

# 拼装式斜向抖动矩阵: 一种新的半色调技术

韩红雷 费广正 石民勇

(中国传媒大学 动画学院 北京 100024)

**摘要:** 本文提出了一种新的数字化半色调技术——拼装式斜向抖动矩阵。受纹理拼装技术的启发, 该技术将多个驱散式抖动矩阵经过离散旋转后拼装到一块大矩阵中作为新的抖动矩阵, 然后按传统驱散式抖动技术一样使用该矩阵对图像进行半色调计算。该技术既保留了驱散式抖动方法计算简单、细节表现力强等优点, 又可显著消除多数 Bayer 驱散式抖动半色调所产生的横竖方向的网格化人工因素。另外, 由于这种方法在中间色调上具有半聚类性质, 因此在具有明显点增益的打印机上, 它有更好的色调再现能力。除了在黑白打印机上的应用外, 该方法还可以在喷墨打印机上实现实时色彩再现。

**关键词:** 数字半色调 误差扩散 抖动矩阵 纹理拼装

## 1 前言

半色调输出在印刷技术中扮演着极重要的角色, 除了可以降低印刷成本, 还可以在通讯传输中降低对带宽的需求(如传真)。由于二阶灰度打印机的流行和人们通讯交流的需要, 研究半色调技术仍然具有极其重要的意义。误差扩散(Error Diffusion)和抖动(Dithering)技术是两类比较常用的半色调方法, 大部分算法在研究者的努力下已经得到了重大改进, 但其中较为快速的驱散式抖动算法在过去的 30 年中却并没有得到很大的提高。

本文提出了一个新的驱散式抖动技术, 将多个常规的驱散式抖动阈值矩阵进行离散旋转、拼装后存储于一个大的矩阵中, 这个大的矩阵可以看做是新的抖动矩阵, 利用和常规抖动算法相似的技术, 就可以很容易地对图像进行半色调化。相比于 Bayer 按序抖动算法, 这种新的拼装式斜向抖动技术产生对角方向的小半色调簇, 减少了个别低频成分的能量, 使得相邻灰度级别之间转换比较平滑, 并具有更好的色调再现能力。

本文首先将对相关工作进行简单的综述; 接着分析旋转、拼装的数学原理以及如何应用该原理来实现抖动矩阵的离散旋转和拼装; 最后是得到的结论, 并且在附录中给出了一些实验图像, 用来和其他常用半色调技术的效果进行比较。

## 2 相关工作

### 2.1 半色调技术

半色调技术从网点输出的角度来区分有调幅技术

(Amplitude Modulation, AM)和调频技术(Frequency Modulation, FM)两种<sup>[1]</sup>。网点大小不一, 但网点中心间距保持一定网线数(Line Per Inch)的技术一般称为调幅技术; 网点大小保持一定, 但其网点配置频率为不定的随机分布, 则称为调频技术。AM 的主要原理在于模拟连续灰度时, 黑度值较大的区域以相对较大的网点输出, 反之, 以较小的网点输出; FM 的主要原理在于以网点分布的不同频率来模拟输入图像灰度值的大小。AM 的方法先将输入图像分割成大小相同的不重叠方块, 每一方块与大小相等的阈值矩阵比较来决定是否输出网点, 阈值数组的选择与设计主要分为集中式网点(Clustered Dot)<sup>[2]</sup>和驱散式网点(Dispersed Dot)<sup>[3]</sup>两种; FM 的方法则将输入图像每个像素和对应输出图像像素灰度强度的误差, 借着加权函数(MASK)以不同比例扩散至尚未处理的相邻像素点。

