Lista 3

Nome: Gustavo Estrela de Matos NUSP: 8536051

3.2.2)

a) $G a$

i) $q_3 \to q_4 \to q_3 \to q_4 \to \dots$

ii) $\mathcal{M}, q_3 \not\models Ga$

$\mathcal{M}, q_3$ implicaria semanticamente em Ga se todo caminho começando de q_3 em nosso modelo $\mathcal{M}$ Ga fosse verdade. Um contra exemplo é: $q_3 \to q_1 \to q_2 \to q_2 \to \dots$

b) $a U b$

i) $q_3 \to q_2 \to q_2 \to \dots$

ii) $\mathcal{M}, q_3 \not\models aUb$. Contra exemplo: $q_3 \to q_1 \to q_2 \to q_2 \to q_2 \to \dots$

c) $a U X(a \wedge \neg b)$

i) $q_3 \to q_4 \to q_3 \to \dots$

ii) $\mathcal{M}, q_3 \not\models aUX(a \wedge \neg b)$ contra exemplo: $q_3 \to q_2 \to q_2 \to \dots$ portanto, para este caminho não existe i tal que $X(a \wedge \neg b)$, logo a implicação é falsa.

d) $X \neg b \wedge G(\neg a \vee \neg b)$

i) $q_3 \to q_1 \to q_2 \to q_2 \to$

ii) $\mathcal{M}, q_3 \not\models X\neg b \wedge G(\neg a \vee \neg b)$. Contra exemplo: $q_3 \to \underset{(ab)}{q_4} \to \dots$

e) $X(a \wedge b) \wedge F(\neg a \wedge \neg b)$

i) $q_3 \to q_4 \to q_3 \to q_1 \to \dots$

ii) $\mathcal{M}, q_3 \not\models X(a \wedge b) \wedge F(\neg a \wedge \neg b)$. Contra exemplo: $q_3 \to q_4 \to q_3 \to$

tilibra

3.

a) $\phi \, U \, \psi \equiv \phi \, W \, \psi \wedge F \psi$

$\phi \, U \, \psi \models \phi \, W \, \psi \wedge F \psi$, pois:

$\phi \, U \, \psi$ significa que existe um $i \geq 1$ tal que $\pi^i \models \psi$ ①
e que para todo $s = 1 \dots i-1$ $\pi^s \models \phi$ ②

Por ① temos que $\phi \, U \, \psi \models F \psi$ e por ② $\phi \, U \, \psi \models \phi \, W \, \psi$

$\phi \, W \, \psi \wedge F \psi \models \phi \, U \, \psi$, pois:

$\phi \, W \, \psi \wedge F \psi$ significa que ① existe $i \geq 1$ tal que $\pi^i \models \psi$
e p/ todo $s = 1 \dots i-1$ $\pi^s \models \phi$ ② ou $\pi^k \models \phi$ para $k = 1 \dots$.
Também significa que existe $m \geq 1$ tal que $\pi^m \models \psi$

Portanto, apenas ① ou ② vale que existe $i \geq 1$ tal que
$\pi^i \models \psi$ e p/ todo $s = 1 \dots i-1$ $\pi^s \models \phi$.

Portanto $\phi \, U \, \psi \equiv \phi \, W \, \psi \wedge F \psi$

b) $\phi \, W \, \psi \equiv \phi \, U \, \psi \wedge G \phi$

$\phi \, W \, \psi \models \phi \, U \, \psi \wedge G \phi$

$\phi \, W \, \psi$ implica que ① existe $i \geq 1$ tal que $\pi^i \models \psi$ e
para todo $s = 1 \dots i-1$ $\pi^s \models \phi$, ou ② $\pi^s \models \phi$ para todo $s \geq 1$

Se ①, então $\phi \, U \, \psi$, logo $\phi \, U \, \psi \vee G \phi$

Se ②, então $G \phi$, logo $\phi \, U \, \psi \vee G \phi$.

Portanto $\phi \, W \, \psi \models \phi \, U \, \psi \wedge G \phi$

$\phi \, U \, \psi \vee G \phi \models \phi \, W \, \psi$

$\phi \, U \, \psi \vee G \phi$ significa que ① existe $i \geq 1$ tal que $\pi^i \models \psi$ e
para todo $s = 1 \dots i-1$ $\pi^s \models \phi$ ou ② para todo $i \geq 1$ $\pi^i \models \phi$

Se ①, então $\phi \, W \, \psi$

Se ②, então $\phi \, W \, \psi$

Portanto $\phi \, U \, \psi \vee G \phi \models \phi \, W \, \psi$

Assim, $\phi \, W \, \psi \equiv \phi \, U \, \psi \wedge G \phi$

tilibra

c) $\phi W \psi \equiv \psi R(\phi \vee \psi)$ $\quad \phi W \psi \models \psi R(\phi \vee \psi)$

