Øving 10

Håvard Solberg Nybøe

MA0001 – 7. november 2021

$\boxed{1}$ (a) $\displaystyle\int a^x dx = \frac{a^x}{\log a} + C$

(b)

$$f(x) = \frac{5}{x} + \sin(5x) + \frac{1}{x^5} + \sqrt[5]{5x} + x^5 + 5^x + 5$$
$$\int f(x)dx = 5\log x - \frac{1}{5}\cos(5x) - \frac{1}{4x^4} + \frac{5}{6}\sqrt[5]{5}x^{\frac{6}{5}} + \frac{1}{6}x^6 + \frac{5^x}{\log 5} + 5x + C$$

$\boxed{2}$

$$\int_0^3 \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)dt, \quad u = \frac{\pi t}{6}, du = \frac{\pi}{6}dt$$
$$\begin{aligned}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{6}{\pi}\cos(u)du &= \frac{6}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(u)du \\ &= \frac{6}{\pi}\Big[\sin(u)\Big]_0^{\frac{\pi}{2}} \\ &= \frac{6}{\pi}\left(\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) - \sin(0)\right) \\ &= \frac{6}{\pi}\end{aligned}$$

Temperaturen har økt med $\dfrac{6}{\pi}^{\mathrm{o}} \approx 1.91^{\mathrm{o}}$ og er lik $\boxed{16.91^{\mathrm{o}}}$

$\boxed{3}$

$$
\begin{aligned}
f(x) = e^x, &\quad f''(x) = e^x \\
\iint f(x)dx &= \int \frac{e^x}{\ln e} + C_1 \\
&= \frac{e^x}{(\ln e)^2} + C_1 \cdot x + C_2, \quad C_1, C_2 \in \mathbb{R} \\
g(x) = e^x + C_1, &\quad g''(x) = e^x \\
h(x) = e^x + C_1 \cdot x + C_2, &\quad h''(x) = e^x \\
i(x) = \frac{e^x}{\ln e} + C_1, &\quad i''(x) = e^x \\
j(x) = \frac{e^x}{(\ln e)^2} + C_1 \cdot x + C_2, &\quad j''(x) = e^x
\end{aligned}
$$

Funksjonene f, g, h, i og j oppfyller kravet

$\boxed{4}$ (a)

$$
\begin{aligned}
f(x) &= \frac{1}{x}, \quad x \in \mathbb{R}, x \neq 0 \\
\int f(x)dx &= \int \frac{1}{x}dx \\
&= \ln|x| + C, \quad C \in \mathbb{R}
\end{aligned}
$$

Funksjonen $F(x) = \begin{cases} \ln x - 4, & \text{for } x > 0 \\ \ln(-x) + 1, & \text{for } x < 0 \end{cases}$ er en antiderivert av $f(x)$.

(b) F er en antiderivert av f fordi når man deriverer F forsvinner konstantleddene, og man ender opp med funksjonen $f(x) = \frac{1}{x}$