

非参数模型摄像机标定方法及误差分析

Non-parametric Model Camera Calibration Method and Error Analysis

学科专业：仪器科学与技术

研 究 生：李华晋

指导教师：叶声华 教授

天津大学精密仪器与光电子工程学院

二零一二年十二月

独创性声明

本人声明所呈交的学位论文是本人在导师指导下进行的研究工作和取得的
研究成果，除了文中特别加以标注和致谢之处外，论文中不包含其他人已经发表
或撰写过的研究成果，也不包含为获得 天津大学 或其他教育机构的学位或证
书而使用过的材料。与我一同工作的同志对本研究所做的任何贡献均已在论文中
作了明确的说明并表示了谢意。

学位论文作者签名：

签字日期：

年 月 日

学位论文版权使用授权书

本学位论文作者完全了解 天津大学 有关保留、使用学位论文的规定。
特授权 天津大学 可以将学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检
索，并采用影印、缩印或扫描等复制手段保存、汇编以供查阅和借阅。同意学校
向国家有关部门或机构送交论文的复印件和磁盘。

（保密的学位论文在解密后适用本授权说明）

学位论文作者签名：

导师签名：

签字日期： 年 月 日

签字日期： 年 月

日

摘要

视觉测量系统在先进工业生产制造中的广泛的应用使相关技术研究得到了快速发展。摄像机标定是视觉测量的重要环节，对系统诸多性能有重要影响。目前的摄像机标定多数是采取基于参数模型解算的方式，存在参数化方法的固有缺陷和应用局限，如参数相关性干扰、非参数性因素等，限制了视觉测量系统精度和适应性的进一步提高，难以满足现代化先进制造对高精度、大视场的需求。本文研究的非参数模型化标定方法，建立了空间标准角度-像面曲线数据的直接映射，突破了参数解析模型对标定效果的限制。通过研究非参数模型标定方法的实现方案，搭建了标定平台，实验验证了方法的可行性和良好的精度可控性，可有效改善大视场摄像机标定困难的现状。

研究内容包括：分析参数模型标定方法的误差项、参数局限性；研究非参数模型标定方法的原理、技术方案；研究非参数模型标定方法的关键误差因素及其作用规律，得到需精密调整的参量，设计精密调整方式；搭建平台实现标定实验，并通过单目测角和双目测长实验验证系统能够达到的误差水平，对比参数模型标定方法和非参数模型标定方法的误差水平和适应性。实验数据证明了非参数模型标定方法可行，且在测量误差、稳定性和适应性上都优于参数模型标定方法，同时验证了标定技术的误差理论的正确性。

本文的创新性研究主要包括：研究一种大视场摄像机非参数模型标定方法，设计技术方案；研究标定方法中包括算法误差、图像处理误差、机械调整误差在内的各误差项对测量结果的影响；搭建了标定平台，验证方法可行性和误差理论正确性，证明非参数模型标定方法可以有效改善大视场摄像机难以标定的现状，有广阔的应用前景。

关键词： 视觉测量 摄像机标定 非参数模型摄像机标定 误差分析

ABSTRACT

Vision measurement system in a wide range of applications in the advanced industrial manufacturing was supported by the rapid development of related technologies research. Camera calibration is an important part of vision measurement system, has an important impact on measuring performance. The existing camera calibration methods based on parameters model have inherent defects and application restrictions, such as parameters correlation interference, non-parametric error factors, etc. Which limit the measuring accuracy and adaptability to meet requirements of high-precision and large field of view. A standard angle - curve data mapping is established in non-parametric model calibration method, which break limit of parameter model calibration. The calibration platform was built; the feasibility of the calibration method was verified in experiments. The difficult situation of large field view camera calibration is effectively improved.

The content of the article include: universal adaptability of parameter based camera calibration method; description of non-parametric model calibration camera calibration method, measurement model, and technology implementations; the critical error factors and key parameters needing fine adjustment. Experiments of single camera angle measurement and dual camera length measurement verified the feasibility and accuracy. It shows that non-parametric method is better than the parametric model calibration method on measurement error, stability and adaptability.

The innovative research includes: the realization of a large field of view camera calibration method based on non-parametric model, the error analysis in image processing, mechanical adjustment and one-dimensional target manufacturing, the verification scheme of method feasibility and correctness of the error theory.

