E-mail: jig@radi.ac.cn Website: www.cjig.cn Tel: 010-64807995

JOURNAL OF IMAGE AND GRAPHICS ②中国图象图形学报版权所有

中图法分类号: TP391.4 ,TP212 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2017)09-1270-09

论文引用格式: Zhou Z C Lyu W Liu Y Xu Z E Ma J. Calibration of a linear camera based on a two-axis pan-tilt mechanism via angle measurement

[J]. Journal of Image and Graphics 2017 22(9):1270-1278. [周梓聪 ,吕武 ,刘阳 ,许泽恩 ,马杰. 二轴转台测角法用于线阵相机几何参数标定

[J]. 中国图象图形学报 2017 22(9):1270-1278. ][DOI:10.11834/jig.170066]

# 二轴转台测角法用于线阵相机几何参数标定

# 周梓聪',吕武',刘阳',许泽恩',马杰'

1. 华中科技大学多谱信息处理技术国家重点实验室 武汉 430074; 2. 中国船舶工业系统工程研究院 北京 100036

摘 要:目的 目前对线阵相机的几何参数标定方法比较少,而且已有标定方法都需要特殊、高精度要求的设备,为此提出一种基于二轴转台测角法的线阵相机标定方法。通过简单的设备高精度求取线阵相机的内参数和畸变参数。方法 通过简化面阵相机成像模型,建立线阵相机成像模型且推导出参数计算公式,提出测角法标定流程并设计了专门的标定板,利用图像边缘检测得到标定板黑白条纹的边缘点坐标。结合二轴转台的角度信息,代入成像模型中,主要采用最小二乘法和迭代优化算法,求取线阵相机的内参和畸变参数。同时指出了该方法的适用性和标定精度依赖于转台精度、镜头视场角和感光器件分辨率。结果 对 3 只不同焦距的镜头进行标定实验,分析了内参数和畸变参数迭代优化过程,焦距的标定精度优于 5 μm、主点的标定精度优于 3 μm,与其他文献中高成本方法进行相比,处于同一数量级。结论 提出一种新的线阵相机几何参数标定方法,该方法利用低成本二轴转台和黑白条纹标定板即可高精度标定出线阵相机几何参数。该方法的适用性依赖转台精度、镜头视场角和感光器件分辨率,对于步长为0.012 9°的转台和分辨率为1 436的线阵相机,最多只能标定焦距为 16 mm 的镜头,而焦距更长的镜头需要更高精度的转台。

关键词: 线阵相机; 几何参数标定; 二轴转台; 测角法; 黑白条纹标定板

# Calibration of a linear camera based on a two-axis pan-tilt mechanism via angle measurement

Zhou Zicong<sup>1</sup>, Lyu Wu<sup>2</sup>, Liu Yang<sup>1</sup>, Xu Ze'en<sup>1</sup>, Ma Jie<sup>1</sup>

- Nation Key Laboratory of Science and Technology on Multi-Spectral Information Processing, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China;
- 2. System Engineering Research Institute of China State Shipbuilding Corporation , Beijing 100036 , China

**Abstract**: **Objective** The methods for calibrating a linear camera are limited, and most of them require special and high-accuracy equipment. The calibration of a linear camera is performed to obtain focus length, principal point, and distortion parameters. A linear model cannot be solved without additional constraints because the imaging model for a linear camera differs from that for a planar camera. This study proposed a new method for calibrating a linear camera based on a two-axis pan-tilt mechanism using angle measurement and a black-and-white striped board. We reduced the number of internal, ex-

收稿日期: 2017-03-13; 修回日期: 2017-05-19; 预印本日期: 2017-05-26

基金项目: 智慧海洋科技创新基金项目(2015HUST); 上海航天科技创新基金项目(sast2016063)

通信作者: 马杰 教授 E-mail: majie@ mail. hust. edu. cn

Supported by: Wisdom Marine Technology Innovation Fund (2015HUST); Shanghai Aerospace Science and Technology Innovation Fund (sast2016063)

