

# Quanten-Hall-Effekt

Daniel Friedrichs & Ulrich Müller

Mithilfe von drei Röntgenanoden sowie verschiedenen Streuobjekten konnten wir die theoretischen Werte der  $K_\alpha$ - und  $K_\beta$ -Linie von Kupfer, Eisen und Molybdän bestätigen. Zudem war die Feinstruktur von Eisen und Molybdän im Spektrum erkennbar. Über das Duane-Hunt-Gesetz haben wir Plancksche Wirkungsquantum zu  $h = (6.645 \pm 0.059) \times 10^{-34} \text{ Js}$  bestimmt. Anhand des Effekts der inelastischen Streuung von Photonen an Elektronen haben wir die Compton-Wellenlänge zu  $\lambda_c = (2.25 \pm 0.43) \text{ pm}$  ermittelt. Schließlich haben wir zwei Laue-Aufnahmen eines Materials gemacht, den Reflexen Miller-Indices zugeordnet und damit die Diamandstruktur der Probe identifiziert haben.

Betreuer: Dr. Charles Gould

Versuchsdurchführung: 05. Oktober 2012

Protokollabgabe: 12. Oktober 2012

## 1 Einleitung

Über hundert Jahre nach Entdeckung des Hall-Effekts gelang es Klaus von Klitzing im Jahr 1980 die bei einem Hall-Experiment aufgetretenen Plateaus im Hall-Widerstand mit Hilfe der Plankkonstante und die Elementarladung zu deuten. Die Deutung durch die Plankkonstante machte deutlich dass es sich bei dem Effekt um einen makroskopischen Quanteneffekt handelt. Der Bildung von Plateaus im Hall-Widerstand bei wachsendem Magnetfeld wird seit dem 'Quanten-Hall-Effekt' (QHE) genannt. Die Entdeckung von Klaus von Klitzing eröffnete der Wissenschaft ein reiches Feld an interessanten Forschungsthemen unter anderem in der Feldkörperphysik und der Metrologie. Während heutzutage der QHE bereits zur Normung des elektrischen Widerstands verwendet wird, könnte er in Zukunft dazu verwendet werden das Kilogramm und des Ampere neu zu definieren [1].

## 2 Theorie

Bewegen sich freie Elektronen in einem Magnetfeld, so wirkt auf sie die Lorentzkraft, die sie senkrecht zu ihrer Bewegungsrichtung ablenkt. Sind die Elektronen hingegen auf das Volumen eines Leiters limitiert, so baut sich, im stationären Fall bei kleinen B-Feldern, ein elektrisches Feld senkrecht zum Magnetfeld und der Bewegung der Elektronen auf, das die Lorentzkraft kompen-

siert. Die Spannung zwischen den Flanken des Leiters wird Hall-Spannung genannt. Der Hall-Widerstand ist nicht als klassischer Widerstand zu verstehen, sondern berechnet sich aus dem Verhältnis der Hall-Spannung und der verwendeten Stromstärke zu

$$R_{Hall} = \frac{U_y}{I} = \frac{B}{n_s e} \quad (2.1)$$

beschrieben. Mit der Flächenladungsträgerdichte  $n_s$  im Material im Material. Der Hall-Widerstand ist damit proportional zum angelegten Magnetfeld.

Verwendet man ein Material mit hohen Beweglichkeiten der Elektronen, kühlt die Probe auf tiefe Temperaturen und erhöht die Magnetfeldstärke, so findet man bei charakteristischen Werten des Hall-Widerstands Plateaus die von den Materialeigenschaften, der Magnetfeldstärke und der verwendeten Temperatur unabhängig zu sein scheinen. Diese Plateaus treten in regelmäßigen Abständen auf und können durch den Zusammenhang

$$R_{Hall} = \frac{h}{e^2} \frac{1}{i} \quad (2.2)$$

beschrieben werden. mit den ganzen Zahlen  $i = 1, 2, \dots$ . Das höchste messbare Plateau befindet sich demnach bei und wird als Klitzing-Konstante bezeichnet.

