

Universidade Federal de Uberlândia  
Faculdade de Engenharia Mecânica  
Curso de Graduação em Engenharia Mecatrônica  
Disciplina de Sistemas Digitais  
Professor Éder Alves Moura



## **Trabalho Final 1**

**Elaboração de uma simulação de um aeropêndulo**

Enrico Sampaio Bonela	11721EMT007
Guilherme Salomão Agostini	11721EMT003
Jadson Silva Souza	11721EMT017
Leonardo França De Carvalho	11821EMT012
Rafael Lins Nobre	11811EMT002
Vitor Hugo Vasconcelos De Melo	11821EMT006

## **Sumário**

1	Introdução	3
2	Objetivos e procedimento	4
2.1	Bibliotecas Utilizadas	4
3	Implementação	4
3.1	Código do modelo: model.py	4
3.2	Código da simulação: simulation.py	7
3.3	Respostas	11
4	Conclusão	13

## 1 Introdução

A simulação de um processo traz à tona todo o comportamento de um sistema e quais são suas características que influenciam no seu uso no mundo real, por isso tem se tornado cada vez mais comum no mundo da engenharia a simulação de projetos mecânicos antes de sua execução, visando economia e eficiência.

Tendo em mente importância das simulações, o objetivo desse trabalho é realizar a simulação de um controle de posição aplicado a um Aeropêndulo.

O Aeropêndulo é um elemento eletro-mecânico que consegue realizar oscilações numa haste rígida em torno de um eixo de rotação, muito similar a um pênculo simples.

A rotação acontece de acordo com o empuxo gerado pelo acionamento de um motor com hélice que é fixado na haste.

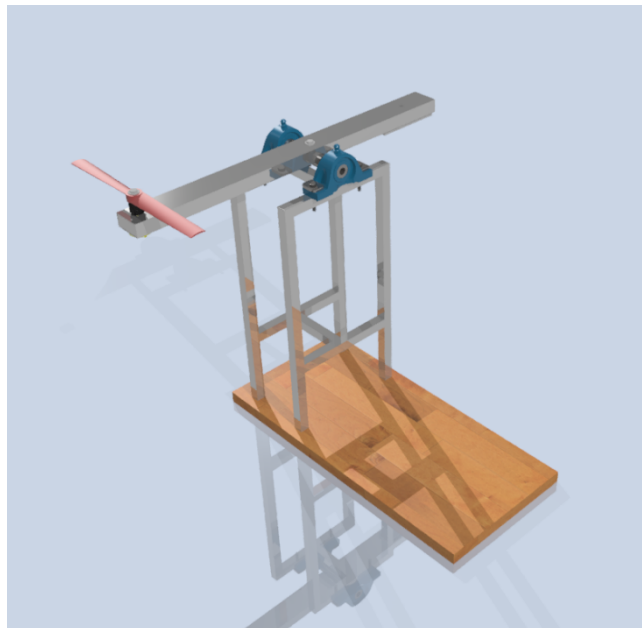


Figura 1 - Modelo 3D de aeropêndulo desenvolvido em CAD

## 2 Objetivos e procedimento

O trabalho visa implementar uma simulação utilizando a linguagem Python para trabalhar a dinâmica de um Aeropêndulo e do seu sistema de controle. Essa implementação será feita utilizando a biblioteca Pygame e envolve a simulação das leis da física, modelagem dinâmica e linearização e as estratégias de controle por traz do processo.

### 2.1 Bibliotecas Utilizadas

A principal Biblioteca utilizada para desenvolvimento do jogo foi a Pygame. Essa biblioteca se caracteriza por ser uma biblioteca de jogos multiplataforma feita para trabalhar em conjunto com a linguagem Python, baseada em SDL. Seu objetivo é ser focada em desenvolvimento de jogos e interfaces gráficas e ela consegue fornecer acesso aos hardwares disponíveis como: teclados, mouses, controles externos e controles gráficos.