ternal, and distortion parameters, and then made the model solvable by simplifying the planar camera model and providing considerable constraint information. We mainly used the least squares method and iterative optimization to obtain stable results. Results showed that the accuracy of this study could reach the same micron level of other research that used expensive equipment. Method The most popular method for planar camera calibration is the method of Zhang, which uses a chess board to gain world and image coordinate points and the congruent relationship among these points to calculate homography matrix. The internal parameters can be determined from the homography matrix via singular value decomposition, and the distortion parameters are obtained using Brown's method. However, a linear camera model differs from a planar camera model. Therefore, the method of Zhang cannot be used to calibrate a linear camera, and constraints are insufficient to solve the model. We established a linear camera model by limiting the dimensions of a planar camera model to only one based on the planar camera model and method of Zhang. Only two internal parameters should be solved , namely , focus length and principal point. However, many external parameters were required to be calculated, but the constraints were inadequate, thereby causing the model to become unsolvable. We designed a calibration board to create additional constraints to reduce the unknown external parameters. We then proposed a procedure for calibrating a linear camera, which adjusted the pose of the two-axis pan-tilt mechanism and the black-and-white striped board. Finally, the external parameters could be reduced to only two. However, the linear camera model remained unsolvable. We used a two-axis pan-tilt mechanism to obtain angle information to solve the problem. We calculated the internal and external parameters of the linear camera by using the edge points of the black-and-white striped board obtained via edge detection, the angles measured using the two-axis pan-tilt mechanism, the geometric model, and the least squares method. We acquired the initial value of the internal parameters and integrated them into the distortion formula , which was simplified from the distortion model for the planar camera model, to determine the initial value of the distortion parameters. Subsequently, iterative optimization was performed to optimize the internal and distortion parameters to gain stable results. The applicability and precision of this calibration method depend on three factors: the precision of the two-axis pan-tilt mechanism, the lens angle , and the resolution of the CCD camera. Result In the experiment , we repeatedly measured the internal and distortion parameters of three lenses (6 mm, 8 mm, and 10 mm) based on the proposed method and analyzed the iterative optimization of the internal and distortion parameters , which could achieved a stable result within four iterations. We then used relative standard deviation (RSD) to calculate calibration accuracy. The RSD of the focus length of the three lenses was less than 0.05%, whereas the RSD of the principal point was less than 0.1%. Therefore, the proposed method is feasible and stable. Focal length calibration accuracy was better than 5 µm , whereas principal calibration accuracy was better than 3 μm. Compared with other studies that used expensive equipment for calibration , we could achieve the same micron level accuracy with a low cost. We simply used a two-axis pan-tilt mechanism and a printed calibration board, and calibration could be performed anywhere using this simple equipment. This approach can save significant money , time , and work. Nevertheless, the applicability of this method depends on the precision of the two-axis pan-tilt mechanism, the lens angle, and the resolution of the CCD camera. If the step size of the two-axis pan-tilt mechanism is 0.012 9° and the resolution of the CCD camera is 1 436, then this calibration method can work the best on a 16 mm lens. For a lens with longer focus length, the precision of the two-axis pan-tilt mechanism should be increased. Conclusion This study proposed a new method for calibrating a linear camera , which established the model for a linear camera , derived the formulas , and provided the calibration process. The feasibility of this method was also analyzed. The linear camera model was built by simplifying the planar camera model. The number of parameters to be solved was reduced to a minimum by adjusting the pose of the two-axis pan-tilt mechanism and the black-and-white striped board. We used angle information from the two-axis pan-tilt mechanism to make the model solvable, and iterative optimization was performed to obtain reliable and stable internal and distortion parameters. Three lenses with different focus lengths were tested based on our method to calculate the internal and distortion parameters. The result showed that the accuracy of this study could reach the same micron level as that of other research that used expensive equipment. We can test only lenses with a focus length that does not exceed 16 mm because of the limit in the precision of the two-axis pan-tilt mechanism and the resolution of the CCD camera. If we intend to calibrate lenses with longer focus lengths, then we will require a two-axis pan-tilt mechanism with higher precision. Further study will be conducted using better equipment to test more lens under different situations.

Key words: linear camera; calibration; two-axis pan-tilt mechanism; angle measuring; black-and-white striped board

# 0 引 言

线阵相机具有幅宽大 成像速度快、像素密度高、可灵活组合等特点在大画幅成像、工业检测、遥感成像等领域 具有重要的应用价值<sup>[1-2]</sup>。由于线阵相机的应用场合往往对成像精度具有很高的要求 因此求取线阵相机的内参数、畸变参数 对线阵相机成像进行标定具有十分重要的理论和现实意义。

目前来说,线阵相机的标定目前主要以实验室高精度标定为主,并没有类似于面阵相机那样通用、便捷的棋盘标定法<sup>[3]</sup>。传统的线阵相机使用直接线性变换的方法,利用已知的空间3维坐标和对应像坐标的关系,求取模型中的参数,但并不求取内参数等几何参数。吴国栋等人<sup>[4]</sup>提出了精密测角法,利用高精度2维转台、大口径平行光管、气浮隔振平台、超净实验室等多个实验设备,对主点的标定精度优于1 μm 相对畸变的精度可优于1×10<sup>-4</sup>。

张洪涛等人[5] 基于线阵相机的扫描前进方向 建立线阵相机模型 利用 "平行线—斜线"标定板以 及标定板和相机准确的相对位移信息,分两步求取 模型的参数: 先求取了模型的内参数,再求外参数, 不过该模型没有推算出焦距、主点等这些传统意义 上的参数。李晶等人[6]使用3维发光立体靶标作为 参考物 并结合 BP 神经网络求取参数 然而同样没 有计算出内参和畸变参数。而文献[7]使用了与本 文相似的模型,使用了一款平行扫描式的线阵相机, 可得到2维的图像并使用类似棋盘标定法[3]中求解 参数的方法求解出线阵相机的内参数和外参数。文 献[8]则使用了一个由两个平面组成的立体标定 板 通过交比不变原理 求取标定板上的 3 维坐标信 息 然后通过两步法[9] 求取出线阵相机的参数。文 献[10]则使用一个平行于光轴的平面,利用平面上 的已知坐标点进行参数标定。