$$R_K = \frac{h}{e^2} = 25\,812.807 \, \Omega \quad (2.3)$$

Hall effekt hohe Beweglichkeit, starke Magnetfelder und niedrige Temperaturen -> Plateaus Klitzing konstan-

te Schubnikov-de-Haas Oszillationen Quantenmechanische Beschreibung und Teile der Herleitung Landau niveaus (Bedingungen erklären) und Fermi-niveaus Randalmodell und Füllfaktor Zeeman-Splitting

### 3 Experimenteller Aufbau

Die Experimente und die Erzeugung der dafür notwendigen Röntgenstrahlung findet in einem Vollschutzröntgengerät der Firma PHYWE statt...

#### 3.1 Charakteristische Röntgenstrahlung von Kupfer

...

### 4 Auswertung

#### 4.1 Charakteristische Röntgenstrahlung von Kupfer

#### 4.2 Charakteristische Röntgenstrahlung von Kupfer

#### 4.3 Laue-Aufnahme

#### 4.4 Laue-Aufnahme

### 5 Zusammenfassung

Wir konnten mit dem Versuch einen guten Einblick in die Röntgenspektroskopie gewinnen. Die charakteristischen Linien von Eisen, Molybdän und Kupfer wurden mit recht hoher Genauigkeit nachgewiesen, wobei der größte Abstand von unseren Bestwerten zu den Theoriewerten 0.65 % betrug. Im Rahmen der Fehler gab es keine Abweichung. Das empirische Gesetz zwischen der Intensität der charakteristischen Strahlung und der Spannung zeigt systematische Abweichungen

für Spannungen ab 30 kV und sollte eher als Faustregel verstanden werden. Das Duane-Hunt-Gesetz hingegen konnte gut bestätigt werden und hat uns erlaubt, das Plancksche Wirkungsquantum zu bestimmen. Das Moseley-Gesetz wurde ausführlich diskutiert und hat gute Abschätzungen für die Rydberg-Konstante ergeben. Allerdings ist die Auswertung der *Abschirmkonstante*  $\sigma(Z)$  nicht wirklich sinnvoll. Mit dem Compton-Effekt konnte eine überraschend gute Bestimmung der Compton-Wellenlänge durchgeführt werden. Eine vollständige Aufnahme des Transmissionspektrums von Al im gesamten Wellenlängenbereich der Kupferanode würde helfen zu verstehen, warum die Näherung eines linearen Spektrums solche gute Ergebnisse liefert. Die Laue-Aufnahme hat insgesamt gut funktioniert. Allerdings könnte man die Aufhängung der Dentalfilme zum Beispiel mit einer optischen Bank o.Ä. verbessern. Dadurch wird ein zentrales Auftreffen garantiert. Die Auflösung der Filme ist gut, eine größere Fläche wäre zwar wünschenswert, ist für die Auswertung aber nicht unbedingt notwendig.

### Literatur

- [1] Janssen, T. J. B. M.; Fletcher, N. E.; Goebel, R.; Williams, J. M.; Tzalenchuk, A.; Yakimova, R. et al. (2011): Graphene, universality of the quantum Hall effect and redefinition of the SI system. In: New J. Phys. 13 (9), S. 93026. DOI: 10.1088/1367-2630/13/9/093026.
- [2] D. Meschede, Gerthsen Physik, 24. Auflage (2010)
- [3] CODATA Physical Constants, <http://physics.nist.gov/cuu/Constants/index.html> (September 2012)
- [4] H.G.J. Moseley, *Philos. Mag.* **26**, 1024 (1913).
- [5] A. M. Lesk, *Am. J. Phys.* **48**, 492 (1980), doi:10.1119/1.12320.
- [6] L. Bergmann & C. Schaefer, Lehrbuch der Experimentalphysik, Bd. 4 (2003)

**6 Anhang**