Também foi utilizada a biblioteca Numpy. Essa biblioteca fornece um conjunto de funções e operações matemáticas de alto nível suportando o processamento de arranjos e matrizes multidimensionais e funções de alta complexidade. Essa biblioteca serve de suporte para trabalhar com as equações de modelagem do problema proposto.

## 3 Implementação

Foram implementados dois códigos para a realização da simulação, um código descrevendo o modelo e outro código para realizar a simulação propriamente dita.

### 3.1 Código do modelo: model.py

```
#
Importando
bibliotecas

from scipy.integrate import odeint
import numpy as np
from random import uniform
import matplotlib.pyplot as plt

%% Parametros do Sistema
Lh = 0.32 #metros
Kh = 2.12829*(10 ** -5)#N/(rad/s)2
I = 0.0264 #kgm2
m = 0.3182 # kg
g = 9.81 #m/s2
b = 0.006856 #(rad/s)(-1)

%% Dinamica do aeropendulo

# Definindo dinamica da planta
#Esta funcao segue a documentacao da funcao odeint :
https://www.youtube.com/watch?v=PfXJWa4TrXY (17-09-2020)
def din_aeropendulo(y, t, v):#dinamica do aeropendulo y = theta_pp / t=
tempo discreto /v = rotacao do motor
thetaf,theta_pf = y #y é uma lista com [theta,theta_p]
theta_pf_e_ppf = [ theta_pf , ((Lh*Kh/I)*(v ** 2) -
(Lh*m*g/I)*np.sin(thetaf) - (b/I)*theta_pf) ]#aceleracao angular
return theta_pf_e_ppf #velocidade angular e aceleracao angular

if __name__ == '__main__':
```

```

import tqdm
#%%===== Parametros de simulacao
# Parametros de simulacao
Ta = 1e-3 # intervalo de amostragem
Tsim = 80 #tempo final
kend = int(Tsim/Ta) # quantidade de iteracoes

# scopes
#Equilibrio
theta_eq=np.zeros(kend)+2*np.pi/9 #40 graus [rad] theta_eq utilizado para
converter theta em phi
omega_eq=np.zeros(kend)+np.sqrt((m*g*np.sin(theta_eq))/Kh) #[rad/s]
omega_eq utilizado para converter omega para v
#velocidades
omega =np.zeros(kend) # velocidade de rotacao do motor real
v =omega-omega_eq # velocidade de rotacao do motor linearizada
v_p=np.zeros(kend)#acao de controle proporcinal
v_i=np.zeros(kend)#acao de controle integral
v_d=np.zeros(kend)#acao de controle derivativo
#angulos
theta = np.zeros(kend)+0*np.pi/180# Angulo do pendulo com a estrutura real
[rad]
phi = theta-theta_eq# Angulo do pendulo com o ponto de equilibrio [rad]
theta_med = np.zeros(kend)+0*np.pi/180 # Angulo do pendulo com a estrutura
phi_med=theta_med-theta_eq# Angulo do pendulo linearizado

theta_p = np.zeros(kend) # velocidade de aeropendulo real
theta_pp = np.zeros(kend) # aceleracao do aeropendulo real
e = np.zeros(kend) #Erro do sistema
e_d = np.zeros(kend) #Erro do sistema
e_i = np.zeros(kend) #Erro do sistema
phi_ref = np.zeros(kend) # Angulacao requerida ou referenciada linearizada
theta_ref=np.zeros(kend)#Angulo de referencia
#Referencias
theta_ref[:]=0*np.pi/180 #0 [rad]
phi_ref[:]=theta_ref[:]-theta_eq # [rad]
#Parametros do controlador
#Zigler Nichols critico
kcr=12.05#ganho critico
Pcr=1.2189#periodo critico

kp = 0.6*kcr
Ti=0.5*Pcr
Td=0.125*Pcr
ki=kp/Ti
kd=kp*Td

#PARAMETROS AJUSTADOS
kp = 2*kcr
Ti=0.049*Pcr
Td=1.5*Pcr
ki=kp/Ti
kd=kp*Td

#%%=====Loop percorrendo o tempo do experimento
for k in tqdm.tqdm((range(kend-1))):