本文提出了一种基于二轴转台的线阵相机几何 参数标定方法,设计黑白条纹标定板,并利用线阵相 机模型,可以相对便捷地、低成本地实现主点、焦距、 畸变参数的标定。

# 1 面阵相机几何参数标定原理

本文使用的线阵相机标定模型是参考面阵相机

标定模型 将其对关键参数的估计问题由 2 维坐标表达 转换到 1 维坐标表达。

传统的面阵相机模型基于图 1 所示的小孔成像原理所建立。

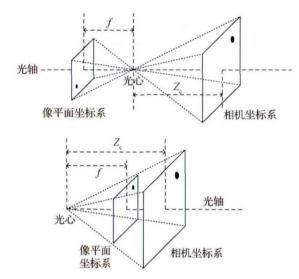


图 1 小孔成像原理

Fig. 1 Principle of pinhole imaging

求解面阵相机模型的参数的经典方法是张正友 的棋盘标定法<sup>[3]</sup>。

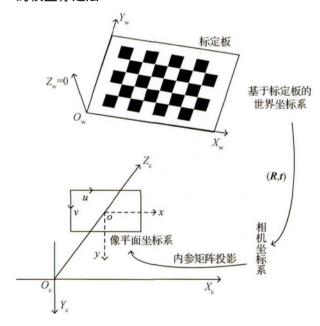


图 2 面阵相机模型

Fig. 2 Model of planar camera

世界坐标系(或物体坐标系)建立在棋盘标定板上  $Z_w$  始终保持为 0。通过旋转变换和平移变换 将标定板的坐标从世界坐标系转换到相机坐标系中;然后再通过小孔成像原理 将相机坐标系中的

坐标投影到像平面坐标系下;最后将像平面的物理 坐标转换为像素坐标。其3个过程可以由下面的表 达式描述,分别对应3个矩阵为

$$Z_{c} \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\mathrm{d}x} & 0 & u_{0} \\ 0 & \frac{1}{\mathrm{d}y} & v_{0} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{t} \\ \mathbf{0}^{\mathrm{T}} & \mathbf{1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{w} \\ Y_{w} \\ Z_{w} \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$(1)$$

$$Z_{c}\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{x} & 0 & u_{0} & 0 \\ 0 & f_{y} & v_{0} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{t} \\ \mathbf{0}^{\mathrm{T}} & \mathbf{1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{w} \\ Y_{w} \\ Z_{w} \\ 1 \end{bmatrix}$$
 (2)

式(1)(2)描述了由真实空间的某3维点到图像中对应点的几何转换关系<sup>[3]</sup> 棋盘格上的某角点的世界坐标系3维坐标已知为 $[X_w,Y_w,Z_w,1]^T$ ,对应的 $[u,p,1]^T$ 是图像中的点;通过这些已知的点的对应关系利用旋转矩阵的正交约束,求出内参数和标定板不同姿态下的外参数,即矩阵里的各种参数。

在文献 [11] 中指出,因为表示平面投影视场的所有目标只需要 4 个点,所以 N 的有效个数实际为 4 ,于是不等式变成  $2 \times 4K \ge 6K + 4$ 。 面阵相机采集的图像张数 K 只要大于等于 2 就有解,然而为了得到高质量的结果,标定过程中需要至少 10 幅  $7 \times 8$  或更大棋盘的图像。

# 2 线阵相机几何参数标定方法

## 2.1 线阵相机标定模型

基于面阵相机成像模型来对线阵相机标定模型 进行推导。有图 3 所示的几何关系。

世界坐标系建立在标定板上,通过旋转和平移 变换,将标定板上的坐标换算到相机坐标系下,再投 影到像平面坐标系,最后变换到像素坐标系。

由于线阵图像只有一条线 // 轴方向没有信息 /

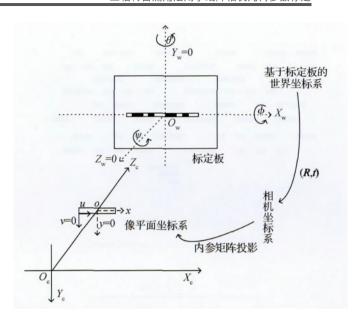


图 3 线阵相机模型

Fig. 3 Model of linear camera

则需要标定的内参只有两个 假设为 $f_x \setminus u_0$ 。

求解参数所需的约束条件变为  $NK \ge 6K + 2$ 。 一个边缘点只能提供一个方程(y 轴方向没有信息)。同样 ,外参有 6K 个; 内参为 2 个  $f_{x}$   $u_{0}$  。

由平面投影关系,可知表示直线投影视场的所有目标只需要 2 个点,所以 N 的有效个数为 2。则约束方程变成:  $2K \ge 6K + 2$ 。显然,该不等式无解,所以必须要引入别的约束条件,或者减少外参数的个数,才能求出内参。

为了减少外参的个数,本文设计了如图 4 所示的标定板:

- 1) 标定板上为对称分布的黑白线段,左右两边的黑白线段互相对应 如图 4 所示,其中 a 点是对称中心,也是黑白条纹的中心点。
- 2) 线段长度有 3 种: 3 cm、2 cm、1 cm 高度均为 5 mm 如图 4 中 c 框所示。
- 3) 不同长度的线段组合成多条黑白条纹 ,通过 采集不同条纹的信息 ,可得到多组标定点 ,减少结果 误差。

