

# 视觉与倾角传感器组合相对位姿测量方法

陈 洋 林嘉睿\* 高 扬 任永杰 郝继贵

天津大学精密测试技术及仪器国家重点实验室, 天津 300072

**摘要** 针对视觉相对位姿测量问题,提出了一种视觉与倾角传感器组合的相对位姿测量方法,通过在相机和被测物上各放置一个倾角传感器,利用固定倾角传感器所提供的角度信息提供额外的约束来求解 $n$ 点透视定位(PnP)问题。介绍了组合相对位姿测量方法的原理,通过仿真实验验证了该方法的正确性,并与现存的PnP问题求解方法比较,表明提出的方法具有较高精度,并且对噪声具有较强的稳健性,实验结果表明提出的方法对空间15个特征点在 $x$ 方向和 $y$ 方向的平均反投影误差均小于0.1 pixel,能够满足高精度位姿测量需求。

**关键词** 测量; 视觉测量;  $n$ 点透视定位; 倾角传感器; 位姿测量

中图分类号 TH741

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201535.1212003

## A Hybrid of Vision and Inclination Sensor Method for Estimating Relative Pose

Chen Yang Lin Jiarui Gao Yang Ren Yongjie Zhu Jigui

State Key Laboratory of Precision Measuring Technology and Instruments, Tianjin University, Tianjin 300072, China

**Abstract** To deal with the problem of estimating the relative pose between a camera and an object, this paper proposes a hybrid of vision and inclination sensor method for estimating relative pose. It is assumed that both the camera and the object are equipped with an inclination sensor, the resulting pose estimation problem can be seen as a PnP (perspective- $n$ -point) problem with inclination constraint. First, this paper introduces the principle of the proposed method, simulations results certify that the proposed method can improve the computing accuracy and depress the image noise comparing with other solutions to the PnP problem. Finally, the experimental results show that the average reprojection errors of  $x$  and  $y$  directions for 15 feature points are less than 0.1 pixels by using the proposed method, which can meet the needs of pose measurement.

**Key words** measurement; vision measurement; perspective- $n$ -point; inclination sensor; pose estimation

**OCIS codes** 150.0155; 150.1135; 150.1488

## 1 引言

视觉位姿测量是视觉测量的重要组成部分,它具有结构简单、测量精度高、成本低、实时性强等优点,被交会对接、机器人导航、无人机、计算机视觉等广泛采用<sup>[1-3]</sup>。视觉位姿测量是利用图像上特征点的二维图像坐标和特征点在靶标坐标系中的三维坐标计算相机坐标系和靶标坐标系之间的位姿关系,这类问题统称为PnP问题<sup>[4]</sup>。

PnP问题最早由Fishchler等<sup>[5]</sup>提出,研究表明,当 $n < 3$ 时,PnP问题有无穷多解<sup>[6-7]</sup>,因而PnP问题的研究主要针对3个特征点以上的情况进行,对于P3P、P4P和P5P问题,解的分布较为复杂,并且可以得到解析解,研究人员针对不同情况设计了各种专用的求解方法<sup>[8]</sup>,但是对噪声都较为敏感,精度低,而且得到的解可能不

收稿日期: 2015-07-06; 收到修改稿日期: 2015-08-04

基金项目: 国家863计划(2012AA041205)、国家自然科学基金(51225505、51305297、51475329)、高等学校博士学科点专项科研基金(20130032120067)

作者简介: 陈 洋(1988—),男,硕士研究生,主要从事大尺寸精密测量方面的研究。E-mail: chenyangsylv@163.com

导师简介: 郝继贵(1970—),男,博士,教授,主要从事大尺寸精密测量方面的研究。E-mail: jigui@tju.edu.cn

\*通信联系人。E-mail: linjr@tju.edu.cn

唯一;当  $n>5$  时, PnP 问题总有唯一解,但是得不到解析解,只能使用通用的求解方法得到数值解。文献中的通用求解方法可以分为非迭代方法和迭代方法两大类,经典的非迭代方法主要包括直接线性变换法<sup>[9]</sup>(DLT)、Tsai 方法<sup>[10]</sup>和 Moreno-Noguer 等<sup>[11]</sup>提出的一种名为 EPnP 的算法,这些方法对噪声都比较敏感,需要大量的特征点才能保证精度;经典的迭代方法利用 Gauss-Newton 法<sup>[12]</sup>和 Levenberg-Marquardt(LM)法<sup>[12]</sup>等非线性优化算法进行迭代求解,具有很高的精度和抗噪性能,但是非线性优化算法需要有良好的初值才能收敛到正确的解,并且求解过程非常耗时。

传统的 PnP 问题求解利用的信息只有特征点的二维像素坐标和三维坐标,然而,在很多情况下,相机与其他传感器的组合,利用其他传感器提供的信息,可以帮助求解 PnP 问题,例如在导航领域,视觉与惯性系统组合从 Dissanayake<sup>[13-14]</sup>等提出后,便以其良好的互补性和自主性逐渐成为导航领域一个新的研究热点,然而在视觉与惯性组合导航过程中,惯性系统只起到辅助作用,在特征点不明显时,视觉信息无法估计相机自身姿态,惯性系统短时间内精度高,利用惯导系统提供姿态信息,以确保导航的连续性,但是惯性测量系统受温度变化等因素影响较大,并且误差会随着时间的增加而累计,测量精度较低。

高精度的倾角传感器体积小、功耗低、稳定性高、抗干扰能力强,在角度测量中广泛使用。本文利用单相机与倾角传感器组合,通过在相机和靶标上分别放置一个倾角传感器,利用倾角传感器测量的角度信息提供额外约束来求解 PnP 问题,本文提出的方法有效解决了非线性求解过程中的初值问题,并且在图像噪声水平较低的情况下,该方法求解的线性解具有较高精度,在噪声水平较高的情况下,以求出的线性解作为初值进行非线性优化,提高求解精度和抗噪能力。