```

```

if(Ta*k >= 0):#REFERENCIA
theta_ref[k] = 40*np.pi/180#angulo de referencial real [rad]
phi_ref[k] = theta_ref[k]-theta_eq[k] #angulo para o controlador[rad]
if(Ta*k >= 20):
theta_ref[k] = 30*np.pi/180#angulo de referencial real [rad]
phi_ref[k] = theta_ref[k]-theta_eq[k] #angulo para o controlador[rad]
if(Ta*k >= 40):
theta_ref[k] = (30+(k-Ta-40)*1)*np.pi/180#angulo de referencial real [rad]
phi_ref[k] = theta_ref[k]-theta_eq[k] #angulo para o controlador[rad]
if(Ta*k >= 60):
theta_ref[k] = 50*np.pi/180#angulo de referencial real [rad]
phi_ref[k] = theta_ref[k]-theta_eq[k] #angulo para o controlador[rad]
#CONTROLADOR

# Calculo da integral e da derivada do erro
e[k] = phi_ref[k] - phi_med[k]
e_d[k] = (e[k] - e[k - 1]) / Ta # derivada do erro
e_i[k] = e_i[k - 1] + e[k] * Ta # integral do erro
# Calculando as acoes de controle e o controle total
v_p[k] = e[k]*kp
v_d[k] = e_d[k]*kd

#anti-windup
if (v[k-1]==0 or v[k-1]==375):
v_i[k] =0
else:
v_i[k] = e_i[k]*ki

v[k] = v_p[k]+v_d[k]+v_i[k]#soma das acoes de controle

omega[k]=v[k]+omega_eq[k]#rotacao controlador->linear

#ATUADOR
omega[k] = min(omega[k], 375) # maximo 375 rad/s
omega[k] = max(omega[k], 0) # minimo 0

#SISTEMA NAO LINEAR
sol = odeint(din_aeropendulo, [theta[k], theta_p[k]], [ Ta*k, Ta*(k+1) ],
args= (omega[k-150],))#args recebe a velocidade real do motor (ou seja 150
ms atrasado)
theta[k+1]=sol[1,0]
phi[k+1]=theta[k+1]-theta_eq[k+1]
theta_p[k+1] = sol[1,1]
theta_med[k+1] = theta[k+1]# + uniform(-0.02, 0.02)
phi_med[k+1]=theta_med[k+1]-theta_eq[k+1]
#%=====Plotando resultado:

plt.figure()
plt.plot(np.linspace(0, Tsim,kend) , theta*180.0/np.pi, lw =2.0 ,
color="k", label = "Posicao aeropendulo")
theta_ref[-1]=theta_ref[-2]
plt.plot(np.linspace(0, Tsim,kend) , theta_ref*180.0/np.pi, lw =2.0 ,
color="r", label = "Referencia-angulo")
plt.xlabel("Tempo [s]")
plt.ylabel("Angulo [graus]")
plt.title("Simulacao do aeropendulo")
plt.legend()
plt.grid()
plt.show()

```

```

plt.figure()
omega[-1]=omega[-2]
plt.plot(np.linspace(0, Tsim,kend), omega , lw = 2.0, color = "b", label =
"Velocidade rotacao das helices")
plt.xlabel("Tempo [s]")
plt.ylabel("Velociade de rotaçao [rad/s]")
plt.title("Simulacao do aeropendulo - velocidade de rotaçao - açao de
controle")
plt.legend()
plt.grid()
plt.show()