假设世界坐标系的  $X_w$ 、 $Y_w$  轴分别平行于相机 坐标系的  $X_c$ 、 $Y_c$  轴。如图 5 所示 ,调整标定板角度 ,使转台转动过程中线阵 CCD 始终对准某一条纹 ,此时  $\psi$  为 0;  $\phi$  的大小对黑白线段在线阵 CCD 中成像没有影响  $\phi$  可以当作 0; 由于透视关系  $\theta$  会显著影响条纹的长度测量 ,本文在采集数据时 ,通过保持图像中左右两边黑白线段的像素长度对称 ,将  $\theta$  约束

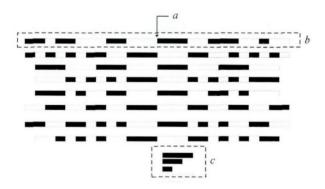


图 4 黑白条纹标定板

Fig. 4 Black-and-white striped board

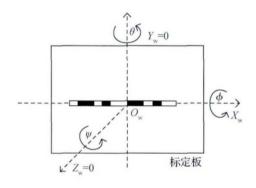


图 5 标定板的角度

Fig. 5 Angles of the calibration board

为0。最终旋转矩阵R可近似为一个单位矩阵。

而对于平移向量  $t = [t_x \ t_y \ t_z]^T$  来说 ,线阵 CCD 始终对准黑白线段 ,于是  $t_y = 0$ 。最终外参数 减少至两个 即  $t_x \ t_z$ 。

于是有约束方程 2K > 2K + 2。需要求解的外参和内参个数已经无法减少了,边缘点提供的方程个数也无法增加,所以通过引入其余的外部约束,比如利用精确的位移信息<sup>[5]</sup>,或激光辅助法<sup>[12]</sup>,或角度测量法<sup>[4]</sup>,获得更多约束条件使得方程可解。

位移法和激光法这两者方法都需要设备精确安装 不然安装误差会对结果造成很大影响,但高精度的实验平台很容易导致高成本。而如果使用二轴转台,则可以通过对转台进行角度和姿态的调整,最大化地消除安装误差(如3.2 节标定流程所示),并利用测角法方便地计算出内参数,而且成本相对很低。

上述过程可以得到一个表达式为

$$Z_{c}\begin{bmatrix} u \\ v = 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{x} & 0 & u_{0} & 0 \\ 0 & f_{y} & v_{0} = 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{I} & \boldsymbol{t} \\ \boldsymbol{0}^{T} & \boldsymbol{1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{w} \\ Y_{w} = 0 \\ Z_{w} = 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$(3)$$

#### 2.2 线阵相机内参标定

假设旋转矩阵 R 已被约束为一个单位矩阵 ,并且 图像中心  $u_m$  对准了标定板上黑白条纹的中心点 ,可以将模型进一步简化为图 6 所示。

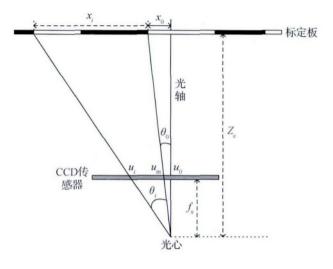


图 6 几何分析

Fig. 6 Geometric analysis

其中  $\mu_{\rm m}$  是图像中心点  $\mu_0$  是主点  $\mu_i$  是边缘点在图像中的位置。如果将处于图像中心点的那个边缘点当作世界坐标原点的话 ,那么  $t_X=x_0$  , $t_Z=Z_c$ 。模型的表达式可以化简为

$$Z_{c}\begin{bmatrix} u \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{x} & v_{0} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & t_{X} \\ 0 & t_{X} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{w} \\ 1 \end{bmatrix} \tag{4}$$

由于安装误差 绝大多数情况下主点  $u_0$  是偏离图像中心点  $u_m$  的,即不重合。所以在小孔模型中,主点和图像中心点会形成一个夹角  $\theta_0$ ; 另外,假设图像中心点和其他边缘点形成的夹角为  $\theta_i$ (这里设 $u_m$  左侧的  $\theta_i$  为负值  $\mu_m$  右侧的为正值),并有以下关系

$$\frac{u_{\rm m} - u_0}{f_x} = \tan \theta_0 \tag{5}$$

$$\frac{u_i - u_0}{f_x} = \tan(\theta_i + \theta_0) =$$

$$\frac{\tan \theta_i + \tan \theta_0}{1 - \tan \theta_i \cdot \tan \theta_0} \tag{6}$$

一般  $\tan\theta_0$  趋近于 0( 在表 2 所示的实验数据中证实, $\tan\theta_0$  | <0.05),且 4 mm 焦距以上的镜头的视场角通常小于  $90^\circ$ ,则  $\theta_i$  | 最大值小于  $45^\circ$ ( 视场角的一半),即  $\tan\theta_i$  | <1,所以可以认为  $\tan\theta_i$  •  $\tan\theta_0 \approx 0$ 。于是

$$\frac{u_i - u_0}{f_x} = \frac{\tan \theta_i + \tan \theta_0}{1 - \tan \theta_i \cdot \tan \theta_0} \approx \tan \theta_i + \tan \theta_0$$

$$\frac{u_i - u_m}{f_x} = \tan \theta_i$$
(7)

