

4. 计算 (保留推导过程, 包括图、表, 这些是更重要的评分依据)

4 x 2

设整数 e 独立且均匀地取自 $[0, 25]$, 现通过调用 $\text{fibSearch}(A, e, 0, 7)$, 对如下整型向量 $A[]$ 做查找:

| k | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|------|---|---|---|---|---|----|----|
| A[k] | 1 | 3 | 5 | 7 | 9 | 17 | 19 |

试分别计算其在失败情况下的平均查找长度, 以及总体的平均查找长度。

5. 证明 (请同时给出示意图)

6

在由 n 个节点构成的二叉树中, 任意节点 v_i 和 v_j 之间的距离取作二者之间那条唯一通路长度, 记作 $\|v_i v_j\|$ 。

试证明: 若二叉树的先序遍历序列为 $\{v_0, v_1, v_2, \dots, v_{n-1}\}$, 则有:

$$\sum_{k=0}^{n-1} \|v_k v_{k+1} \text{ mod } n\| = \|v_0 v_1\| + \|v_1 v_2\| + \dots + \|v_{n-2} v_{n-1}\| + \|v_{n-1} v_0\| = 2 \cdot (n-1)$$

姓名：

| | | | | | | | | | |
|---|---|--|--|--|--|--|--|--|--|
| 2 | 0 | | | | | | | | |
|---|---|--|--|--|--|--|--|--|--|

| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Σ |
|----|----|----|----|---|---|----|----------|
| 得分 | | | | | | | |
| 题分 | 12 | 48 | 16 | 8 | 6 | 10 | 100 |

0. 预备

关闭手机、计算器等电子设备； 确认总共4页，无缺页、错页； 在卷首注明你的姓名和学号
 题中所指页码，均是对讲义打印版而言； 凡交待未尽之处，皆以讲义及示例代码为准
 充分利用好草稿纸，保持卷面的清晰、整洁

1. 判断（涂黑你的选项）

2 × 6

- ☐ T ☐ F 即便 $f(n) = O(g(n))$ ，也未必 $2^{f(n)} = O(2^{g(n)})$ 。
- ☐ T ☐ F 不存在CBA式算法，能够经过少于 $2n-3$ 次比较操作，即从 n 个整数中找出最大和次大者。
- ☐ T ☐ F 存在CBA式算法，能够在 $O(n)$ 时间内从 n 个无序整数中找出最大的10%。
- ☐ T ☐ F 起泡排序过程中，每经过一趟扫描交换，相邻的逆序对必然减少。
- ☐ T ☐ F 即便借助二分查找确定每个元素的插入位置，向量的插入排序在最坏情况下仍需 $\Omega(n^2)$ 时间。
- ☐ T ☐ F 带权重的最优PFC编码树不仅未必唯一、拓扑结构未必相同，甚至树高也可能不等。

2. 选择（请列出代号；可能有多个选项）

4 × 12

- 1) 若每一递归实例本身仅需常数时间和空间，则（ ）函数的渐进时间复杂度等于渐进空间复杂度。
 A) 尾递归 B) 线性递归 C) 二分递归 D) 多分支递归
- 2) 使用binsearch算法版本c在有序向量{ 1, 3, 5, ..., 2013 }中查找，目标为独立均匀分布于[0, 2014]内的整数。若平均失败查找长度为F，则平均成功查找长度S应为（ ）
 A) $\frac{1008F}{1007} + 1$ B) $\frac{1008F}{1007} - 1$ C) $\frac{1008(F-1)}{1007} + 1$ D) $\frac{1008(F+1)}{1007} - 1$
- 3) 设图灵机在初始状态下，只有读写头所对单元格为'0'，其余均为'#'；此后，连续地执行increase()算法2014次。在此期间，读写头累计移动的次數（就相对误差率而言）最接近于（ ）
 A) 2,000 B) 4,000 C) 8,000 D) 16,000 E) 32,000
- 4) 字符串"123XY"中的字符经栈混洗之后，可得到（ ）个合法的C++变量名（比如"YX321"）。
 A) 28 B) 5 C) 6 D) 5 E) 以上皆非

6. 算法

2 + 3 + 5

以下代码中的 `int parent[0, n]` , 是采用父节点表示法存储的任意一棵有根 (但未必有序) 的多叉树。

```

10 int f( int parent[] , int n ) { //-1 < n
    // ...
20     int h = -1 ;
    // ...
30     for ( int i = 0 ; i < n ; i ++ )
        // ...
40         h = __max ( h , g( parent , i ) ) ;
        // ...
50     return h ;
60 }
70 int g( int parent[] , int i ) {
    // ...
80     if ( -1 == i ) return -1 ;
    // ...
90     return 1 + g( parent , parent[ i ] ) ;
100 }

```

- A) 以上算法 `f()` 和 `g()` 分别是何功能 ?
- B) 在最坏情况下, 算法 `f()` 的渐进时间复杂度是多少? 最坏情况何时出现?
- C) 在不做任何删除的前提下, 试通过增加尽可能少的代码, 使 `f()` 的运行时间降至 $O(n)$, 空间不超过 $O(n)$ 。
- 简要说明你的改进策略与思路, 然后直接在原代码基础上完成修改, 并为关键环节增加注释。