```

## 3.2 Código da simulação: simulation.py

```

#
Importando
bibliotecas

from scipy.integrate import odeint
import numpy as np
from random import uniform
import matplotlib.pyplot as plt
import pygame
import math

%% Parametros do Sistema
Lh = 0.32 #metros
Kh = 2.12829*(10 ** -5)#N/(rad/s)2
I = 0.0264 #kgm2
m = 0.3182 # kg
g = 9.81 #m/s2
b = 0.006856 #(rad/s)-1

%% Dinamica do aeropendulo

# Definindo dinamica da planta
#Esta funcao segue a documentacao da funcao odeint :
https://www.youtube.com/watch?v=PfXJWa4TrXY (17-09-2020)
def din_aeropendulo(y, t, v):#dinamica do aeropendulo y = theta_pp / t=
tempo discreto /v = rotacao do motor
thetaf,theta_pf = y #y é uma lista com [theta,theta_p]
theta_pf_e_ppf = [ theta_pf , ((Lh*Kh/I)*(v ** 2) -
(Lh*m*g/I)*np.sin(thetaf) - (b/I)*theta_pf) ]#aceleracao angular
return theta_pf_e_ppf #velocidade angular e aceleracao angular

if __name__ == '__main__':
#VARIABLES
width, height = 800, 400 # Tamanho da tela
Out = False # Estado(byte) que controla se o jogo continua ou nao. Se
verdadeiro: jogo encerra.
acceleration = False # Estado que controla o calculo da dinamica do
pendulo
length = 0 # Comprimento L entre a bola e o rolamento
angle = 0 # Angulo
vel = 0 # Velocidade
Aacc = 0 # Aceleracao
length_draw = 300;
TSim = 0;

```

```

#COLORS
white = (255,255,255)
black = (0,0,0)
gray = (150, 150, 150)
Dark_red = (150, 0, 0)

class ball(object):

    def __init__(self, XY, radius): # Set ball coordenates and radius
    self.x = XY[0]
    self.y = XY[1]
    self.radius = radius

    def draw(self, bg): # Draw circle and line based on XY coordinates
    pygame.draw.lines(bg, black, False, [(width/2, 50), (self.x, self.y)], 2)
    pygame.draw.circle(bg, black, (self.x, self.y), self.radius)
    pygame.draw.circle(bg, Dark_red, (self.x, self.y), self.radius - 2)
    pygame.display.set_caption(f'Aeropendulo Simulation Game t={int(TSim)}')

    def grid(): # Draw a grid behind the pendulum
    for i in range(10):
    deg2rad = math.pi/180
    pygame.draw.lines(background, gray, False, [(int(width / 2), 50),
    (int(width / 2) + width*math.cos(10*i*deg2rad), 50 +
    height*math.sin(10*i*deg2rad))])
    pygame.draw.circle(background, black, (int(width/2), 50), 5)

    def angle_Length(): # Send back the length and angle at the first click on
screen
    length = math.sqrt(math.pow(pendulum.x - width/2, 2) + math.pow(pendulum.y
- 50, 2))
    angle = math.asin((pendulum.x - width/2)/ length)
    return (angle, length)

    def get_path(angle, length): # with angle and length calculate x and y
position
    pendulum.x = round(width/2 + length * math.sin(angle))
    pendulum.y = round(50 + length * math.cos(angle))

    def redraw(): # Clean up the screen and start a new grid and new frame of
pendulum with new coordinates
    background.fill(white)
    grid()
    pendulum.draw(background)
    pygame.display.update()

#BEFORE START
# carregando fonte

pygame.init()
font = pygame.font.SysFont(None, 55)
pygame.display.set_caption('Aeropendulo Simulation Game t=0')
background = pygame.display.set_mode((width, height))
clock = pygame.time.Clock()

pendulum = ball((int(width / 2),300), 15) # Comeca com o pendulo invisivel
equilibrado no meio da tela para cima