如果 $|\tan \theta_0| > 0.1$  或视场角超出  $90^\circ$ 时 ,本文的方法难以保证结果的准确性。

给定  $i = 1 \ 2 \ \cdots \ n$  个点对应的方程组式(7),可以表示为向量的形式,即

$$\begin{pmatrix} \tan \theta_1 \\ \tan \theta_2 \\ \vdots \\ \tan \theta_n \end{pmatrix} f_x = \begin{pmatrix} u_1 - u_m \\ u_2 - u_m \\ \vdots \\ u_n - u_m \end{pmatrix}$$
 (8)

化为  $\mathbf{a} \cdot f_x = \mathbf{b}$  ,于是  $f_x$  的线性最小二乘解为  $f_x = (\mathbf{a}^T \cdot \mathbf{a})^{-1} \cdot \mathbf{a}^T \cdot \mathbf{b}$  ,作为  $f_x$  的一个初值。

将式(6)展开,有

$$\tan \theta_i \cdot \tan^2 \theta_0 + \frac{u_i - u_m}{f_x} \cdot \tan \theta_i \cdot \tan \theta_0 +$$

$$\tan \theta_i - \frac{u_i - u_m}{f_x} = 0$$
(9)

式(8) 中只有  $\tan \theta_0$  是未知数 ,设为 x ,其余变量都已知且为向量 则可写成

$$\mathbf{A} \cdot x^2 + \mathbf{B} \cdot x + \mathbf{C} = \mathbf{0} \tag{10}$$

并得到目标函数

$$f(x) = \|\mathbf{A} \cdot x^2 + \mathbf{B} \cdot x + \mathbf{C}\|^2 \tag{11}$$

然后利用黄金分割搜索法和抛物线插值法<sup>[13]</sup>,求出目标函数最优解 x ,此 x 即为  $\tan \theta_0$  的解。将  $\tan \theta_0 f_x$  代入式(5) 中,可求得主点  $u_0$  的一个初值。

然后采用迭代的方法对  $f_{x}$   $u_0$  进行优化:

- 1) 利用当前的  $\tan \theta_0 \setminus u_0$  ,重新代入式(6) 中 ,再 利用最小二乘法 ,求出新的  $f_s$ ;
- 2) 将当前的  $\tan \theta_0$ 、 $f_x$  代入式(5) 中 ,求出新的  $u_0$ ;
- 3) 重复步骤 1) 2) ,直到  $f_x \setminus u_0$  收敛到稳定值(变化小于 0.5%) ,或迭代次数超出 15 次;
- 4) 收敛成功则  $f_x \setminus u_0$  可以当作初步的结果; 收敛失败说明数据有误, 需要重新采集数据。

## 2.3 畸变参数计算

面阵 CCD 的畸变主要是径向畸变和切向畸变 , 有相机成像模型

$$\tilde{u}_{i} = f_{x} \begin{bmatrix} \bar{x}_{i} (1 + k_{1} \rho_{i}^{2} + k_{2} \rho_{i}^{4}) + \\ 2k_{3} \bar{x}_{i} \bar{y}_{i} + k_{4} (\rho_{i}^{2} + 2\bar{x}_{i}^{2}) \end{bmatrix} + u_{0}$$

$$\tilde{v}_{i} = f_{y} \begin{bmatrix} \bar{y}_{i} (1 + k_{1} \rho_{i}^{2} + k_{2} \rho_{i}^{4}) + \\ k_{2} (\rho_{i}^{2} + 2 \bar{y}_{i}^{2}) + 2 k_{4} \bar{x}_{i} \bar{y}_{i} \end{bmatrix} + v_{0} \quad (12)$$

$$\begin{pmatrix} \bar{x}_i \\ \bar{y}_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_c / Z_c \\ Y_c / Z_c \end{pmatrix}$$
 (13)

式中  $(\tilde{u}_i, \tilde{v}_i)$  为原图像中带畸变的点坐标  $(\bar{x}_i, \bar{y}_i)$  为理想标准图像坐标  $\rho_i = \sqrt{\bar{x}_i^2 + \bar{y}_i^2}$  为径长  $k_1 \times k_2$  为径向畸变  $k_3 \times k_4$  为切向畸变。

而在线阵 CCD 中,由于图像只有一行数据,无法测出切向畸变,所以忽略切向畸变,于是模型为

$$\tilde{u}_i = f_x \cdot \bar{x}_i (1 + k_1 \rho_i^2 + k_2 \rho_i^4) + u_0$$
 (14)

 $\gamma$  方向上没有信息 则  $\rho_i = \bar{x}_i$  有

$$\tilde{u}_i = f_x \cdot \bar{x}_i (1 + k_1 \bar{x}_i^2 + k_2 \bar{x}_i^4) + u_0$$
 (15)

