

1.

a)	1	$A \wedge \neg A$	PR
	2	A	$\wedge E 1$
	3	$\neg A$	$\wedge E 1$
	4	\perp	$\neg E 2,3$
	5	B	X Y

b)	1	$A \rightarrow B$	PR
	2	$\neg B$	AS
	3	$\neg A$	MT 1,2
	4	$(\neg B \rightarrow \neg A)$	$\rightarrow I 2-3$

c)	1	$A \vee B$	PR
	2	$B \rightarrow C$	PR
	3	$\neg C$	PR
	4	$\neg B$	MT 2,3
	5	A	DS 1,4

d)	1	$A \leftrightarrow (B \vee C)$	PR
	2	$A \wedge \neg B$	PR
	3	A	$\wedge E 2$
	4	$\neg B$	$\wedge E 2$
	5	$B \vee C$	$\leftrightarrow E 1,3$
	6	C	DS 4,5

e)	1	$\neg A \wedge (B \vee C)$	PR
	2	$A \leftrightarrow B$	PR
	3	$\neg A$	$\wedge E 1$
	4	$B \vee C$	$\wedge E 1$
	5	B	AS
	6	A	$\leftrightarrow E 2,5$
	7	\perp	$\neg E 3,6$
	8	$\neg B$	$\neg I 5-7$
	9	C	DS 4,8

f)	1	$A \rightarrow \neg A$	PR
	2	A	AS
	3	$\neg A$	$\rightarrow E 1,2$
	4	\perp	$\neg E 2,3$
	5	$\neg A$	$\neg I 2-4$

g)	1	$A \rightarrow \neg B$	PR
	2	B	AS
	3	$\neg A$	MT 1,2
	4	$B \rightarrow \neg A$	$\rightarrow I 2-3$

3 a)

1	$\neg(A \vee B)$	PR
2	A	AS
3	$A \vee B$	VI 2
4	\perp	$\neg E$ 1,3
5	$\neg A$	$\neg I$ 2-4
6	B	AS
7	$A \vee B$	VI 6
8	\perp	$\neg E$ 1,7
9	$\neg B$	$\neg I$ 6-8
10	$\neg A \wedge \neg B$	$\wedge I$ 5,9

b)

1	$\neg A \wedge \neg B$	PR
2	$\neg A$	$\wedge E$ 1
3	$\neg B$	$\wedge E$ 2
4	$A \vee B$	AS
5	A	AS
6	\perp	$\neg E$ 2,5
7	B	AS
8	\perp	$\neg E$ 3,7
9	\perp	VE 4,5-6,7,8
10	$\neg(A \vee B)$	$\neg I$ 4-9

c)

1	$(\neg A \wedge B) \rightarrow C$	PR
2	$A \rightarrow \neg D$	PR
3	$D \wedge (A \vee B)$	PR
4	D	$\wedge E$ 3
5	$A \vee B$	$\wedge E$ 3
6	A	AS
7	$\neg D$	$\rightarrow E$ 2,6
8	\perp	$\neg E$ 4,7
9	$\neg A$	$\neg I$ 6-8
10	A	AS
11	\perp	$\neg E$ 9,10
12	$\neg A \wedge B$	X 11
13	B	AS
14	$\neg A \wedge B$	$\wedge I$ 9,13
15	$\neg A \wedge B$	VE 5,10-12,13-14
16	C	$\rightarrow E$ 1,15

d)

1	$\neg((A \rightarrow \neg B) \vee \neg C)$	PR
2	$A \rightarrow \neg B$	AS
3	$(A \rightarrow \neg B) \vee \neg C$	VI 2
4	\perp	$\neg E$ 1,3
5	$\neg(A \rightarrow \neg B)$	$\neg I$ 2-4
6	$\neg B$	AS
7	A	AS
8	$\neg B$	RI
9	$A \rightarrow \neg B$	$\rightarrow I$ 7-8
10	\perp	$\neg E$ 5,9
11	B	IP 6-10

3 e)

1	$(A \vee \neg B) \rightarrow C$	PR
2	$\neg C$	AS
3	A	AS
4	$A \vee \neg B$	VI 3
5	C	$\rightarrow E$ 1,4
6	\perp	$\neg E$ 2,5
7	$\neg A$	$\neg I$ 3-6
8	$\neg B$	AS
9	$A \vee \neg B$	VI 8
10	C	$\rightarrow E$ 1,9
11	\perp	$\neg E$ 2,10
12	B	IP 8-11
13	$\neg A \wedge B$	$\wedge I$ 7,12
14	$\neg C \rightarrow (\neg A \wedge B)$	$\rightarrow I$ 2-13

4a)

1	$\neg(A \rightarrow B)$	AS
2	$\neg(A \wedge \neg B)$	AS
3	$\neg A \vee \neg \neg B$	DeM
4	$\neg A$	AS
5	A	AS
6	\perp	$\neg E$ 4,5
7	B	\times 6
8	$A \rightarrow B$	$\rightarrow I$ 5-7
9	$\neg \neg B$	AS
10	A	AS
11	B	DNE 9
12	$A \rightarrow B$	$\rightarrow I$ 9-11
13	$A \rightarrow B$	$\vee E$ 3, 4-8, 9-12
14	\perp	$\neg E$ 1, 13
15	$A \wedge \neg B$	IP 2-14
16	$\neg(A \rightarrow B) \rightarrow (A \wedge \neg B)$	$\rightarrow I$ 1-15

46

1	$\neg (A \leftrightarrow B) \vee (A \leftrightarrow \neg B)$	AS
2	$\neg (A \leftrightarrow B) \wedge \neg (A \leftrightarrow \neg B)$	DEM 1
3	$\neg (A \leftrightarrow B)$	$\wedge E 2$
4	$\neg (A \leftrightarrow \neg B)$	$\wedge E 2$
5	A	AS
6	B	AS
7	A	AS
8	B	R6
9	B	AS
10	A	R5
11	$A \leftrightarrow B$	$\leftrightarrow I 7-8, 9-10$
12	\perp	$\neg E 3, 11$
13	$\neg B$	$\neg I 6-12$
14	$\neg B$	AS
15	$\neg A$	AS
16	A	AS
17	\perp	$\neg E 15, 16$
18	B	X 17
19	B	AS
20	\perp	$\neg E 14, 19$
21	A	X 20
22	$A \leftrightarrow B$	$\leftrightarrow I 16-18, 19-21$
23	\perp	$\neg E 3, 22$
24	A	IP 15-23
25	$A \leftrightarrow \neg B$	$\leftrightarrow I 5-13, 14-24$
26	\perp	$\neg E 4, 25$
27	$(A \leftrightarrow B) \vee (A \leftrightarrow \neg B)$	IP 1-26