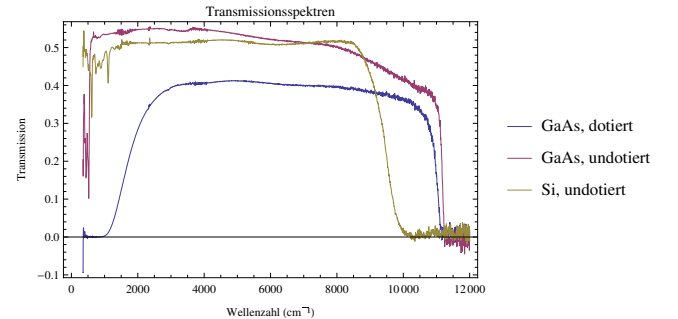
Mit den Kombinationen GK sowie TQ wurden für dotiertes sowie undotiertes GaAs und undotiertes sowie hochdotiertes Si Transmissions- und Reflexionsspektren in verschiedenen Wellenzahlbereichen aufgenommen. Aus den gemessenen Datenpunkttabellen wurden mithilfe von Mathematica Listen erstellt und die Spektren bei  $\nu = 4100 \frac{1}{\text{cm}}$  zusammengefügt. Dieser Punkt erschien sinnvoll, da sowohl Reflexion als

auch Transmission in diesem Bereich recht flach sind und weil dieser Punkt in beiden Spektren beinhaltet und dort auch keine Absorption der Luft vorliegt. An der direkten Schnittstelle war ein Off-Set zu sehen, welches jedoch durch Multiplikation der Werte  $> 4100 \frac{1}{\text{cm}}$  mit einem Faktor neu skaliert wurde und somit ein fließender Übergang der beiden Spektren sichergestellt wurde. Die resultierenden Graphen für die Reflexion sind in Abb. 5 zusammengefasst.



**Abb. 5:** Reflexionsspektren von dotiertem sowie undotiertem GaAs und undotiertem sowie hochdotiertem Si.

Die Bereiche in denen starke Absorption der Umgebungsluft vorliegt ( $\nu \approx 2500 \frac{1}{\text{cm}}$  bzw.  $\nu \approx 4000 \frac{1}{\text{cm}}$ ) ist in allen vier Spektren der Reflexion, sowie denen der Transmission deutlich ersichtlich. Desweiteren zeigt sich unterhalb von  $\nu \approx 2000 \frac{1}{\text{cm}}$  für die undotierten Proben ein starkes Rauschen, wohingegen die Spektren der dotierten Proben wesentlich glatter verlaufen. Oberhalb von  $\nu \approx 9000 \frac{1}{\text{cm}}$  nimmt das Rauschen mit steigender Wellenzahl für alle Proben gleichermaßen zu, und der exakte Verlauf der Spektren ist nicht mehr eindeutig erkennbar.



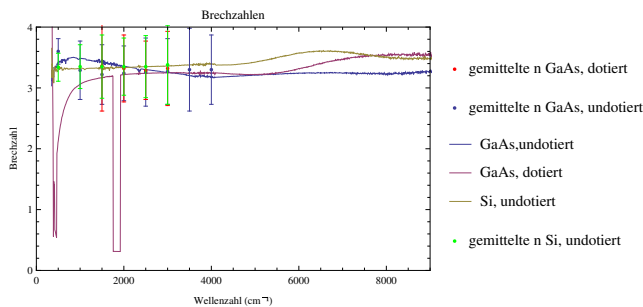
**Abb. 6:** Transmissionsspektren von dotiertem sowie undotiertem GaAs und undotiertem Si.

In Abb. 6 sind die resultierenden Spektren für die Transmissionsmessungen dargestellt, wobei der

Graph für hochdotiertes Si fehlt. Für diesen ist die Transmission aufgrund der hohen Elektronendichte bis auf das Hintergrundrauschen 0.