给定  $i = 1 \ 2 \ , \cdots \ , n$  个点对应的方程组式(15) ,可以表示为矩阵的形式 ,即

$$\begin{pmatrix} f_{x} \cdot \bar{x}_{1}^{3} & f_{x} \cdot \bar{x}_{1}^{5} \\ f_{x} \cdot \bar{x}_{2}^{3} & f_{x} \cdot \bar{x}_{2}^{5} \\ \vdots & \vdots \\ f_{x} \cdot \bar{x}_{n}^{3} & f_{x} \cdot \bar{x}_{n}^{5} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_{1} \\ k_{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{u}_{i} - u_{0} - f_{x} \cdot \bar{x}_{1} \\ \tilde{u}_{i} - u_{0} - f_{x} \cdot \bar{x}_{2} \\ \vdots \\ \tilde{u}_{i} - u_{0} - f_{x} \cdot \bar{x}_{n} \end{pmatrix}$$

$$(16)$$

化为  $D \cdot k = d$ ,于是 k 的线性最小二乘解为  $k = (D^{T} \cdot D)^{-1} \cdot D^{T} \cdot d$ 。其中  $\bar{x}_{i}$  为标定板上的标准点

位置
$$inom{X_{ci}/Z_{ci}}{Y_{ci}/Z_{ci}}$$
或者是标准的角度信息  $an( heta_{ ext{i}}+ heta_{ ext{0}})$  ,

两者都可以作为标准坐标值。

## 2.4 结果优化

采用迭代方法进行结果的优化。基本步骤 如下:

- 2) 根据当前的 $f_x \setminus u_0$  和最小二乘法求出畸变参数  $k_1 \setminus k_2$ ;
- 3) 利用求得的  $k_1 \setminus k_2$  校正图像 ,即校正边缘点的图像坐标值  $u_i$ ;
  - 4) 基于校正后的  $u_i$  求取新的内参  $f_x \setminus u_0$ ;
- 5) 重复步骤 2) —4) ,直到  $f_x$ 、 $u_0$ 、 $k_1$ 、 $k_2$  均收敛 到稳定值(变化小于 0.5%),或迭代次数超出 15 次。收敛到稳定值说明有解,达到 15 次迭代是还未收敛说明求解失败。

# 3 实验环境与标定流程

#### 3.1 实验设备

如图 7 所示,实验设备为二轴转台(步进精度  $0.012~9^\circ$ ,成本 2~000~元)、标定板、支架、PC 机。将 面阵 CCD 相机(分辨率为 $1~436\times758$ ,像元尺寸为  $3.2~\mu m \times 3.2~\mu m$ ) 取其中间行模拟线阵相机。

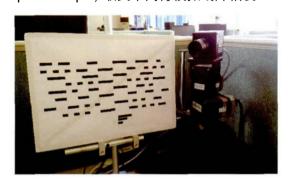


图 7 实验设备与标定板

Fig. 7 Experimental equipment and calibration board

#### 3.2 标定流程说明

- 1) 将线阵相机安装在二轴转台水平旋转中心 上 ,成像方向为水平方向。
- 2) 分别调整标定板和线阵相机的姿态和位置, 使得图像对准标定板上的某一行黑白条纹,而且转 台的水平转动不会使视场离开黑白条纹。
- 3) 调整标定板角度( 视场中心始终对准黑白条纹中心),让左右两边黑白线段的像素长度尽可能相等且占据整幅图像,记录此时每个边缘点到中心点的像素长度  $u_i$ 。
- 4) 使转台水平转动 利用转台测出每个边缘点的  $\theta_{i}$ 。
- 5) 重复上述操作,直到采集到10组以上条纹信息。
- 6) 采用本文计算方法,计算出内参数、畸变 参数。

#### 3.3 适用性分析

测角标定法的适用性依赖于转台的精度、镜头的视场角和 CCD 的分辨率。

设云台的步进精度 ,即每步的角度为  $\alpha$ ; 镜头的 视场角为 $\chi$ ; CCD 的分辨率为 N; 那么视场中每个像 素点所占的视场角大小为  $\beta = \chi/N$ 。如果  $\beta < \alpha$  ,说 明云台无法有效地测出每个像素点对应的角度

信息。

可以认为当  $\beta = \alpha$  时,达到了转台分辨率的极限。在进行实验之前,先测出云台的精度  $\alpha$ 、和镜头对应的  $\beta$ ,如果  $\beta > \alpha$ ,则该镜头可以采用本文的测角法进行标定,否则需要更高精度的转台。