## 2 测量原理

### 2.1 刚体姿态角与倾角仪输出角之间关系

本文采用绕  $X$ 、 $Y$ 、 $Z$  三个坐标轴的旋转角  $\omega$ 、 $\phi$ 、 $\kappa$  来表达刚体在参考坐标系中的姿态,旋转角沿着坐标轴的方向望去,旋转方向逆时针为正,旋转矩阵  $R$  可表示为

$$R = R_{\kappa} R_{\phi} R_{\omega} = \begin{bmatrix} \cos \kappa & -\sin \kappa & 0 \\ \sin \kappa & \cos \kappa & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \phi & 0 & \sin \phi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \phi & 0 & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \omega & -\sin \omega \\ 0 & \sin \omega & \cos \omega \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \cos \kappa \cos \phi & \cos \kappa \sin \omega \sin \phi - \cos \omega \sin \kappa & \sin \kappa \sin \omega + \cos \kappa \cos \omega \sin \phi \\ \cos \phi \sin \kappa & \cos \kappa \cos \omega + \sin \kappa \sin \omega \sin \phi & \cos \omega \sin \kappa \sin \phi - \cos \kappa \sin \omega \\ -\sin \phi & \cos \phi \sin \omega & \cos \omega \cos \phi \end{bmatrix}, \quad (1)$$

同理,由旋转矩阵可以得到绕坐标轴旋转的角度:

$$\omega = \arctan \left[ \frac{R(3,2)}{R(3,3)} \right],$$

$$\phi = -\arctan \left[ \frac{R(3,1)}{\sqrt{R^2(3,2) + R^2(3,3)}} \right],$$

$$\kappa = \arctan \left[ \frac{R(2,1)}{R(1,1)} \right]. \quad (2)$$

倾角仪坐标系的参考面为水平面,双轴倾角仪输出值为自身  $X$  轴和  $Y$  轴与大地水平面间的夹角,分别设为  $\beta$ 、 $\gamma$ ,而参考坐标系的  $XOY$  平面与大地水平面平行,故双轴倾角仪  $X$  轴输出的角度即为绕  $Y$  轴的旋转角,而倾角仪绕  $X$  轴的旋转角不等于倾角仪  $Y$  轴的输出,通过图 1 的几何关系和角度关系可以进一步求出绕  $X$  轴的旋转角  $\gamma'$ 。

图 1 中直线  $AD$ 、 $BC$  垂直于水平参考面,直线  $OE$  垂直于平面  $OAD$  和平面  $BCE$ ,可知平面  $OAD$  平行于平面  $BCE$ ,延长  $EC$  到  $F$  使  $BF$  平行于  $OA$ ,可知  $\angle BFC = \beta$ ,  $BF \perp BE$ ,由此可得到  $\angle CBE = \beta$ ,由三余弦定理: $\cos \angle OBC = \cos \angle OBE \cos \angle OBE$  即:  $\sin \gamma = \sin \gamma' \cos \beta$  可知:

$$\omega = \gamma' = \arcsin \left( \frac{\sin \gamma}{\cos \beta} \right),$$

$$\phi = \beta. \quad (3)$$

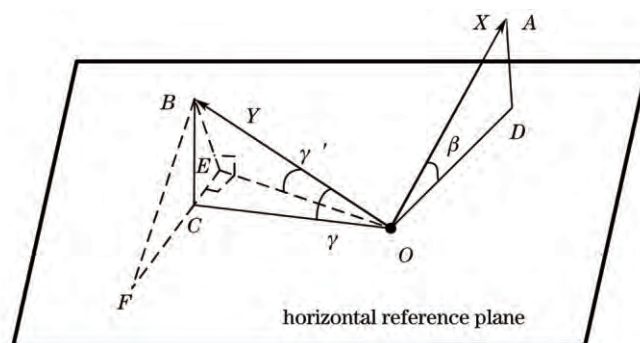


图1 倾角仪输出角与旋转角之间关系

Fig.1 Relationship between the output angle and rotation angle

## 2.2 组合相对位姿测量原理

组合位姿测量原理如图2所示,相机和靶标上各固定一个双轴倾角仪,相机倾角仪坐标系和相机坐标系、靶标倾角仪坐标系和靶标坐标系的关系利用文献[15-18]中提到的方法标定得到。

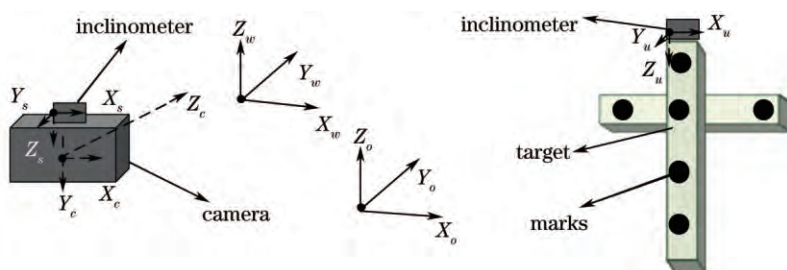


图2 测量原理图

Fig.2 Measuring principle

本文中的坐标系定义如图2所示,相机坐标系为  $O_c X_c Y_c Z_c$ ,像素坐标系为  $o_c u_c v_c$ ,相面坐标系为  $o_c x_c y_c$ ,相机倾角仪坐标系为  $O_s X_s Y_s Z_s$ ,靶标坐标系为  $O_o X_o Y_o Z_o$ ,靶标倾角仪坐标系为  $O_u X_u Y_u Z_u$ ,定义一个虚拟的世界坐标系  $O_w X_w Y_w Z_w$ ,并且  $O_w X_w Y_w$  面与水平面平行,  $O_w Z_w$  轴与重力方向相反。