KEY WORDS: Visual Measurement, Camera Calibration, Non-parametric model Method, Error Analysis

目 录

摘 要	I
ABSTRACT	II
第一章 绪论	1
1.1 引言	1
1.2 摄像机标定研究现状	3
1.3 标定误差因素	4
1.4 课题来源及主要研究内容	6
第二章 摄像机标定技术	8
2.1 参数模型摄像机标定	8
2.1.1 成像模型	8
2.1.2 标定方法	12
2.1.3 参数模型精度局限性	13
2.2 非参数模型摄像机标定	15
2.2.1 标定原理	16
2.2.2 实现方式	17
2.2.3 误差因素分析	21
2.3 本章小结	22
第三章 非参数模型标定方法误差分析	23
3.1 线性插值算法误差	23
3.2 设计误差	24
3.3 一维靶标直线度	27
3.4 机械调整误差	29
3.4.1 原点定位误差	30
3.4.2 定向误差	32
3.5 图像处理误差	34
3.6 其他误差因素	36
3.7 本章小结	37
第四章 实验与验证	38
4.1 标定实验	38
4.2 单目测角实验	43

4.3 双目测长实验	46
4.3.1 双目立体视觉系统	46
4.3.2 基于参数模型测长实验	47
4.3.3 非参数模型测长实验	49
4.4 本章小结	51
第五章 总结及展望	52
5.1 全文总结	52
5.2 工作展望	52
参考文献	54
发表论文和参加科研情况说明	56
致 谢	57

第一章 绪论

1.1 引言

制造业是国民经济和国防建设的基础，随着国民生活和国防要求的不断提高，在诸如航空航天、造船、汽车、大型机械加工、发电机等领域的现代制造工作中，大尺寸工件的几何尺寸精密三维测量，成为了保证产品质量的关键因素。通常这些测量对象的尺寸大(几米到几十米、甚至几百米)，精度要求高(10~20ppm)，测量环境较为复杂，自动化程度要求较高，甚至需要在加工的同时实现测量以保证部件的尺寸、形状、位姿达到预定要求。一般工业大尺寸测量依赖基于距离、角度、坐标测量的通用测量系统，如坐标测量机、经纬仪、激光跟踪仪、激光干涉仪等，这些系统具有很高的测量精度。但此类通用仪器在使用中需要较为复杂的手工操纵，如手动控制，人眼瞄准，逐点测量等，对特定对象存在测量效率较低的问题。

视觉测量系统是基于视觉传感器实现的空间目标坐标测量系统。随着摄像设备、图像处理等技术的发展，视觉测量，与其他测量系统相比具有精度较高、便携、快速、高效、操作简单等优点，且受其他环境因素干扰的影响较小，更因大都是非接触式的测量而使系统具有更广泛的适用性。^[1-3]近年来，相关硬件性能的不断提升和制造成本的不断降低使视觉测量系统越来越适用于大型设备制造领域中的关键特征信息和三维形貌尺寸的高精密测量。目前，视觉测量在工业大尺寸精密测量领域的主要应用有：航空航天、船舶制造、汽车制造、天线制造等，如图 1-1。^[4,5]