Floyd 和 Steinberg 提出的误差扩散算法<sup>[4]</sup>是比较典型的 FM 方法, 但它的计算比较费时, 因为这些方法需要扩散误差(也就是输出像素级别和源图像对应像素在亮度级别之间的差异)到一定数目的相邻像素中。在传统的 Floyd-Steinberg 算法中, 由于每个输出像素取决于周围相邻像素传递的误差, 所以输出图像不能够并行计算。Knuth 提出的点扩散(Dot Diffusion)方法<sup>[5]</sup>和后来改进的 Zhang 和 Webber 方法<sup>[6]</sup>利用将输出位图平铺到固定大小的二次邻域中(误差可以分布的区域)的途径消除了上述限制。然而, 这些改良的误差扩散半色调方法仍然需要比基于抖动矩阵的半色调技术更大的计算量, 因为误差必须分散到多个邻域中, 而且输出像素不能总以扫描顺序计算。

基于半色调的抖动序列非常有效: 每个输出像素仅需一次比较运算。此外, 输出像素可以独立计算得到, 从而可以实现并行处理或流水线处理<sup>[7]</sup>。经典的集中式半色调和驱散式抖动半色调算法都被现代的二值打印机所支持, 可以通过下载用于半色调过程的阈值矩阵来自定义抖动阈值矩阵。集中式抖动技术已有很多项专利<sup>[8][9][10]</sup>, 而在驱散式抖动半色调上所做的工作相对较少, 主要有 void-and-cluster 方法<sup>[11]</sup>和 Ostromoukhov 等<sup>[12]</sup>提出的旋转驱散式 Bayer 抖动矩阵方法 (后来作者又实现了非 Bayer 抖动矩阵的旋转<sup>[13]</sup>), 后者和本文提出的方法在思路上有相似之处, 都是试图通过对抖动矩阵进行旋转来降低传统驱散式抖动技术所产生的人工因素。

一般来说, 集中式抖动技术比 Bayer 驱散式抖动技术更为常用, 因为后者的人工因素和较差的色调再现能力。而本文提出的技术在进行半色调处理时具有某种程度的聚类性质, 它能够提供更很好的色调再现能力, 同时可避免轮廓效应。

在进行图像半色调处理的同时, 有的算法通过加入数字水印等方法来达到防伪的目的<sup>[14]</sup>。但这种方法在加密解密的过程中计算代价比较大。本文提出的拼装式斜向抖动半色调技术, 可以在抖动矩阵的特定位置存储一些加密信息, 并且不影响生成图像的质量, 从而一定程度可以实现防伪或加密功能。

## 2.2 纹理拼装技术

在计算机图形应用中, 经常需要用到多个同样大小的纹理方片 (Tile), 为避免使用时需要在纹理间频繁切换, 我们常常将它们拼装到一块大纹理中, 通过变换纹理坐标来访问原先独立的各个纹理方片。Decaudin 和 Neyret 利用纹理旋转和纹理外包 (Wrapping) 技术将一定数目的纹理方片拼装到一块大的方形纹理中, 同时避免了空间浪费<sup>[15]</sup>。该文提出的对于多个纹理方片的操作方法同样可以应用到抖动矩阵上来。

## 3 拼装式斜向抖动矩阵

由于人眼对于横竖的网格效应比较敏感<sup>[16]</sup>, 所以一般的按序抖动技术容易产生比较强的人工因素。而人眼对于斜向网格效应的敏感度要低很多, 所以我们可以用旋转驱散式抖动矩阵的方法来使得半色调化时产生的人工因素的可感知程度降低。下面我们首先来介绍本技术的数学基础, 然后说明如何利用这个数学方法来完成对抖动矩阵的旋转和拼装。

### 3.1 $n^2+k^2$ 个方片拼装方案

为了建立一个  $n^2+k^2$  个纹理的拼装方案 (这里  $n$

和  $k$  是两个正整数并且  $k \leq n$ ), 我们首先从一个  $n \times n$  的正方形开始。用两组平行的斜线来划分它 (图 1): 一组斜率为  $n/k$  的线通过  $(i, 0)$  点, 另一组斜率为  $-n/k$  的通过点  $(0, i)$ , 这里  $i$  是一个整数。