设靶标坐标系到相机坐标系的旋转平移矩阵为  $R, T$ ,相机倾角仪坐标系到相机坐标系的旋转平移矩阵为  $R_a, T_a$ ,靶标倾角仪坐标系到靶标坐标系的旋转平移矩阵为  $R_b, T_b$ ,双轴倾角仪无定位功能,所以可令两个倾角仪的坐标原点分别与相机坐标系的原点和靶标坐标系的原点重合,所以  $T_a = 0, T_b = 0$ 。

设相机坐标系到相机倾角仪坐标系的旋转平移矩阵为  $R_{sc}, T_{sc}$ ,靶标坐标系到靶标倾角仪坐标系的旋转平移矩阵为  $R_{uo}, T_{uo}$ ,相机倾角仪坐标系到世界坐标系的旋转平移矩阵为  $R_{ws}, T_{ws}$ ;靶标倾角仪坐标系到世界坐标系的旋转平移矩阵为  $R_{wu}, T_{wu}$ ;相机坐标系到世界坐标系的旋转平移矩阵为  $R_{wc}, T_{wc}$ ;靶标坐标系到世界坐标系的旋转平移矩阵为  $R_{wo}, T_{wo}$ ;  $R_{ws}$  对应绕  $X, Y, Z$  轴的旋转角分别为  $\omega_{ws}, \phi_{ws}, \kappa_{ws}$ ,  $R_{wu}$  对应绕  $X, Y, Z$  轴的旋转角分别为  $\omega_{wu}, \phi_{wu}, \kappa_{wu}$ ,  $R_{wc}$  对应绕  $X, Y, Z$  轴的旋转角分别为  $\omega_{wc}, \phi_{wc}, \kappa_{wc}$ ,  $R_{wo}$  对应绕  $X, Y, Z$  轴的旋转角分别为  $\omega_{wo}, \phi_{wo}, \kappa_{wo}$ ,相机倾角仪  $X, Y$  轴的输出角度为  $\beta_a, \gamma_a$ ,靶标倾角仪  $X, Y$  轴的输出角度为  $\beta_b, \gamma_b$ 。

由相机倾角仪的输出可知:

$$\omega_{ws} = \arcsin\left(\frac{\sin \gamma_a}{\cos \beta_a}\right), \phi_{ws} = \beta_a, \quad (4)$$

由坐标系之间的关系可知:

$$R_{sc} = R_a^{-1}, R_{wc} = R_{ws} R_{sc}, \quad (5)$$

由(4)、(5)式可知:

$$\begin{aligned} \omega_{wc} &= \arctan\left[\frac{-\sin \phi_{ws} R_{sc}(1,2) + \cos \phi_{ws} \sin \omega_{ws} R_{sc}(2,2) + \cos \omega_{ws} \cos \phi_{ws} R_{sc}(3,2)}{-\sin \phi_{ws} R_{sc}(1,3) + \cos \phi_{ws} \sin \omega_{ws} R_{sc}(2,3) + \cos \omega_{ws} \cos \phi_{ws} R_{sc}(3,3)}\right], \\ \phi_{wc} &= -\arcsin[-\sin \phi_{ws} R_{sc}(1,1) + \cos \phi_{ws} \sin \omega_{ws} R_{sc}(2,1) + \cos \omega_{ws} \cos \phi_{ws} R_{sc}(3,1)], \end{aligned} \quad (6)$$

同理可以求得  $\omega_{wo}$ 、 $\varphi_{wo}$  :

$$\omega_{wo} = \arctan \left[ \frac{-\sin \phi_{wu} R_{wo}(1,2) + \cos \phi_{wu} \sin \omega_{wu} R_{wo}(2,2) + \cos \omega_{wu} \cos \phi_{wu} R_{wo}(3,2)}{-\sin \phi_{wu} R_{wo}(1,3) + \cos \phi_{wu} \sin \omega_{wu} R_{wo}(2,3) + \cos \omega_{wu} \cos \phi_{wu} R_{wo}(3,3)} \right],$$

$$\phi_{wo} = -\arcsin[-\sin \phi_{wu} R_{wo}(1,1) + \cos \phi_{wu} \sin \omega_{wu} R_{wo}(2,1) + \cos \omega_{wu} \cos \phi_{wu} R_{wo}(3,1)]. \quad (7)$$

由靶标坐标系和相机坐标系的关系可知:

$$\begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} X_o \\ Y_o \\ Z_o \end{bmatrix} + T, \quad (8)$$

$$\text{式中 } R = \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & r_3 \\ r_4 & r_5 & r_6 \\ r_7 & r_8 & r_9 \end{bmatrix}, T = \begin{bmatrix} l_x \\ l_y \\ l_z \end{bmatrix}.$$

由坐标系之间关系可知:

$$R = R_{wc}^{-1} R_{wo}, T = R_{wc}^{-1} (T_{wo} - T_{wc}), \quad (9)$$

由旋转矩阵  $R = R_{\kappa} R_{\phi} R_{\omega}$  可分解为  $R = R^m R^n$ , 其中:  $R^m = R_{\kappa}$ ,  $R^n = R_{\phi} R_{\omega}$ , 则(9)式中

$$R = R_{wc}^{-1} R_{wo} = (R_{wc}^m R_{wc}^n)^{-1} (R_{wo}^m R_{wo}^n) = (R_{wc}^n)^{-1} (R_{wc}^m)^{-1} R_{wo}^m R_{wo}^n, \quad (10)$$

目的是为了求解靶标坐标系和相机坐标系的相对关系, 所以没有必要分别求解  $R_{wc}^m$  和  $R_{wo}^m$ , 令:

$R^g = (R_{wc}^n)^{-1} R_{wo}^n$ , 则(8)式可变为

$$\begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \end{bmatrix} = (R_{wc}^n)^{-1} R^g R_{wo}^n \begin{bmatrix} X_o \\ Y_o \\ Z_o \end{bmatrix} + T, \quad (11)$$

$$\text{式中 } (R_{wc}^n)^{-1} = \begin{bmatrix} s_1 & s_2 & s_3 \\ s_4 & s_5 & s_6 \\ s_7 & s_8 & s_9 \end{bmatrix}, R^g = \begin{bmatrix} \alpha & \delta & 0 \\ -\delta & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, R_{wo}^n = \begin{bmatrix} l_1 & l_2 & l_3 \\ l_4 & l_5 & l_6 \\ l_7 & l_8 & l_9 \end{bmatrix}, \text{且 } \alpha^2 + \delta^2 = 1.$$

设相机焦距为  $f$ , 相机主点坐标为  $(u_0, v_0)$ , 水平方向的像元大小为  $dx$ , 竖直方向的像元大小为  $dy$ , 径向畸变  $(k_1, k_2, k_3)$ , 切向畸变  $(p_1, p_2)$ , 标记点的像素坐标为  $(u_c, v_c)$ , 畸变矫正后的相面坐标为  $(x_c, y_c)$ 。

由相机成像的共线方程知:

$$x_c = f \frac{X_c}{Z_c}, y_c = f \frac{Y_c}{Z_c}. \quad (12)$$

把(11)式代入(12)式得

$$x_c = f \frac{e_1 \alpha + e_2 \delta + l_x + e_3}{e_7 \alpha + e_8 \delta + l_z + e_9},$$

$$y_c = f \frac{e_4 \alpha + e_5 \delta + l_y + e_6}{e_7 \alpha + e_8 \delta + l_z + e_9}, \quad (13)$$

$$\text{式中 } \begin{bmatrix} e_1 & e_2 & e_3 \\ e_4 & e_5 & e_6 \\ e_7 & e_8 & e_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 s_1 + c_2 s_2 & c_2 s_1 - c_1 s_2 & c_3 s_3 \\ c_1 s_4 + c_2 s_5 & c_2 s_4 - c_1 s_5 & c_3 s_6 \\ c_1 s_7 + c_2 s_8 & c_2 s_7 - c_1 s_8 & c_3 s_9 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1 X_o + l_2 Y_o + l_3 Z_o \\ l_4 X_o + l_5 Y_o + l_6 Z_o \\ l_7 X_o + l_8 Y_o + l_9 Z_o \end{bmatrix}.$$

展开(13)式得

$$(x_c e_7 - f e_1) \alpha + (x_c e_8 - f e_2) \delta - f l_x + x_c t_z = f e_3 - x_c e_9,$$

$$(y_c e_7 - f e_4) \alpha + (y_c e_8 - f e_5) \delta - f l_y + y_c t_z = f e_6 - y_c e_9, \quad (14)$$

由(14)式是关于  $\mathbf{x} = [\alpha \quad \delta \quad t_x \quad t_y \quad t_z]^T$  的线性方程组, 写成矩阵形式:

$$\begin{bmatrix} x_c e_7 - f e_1 & x_c e_8 - f e_2 & -f & 0 & x_c \\ y_c e_7 - f e_4 & y_c e_8 - f e_5 & 0 & -f & y_c \end{bmatrix} \mathbf{x} = \begin{bmatrix} f e_3 - x_c e_9 \\ f e_6 - y_c e_9 \end{bmatrix}, \quad (15)$$

通过求解(15)式组成的线性方程即可求解出  $\mathbf{x} = [\alpha \quad \delta \quad t_x \quad t_y \quad t_z]^T$ , 进而求出  $R, T$ 。

由测量原理可知, 在相机坐标系下,  $y$  轴方向倾角仪没有提供约束, 这会导致测量结果绕  $y$  轴的旋转角误差较大, 并且上述线性方程组求出的解对噪声比较敏感, 为了进一步提高求解精度和抗噪能力, 以上述求解

结果作为初值,加入倾角仪约束,采用非线性优化方法进一步优化求精确解。

### 2.3 组合相对位姿测量非线性优化原理

由(12)式可知,相机成像满足共线方程为

$$\begin{aligned} x_c &= f \frac{r_1 X_o + r_2 Y_o + r_3 Z_o + t_x}{r_7 X_o + r_8 Y_o + r_9 Z_o + t_z}, \\ y_c &= f \frac{r_4 X_o + r_5 Y_o + r_6 Z_o + t_y}{r_7 X_o + r_8 Y_o + r_9 Z_o + t_z}, \end{aligned} \quad (16)$$

由(11)式可知  $R = (R_{wc}^n)^{-1} R^g R_{wo}^n$ , 则:

$$R^g = R_{wc}^n R (R_{wo}^n)^{-1}, \quad (17)$$

式中  $R_{wc}^n = \begin{bmatrix} s'_1 & s'_2 & s'_3 \\ s'_4 & s'_5 & s'_6 \\ s'_7 & s'_8 & s'_9 \end{bmatrix}$ ,  $R^g = \begin{bmatrix} \alpha & \delta & 0 \\ -\delta & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $(R_{wo}^n)^{-1} = \begin{bmatrix} l'_1 & l'_2 & l'_3 \\ l'_4 & l'_5 & l'_6 \\ l'_7 & l'_8 & l'_9 \end{bmatrix}$ , 且  $\alpha^2 + \delta^2 = 1$ 。令  $R_q = R_{wc}^n R (R_{wo}^n)^{-1}$ ,  $R_q(i,j)$  表示矩阵