# 4 实验结果与分析

## 4.1 实验结果

对 3 只镜头进行了重复标定实验 ,结果如表 1 所示。

表 1 重复标定实验结果
Table1 Repeated calibration results

镜头/mm	$f_x$	$u_0$	$k_1$	$k_2$
6	1 654.0	801.0	-0.0969	0.233 8
	1 654.1	800.4	-0.095 4	0.209 3
	1 653.3	801.6	-0.101 2	0.266 3
	1 654.6	800.6	-0.100 5	0.257 5
	1 652.9	801.5	-0.0989	0.243 9
	1 652.8	800.7	-0.097 1	0.240 2
	2 107.8	838.5	-0.100 3	0.590 5
	2 106.8	838.2	-0.1040	0.603 7
8	2 109.3	839.8	-0.100 2	0.5827
	2 107.0	838.6	-0.104 3	0.622 8
	2 107.3	838.3	-0.1049	0.639 2
	2 108.4	838.4	-0.088 6	0.504 0
16	4 210.5	984.9	-0.0066	0.122 5
	4 210.5	984.9	-0.0088	0.081 5
	4 210.2	984.6	-0.005 1	0.098 7
	4 211.1	986.3	-0.003 9	0.054 9
	4 212.4	986.6	-0.0077	0.067 1
	4 213.7	986.4	-0.0108	0.057 9

表 2 为 6 mm 镜头标定实验的初步内参迭代过程 迭代次数为 10 次 ,参数在第 4 次迭代时已经收敛。

内参数和畸变参数迭代优化的过程如表 3 所示。

与初步内参迭代过程一样进行了 10 次 同样在第 4 次迭代的时候  $f_x \setminus u_0 \setminus k_1 \setminus k_2$  分别收敛到稳定值。

表 2 初步内参迭代过程 Table2 Iterative process of the internal parameters

迭代次数	$f_x$	$\tan   heta_0$	$u_0$
0	1 649.8	-0.042 1	788.6
1	1 648.2	-0.0429	788.7
2	1 648.0	-0.043 0	788.8
3	1 648.0	-0.043 0	788.8
4	1 648.0	-0.043 0	788.8
5	1 648.0	-0.043 0	788.8
6	1 648.0	-0.043 0	788.8
i	ł	ŀ	i
10	1 648.0	-0.043 0	788.8

表 3 内参数和畸变参数迭代优化过程
Table3 Iterative process of the internal parameters
and the distortion parameters

迭代次数	$f_x$	$u_0$	$k_1$	$k_2$
0	1 648.0	788.8	0.0	0.0
1	1 658.6	799.1	-0.078 0	0.134 8
2	1 657.5	800.7	-0.0790	0.152 4
3	1 657.2	801.1	-0.078 9	0.152 6
4	1 657.2	801.1	-0.078 9	0.152 6
5	1 657.2	801.1	-0.078 9	0.152 6
6	1 657.2	801.1	-0.078 9	0.152 6
ŀ	ŀ	i	i	ŀ
10	1 657.2	801.1	-0.078 9	0.152 6

#### 4.2 误差分析

通过计算表 1 实验数据的相对标准差来分析实验结果的误差。结果如表 4 所示。

相对标准差公式为

$$RSD = \frac{S}{\bar{x}} \times 100\%$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$
(17)

由表 4 可见 3 只镜头的焦距  $f_x$  的相对标准差稳定在 0.05% 以下 ,主点  $u_0$  的相对标准差稳定在 0.1% 以下 验证了本文方法的可行性和稳定性。

然后通过  $RSD \times \bar{x} \times$  像元尺寸 ,可以得到焦距和主点的标定精度结果;通过求取畸变参数在相对

标准差范围内的引起的最大偏差值,作为畸变参数的标定精度。如表5所示。

表 4 相对标准差分析

Table 4 Relative standard deviation (RSD) analysis

镜头/mm ·	RSD/%			
	$f_x$	$u_0$	$k_1$	$k_2$
6	0.044	0.062	-2.29	8.22
8	0.045	0.070	-6.10	7.99
16	0.033	0.092	-35.1	32.6

表 5 标定精度分析

Table 5 Calibration accuracy analysis

参数		标定精度/μ	m
	6 mm 镜头	8 mm 镜头	16 mm 镜头
焦距	2.3	3.0	4.4
主点	1.6	1.9	2.9
畸变	1.9	2.4	1.8

本文采用的感光器件像元尺寸为  $3.2~\mu m$  ,焦距的标定精度优于  $5~\mu m$ ; 文献 [4] 中像元尺寸为  $6.5~\mu m$  ,对焦距的标定精度优于  $5~\mu m$  。

本文主点的标定精度优于 3  $\mu$ m; 文献 [4]中对主点的标定精度优于 1  $\mu$ m。

畸变系数  $k_1$ 、 $k_2$  对像素点的校正误差小于 2.4  $\mu$ m。

本文标定结果与文献[4]相比处于同一数量级。相比于文献[4]中采用高精度2维转台、大口径平行光管、气浮隔振平台、超净实验室的实验设备 本文的实验方法可以在简单的设备条件下实现高精度标定。

另外,云台的步长  $\alpha$  = 0.012 9°,16 mm 镜头的 视场角约为 18°,CCD 分辨率为1 436,则镜头对应 的单个像素所占视场角  $\beta$  = 0.012 5°,  $\alpha$ 、 $\beta$  很接近,已经达到本方法使用条件的极限。如果需要标定焦距更长的镜头,则要提高转台的步长精度。