```



```

%%===== Parametros de simulacao
# Parametros de simulacao
Ta = 1e-3 # intervalo de amostragem
kend = 2 # quantidade de iteracoes

# scopes
#Equilibrio
theta_eq=np.zeros(kend)+2*np.pi/9 #40 graus [rad] theta_eq utilizado para
converter theta em phi
omega_eq=np.zeros(kend)+np.sqrt((m*g*np.sin(theta_eq))/Kh) #[rad/s]
omega_eq utilizado para converter omega para v
#velocidades
omega =np.zeros(kend) # velocidade de rotacao do motor real
v =omega-omega_eq # velocidade de rotacao do motor linearizada
v_p=np.zeros(kend)#acao de controle proporcinal
v_i=np.zeros(kend)#acao de controle integral
v_d=np.zeros(kend)#acao de controle derivativo
#angulos
theta = np.zeros(kend)+0*np.pi/180# Angulo do pendulo com a estrutura real
[rad]
phi = theta-theta_eq# Angulo do pendulo com o ponto de equilibrio [rad]
theta_med = np.zeros(kend)+0*np.pi/180 # Angulo do pendulo com a estrutura
phi_med=theta_med-theta_eq# Angulo do pendulo linearizado

theta_p = np.zeros(kend) # velocidade de aeropendulo real
theta_pp = np.zeros(kend) # aceleracao do aeropendulo real
e = np.zeros(kend) #Erro do sistema
e_d = np.zeros(kend) #Erro do sistema
e_i = np.zeros(kend) #Erro do sistema
phi_ref = np.zeros(kend) # Angulacao requerida ou referenciada linearizada
theta_ref=np.zeros(kend)#Angulo de referencia
#Referencias
theta_ref[:]=0*np.pi/180 #0 [rad]
phi_ref[:]=theta_ref[:]-theta_eq # [rad]

#Parametros do controlador
#Zigler Nichols critico
kcr=12.05#ganho critico
Pcr=1.2189#periodo critico

kp = 0.6*kcr
Ti=0.5*Pcr
Td=0.125*Pcr
ki=kp/Ti
kd=kp*Td

#PARAMETROS AJUSTADOS
kp = 2*kcr
Ti=0.049*Pcr
Td=1.5*Pcr
ki=kp/Ti
kd=kp*Td

angle = 0
while not Out:
TSim = TSim + Ta
for event in pygame.event.get(): # Coleta de eventos do pygame

```

```

if event.type == pygame.QUIT: #Quando fecha a janela
    Out = True
if event.type == pygame.MOUSEBUTTONDOWN: #Quando clica o mouse em algum
    local
    pendulum = ball(pygame.mouse.get_pos(), 15)
    angle, length = angle_Length()

#REFERENCIA
theta_ref[0] = angle # *np.pi/180#angulo de referencial real [rad]
phi_ref[0] = theta_ref[0]-theta_eq[0] #angulo para o controlador[rad]

#CONTROLADOR

# Calculo da integral e da derivada do erro
e[0] = phi_ref[0] - phi_med[0]
e_d[0] = (e[0] - e[1]) / Ta # derivada do erro
e_i[0] = e_i[1] + e[0] * Ta # integral do erro
# Calculando as acoes de controle e o controle total
v_p[0] = e[0]*kp
v_d[0] = e_d[0]*kd

#anti-windup
if (v[1]==0 or v[1]==375):
    v_i[0] =0
else:
    v_i[0] = e_i[0]*ki

v[0] = v_p[0]+v_d[0]+v_i[0]#soma das acoes de controle

omega[0]=v[0]+omega_eq[0]#rotacao controlador->linear

#ATUADOR
omega[0] = min(omega[0], 375) # maximo 375 rad/s
omega[0] = max(omega[0], 0) # minimo 0

#SISTEMA NAO LINEAR
sol = odeint(din_aeropendulo, [theta[0], theta_p[0]], [ 0, Ta ], args=
(omega[0],))#args recebe a velocidade real do motor (ou seja 150 ms
atrasado)
#Movimento no tempo:
theta[1] = theta[0]
phi[1] = phi[0]
theta_p[1] = theta_p[0]
theta_med[1] = theta_med[0]
phi_med[1] = phi_med[0]

theta[0]=sol[1,0]
phi[0]=theta[0]-theta_eq[0]
theta_p[0] = sol[1,1]
theta_med[0] = theta[0]# + uniform(-0.02, 0.02)
phi_med[0]=theta_med[0]-theta_eq[0]

#Atualizando graficos
get_path(theta[0], length_draw)
redraw()

```

```
pygame.quit()
```

### 3.3 Respostas

Esses códigos retornam os gráficos de velocidade do motor e posição angular do aeropêndulo, bem como a simulação interativa do modelo.