$R_q$  的第  $i$  行第  $j$  列, 展开(17)式, 并由矩阵对应项相等可得到

$$\begin{cases} R_q(1,1) = l'_1 s'_1 r_1 + l'_4 s'_1 r_2 + l'_7 s'_1 r_3 + l'_1 s'_2 r_4 + l'_4 s'_2 r_5 + l'_7 s'_2 r_6 + l'_1 s'_3 r_7 + l'_4 s'_3 r_8 + l'_7 s'_3 r_9 = \alpha \\ R_q(1,2) = l'_2 s'_1 r_1 + l'_5 s'_1 r_2 + l'_8 s'_1 r_3 + l'_2 s'_2 r_4 + l'_5 s'_2 r_5 + l'_8 s'_2 r_6 + l'_2 s'_3 r_7 + l'_5 s'_3 r_8 + l'_8 s'_3 r_9 = \delta \\ R_q(1,3) = l'_3 s'_1 r_1 + l'_6 s'_1 r_2 + l'_9 s'_1 r_3 + l'_3 s'_2 r_4 + l'_6 s'_2 r_5 + l'_9 s'_2 r_6 + l'_3 s'_3 r_7 + l'_6 s'_3 r_8 + l'_9 s'_3 r_9 = 0 \\ R_q(2,1) = l'_1 s'_4 r_1 + l'_4 s'_4 r_2 + l'_7 s'_4 r_3 + l'_1 s'_5 r_4 + l'_4 s'_5 r_5 + l'_7 s'_5 r_6 + l'_1 s'_6 r_7 + l'_4 s'_6 r_8 + l'_7 s'_6 r_9 = -\delta \\ R_q(2,2) = l'_2 s'_4 r_1 + l'_5 s'_4 r_2 + l'_8 s'_4 r_3 + l'_2 s'_5 r_4 + l'_5 s'_5 r_5 + l'_8 s'_5 r_6 + l'_2 s'_6 r_7 + l'_5 s'_6 r_8 + l'_8 s'_6 r_9 = \alpha, \\ R_q(2,3) = l'_3 s'_4 r_1 + l'_6 s'_4 r_2 + l'_9 s'_4 r_3 + l'_3 s'_5 r_4 + l'_6 s'_5 r_5 + l'_9 s'_5 r_6 + l'_3 s'_6 r_7 + l'_6 s'_6 r_8 + l'_9 s'_6 r_9 = 0 \\ R_q(3,1) = l'_1 s'_7 r_1 + l'_4 s'_7 r_2 + l'_7 s'_7 r_3 + l'_1 s'_8 r_4 + l'_4 s'_8 r_5 + l'_7 s'_8 r_6 + l'_1 s'_9 r_7 + l'_4 s'_9 r_8 + l'_7 s'_9 r_9 = 0 \\ R_q(3,2) = l'_2 s'_7 r_1 + l'_5 s'_7 r_2 + l'_8 s'_7 r_3 + l'_2 s'_8 r_4 + l'_5 s'_8 r_5 + l'_8 s'_8 r_6 + l'_2 s'_9 r_7 + l'_5 s'_9 r_8 + l'_8 s'_9 r_9 = 0 \\ R_q(3,3) = l'_3 s'_7 r_1 + l'_6 s'_7 r_2 + l'_9 s'_7 r_3 + l'_3 s'_8 r_4 + l'_6 s'_8 r_5 + l'_9 s'_8 r_6 + l'_3 s'_9 r_7 + l'_6 s'_9 r_8 + l'_9 s'_9 r_9 = 1 \end{cases} \quad (18)$$

由(16)式, 令

$$\begin{cases} f_{i1}(x) = x_c - f \frac{r_1 X_o + r_2 Y_o + r_3 Z_o + t_x}{r_7 X_o + r_8 Y_o + r_9 Z_o + t_z} \\ f_{i2}(x) = y_c - f \frac{r_4 X_o + r_5 Y_o + r_6 Z_o + t_y}{r_7 X_o + r_8 Y_o + r_9 Z_o + t_z} \end{cases} \quad (19)$$

由(18)式, 令

$$\begin{cases} j_1(x) = R_q^2(1,1) + R_q^2(1,2) - 1, & j_2(x) = R_q(1,1) - R_q(2,2) \\ j_3(x) = R_q(1,2) + R_q(2,1), & j_4(x) = R_q(1,3) \\ j_5(x) = R_q(2,3), & j_6(x) = R_q(3,1) \\ j_7(x) = R_q(3,2), & j_8(x) = R_q(3,3) - 1 \end{cases}, \quad (20)$$

由  $R$  是单位正交矩阵, 满足:

$$\begin{cases} h_1(x) = r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 - 1, h_2(x) = r_4^2 + r_5^2 + r_6^2 - 1 \\ h_3(x) = r_7^2 + r_8^2 + r_9^2 - 1, h_4(x) = r_1 r_4 + r_2 r_5 + r_3 r_6, \\ h_5(x) = r_1 r_7 + r_2 r_8 + r_3 r_9, h_6(x) = r_4 r_7 + r_5 r_8 + r_6 r_9 \end{cases} \quad (21)$$

由(19)~(21)式构造最优的目标函数:

$$\text{Min } F(x) = \sum_{i=1}^n f_{i1}^2(x) + \sum_{i=1}^n f_{i2}^2(x) + M_1 \sum_{i=1}^8 j_i^2(x) + M_2 \sum_{i=1}^6 h_i^2(x), \quad (22)$$

式中  $M_1, M_2$  为罚因子, (19)~(22)式中  $x = [r_1 \ r_2 \ r_3 \ r_4 \ r_5 \ r_6 \ r_7 \ r_8 \ r_9 \ t_x \ t_y \ t_z]$ , 以(15)式求出的线性解作为初值, 利用 LM 最优化算法求解(22)式即可得到  $R, T$  的精确值。