$\phi W \psi$ implica que ① existe $i \geq 1$ tal que $\pi^i \models \psi$ e para todo $s = 1 \ldots i-1$ $\pi^s \models \phi$ ou ② para todo $i \geq 1$ $\pi^i \models \phi$

Se ①, é verdade que existe $i \geq 1$ tal que $\pi^i \models \psi$ e que para todo $s = 1 \ldots i$ $\pi^s \models (\phi \vee \psi)$. Logo $\psi R(\phi \vee \psi)$

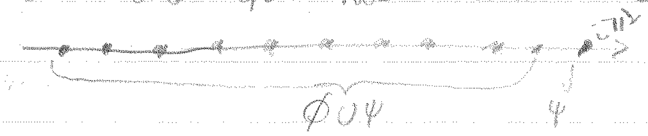
Se ②, é verdade que para todo $k \geq 1$ $\pi^k \models \phi$. Logo $\psi R(\phi \vee \psi)$

Portanto $\phi W \psi \models \psi R(\phi \vee \psi)$

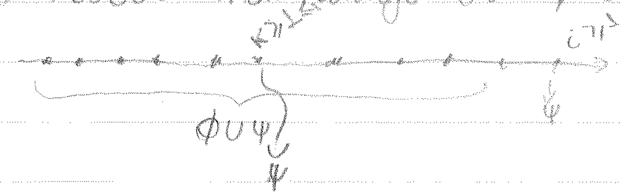
$\psi R(\phi \vee \psi) \models \phi W \psi$, pois

$\psi R(\phi \vee \psi)$ implica que ① existe $i \geq 1$ tal que $\pi^i \models \psi$ e para todo $s = 1 \ldots i$ $\pi^s \models \phi \vee \psi$ ou ② para todo $k \geq 1$ $\pi^k \models \phi \vee \psi$

Se ① então temos que nossos caminhos são da forma:

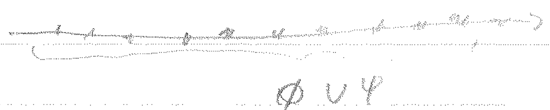


escolhemos o estado mais antigo em que ψ é verdade

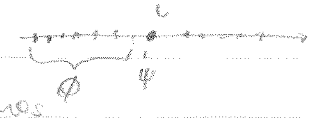


então é verdade que para todo $l = 1 \ldots k-1$ $\pi^l \models \phi$ e que existe $k \geq 1$ tal que $\pi^k \models \psi$. Portanto $\phi W \psi$

Se ②, então temos a seguinte situação



se existir, escolhemos novamente menor i tal que $\pi^i \models \psi$,



Portanto $\phi W \psi$. Se esse i não existe, então temos que para todo $i \geq 1$ $\pi^i \models \phi$, logo $\phi W \psi$.

Assim, $\psi R(\phi \vee \psi) \models \phi W \psi$

d) $\phi R \psi \equiv \psi W (\phi \wedge \psi)$

$\phi R \psi \overset{?}{\models} \psi W (\phi \wedge \psi)$

Se $\phi R \psi$, então ① existe $i \geq 1$ tal que $\pi^i \models \phi$ e para todo $s = 1 \dots i$ $\pi^s \models \psi$ ou ② para todo $i \geq 1$ $\pi^i \models \psi$

Se ① então $\pi^i \models \psi$ e $\pi^i \models \phi$, portanto $\pi^i \models \phi \wedge \psi$, e p/ todo $s = 1 \dots i-1$ $\pi^s \models \psi$, portanto $\psi W (\phi \wedge \psi)$

Se ② então $\psi W (\phi \wedge \psi)$ por definição

Portanto $\phi R \psi \models \psi W (\phi \wedge \psi)$

$\psi W (\phi \wedge \psi) \overset{?}{\models} \phi R \psi$

Se $\psi W (\phi \wedge \psi)$, então ① existe $i \geq 1$ tal que $\pi^i \models \phi \wedge \psi$ e para todo $s = 1 \dots i-1$ $\pi^s \models \psi$, ou ② para todo $i \geq 1$ $\pi^i \models \psi$.

Se ① então existe $i \geq 1$ tal que $\pi^i \models \phi$ e para todo $s = 1 \dots i$ $\pi^s \models \psi$, portanto $\phi R \psi$

Se ② então $\phi R \psi$ por definição.

Portanto $\psi W (\phi \wedge \psi) \models \phi R \psi$

Assim, $\psi W (\phi \wedge \psi) \equiv \phi R \psi$

tilibra

4. $\phi U \psi \equiv \psi R(\phi \vee \psi) \wedge F \psi$

→ $\phi U \psi \overset{?}{\models} \psi R(\phi \vee \psi) \wedge F \psi$

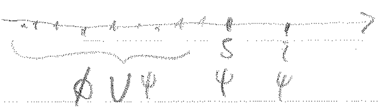
Se $\phi U \psi$, então existe $i \geq 1$ tal que $\pi^i \models \psi$ e para todo $s = 1 .. i-1$ $\pi^s \models \phi$.