#### 4.5 Brechzahl, Extinktionskoeffizient und Absorptionskoeffizient

Zur Bestimmung der Brechzahlen  $n$  und Extinktionskoeffizienten  $\kappa$  wurde mit Mathematica ein Vergleich der theoretischen Werte aus Glg. 2.5 und 2.6 mit den experimentell gewonnenen Daten vorgenommen. Die so gewonnenen Ergebnisse für dotiertes sowie undotiertes GaAs und undotiertes Si wurden geplottet und die Verläufe sind in Abb. 7 sowie Abb. 8 dargestellt. Wie schon in Abschnitt 4.4 beschrieben, unterliegen auch die Graphen die aus den Reflexions- bzw. Transmissionsspektren berechnet wurden, einem großen Rauschen für kleine bzw. sehr große Wellenzahlen. Ebenso beeinflussen auch die Bereich der Luftabsorption die berechneten Graphen.

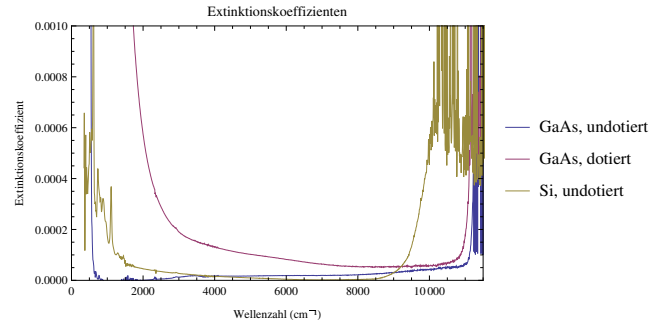


**Abb. 7:** Brechzahlen in Abhängigkeit von der Wellenzahl von dotiertem sowie undotiertem GaAs und undotiertem Si. Desweiteren sind die Brechzahlen mit Fehlerbalken aus Kap. 4.3 eingetragen.

Aus Abb. 7 lässt sich erkennen, dass die in Kap. 4.3 berechneten Brechzahlen im Rahmen ihres Fehlers mit den hier bestimmten Verläufen der Brechzahlen übereinstimmen.

Der Graph für die Brechzahl von dotiertem GaAs zeigt bei ca.  $1700 \frac{1}{\text{cm}}$  –  $1900 \frac{1}{\text{cm}}$  einen Einbruch, welcher aus einem Rechenfehler resultiert, da die Spektren aufgrund von Luftabsorption (siehe Tab. 1) beeinflusst sind und in diesem Bereich die Summe von Reflexion und Transmission größer als 1 ist.

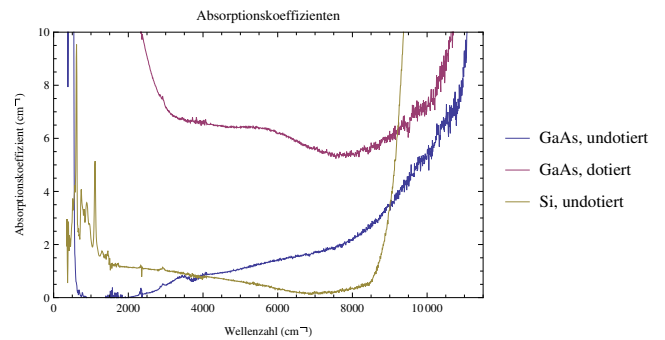
Aus  $n$  und  $\kappa$  können nun noch  $\epsilon'$  sowie  $\epsilon''$  über Glg. 2.3 und 2.4 berechnet werden, wobei der Verlauf von



**Abb. 8:** Extinktionskoeffizienten in Abhängigkeit von der Wellenzahl von dotiertem sowie undotiertem GaAs und undotiertem Si.

$\epsilon'$  den von  $n$  und der von  $\epsilon''$  den von  $\kappa$  wie erwartet widerspiegelt.

Aus den Brechzahlen konnten des Weiteren die Absorptionskoeffizienten für die drei Halbleiterproben bestimmt werden, welche in Abb. 9 geplottet sind.



**Abb. 9:** Absorptionskoeffizienten in Abhängigkeit von der Wellenzahl von dotiertem sowie undotiertem GaAs und undotiertem Si.