### 2.4 相对位姿求解精度评价

评价相对位姿计算结果的好坏可以用反投影误差表示, 反投影误差越小表明计算结果越准确, 反之越差。

对于空间中任意一点  $p$ , 其在靶标坐标系下的三维坐标为  $(X_{op}, Y_{op}, Z_{op})$ , 在相机坐标系下的三维坐标为



$(X_{cp}, Y_{cp}, Z_{cp})$ , 像素坐标  $(u_p, v_p)$ , 像面坐标为  $(x_p, y_p)$ , 畸变补偿量为  $(\Delta x_p, \Delta y_p)$ , 由靶标坐标系到相机坐标系的旋转矩阵为  $R$ , 平移矩阵为  $T$ , 则知:

$$\begin{bmatrix} X_{cp} & Y_{cp} & Z_{cp} \end{bmatrix}^T = R \begin{bmatrix} X_{op} & Y_{op} & Z_{op} \end{bmatrix}^T + T, \quad (23)$$

由小孔成像模型知  $p$  点理想像面坐标:

$$x'_p = f \frac{X_{cp}}{Z_{cp}}, y'_p = f \frac{Y_{cp}}{Z_{cp}}, \quad (24)$$

$p$  点在  $x$ 、 $y$  方向的反投影误差表示为

$$E_x = x'_p - (x_p + \Delta x_p), E_y = y'_p - (y_p + \Delta y_p), \quad (25)$$

假设空间中有  $n$  个点, 则  $n$  个点在  $x$ 、 $y$  方向的平均反投影误差定义为

$$E_{xavg} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x'_i - (x_i + \Delta x_i)|, E_{yavg} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y'_i - (y_i + \Delta y_i)|. \quad (26)$$

### 3 仿真实验及分析

为了验证本文提出方法的测量精度和稳健性进行相对位姿测量仿真实验, 仿真中的相机模型参数: 焦距  $f=12 \text{ mm}$ , 成像大小为  $1280 \times 1024$ , 像元大小  $dx=dy=0.0053 \text{ mm}$ , 主点为  $(u_0, v_0)=(640, 512)$ , 仿真过程中相机无畸变; 仿真中靶标上的三维点坐标、相机倾角仪坐标系和相机坐标系、相机倾角仪坐标系和世界坐标系、靶标倾角仪坐标系和靶标坐标系、靶标倾角仪坐标系和世界坐标系的旋转平移矩阵均为随机产生。根据坐标系之间的关系求出两个倾角仪的输出角度和靶标坐标系到相机坐标系的旋转平移矩阵, 并根据倾角仪的测量精度给倾角仪的输出角度加上一定的高斯噪声, 由靶标坐标系到相机坐标系的旋转平移矩阵求出三维点在相机成像的二维像素坐标。在进行图像点噪声对相对位姿测量精度影响时, 给二维像素点加上平均值为 0 标准差为 0 到 5 个像素的高斯噪声, 在进行不同点数对相对位姿测量精度影响时, 设定像素点的噪声水平为平均值为 0 标准差为 1 个像素的高斯噪声, 分别利用本文所提出的方法与现存的其他方法重新计算靶标坐标系到相机坐标的旋转平移矩阵并与真值比较, 比较过程中旋转矩阵采用绕坐标轴旋转角的绝对误差表示, 平移矩阵采用相对误差表示, 仿真过程中程序运行 1000 次, 对比结果如图 3、4 所示。

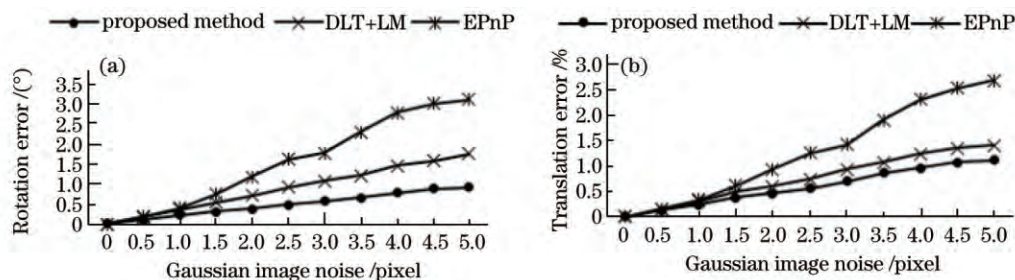


图 3 不同噪声下误差分布

Fig.3 Errors versus image noise

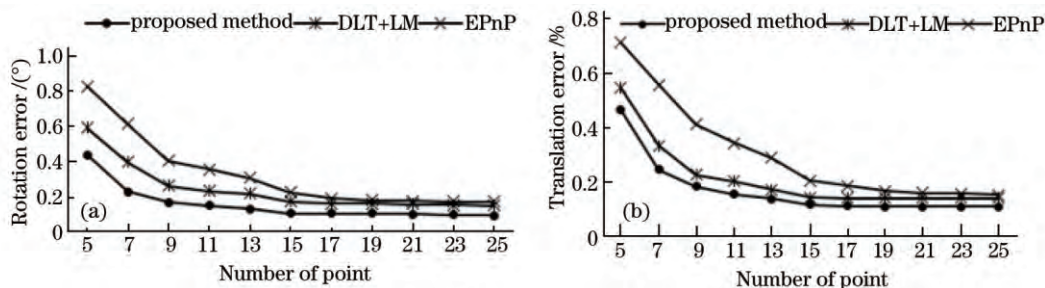


图 4 不同点数下误差分布

Fig.4 Errors versus number of points

分析图 3~4 数据可知, 与 DLT+LM、EPnP 方法相比, 本文提出的方法具有较高精度, 并且具有较强的抗

噪声干扰能力。

为了分析反投影误差与实际位姿测量误差的关系以及靶标三维点坐标误差、相机与倾角仪的标定误差、靶标与倾角仪的标定误差对位姿测量误差的影响,进行仿真实验,结果如图5~7所示。