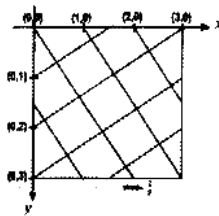


图 1  $n^2+k^2$  拼装方案的构造形式 (这里  $n=3, k=2$ )

文章<sup>[15]</sup>中证明了通过这样的划分即可得到  $n^2+k^2$  个小方片。

这就定义了一个拼装  $n^2+k^2$  个方片的方案, 其中  $k \leq n$ 。也就是说类似于  $5 (=2^2+1^2)$ 、 $13 (=3^2+2^2)$  和  $17 (=4^2+1^2)$  等数目的方片可以在无空间浪费的情况下拼装到一个大方片中, 如图 2 所示:

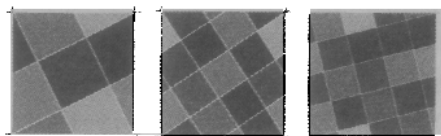


图 2 数目分别为 5、13 和 17 个方片的拼装方案

### 3.2 将抖动矩阵进行离散拼装

如果把上述分析中的小方片看作一个个抖动矩阵, 就可以实现抖动矩阵的离散旋转和拼装。这里有一个隐含条件是: 最后拼接成的方片仍是正方形, 也就是说将抖动矩阵拼装后得到的还是一个方阵。现在考虑抖动矩阵是 4 维的情况。假设最后的大方阵是  $i$  维, 用来拼装的抖动矩阵个数是  $j$ ,  $j$  是满足  $n^2+k^2$  的整数, 由于存储空间有限, 所以最后生成的矩阵维数不应过高, 即  $j$  的值不应该太大。则有以下等式成立:

$$4 \times 4 \times j = i^2$$

如果考虑可以有一些空间浪费的话, 得到以下等式:

$$4 \times 4 \times j + p = i^2$$

但正整数  $p$  的值应该尽量小, 也就是说空间浪费应尽量小。

将可能的  $j$  值 (5, 13, 17 等) 带入上式, 发现  $j=5$  时  $p$  最小, 等于 1,  $4 \times 4 \times 5 + 1 = 92$ 。也就是说: 5 个 4 维驱散式抖动矩阵可以经过旋转后拼装到  $9 \times 9$  矩阵中, 其中有一个位置为空。同样的, 可以得到:

17 个 8 维抖动矩阵可以经过旋转, 可拼接到  $33 \times 33$  的矩阵中。由于  $17 \times 8 \times 8 = 1088$ ; 而  $33 \times 33 = 1089$ , 最后的矩阵中仅 1 个位置没有填充。

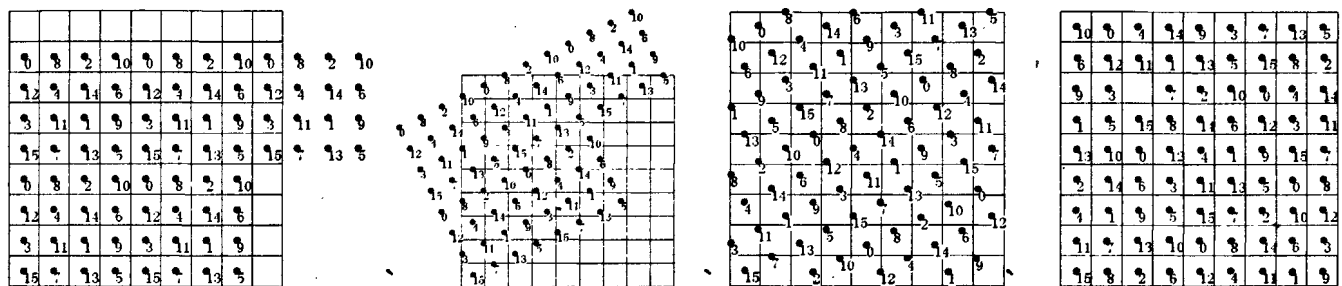
17个16维抖动矩阵经旋转,可拼装到 $66 \times 66$ 的矩阵中。由于 $17 \times 16 \times 16 = 4352$ ;而 $66 \times 66 = 4356$ ,最后的矩阵有4个位置没有被填充,所占比例仍然很小。