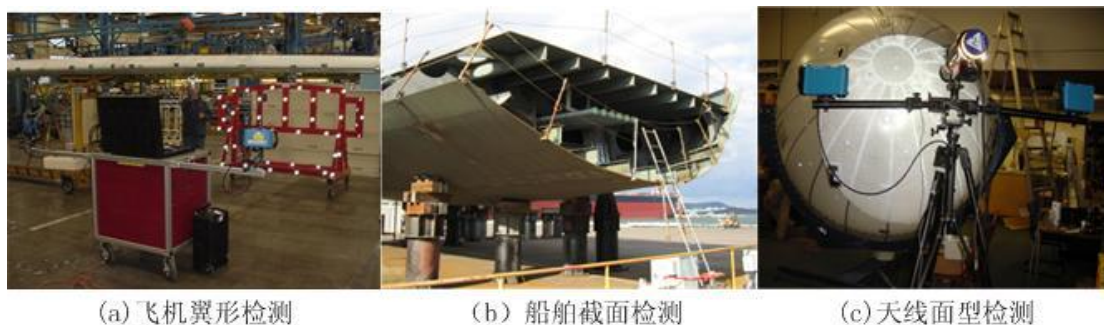


图 1-1 视觉测量系统的应用领域

目前国外已经推出了几款比较成熟的产品,可以满足 10m 量级的高精度测量需求:如图 1-2 是美国 GSI 公司的 V-STARS 系统,在被测对象上设置标志点,相机在多角度拍摄,同时解算获得多个位置坐标,可进行单摄像机脱机测量或多摄像机联机测量;图 1-3 是挪威 Metronor 公司的 Metronor 光笔测量仪,像是一种基于摄像机的便携式三坐标测量机,手持光笔置探针于待测位置,使用非常灵活;图 1-4 是德国 GOM 公司的 ATOS 系统,可投射光带于物体上,通过光条变化采集空间位置信息,在逆向工程中应用十分广泛。国内系统的性能与国际先进设备尚有一定差距,在测量精度、运算速度、自动化程度和算法稳定性方面都有待进一步改进。



(a) 单台像机脱机测量系统



(b) 多台像机联机测量系统

图 1-2 V-STARS 系统



图 1-3 Metronor 系统



图 1-4 ATOS 系统

视觉测量系统以光学三角交汇原理为基础,从摄像机拍摄获取图像到最终得到目标位置或尺寸信息,整个过程涉及到图像精密处理、摄像机标定及多站位的坐标融合等技术。摄像机标定是将物方空间中物体几何信息和摄像机的图像空间之间对应(映射)关系通过一定的方式描述出来,是实现视觉测量的重要环节。标定的实质是确定摄像机固有的、与位置信息无关的内部几何与光学信息的过程,包括摄像机内参数和外参数,内参数包括主点坐标 (u_0, v_0) 、有效焦距 c 、和各阶次的畸变参数 $(k_1, k_2, k_3, \dots, p_1, p_2, \dots)$ 等;外参数包括坐标系间的旋转矩阵 R 和平移矩阵 T 等。[6-10]

1.2 摄像机标定研究现状

由于摄像机标定技术在视觉测量技术中的重要地位,最近二十年来,对摄像机标定技术的研究一直都是视觉测量领域的研究热点。摄像机标定领域不断涌现出许多新技术、新方法,有些标定方法已相当成熟,可以满足工业测量中对精度、操作性和实时性等方面的要求,并进一步促进着标定技术的研究与发展。

目前的研究主要集中在常规视场且对精度要求一般的仪表、机械、电子等领域。从原理上可以分为基于参数模型的标定方法和基于非参数模型的标定方法。

参数模型标定法发展较为成熟,是通过建立由一系列由畸变参数描述的成像几何模型,以获取二维图像以及三维空间的信息,再基于线性或非线性的解算方法来求解摄像机标定参数。例如传统标定方法、自标定方法和基于主动视觉的标定方法:

1)传统方法是使用结构已知、加工精度很高的靶标作为空间参照,建立基于空间点和图像对应关系的摄像机模型参数的约束,优化解算模型参数。传统方法的典型代表有 DLT 方法^[11,12]、Tsai 方法^[13,14]、Weng 迭代法^[15]等简易标定方法等,其优点是可以使用任意的摄像机模型,标定精度高,不足是标定过程复杂,需要高精度的靶标,而实际应用中在很多情况下无法使用靶标,所以首选使用在精度要求很高且摄像机参数不经常变化的条件下

2)自标定法不需靶标,通过多幅图像特征点之间的对应关系解算参数,不足是鲁棒性差,常用于精度要求不高的条件下。

3)主动视觉的摄像机标定方法需要控制摄像机作某些特殊运动,如绕光心旋转或纯平移,利用这种运动的特殊性计算内参,主要优点是算法简单,可以线性求解模型参数,因而算法的鲁棒性比较高,其不足是不适用于摄像机运动未知或无法控制的场合。^[16-19]

随着先进工业制造技术的快速提高和硬件环境的日臻精湛,摄像机标定技术被提出了向大视场、高精度发展的更高需求。这种情况下,若再使用常规标定方法就需要制作或构建大型的标定靶标,成本过高,还不能满足大型设备制造的精度需求。非参数模型化的摄像机标定方法正是针对大视场摄像机的高精度标定要求产生的,方法避免建立参数化解析模型,而是直接建立空间角度和像面位置的对应关系,通过细化分割,利用标准值插值解算得到任意被测位置的测量值,从而实现测量。