# 5 结 论

提出了一种基于二轴转台测角法的线阵相机几何参数标定方法。利用理论分析和几何推导,建立了一个线阵相机模型,并通过标定板提供的边缘点

信息和转台的角度信息,采用最小二乘和迭代优化的方法,计算出线阵相机的内参数和畸变参数,完成了线阵相机几何参数的标定。同时,提出了标定流程和分析了该标定方法的适用性,并指出实验结果精度依赖于转台精度、镜头视场角和 CCD 分辨率。

通过对 3 只不同焦距的镜头进行多次实验 ,展示了 6 mm 镜头标定实验的内参迭代求解过程和畸变参数迭代求解过程 ,在 4 次迭代后均收敛到稳定值。实验结果表明焦距的标定精度优于 5 μm、主点的优于 3 μm。该方法与实验室级的高精度方法相比 标定精度处于同一个数量级 ,并不需要复杂的激光测距仪、高精度平台等设备 ,只需要一个平面黑白条纹标定板和一个二轴转台 ,即可完成标定过程。

下一步研究工作将围绕提高标定精度展开,拟采取的技术途径包括:硬件上选用更高精度的转台、更精确的标定板来进行实验,算法上采取亚像素图像边缘提取技术,以提高给定硬件条件下的标定精度上限。

# 参考文献(References)

- [1] Wang T Zhang Y S Zhang Y ,et al. Airborne linear CCD sensor geometric calibration based on self-calibration [J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica 2012 A1(3): 393-400. [王涛,张永生 张艳,等. 基于自检校的机载线阵 CCD 传感器几何标定 [J]. 测绘学报 2012 A1(3): 393-400.]
- [ 2 ] Li L ,Xu L. A linear camera calibration applying in servo mechanical arm system with one camera [J]. Advanced Materials Research 2013 748:704-707. [DOI: 10.4028/www.scientific.net/AMR.748.704]
- [ 3 ] Zhang Z Y. A flexible new technique for camera calibration [J].
  IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence ,
  2000 22(11):1330-1334. [DOI: 10.1109/34.888718]
- [4] Wu G D ,Han B ,He X. Calibration of geometric parameters of line-array CCD camera based on exact measuring angle in lab [J]. Optics and Precision Engineering ,2007 ,15 (10): 1628-

- 1632. [吴国栋 韩冰,何煦. 精密测角法的线阵 CCD 相机几何参数实验室标定方法 [J]. 光学 精密工程 2007,15(10): 1628-1632. ][DOI: 10.3321/j. issn: 1004-924x. 2007. 10.028]
- [5] Zhang H T ,Duan F J ,Ding K Q ,et al. Study on calibration of linear CCD based on two steps [J]. Acta Metrologica Sinica ,2007 , 28(4):311-313. [张洪涛 段发阶 ,丁克勤 ,等. 基于两步法线阵 CCD 标定技术研究 [J]. 计量学报 ,2007 ,28(4):311-313.]
- [6] Li J, Yuan F, Ding Z L. Linear CCD camera calibration of exterior attitude measurement system based on BP neural network [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2010, 31(5):1138–1141. [李晶 袁峰,丁振良. 基于 BP 神经网络的外姿态测量系统线阵 CCD 标定[J]. 仪器仪表学报 2010, 31(5):1138–1141.]
- [7] Draréni J ,Roy S Sturm P. Plane-based calibration for linear cameras [J]. International Journal of Computer Vision 2011 91(2): 146-156. [DOI: 10.1007/s11263-010-0349-3]
- [8] Li DD ,Wen G J ,Hui B W ,et al. Cross-ratio invariant based line scan camera geometric calibration with static linear data[J]. Optics and Lasers in Engineering ,2014 ,62: 119-125. [DOI: 10. 1016/j. optlaseng. 2014. 03. 004]
- [ 9 ] Tsai R. A versatile camera calibration technique for high-accuracy 3D machine vision metrology using off-the-shelf TV cameras andlenses [J]. IEEE Journal on Robotics and Automation ,1987 , 3(4):323-344. [DOI: 10.1109/JRA.1987.1087109]
- [10] Ma W H ,Dong T ,Tian H ,et al. Line-scan CCD camera calibration in 2D coordinatemeasurement [J]. Optik-International Journal for Light and Electron Optics ,2014 ,124 (17): 4795-4798.
  [DOI: 10.1016/j. ijleo. 2014. 04. 057]
- [11] Bradski G ,Kaehler A. Learning OpenCV [M]. USA: O' Reilly Media. 2008: 422-426. [Bradski G ,Kaehler A. 学习 OpenCV [M]. 北京: 清华大学出版社 2009: 422-426.]
- [12] Dong T ,Hua D X ,Li Y ,et al. Calibration method for parameter of single-linear array CCD vertical target system [J]. Journal of Xi' an University of Technology 2015 ,31(1):19-24. [董涛 ,华灯鑫 李言 ,等.一种单线阵 CCD 立靶系统参数标定方法 [J]. 西安理工大学学报 2015 ,31(1):19-24. ] [DOI: 10.3969/j. issn. 1006-4710.2015.01.005]
- [13] Chen B L. Optimization Theory and Algorithm [M]. 2nd ed. Bei-jing: Tsinghua University Press 2005: 254-270. [陈宝林. 最优化理论与算法 [M]. 2版. 北京: 清华大学出版社,2005: 254-270.]