我们可以将这些空闲位置放置一些随机的或某些自定义的阈值(例如可以是打印机信息或其他一些加密信息等)。由于这些空闲的矩阵元素所占比例很小,肉眼很难察觉,并不会影响半色调的效果。

进行离散化的过程类似于位图旋转,可能有两个像素中心经旋转后落入同一个像素位置中,而有的像素则没有像素中心落入其中<sup>[17]</sup>。需要选择一种代价比

较小的排斥方案,将两个像素中的一个排斥到相邻像素中,最终达到每个像素位置最多只有一个像素落入,这样就可以实现一对一的离散旋转。一旦得到了这个抖动矩阵,就可以利用和传统按序抖动算法一样的方法来对图像进行半色调化(如图3中(a)(b)(c)(d)所示)。

由于生成的大抖动矩阵具有四向可拼接性,用该抖动矩阵对图像进行半色调化时,等同于对整幅图像进行斜向抖动,从而网格化人工因素的可感知度降低(如图3中(d)所示)。

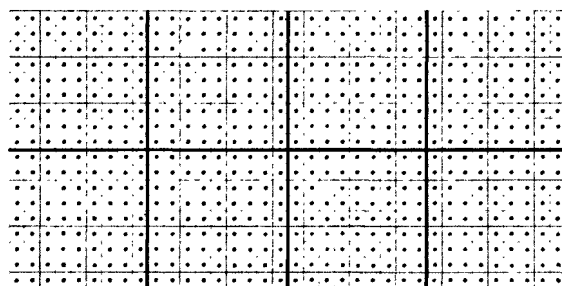


(a): 5个Bayer抖动矩阵旋转前的状态

(b): 旋转后的状态

(c): 将出矩阵的元素拼装到矩阵中的状态

(d): 对矩阵进行离散化的结果



(e): 对输入图像进行半色调处理, 注意PRDM矩阵的四向可拼接性

图3 拼装式斜向抖动矩阵的生成过程以及利用它来实现半色调化的方法

## 4 结论

本文提出了一种新的高速驱散式抖动算法,使用了和文章<sup>[12][13]</sup>中完全不同的方法来得到旋转后的抖动矩阵。离散旋转减弱了半色调引起的可见频率成分,并且将可见的低频人工因素分布到额外的频率中,因此减少了人工因素对视觉的影响。

另外,当在平滑增加的灰度级别中渲染图像时,拼装式斜向驱散点抖动方法产生的横竖网格化效果比传统Bayer抖动方法要少,并且相比Floyd-Steinberg的误差扩散方法,所产生的人工因素并没有增加。

由于该方法增加了额外的低频成分,因此比Bayer驱散式抖动和误差扩散算法有更为显著的聚簇效果,在具有明显点增益性质的打印机上,它有更好的色调再现能力。拼装式斜向驱散点抖动算法和集中式抖动算法的鲁棒性相差无几,但它提供了更高的细节渲染能力。

本文提出的方法可以对4维、8维和16维的抖动

矩阵找到对应的拼装方案,并且利用传统的按序抖动算法就可以实现。拼装后的矩阵中有极少数元素未占满,在不影响半色调质量的前提下,这些位置可以保存一些自定义信息。

附录部分是拼装式斜向驱散点抖动算法和其他半色调技术对图像进行半色调化的效果比较。

## 参考文献

- 1 任小玲, 张二虎. 数字半色调技术发展概述 [J]. 西安工业学院学报, Vol.23, No2, June 2003: 108 - 113.
- 2 J.A.C. Yule, Principles of Colour Reproduction [M], John Wiley & Sons, NY (1967).
- 3 R. Ulichney, Digital Halftoning [M], The MIT Press, Cambridge, Mass., 1987.
- 4 R.W. Floyd, L. Steinberg, An Adaptive Algorithm for Spatial Grey Scale [A], Proc. SID, [C] 1976, Vol 17(2), 75-77.
- 5 D.E. Knuth, Digital Halftones by Dot Diffusion [A], ACM Trans. on Graphics [C], 6(4), 1987, 245-273.
- 6 Y. Zhang, R.E. Webber, Space Diffusion: An Improved