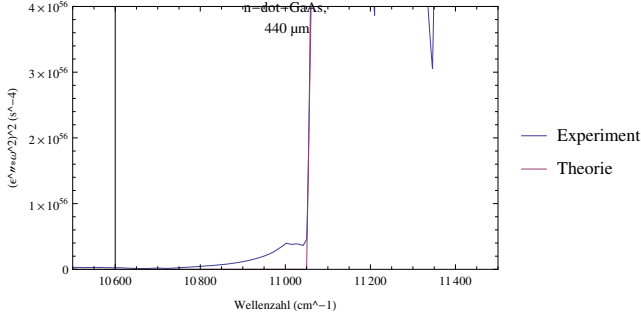
Deutlich in der Abb. 9 zu sehen ist der steile Anstieg des Absorptionskoeffizienten bei  $9000 \frac{1}{\text{cm}}$  für Si wohin gegen wie schon zuvor beschrieben der Anstieg des Absorptionskoeffizienten für die GaAs-Proben von einem starken Rauschen überlagert ist, und sich ein steiler Anstieg des Absorptionskoeffizienten ab  $10000 \frac{1}{\text{cm}}$  für GaAs nicht mit Sicherheit sagen lässt. Dieser Anstieg könnte durch Interbandübergänge erklärt werden.

#### 4.6 Bandlücken und Impulsmatrixelemente

Für Halbleiter mit direkter Bandlücke kann die Bandlückenenergie  $E_g$  und das Impulsmatrixelement



$p_{cv}$  mithilfe von Glg. 2.9 bestimmt werden. Hierzu wurde  $(\epsilon'' \cdot \nu^2)^2$  gegen die Wellenzahl aufgetragen und aus dem Schnittpunkt mit der Abszisse die Bandlücken sowie aus der Steigung das Impulsmatrixelement ausgelesen. Die Messwerte mit Fit sind für dotiertes GaAs in Abb. 10 dargestellt.



**Abb. 10:** Die experimentellen Daten mit Fit für die Bandlücke von dotiertem GaAs.

Die Ergebnisse sind in Tab. 5 aufgetragen.

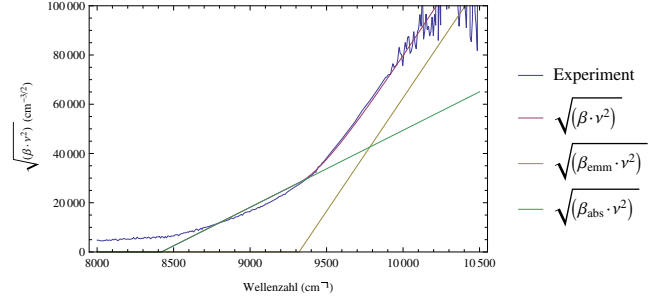
Material	Bandlücke [eV]	$p_{cv}$ [ $10^{-25} \frac{\text{kg m}}{\text{s}}$ ]
GaAs, undotiert	1.38	2.40
GaAs, dotiert	1.37	2.17

**Tab. 5:** Bandlücken und Impulsmatrixelemente für dotiertes sowie undotiertes GaAs.

Die Fehler für die Bandlückenenergien können mit dem sogenannten Urbach-Tail abgeschätzt werden, wie an einem Beispiel im Anhang verdeutlicht wird. Mithilfe von Mathematica kann ein theoretischer Fit an die experimentellen Daten gelegt werden und daraus ergeben sich die Fehler zu  $\Delta E_g = 0.05 \text{ eV}$  für dotiertes GaAs und  $\Delta E_g = 0.04 \text{ eV}$  für undotiertes GaAs. Nach [4] beträgt die Energielücke bei  $T = 300 \text{ K}$   $E_g = 1.42 \text{ eV}$ . Somit stimmt der experimentell ermittelte Wert im Rahmen seines Fehlers mit dem Literaturwert überein. Jedoch aufgrund des starken Rauschens oberhalb von  $\nu = 10000 \frac{1}{\text{cm}}$ , wie bereits beschrieben, konnten die zuvor geglätteten Kurven nicht gut gefittet werden.

Für Si muss aufgrund der indirekten Bandlücke  $\sqrt{\beta \cdot \nu^2}$  aufgetragen werden. Nun kann aus Abb. 11 die Bandlücke ausgelesen werden.