大视场摄像机的标定技术必须具有较高的稳定性和实用性和完善的误差分析方法和误差溯源手段,以满足工业生产的要求。目前国内对此技术的研究较少,对大视场摄像机的标定还停留在常规标定方法上,使用的方法和流程与常规尺寸

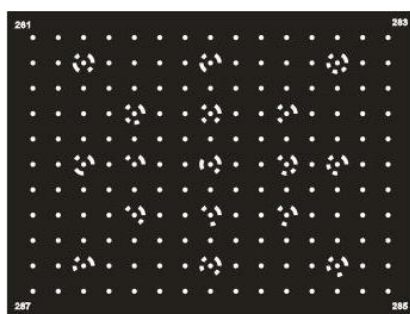
标定方法类似，测量误差和测量效率与国外都存在较大差异。上文提到的 V-STARS 系统和 Metronor 系统均使用了新的摄像机标定技术，但由于核心技术保密，因此国内对于大视场摄像机标定技术的研究有着迫切的需求，对提升我国大型设备制造的水平具有重要的意义。

1.3 标定误差因素

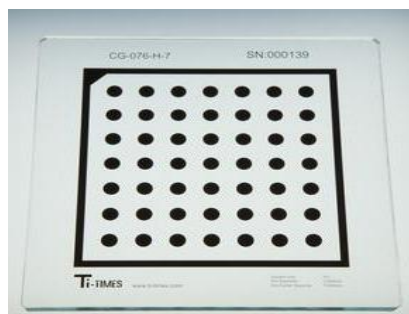
由于针对不同的测量对象和测量环境，出现了很多有针对性的标定方法，存在方法特有的误差影响因素，但摄像机标定方法之间存在着共性误差因素，如靶标的制作精度、参数模型方法的参数解算算法精度等。

(1) 靶标制作误差

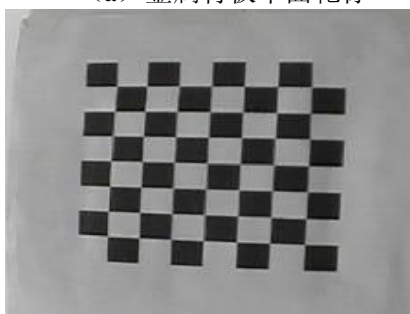
摄像机标定靶标多种多样，高精度实心圆点矩阵列标定板、高精度棋盘格标定板、线条及其他图形关系标定板等。根据靶标的制作不同可以分为金属表面喷涂、玻璃表面光刻、纸张表面打印甚至直接使用显示屏显示。如图 1-5 所示是常用平面和立体靶标实物图，尺寸范围从几十毫米到几百毫米不等，特征中心距一般在几毫米到十几毫米，光刻特征误差可以达到 $\pm 0.001\text{mm}$ ，适用于小视场的摄像机标定。



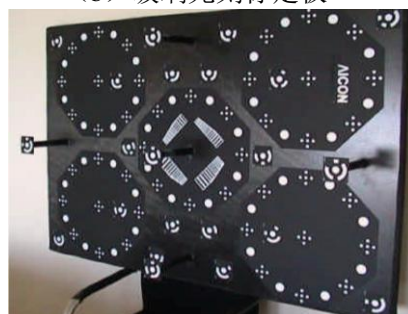
(a) 金属背板平面靶标



(b) 玻璃光刻标定板



(c) 纸质打印平面靶标



(d) 立体靶标

图 1-5 平面靶标实物图

在大视场场合，一般需要搭建大尺寸的立体控制场，具有短期稳定性，加工难度较高，如图 1-6 所示。此外，可以使用三坐标测量机上放置特征点的方式，在标定空间内按顺序定位及运动，形成虚拟立体靶标，如图 1-7，这样可以精确获得靶标特征的三维坐标，标定精度较高。