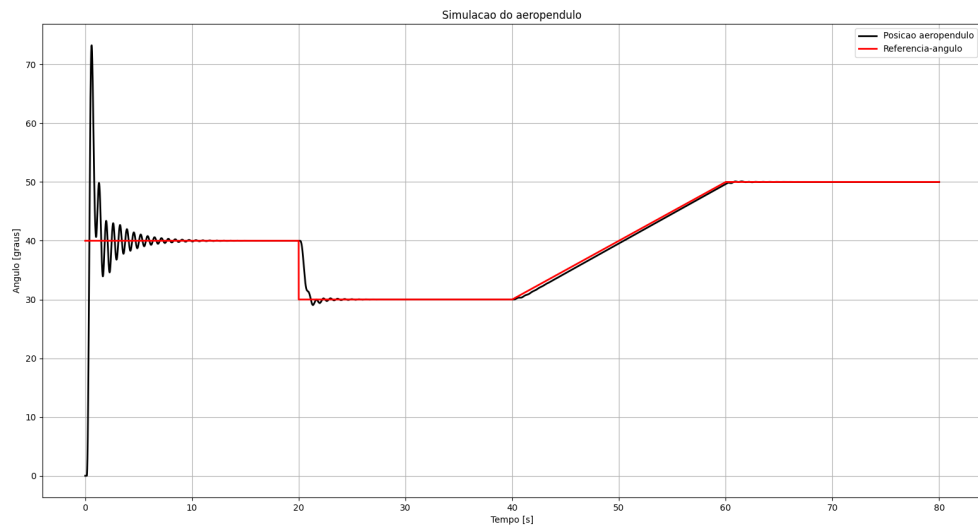


Figura 2 - posição angular do aeropêndulo

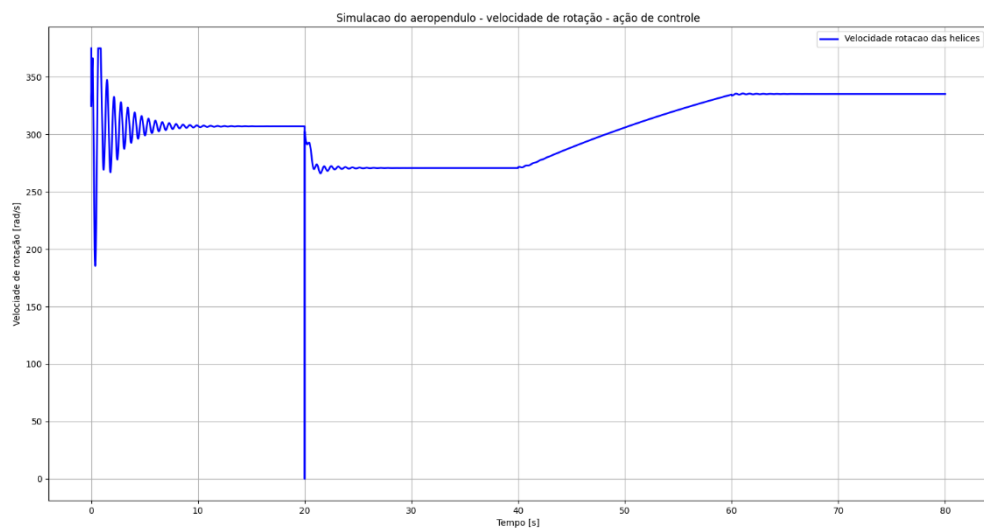


Figura 3 - velocidade do motor

## **4 Conclusão**

Com a elaboração desse projeto ficou evidente a importância e utilidade das simulações de modelos reais no mundo da engenharia, bem como fortalecendo o conhecimento referente a linguagem python de programação.

Embora não tenha sido possível a construção do modelo real, a simulação pode ser considerada uma excelente aproximação visto que ela considera perturbações externas e saturação do motor.