Mithilfe der Mathematica-Datei kann nun die Bandlücke von Silizium zu  $E_g = 1.10 \text{ eV}$  bestimmt

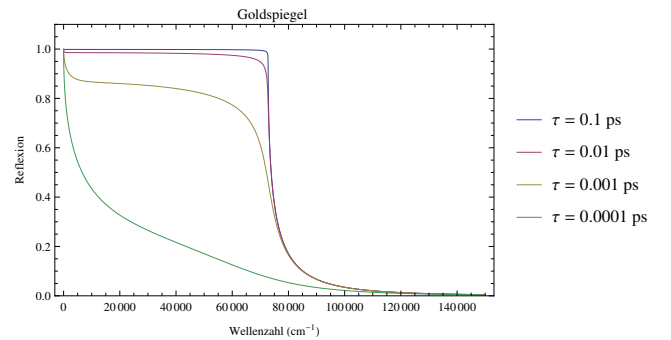


**Abb. 11:** Theoretischer Fit an experimentelle Daten mit einer Bandlücke von  $E_g = 1.10 \text{ eV}$ .

werden. Dieser Wert stimmt gut mit dem Literaturwert von  $E_g = 1.12 \text{ eV}$  [4] überein. Desweiteren konnte hiermit die charakteristische Phononenfrequenz zu  $\nu_{Ph} = (450 \pm 10) \frac{1}{\text{cm}}$  und daraus die Energie zu  $E_{Ph} = (55.8 \pm 1.2) \text{ meV}$  bestimmt werden. Nach [5] beträgt die Energie für optische Phononen bei  $T = 300 \text{ K}$   $E_{Ph,theo} = 63 \text{ meV}$ . Damit stimmt der experimentelle Wert nicht mit dem Literaturwert überein, dies könnte an einer anderen Proben temperatur, oder an einer Verschmutzung der Probe liegen.

## 4.7 Beitrag der freien Ladungsträger zur Reflexion

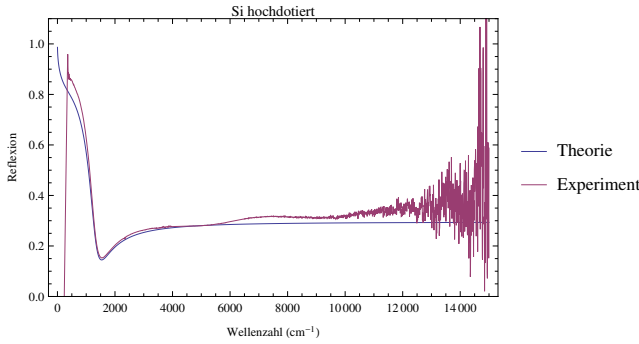
Im Rahmen des Drude Modells soll nun der Beitrag zur Reflexion von freien Ladungsträgern von Metallen und Halbleitern in Abhängigkeit der Wellenzahl verglichen werden.



**Abb. 12:** Theoretisch erwartete Reflexionskurve von Gold für unterschiedliche Relaxationszeiten.

In Abb. 12 ist das Reflexionsspektrum von Gold mit einer Ladungsträgerdichte von  $N_{Au} = 5.9 \times 10^{22} \frac{1}{\text{cm}}$  für verschiedene Streuzeiten  $\tau = 0.1 \text{ ps} - 0.0001 \text{ ps}$

zu sehen. Bei Metallen ist  $\epsilon_g = 1$  da nur der Beitrag der freien Elektronen berücksichtigt werden muß, bei Halbleitern kommen noch Gitterschwingungen hinzu, weswegen  $\epsilon_g \neq 1$  ist. Wie in Abb. 12 zu sehen ist, nehmen die Kurven ab der Plasmafrequenz  $\omega_p = 72\,743.4 \frac{1}{\text{cm}}$  einen asymptotischen Verlauf an und gehen gegen 0. Für große Streuzeiten ist die Reflexion von 0 bis zu dieser Wellenzahl nahezu konstant. Beim Halbleiter wird ebenso die Strahlung bis zur Plasmakante stark reflektiert, und nimmt dann dort ein Minima an, oberhalb der Plasmafrequenz steigt dann die Reflexion aufgrund von starker Absorption wieder auf einen konstanten Wert an, wie auch in Abb. 13 zu sehen.