图 1-6 大尺寸立体控制场

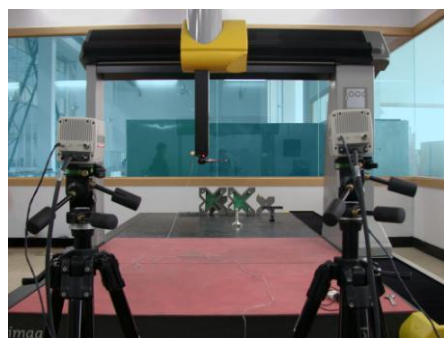


图 1-7 虚拟立体靶标

(2) 图像处理误差

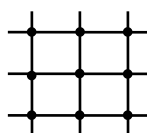
靶标图案有孔、实心圆、直线、相间块等，如图 1-8 所示是常用平面靶标特征。作为摄像机标定特征的有角点、交点和圆中心，由于拍摄角度等的影响，实际的特征位置提取精度一般可以达到 0.01mm。^[23,24]



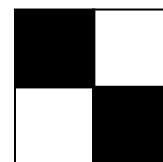
孔中心



实心圆中心



直线交点



相间块顶点

图 1-8 平面靶标常用特征

(3) 解算误差

基于参数解析模型的摄像机标定方法中，存在着共性的参数及误差因素，因此存在着较为统一的误差分析方法和数据处理方式。摄像机参数标定模型涉及到世界坐标系 (O_w, X_w, Y_w, Z_w)、摄像机坐标系 (O_c, X_c, Y_c, Z_c)、图像的物理坐标系 (O, X, Y) 和图像像素坐标系 (U, V) 的变换。包含的参数分为内参量和外参量：内参量如主点坐标 (x_0, y_0)、有效焦距 c 、摄像机一阶径向畸变系数 $k1$ ；外参量如旋转矩阵 R 和平移矩阵 T 。

影响这些模型参数标定误差的因素一般都有：标定板（或立体靶标）误差、特征数目、特征提取误差、图像数量拍摄情况等，这些因素的作用程度根据具体

的标定环境而有所不同。根据需要,这些参数化的解析模型一般都要基于冗余数据使用最小二乘拟合得到最优化的参数值,在标定视场内的像面残差可以达到 0.1pixel 以下,采用误差补偿模型后测量误差可以优于 0.1mm/m。^[20-22]

(4) 图片数量

模型参数的解算需要根据多幅图片的数据优化求解,解算需要至少 2 幅不同视角的图片,通常为了获得稳定结果会采集大大多于需要次数的图片。因为若采集图像数量不足,会对参数计算明显引入误差,而采集图像过多也会因为误差累计而增加错误概率,且图像数量越多,解算时间越长,故需要选取合适的图像数。在不考虑特征点提取误差和世界坐标系下的测量误差时,图片数量在十几张时参数解算基本稳定,误差小于 1%^[25]。

1.4 课题来源及主要研究内容

本课题来源于国家自然科学基金重点项目:恶劣现场条件下超大空间坐标精密测量原理与方法研究(项目批准号:50735003)以及博士点基金:面向超大尺寸测量的可重构空间视觉测量方法研究(项目批准号:20090032110048)。针对当前先进制造中大型设备制造领域内出现的大尺寸、高精度、高效率的精密测量问题,对大视场摄像机非参数模型的高精度标定技术进行深入研究。介绍了原理和技术实现,并对标定方法的可行性进行了实验验证;通过理论分析和仿真模型,对大视场摄像机非参数模型高精度标定方法中的主要误差来源进行了全面分析,为进一步提高标定性能提供了理论依据;搭建了标定、测量平台,对比了参数模型标定方法与非参数模型标定方法的误差水平,通过不同镜头和不同成像尺寸的摄像机验证了非参数模型标定方法的适应性。

主要工作有:

第一章概括介绍了视觉测量系统在工业生产领域的应用,介绍了摄像机标定技术的发展现状和共性误差因素,阐述了本课题的来源及意义。

第二章研究了参数模型标定原理和技术,分析了参数模型标定方法的局限性,介绍了适用于大视场摄像机非参数模型标定方法原理、实现,分析了可能影响标定精度的误差因素。

第三章研究了大视场摄像机非参数模型高精度标定中误差因素作用原理。基于对非参数模型摄像机标定方法的原理和实现手段,以及图像处理技术的研究,通过标定方法中摄像机调整环节误差、直线靶标制作误差和图像处理误差影响的解析分析,得到标定方法的关键设计、调整环节,如机械调整方式、靶标特征点间距的设计等。

