

# 中国科学技术大学计算机学院

## 2022 年 春季 学期考试试卷

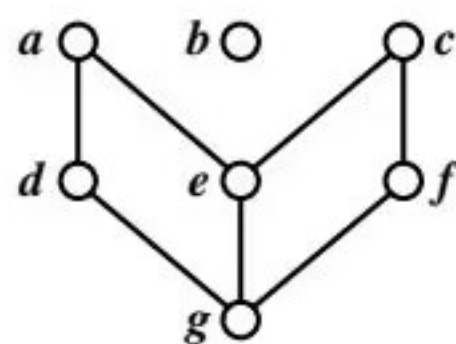
课程名称： 代数结构      课程编号： 011103

开课院系： 计算机学院      考试形式： 闭卷

姓 名：                           学 号：                           专 业：                     

题 号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	总 分
得 分										

- 【8 分】求解线性同余方程：  $21x \equiv 39 \pmod{117}$
- 【13 分】设  $m \geq 2$ ， $a$  为正整数，且  $(m, a) = 1$ ，证明：
  - 存在正整数  $d \leq m - 1$ ，使得  $m | a^d - 1$ ；
  - 设  $d_0$  是满足 (1) 的最小正整数  $d$ ，那么  $m | a^h - 1 (h \geq 1)$  的充要条件是  $d_0 | h$ 。
- 【12 分】(1) 计算置换的乘积：  $(12345)(23)$   
 (2) 写出三次对称群  $S_3$  的所有子群；写出  $S_3$  关于子群  $H = \{(1), (23)\}$  的所有左右陪集。
- 【8 分】已知某部分序集  $\langle A, \rho \rangle$  的 Hasse 图如下图所示，分别写出集合  $A$  和部分序  $\rho$  的表达式，并求部分序集  $\langle A, \rho \rangle$  的最大元、最小元、极大元、极小元。



- 【10 分】设偏序集  $\langle A, R \rangle$ ， $\langle B, S \rangle$ ，定义  $A \times B$  上的二元关系  $T: (x, y)T(u, v)$  当且仅当  $xRu$  且  $ySv$ 。证明：  $T$  为偏序关系。
- 【12 分】设  $H$  是群  $G$  的正规子群， $g$  是  $G$  的任一元素，证明：若  $g$  的阶与  $|G/H|$  互素，那么  $g \in H$ 。
- 【12 分】设  $G$  和  $G'$  分别是阶数为  $m$  和  $n$  的循环群 ( $m \geq n$ )，则  $f$  是  $G$  到  $G'$  的满同态映射的充要条件是  $n | m$ 。
- 【15 分】 $Z[x]$  为多项式环， $(n)$  表示  $Z[x]$  的主理想且  $n \geq 2$ ，证明：
  - $Z[x]/(n)$  与  $(Z/nZ)[x]$  同构；
  - $Z[i]/(1+i)$  与  $Z/2Z$  同构 ( $i$  为虚数)。
- 【10 分】设  $R$  为环， $I_1, I_2, \dots, I_n$  为  $R$  的理想，当  $i \neq j$  时， $I_i + I_j = R$ ，证明：  $I_1 + I_2 I_3 \dots I_n = R$ 。