**Abb. 13:** Theoretischer Fit an experimentelle Daten für hochdotiertes Silizium.

Aus einem Fit der experimentell bestimmten Kurven an den theoretisch erwarteten Verlauf, wie beispielhaft in Abb. 13 für Si gezeigt, lassen sich die Leitfähigkeitsmasse  $m_L$ , die Stromrelaxationszeiten  $\tau$  und die Dotierkonzentrationen  $n$  für die dotierten Halbleiterproben in Tab. 6 erschließen. Die Fehler ergeben sich aus der bestmöglichen Anpassung des Fits.

	dot. GaAs	hochdot. Si
$m_L [m_e]$	$0.07 \pm 0.01$	$0.26 \pm 0.01$
$\tau$ [ps]	$0.40 \pm 0.01$	$0.011 \pm 0.001$
$n [\cdot 10^{18} \frac{1}{\text{cm}^3}]$	$1.01 \pm 0.01$	$60 \pm 5$

**Tab. 6:** Dotierkonzentration, Leitfähigkeitsmasse und Stromrelaxationszeit für die dotierte Si- und GaAs-Probe

Die Leitfähigkeitsmasse für Si ergibt sich nach Glg. 2.8 mit den ermittelten effektiven longitudinalen und transversalen Massen  $m_{te} = (0.19 \pm 0.01)m_e$  und  $m_{te} = (0.98 \pm 0.01)m_e$ . Diese stimmen exakt mit

den Literaturwerten [5] überein. Ebenso stimmt die Leitfähigkeitsmasse für dot. GaAs innerhalb des Fehlers mit dem Literaturwert  $m_{L,GaAs} = 0.063m_e$  nach [6] überein. Die Stromrelaxationszeit konnte nicht mit der Literatur abgeglichen werden, da diese Angaben Materialspezifisch sind, jedoch lässt sich bestätigen dass die Si-Probe wesentlich höher dotiert ist als die GaAs-Probe.

## 5 Zusammenfassung

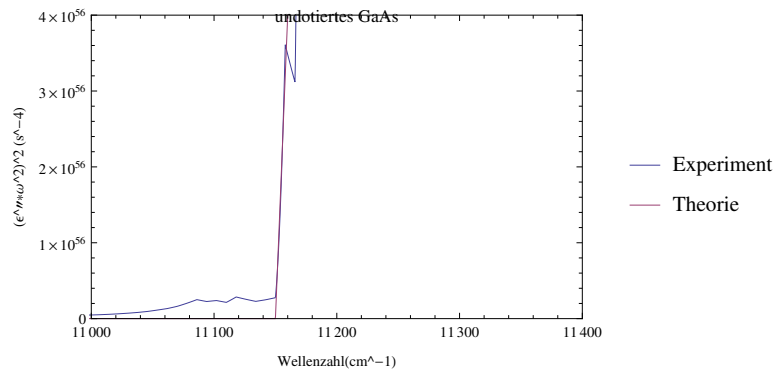
Durch die Reflexions- und Transmissionsmessungen mit einem Fouriertransformations-Spektrometer konnten Bereiche durch  $\text{CO}_2$ - und  $\text{H}_2\text{O}$ -Absorption in der Umgebungsluft nachgewiesen werden. Desweiteren konnten die Brechzahl, der Extinktions- und der Absorptionskoeffizient in Abhängigkeit der Wellenzahl von dotiertem und undotiertem GaAs und Si ermittelt werden. Ebenso konnte die Bandlücke von dotiertem GaAs zu  $E_g(\text{GaAs}, \text{dotiert}) = (1.37 \pm 0.05) \text{ eV}$  und von undotiertem zu  $E_g(\text{GaAs}, \text{undotiert}) = (1.38 \pm 0.04) \text{ eV}$  bestimmt werden. Für die dazugehörigen Übergangsmatrixelemente ergab sich  $p_{cv}(\text{GaAs}, \text{dotiert}) = 2.17 \times 10^{-25} \frac{\text{kg m}}{\text{s}}$  sowie  $p_{cv}(\text{GaAs}, \text{undotiert}) = 2.40 \times 10^{-25} \frac{\text{kg m}}{\text{s}}$ . Für den indirekten Halbleiter Silizium konnte die Energielücke zu  $E_g(\text{Si}, \text{undotiert}) = 1.10 \text{ eV}$  und die Phononenfrequenz zu  $\nu_{Ph} = (450 \pm 10) \frac{1}{\text{cm}}$  berechnet werden. Durch einen Vergleich mit berechneten Reflexionskurven konnten die Leitfähigkeitsmassen  $m_{L,GaAs} = (0.07 \pm 0.01)m_e$  und  $m_{L,Si} = (0.26 \pm 0.01)m_e$ , die Stromrelaxationszeiten  $\tau_{GaAs} = (0.40 \pm 0.01) \text{ ps}$  und  $\tau_{Si} = (0.011 \pm 0.001) \text{ ps}$  und die Dotierdichten  $n_{GaAs} = (1.01 \pm 0.01) 10^{18} / \text{cm}^3$  und  $n_{Si} = (60 \pm 5) 10^{18} / \text{cm}^3$  für dotiertes GaAs und Si bestimmt werden. Zusammenfassend lässt sich sagen, dass während des Versuchs ein erster Einblick in die optischen Eigenschaften von Halbleitermaterialien gegeben wurde und dass optische Parameter aus den gemessenen Daten gut bestimmt werden konnten.