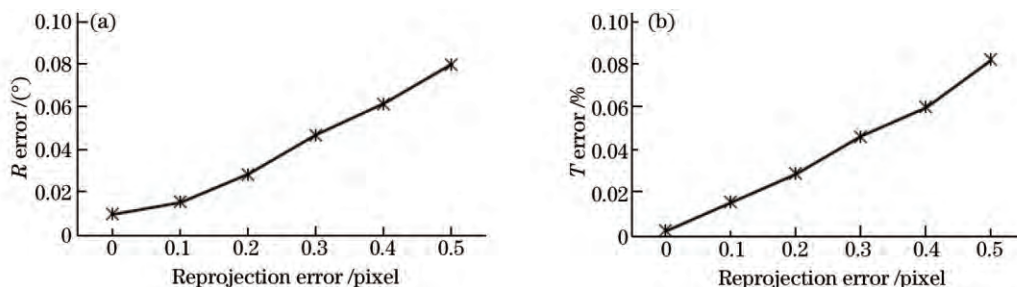


图5 反投影误差与位姿误差之间关系

Fig.5 Relationship between reprojection error and pose error

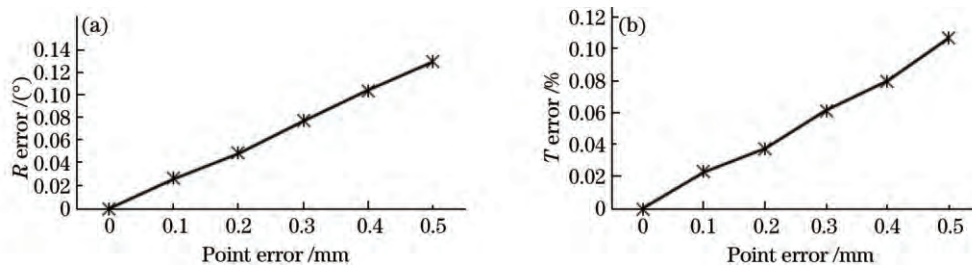


图6 靶标三维点坐标误差对位姿测量的影响

Fig.6 Influence of 3D points on pose error

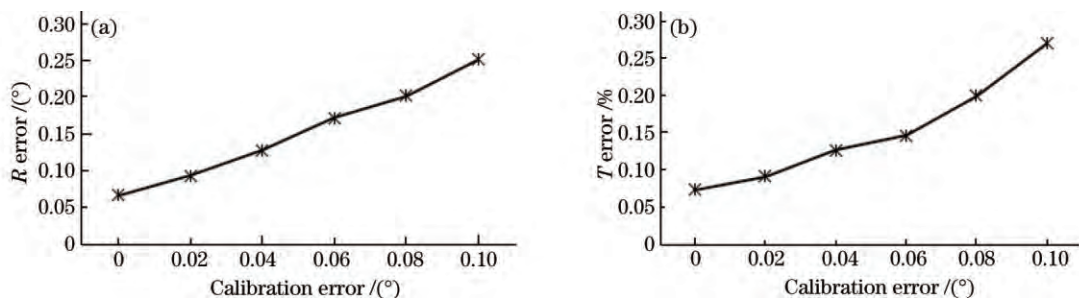


图7 标定误差对位姿测量误差的影响

Fig.7 Influence of calibration error on pose error

由图5~7可清晰地看到平均反投影误差与实际位姿测量误差的分布关系以及靶标三维点坐标误差、相机与倾角仪的标定误差、靶标与倾角仪的标定误差对位姿测量误差的影响分布。

#### 4 实际实验及分析

在实验室环境下搭建实验平台如下图8所示,实验中采用的相机 Point Grey 品牌的 Blackfly 系列相机,传感器尺寸为 1/1.8 inch(1inch=2.53 cm),成像大小为 1280×1024,像元大小为  $dx=dy=5.3 \mu\text{m}$ ,采用的镜头是

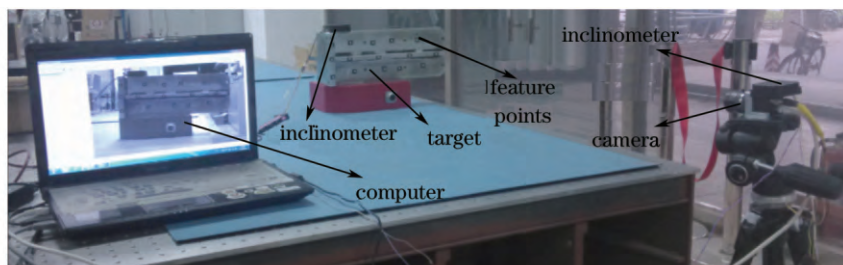


图8 实验

Fig.8 Experiment

Computar公司标称焦距为 12 mm 的镜头,实验中使用的倾角传感器的测量范围为 $\pm 15^\circ$ ,室温下的测量精度为 $\pm 0.01^\circ$ ,实验过程中相机内参数提前标定已知,靶标上特征点的三维坐标通过影像仪测量得到,相机倾角仪坐标系和相机坐标系、靶标倾角仪坐标系和靶标坐标系的关系利用文献[15-18]中提到的方法标定得到。

利用本文所提出的方法获得靶标坐标系到相机坐标系的旋转平移矩阵如下:

$$R = \begin{bmatrix} -0.971249 & -0.114358 & -0.208798 \\ -0.098888 & 0.991621 & -0.083114 \\ 0.216554 & -0.060076 & -0.974421 \end{bmatrix}, T = \begin{bmatrix} -68.465 \text{ mm} \\ 47.841 \text{ mm} \\ 868.804 \text{ mm} \end{bmatrix}. \quad (27)$$