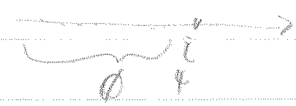
Portanto, existe $i \geq 1$ tal que $\pi^i \models \psi$, logo $F \psi$. E para todo $s = 1, .. i-1$ $\pi^s \models \phi \Rightarrow \pi^s \models \phi \vee \psi$, como $\pi^i \models \psi$, então $\pi^s \models \phi \vee \psi$ para $s = 1 .. i$. Portanto $\psi R(\phi \vee \psi)$, assim, $\psi R(\phi \vee \psi) \wedge F \psi$

Então $\phi U \psi \models \psi R(\phi \vee \psi) \wedge F \psi$

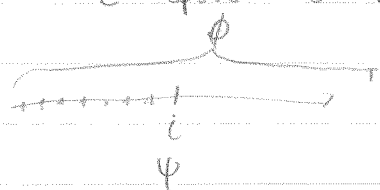
→ $\psi R(\phi \vee \psi) \wedge F \psi \overset{?}{\models} \phi U \psi$

Se $\psi R(\phi \vee \psi) \wedge F \psi$ então $F \psi$ então existe $i \geq 1$ tal que $\pi^i \models \psi$, e ① ou existe $s \geq 1$ tal que $\pi^s \models \psi$ e para todo $k = 1 .. s$ $\pi^k \models \phi \vee \psi$ ou ② para todo $l \geq 1$ $\pi^l \models (\phi \vee \psi)$

Se ①, então 

, escolhemos menor i tal que $i = s$ e $\pi^i \models \psi$, então 

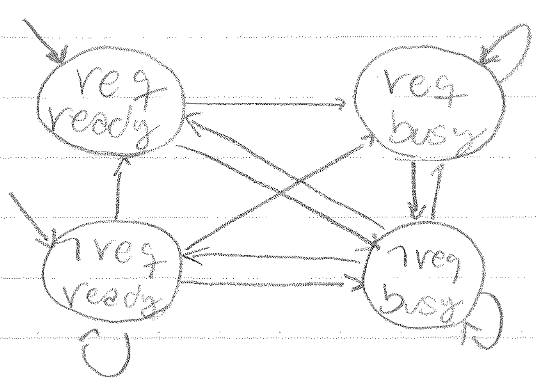
, logo, existe $i \geq 1$ tal que $\pi^i \models \psi$ e para todo $k = 1 ... i-1$ $\pi^k \models \phi$. Portanto $\phi U \psi$.

Se ② então: 

Portanto existe $i \geq 1$ tal que $\pi^i \models \psi$ e para todo $s = 1 .. i-1$ $\pi^s \models \phi$. Logo $\phi U \psi$.

Portanto $\phi U \psi \equiv \psi R(\phi \vee \psi) \wedge F \psi$

3.3.1

$M =$ 

tilibra

3.3.1.a) $G\,(req \to F\, busy)$

Começando por (req ready) os únicos próximos estados possíveis são (req busy) e (¬req busy), ambos verificam $req \to busy$, portanto existe $i \geq 1$ tal que $\pi^i \models req \to busy$ para $\pi \models status \models$ (req busy) então temos que (req ready), $\mathcal{M} \models req \to F\, busy$. Como (req busy) e (¬req busy) verificam $req \to F\, busy$ e (¬req ready) verifica $req \to F\, busy$ temos que (req ready), $\mathcal{M} \models G(req \to F\, busy)$

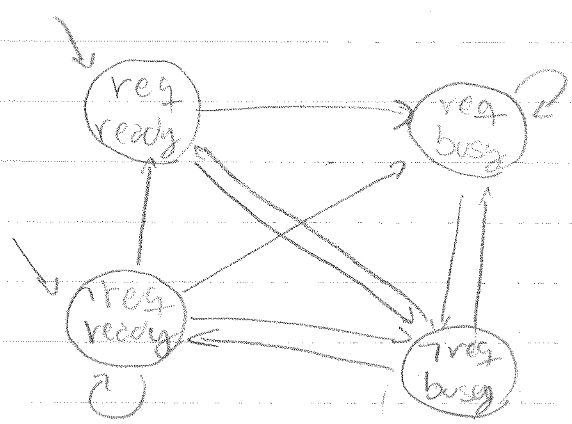
Começando por (¬req ready) temos novamente que (¬req ready), (req busy), (¬req busy) verificam $req \to busy$. Como esses são os únicos estados alcançáveis por (req ready) temos que (req ready) também verifica $req \to F\, busy$. Portanto (¬req ready), $\mathcal{M} \models G(req \to F\, busy)$

b) $\neg(req\ U\ \neg busy)$

Não é verificada, pois existe um caminho em que $\neg(req\ U\ \neg busy)$ é falso:

(req ready) → (¬req busy) → (req ready) → ...

3.3 c)



a especificação $G(req \to F\, !ready)$ é verdade