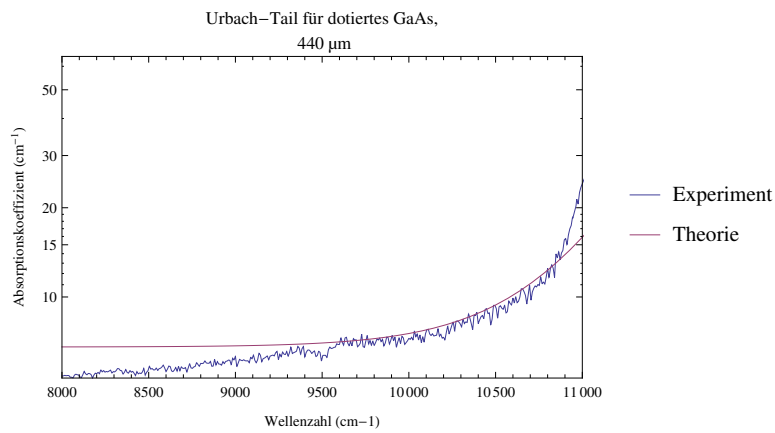
## Literatur

- [1] Material zum Versuch Festkörperoptik (Versuchsbeschreibung), Universität Würzburg
- [2] Skriptum zur Vorlesung Elektronik I über Halbleiterbauelemente, Universität des Saarlandes (WS 2003/2004)
- [3] [www.zum.de/Faecher/Materialien/beck/13/bs13-66.htm](http://www.zum.de/Faecher/Materialien/beck/13/bs13-66.htm), September 2013
- [4] *Bergmann, Schäfer*, Festkörperphysik Band 6 (1992)
- [5] <http://www.ioffe.rssi.ru/SVA/NSM/Semicond/Si/basic.html>, Oktober 2013
- [6] <http://www.ioffe.rssi.ru/SVA/NSM/Semicond/GaAs/basic.html>, Oktober 2013
- [7] <http://www.ioffe.rssi.ru/SVA/NSM/Semicond/Si/optic.html>, Oktober 2013
- [8] <http://www.ioffe.rssi.ru/SVA/NSM/Semicond/GaAs/optic.html>, Oktober 2013

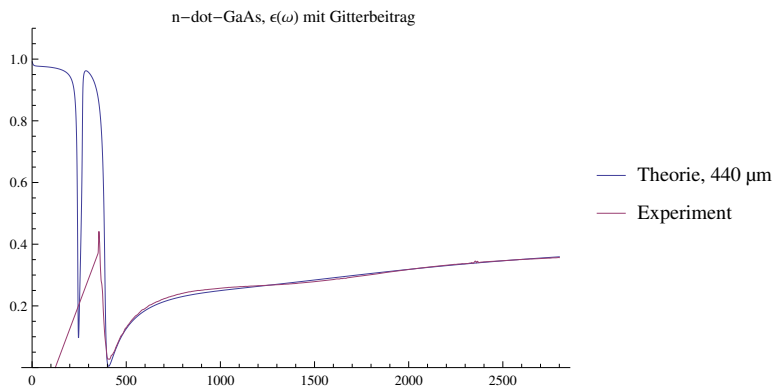
## 6 Anhang



**Abb. 14:** Die experimentellen Daten mit Fit für die Bandlücke von undotiertem GaAs.



**Abb. 15:** Theoretischer Fit an experimentelle Daten.



**Abb. 16:** Theoretischer Fit an experimentelle Daten für dotiertes GaAs.