利用上述测量结果,求取特征点的反投影误差分布如图 9 所示。

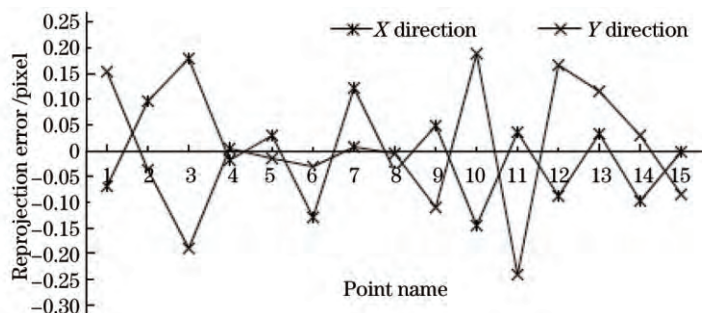


图 9 反投影误差分布图

Fig.9 Reprojection error

由图 9 分析可知,本文提出的相对位姿测量方法对特征点在  $x$  方向的平均反投影误差为 0.076 pixel,在  $y$  方向的平均反投影误差为 0.092 pixel,表明本方法具有较高测量精度。

## 5 结 论

本文提出了一种基于视觉与倾角传感器组合的高精度相对位姿测量方法,仿真实验表明,该方法具有较高测量精度,并且对噪声具有较强的稳健性,实际实验表明本文提出的方法对特征点在  $x$  方向的平均反投影误差为 0.076 pixel,在  $y$  方向的平均反投影误差为 0.092 pixel,本方法对空间点在两个方向上的平均反投影误差均在 0.1 pixel 以内,精度较高,具有很好的应用价值。

## 参 考 文 献

- 1 Zhao Lianjun. Research on Mono-Vision Pose Measurement Based on Features of Target[D]. Beijing: University of Chinese Academy of Sciences, 2014: 5-20.  
赵连军. 基于目标特征的单目视觉位置姿态测量技术研究[D]. 北京: 中国科学院大学, 2014: 5-20.
- 2 Miao Xikui, Zhu Feng, Ding Qinghai, *et al.*. Monocular vision pose measurement based on docking ring component[J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33 (4): 0412006.  
苗锡奎, 朱 枫, 丁庆海, 等. 基于星箭对接环部件的飞行器单目视觉位姿测量方法[J]. 光学学报, 2013, 32(4): 0412006.
- 3 Chao Zhichao, Fu Sihua, Jiang Guangwen, *et al.*. Mono camera and laser rangefinding sensor position-pose measurement system[J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31(3): 0312001.  
晁志超, 伏思华, 姜广文, 等. 单目摄像机-激光测距传感器位姿测量系统[J]. 光学学报, 2011, 31(3): 0312001.
- 4 Chen Peng, Hu Guangda, Liu Xiaojun. Camera pose estimation based on virtual control points[J]. Chinses J Lasers, 2012, 39(11): 1108003.  
陈 鹏, 胡广大, 刘晓军. 基于虚拟控制点的像机姿态测量算法[J]. 中国激光, 2012, 39(11): 1108003.
- 5 Fischler M, Bolles R. Random sample consensus: a paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography[J]. Communications of the ACM, 1981, 24(6): 381-385.
- 6 Wang Zichen, Dai Ming, Li Gang, *et al.*. Apparatus design for surveying relative angular translation of airborne optoelectronic platform [J]. Chinses J Lasers, 2013, 40(9): 0908007.  
王子辰, 戴 明, 李 刚, 等. 机载光电平台相对角位移测量系统设计[J]. 中国激光, 2013, 40(9): 0908007.
- 7 Wu Fuchao, Hu Zhanyi. A linear method for the PnP problem[J]. Journal of Software, 2003, 14(3): 682-688.  
吴福朝, 胡占义. PnP 问题的线性求解算法[J]. 软件学报, 2003, 14(3): 682-688.
- 8 Xia Junying. Researches on Monocular Vision Based Pose Measurements for Space Targets[D]. Hunan: National University of Defense



- Technology, 2012:15-60.
- 夏军营. 空间目标的单目视觉位姿测量方法研究[D]. 湖南:国防科学技术大学, 2012: 15-60.
- 9 Abdel-Aziz Y I, Karara H M. Direct linear transformation into object space coordinates in close-range photogrammetry[C]. In Proc Symp Close-Range Photogrammetry, 1971: 1-18.
- 10 Tsai R Y. A versatile camera calibration technique for high-accuracy 3D machine vision metrology using off-the-shelf TV cameras and lenses[J]. Robotics and Automation, IEEE Journal of, 1987, 3(4): 323-344.
- 11 Moreno-Noguer F, Lepetit V, Fua P. Accurate non-iterative o (n) solution to the pnp problem[C]. Computer Vision, IEEE 11th International Conference on, 2007: 1-8.
- 12 Wu Fuchao. Mathematical Methods in Computer Vision[M]. Beijing: Science Press, 2008: 256-257.
- 吴福朝. 计算机视觉中的数学方法[M]. 北京: 科学出版社, 2008: 256-257.
- 13 Dissanayake M W M G, Newman P, Clark S, *et al.*. A solution to the simultaneous localization and map budding (SLAM) problem[J]. IEEE Trans on Robotics and Automation, 2001, 17 (3): 229-241.
- 14 Kim J, Sukkarieh S. 6DoF SLAM aided GNSS/INS navigation in GNSS denied and unknown environments[J]. Journal of Global Positioning Systems, 2005, 4(1-2): 120-128.
- 15 D'Alfonso L, Garone E, Muraca P, *et al.*. On the use of the inclinometers in the PnP problem[C]. Control Conference (ECC), 2013 European, 2013: 4112-4117.
- 16 D'Alfonso L, Garone E, Muraca P, *et al.*. On the use of IMUs in the PnP problem[C]. Robotics and Automation (ICRA), 2014 IEEE International Conference on, 2014: 914-919.
- 17 Lobo J, Dias J. Relative pose calibration between visual and inertial sensors[J]. The International Journal of Robotics Research, 2007, 26(6): 561-575.
- 18 Mirzaei F M, Roumeliotis S I. A Kalman filter-based algorithm for IMU-camera calibration: observability analysis and performance evaluation[J]. Robotics, IEEE Transactions on, 2008, 24(5): 1143-1156.

栏目编辑: 何卓铭