0. 预备

关闭手机、计算器等所有电子设备;请在答题纸上作答,注明你的姓名和学号,保持清晰、整洁题中所指页码,均是就讲义打印版而言;凡交待未尽之处,皆以讲义及示例代码为准

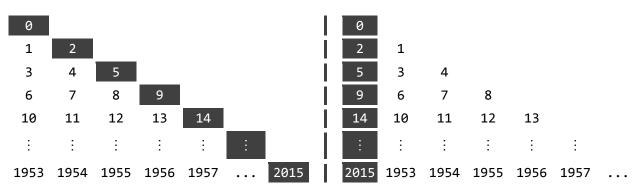
1. 是非判断 3 ×5

- 1> $f(n) + g(n) = \Omega(min(f(n), g(n)))$
- 2> $f(n) = \Omega(g(n))$, 仅当 $2^{f(n)} = \Omega(2^{g(n)})$
- 3> $f(n) = \mathcal{O}(g(n))$, 仅当 $log(f(n)) = \mathcal{O}(log(g(n)))$
- 4> 倘若借助二分查找确定每个元素的插入位置,向量的插入排序只需♂(nlogn)时间。
- 5> 对CBA式排序算法而言,若只允许交换相邻元素,则无论如何优化,最坏情况下至少需要 $\Omega(n^2)$ 时间。

2. 计算(保留推导过程,包括图、表,这些是更重要的评分依据)

6 + 6 + 8 + 8 + 8

- 1) 某官员因自家中被起获2亿余元,被罚将这些钞票(均为百元面额真币)按编号手工排序。若他采用 bubbleSort()算法(p175),且每秒可完成一次比较和一次交换,则大致将耗时多少个世纪?
- 2) 固定整型有序向量A = { 5, 7, 9, 10, 19, 21, 23 }, 且整数e理想随机地取自[0, 25)。试分别针对成功、失败及总体情况,给出 <u>fibSearch(A, e, 0, 7)</u>的平均查找长度(即关键码比较的平均次数)。
- 3) 使用Vector<int>::binSearch()算法版本A(p149)在{1,3,5,7,...,2015}中做查找,目标为独立均匀分布于[0,2016]内的整数。若平均失败查找长度为F,试平均成功查找长度S应为多少?
- 4) 先将整数[0, 2015]排成如左图所示的三角阵,再如右图所示将各行的末元素移至行首,最后自上而下地 将各行取出,并依次串接得到序列*s*。



现在List::selectionSort()算法中,将:

insertB(tail, remove(selectMax(head->succ, n)));

替换为:

swap(tail->pred->data, selectMax(head->succ, n)->data);

并对序列*S*进行排序,则swap()语句无实质效果(原地交换)的情况累计出现多少次?

- 5) 考查图灵机从某一初始状态开始,连续执行Increase算法n次的过程。
 - (a) 若初始状态下只有读写头所对单元格为'0',其余均为'#',则读写头累计移动多少次(大O估计)?
 - (b) 若初始状态下纸带上是某个常数K的二进制展开(读写头指向其最低位),其余单元格均为'#'呢?

3. 简答 8 + 6 + 12 + 8

- 1) 在最好情况下、最坏情况下,以下算法的渐进时间复杂度分别是多少?
 - (B)ubblesort (p175)
- (M)ergesort (p180 + p182)
- (S)electionsort (p213 + p214) (I)nsertionsort (p219)
- 2) 功能同为 "序列倒置"的两个Python算法 (p244), 实际的运行速度差异极大。何者更快?为什么?
- 3) 对于每个整数n>3,试构造一个长度为n的序列s,使得:
 - (a) 在对*s*做一趟扫描交换的过程中,尽管有元素交换位置,但相邻的逆序对却未必减少;
 - (b) 在对5的起泡排序过程中,某个元素在最终就位之前,会一度反而远离其最终位置。
 - (c) 上述逆向移动的距离,最远可以达到多少?
- 4) 考查对向量A[0, n)的排序。
 - (a) 若将A切分为k段(长度均不超过 $\begin{bmatrix} n \\ L \end{bmatrix}$),并通过 $\begin{bmatrix} n \\ L \end{bmatrix}$
 - (b) 接下来,如何在 $\mathcal{O}(n \cdot logk)$ 时间内,将这些段合并为一个整体有序的向量?
 - (c) 为使整个过程的时间成本尽可能低,你需要测量哪些参数,并如何根据这些参数确定最佳的k?

下界(二选一,但分值不同)

15 | 10

1) 试证明,如下问题的复杂度下界为 $\Omega(n \log n)$:

【Diameter】对于平面上任意点集P, |P| = n, 计算其直径, 也就是P中点对之间的最长距离。 提示,已知如下问题的下界为 $\Omega(n \log n)$:

【Set-Disjointness】对于任意给定的实数集合A和B, |A| = |B| = n, 判定二者之间是否有公共元素。

2) 考查以下问题:任给12个互异整数,且其中9个已组织为一个有序向量,现需插入另3个以完成整体排序。 若采用CBA式算法,试从代数判定树的角度,给出最坏情况下须做比较次数的下界,并说明理由。