Øving 7

Håvard Solberg Nybøe

MA0301 – 7. mars 2022

$\boxed{1}$ Tallene a_0, a_1 og a_2 er alle multiplum av 3, $0(3), 2(3), 3(3)$, altså er de delelig på 3. Formelen $a_n = a_{n-1} + a_{n-3}$ legger kun sammen leddene ergo vil summen alltid være et multiplum av 3 og dermed delelig på 3. $\square$

$\boxed{2}$

$$
\begin{aligned}
\text{Grunnsteg :}\quad & p_0 : a = 1, b = 1, \quad 3 \cdot 1 + 5 \cdot 1 = 8 \\
& p_1 : a = 3, b = 0, \quad 3 \cdot 3 + 5 \cdot 0 = 9 \\
& p_2 : a = 0, b = 2, \quad 3 \cdot 0 + 5 \cdot 2 = 10 \\
& p_3 : a = 2, b = 1, \quad 3 \cdot 2 + 5 \cdot 1 = 11 \\
& p_4 : a = 4, b = 0, \quad 3 \cdot 4 + 5 \cdot 0 = 12 \\
& p_5 : a = 1, b = 2, \quad 3 \cdot 1 + 5 \cdot 2 = 13 \\
& p_6 : a = 3, b = 1, \quad 3 \cdot 3 + 5 \cdot 1 = 14 \\
& p_7 : a = 0, b = 3, \quad 3 \cdot 0 + 5 \cdot 3 = 15 \\
\text{Bevis :}\quad & \text{Anta } k = 3a + 5b, \\
& p_7 : a = 0, b = 3, \quad 3 \cdot 0 + 5 \cdot 3 = 15 \\
& k = 3 \cdot (a_{p_k \bmod 8} + \frac{k - (k \bmod 8)}{8} - 1) + 5 \cdot (b_{p_k \bmod 8} + \frac{k - (k \bmod 8)}{8} - 1)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\text{ex. :}\quad & 33 = 3 \cdot (3 + \frac{33 - 1}{8} - 1) + 5 \cdot (0 + \frac{33 - 1}{8} - 1) \\
& 33 = 3 \cdot (3 + 4 - 1) + 5 \cdot (0 + 4 - 1) \\
& 33 = 18 + 15 \\
& 33 = 33
\end{aligned}
$$

$\boxed{4}$ Primtall t.o.m. 11: $\{2, 3, 5, 7, 11\}$

$$\begin{aligned}
\text{Grunnsteg :}\quad & 4 = 2 \cdot 2 \\
& 6 = 2 \cdot 3 \\
& 8 = 2 \cdot 4 \\
& 9 = 3 \cdot 3 \\
& 10 = 2 \cdot 5 \\
\text{Bevis :}\quad & \text{Anta at det finnes minst ett heltall } a > 1 \\
& \text{som ikke kan skrives som et produkt av primtall} \\
& \text{hvis et tall } b \text{ kan skrives som } 1 < b < a \\
& \text{så kan } b \text{ skrives som et produkt av primtall } p_1 \cdot p_2 \cdots p_n \\
& \text{da er a åpenbart ikke et primtall} \\
& \text{siden hvis det var det kunne det skrives som } a = a \quad \square
\end{aligned}$$

$\boxed{7}$ $b \to c \to c \to d$ siden c er refleksiv.

$\boxed{8}$ (a) a: inn $= b \to a$, ut $= a \to c$
b: inn $= d \to b$, ut $= b \to a, b \to c$
c: inn $= a \to c$, ut $= c \to d, c \to e$
d: inn $= c \to d, a \to d$, ut $= d \to b, d \to e$
e: inn $= c \to e, d \to e$

(b) $a \to b \to c \to d \to a$,
$b \to c \to d \to b$
en sykel passerer gjennom a, to sykler passerer gjennom b, c, d, ingen sykler passerer gjennom e

(c)

(d) 4, $a \to c \to d \to b \to a$,
$a \to d \to b \to c \to e$