- Parallel Halftoning Technique Using Space-Filling Curves [A], Proceedings of SIGGRAPH'93 [C], In ACM Computer Graphics, Annual Conference Series, 1993, 305-312.
- 7 M. Morgan, R.D. Hersch, V. Ostromoukhov, Hardware Acceleration of Halftoning [A], Proceedings SID International Symposium, [C] Anaheim, in SID 93 Digest, May 1993, Vol XXIV, 151-154.
  - 8 Rosenfeld, Gideon, "Screened Image Reproduction" [P], U.S. Patent No. 4456924 (1984). Assignee: Scitex Corporation Ltd. (Israel).
  - 9 Gall, Winrich, "Method and Apparatus for Producing Half-Tone Printing Forms with Rotated Screens on the Basis of Randomly Selected Screen Threshold Values" [P], U.S. Patent No. 4700235 (1987), Assignee: Dr. Ing. Rudolf Hell GmbH. (Fed. Rep. of Germany).
  - 10 Troxel, D.E., "Method and Apparatus for Generating Digital, Angled Halftone Screens Using Pixel Candidate Lists and Screen Angle Correction to Prevent Moire Patterns" [P], U.S. Patent No. 5124803 (1992). Assignee: ECRM.
  - 11 R. Ulichney, The void-and-cluster method for dither array generation, IS&T/SPIE Symposium on Electronic Imaging Science & Technology [A], Proceedings Conf. Human Vision, Visual Processing and Digital Display IV [C], (Eds. Allebach, Rogowitz), SPIE Vol. 1913, 1993, 332-343.
  - 12 V. Ostromoukhov, R.D. Hersch, I. Amidror, Rotated Dispersed Dither: a New Technique for Digital Halftoning [A], Proceedings of SIGGRAPH'94 [C], In ACM Computer Graphics, Annual Conference Series, pp. 123-130, 1994.
  - 13 V. Ostromoukhov, R.D. Hersch, Halftoning by Rotating Non-Bayer Dispersed Dither Arrays [A], Proceedings Conf. Human Vision, Visual Processing and Digital Display VI [C], SPIE Vol. 2411, pp. 180-197, 1995. Reprinted in Selected Papers on Digital Halftoning (Jan P. Allebach, ed.) SPIE Milestones Series #154, pp. 238-255, 1999.
  - 14 牛少彰, 钮心忻, 杨义先, 胡文庆. 半色调图像中数据隐藏算法 [J]. 电子学报, Vol.32 No. 7, July 2004: 1180 - 1183.
  - 15 Ph. Decaudin, F. Neyret. Packing Square Tiles into One Texture [A]. Proceedings of Eurographics '04 (short papers) [C], p 49-52. Grenoble, France, August 2004. <http://www-evasion.imag.fr/Publications/2004/DN04a>.
  - 16 F.W. Campbell, J.J. Kulikowski, J. Levinson, The effect of orientation on the visual resolution of gratings [J], J. Physiology, London, 1966, Vol 187, 427-436.
  - 17 R.D. Hersch, Raster Rotation of Bilevel Bitmap Images [A], Eurographics'85 Proceedings [C], (Ed. C. Vandoni), North-Holland, 1985, 295-308.
  - 18 Donald Hearn, M. Pauline Baker. Computer Graphics(Second Edition) [M]. Person Education, Inc.

## PACKED ROTATED DITHER MATRIX: A NEW TECHNIQUE FOR DIGITAL HALFTONING

Han Honglei Fei Guangzheng Shi Minyong  
(Animation School, Communication University of  
China)

**Abstract:** A technique called packed rotated dither matrix (PRDM) for digital halftoning is introduced in this paper. Inspired by the technique of texture packing, the proposed approach packs several rotated dither matrices into a big matrix (called PRDM), and then treats the PRDM the same way as a normal dither matrix for halftoning. The new technique generates few contouring effects while maintaining the low computation and high detail rendition capabilities of dispersed-dot halftoning algorithms. In addition, due to its semi-clustering behavior at mid-tones, PRDM exhibits an improved tone reproduction behavior on printers with a significant dot gain. Besides its use in black and white printing, PRDM can also be applied to in-phase color reproduction on ink-jet printers.

**Keywords:** digital halftoning error diffusion dither matrix texture packing

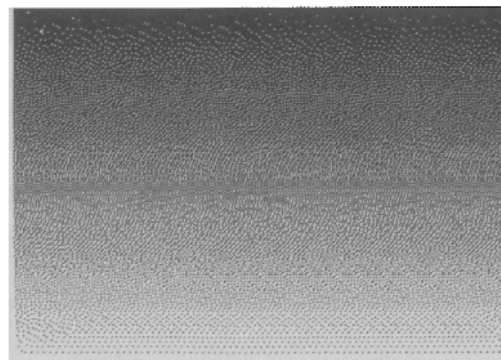
**作者简介:** 韩红雷, 男, 1980年1月生, 硕士, 助教, 主要研究方向为计算机图形学与计算机动画; 费广正, 男, 1973年生, 博士, 副研究员, 主要研究方向为计算机图形学与计算机动画; 石民勇, 男, 1962年生, 博士, 研究员, 博士生导师, 主要研究方向为计算机动画、图论。

Email: hanhonglei@cuc.edu.cn;

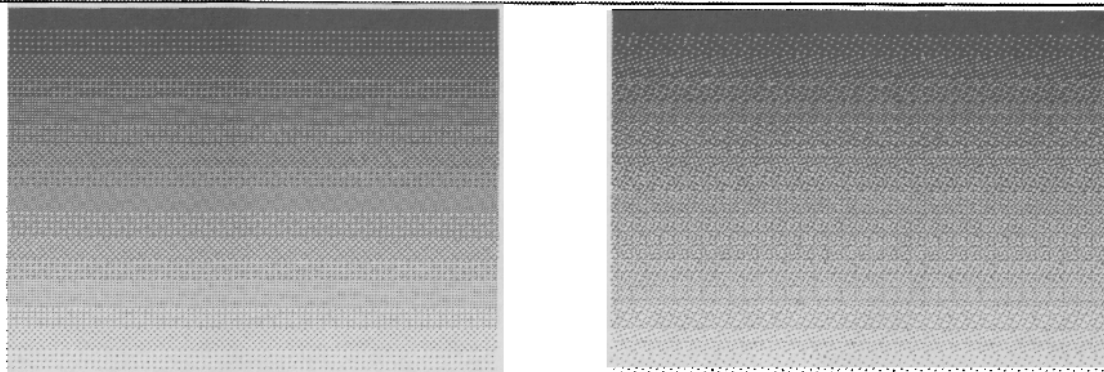
## 附 录



(a): 灰度阶 (Intensity ramp) 图的原图



(b): 进行 Floyd-Steinberg 误差扩散半色调化的结果



(c): 对其进行按序抖动半色调化的结果(Bayer4×4) (d): 应用本文的拼装式斜向抖动矩阵实现半色调化的结果  
图 4 对灰度阶图(Intensity ramp)运用不同方法进行半色调化的结果, 可以看出(d)中表现的灰度级别数目比较多



(a): Lena 原图(连续灰度)

(b): 应用 Floyd-Steinberg 误差扩散半色调化的结果



(c): 按序抖动半色调化的结果(Bayer4×4)

(d): 应用本文的拼装式斜向抖动矩阵实现半色调化的结果

图 5 对 Lena 图运用不同方法进行半色调化的结果, 可以明显看出, 在(d)中有比较强的半聚类性质和斜向网格效果