第四章搭建实验平台，对参数模型标定方法与非参数模型标定方法的误差水平进行了对比；验证了此方法对于不同的摄像机机和镜头的适应性和误差分析理论的正确性。证明了非参数模型标定方法在大视场高精度领域中应用的可行性，以及相对于其他方法的优势。

第五章是对全文工作的内容总结及未来非参数模型摄像机标定技术进一步研究工作的展望。

第二章 摄像机标定技术

摄像机标定方法从原理上可以分为基于参数模型的摄像机标定方法和非参数模型摄像机标定方法。

基于参数模型的摄像机标定方法以参数化的成像模型为基础，通过光束平差优化解算摄像机内参数和外参数，如摄像机主距、主点、RT 矩阵，根据靶标、模型和解算方式的不同，分为传统标定方法、自标定方法、两步法、主动视觉标定方法等。^[11]由于模型各参数间的相关性、优化求解的不确定性、非参数化误差等因素的使标定方法存在局限性，限制了精度和适应性的进一步提高，难以满足工业现场越来越高的需要。

非参数模型摄像机标定方法主要针对的是大视场摄像机的高精度标定，方法避免了将模型参数化解析，直接建立空间角度和像面位置的对应关系，通过像面细化分割，利用标准值插值解算得到任意被测位置的测量值，从而实现测量。具有可补偿非模型化参数，无参数优化不确定性问题等优点。但方法同时具有其特有的误差因素，如靶标的制作误差、特征提取误差、机械结构误差等。研究方法的关键误差项、误差分布特性对此标定技术的发展具有重要意义。

2.1 参数模型摄像机标定

2.1.1 成像模型

参数模型化的摄像机标定的基础是参数成像模型，即一个用来描述三维物空间与二维像空间之间映射关系的数学模型。成像过程是一个复杂的物理过程，涉及多个因素，目前主要的理想透视投影模型是针孔成像模型，忽略了成像过程中各种误差因素的影响，是一种线性模型，空间物点、光心、像点三点在一条直线上，如图 2-1 所示，成像参数模型为：

$$\begin{cases} X_{cp} = x_p = (u_p - u_0) dx \\ Y_{cp} = y_p = (v_p - v_0) dy \\ Z_{cp} = c \end{cases} \quad (2-1)$$

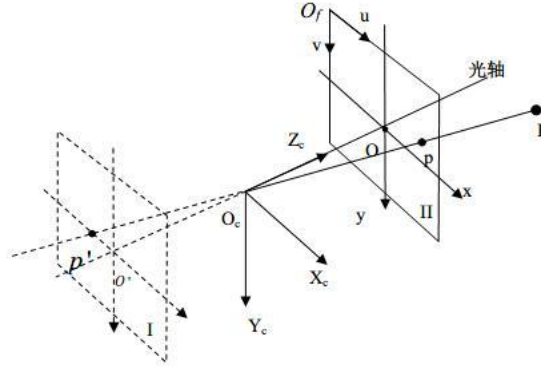


图 2-1 摄像机针孔成像模型

式(2-1)中, (X_{cp}, Y_{cp}, Z_{cp}) 是特征像点 p 在摄像机坐标系中的坐标; (u_p, v_p) 和 (x_p, y_p) 分别为特征像点的像素坐标和像面坐标; (u_0, v_0) 为 O 点在 $O_f uv$ 坐标系中的坐标; c 为摄像机的有效焦距; (dx, dy) 是像元水平和垂直方向的尺寸因子。^[29]

理想模型不足以满足工业实际测量的要求, 由于光学镜头存在不同程度的畸变, 是的图像的实际坐标与理想坐标存在偏差, 需要在线性理想模型的基础上分析成像系统的畸变模型。根据不同系统的非线性畸变情况和精度要求, 需要考虑的参数种类和个数均有不同。在精度要求较高的情况下需要采用复杂的精密测量模型, 包括图像主点坐标 (x_0, y_0) 、有效焦距 (c) 、径向畸变参量 (k_1, k_2, k_3) 、切向畸变参量 (p_1, p_2, p_3) 、仿射和非正交变形项 (b_1, b_2) 等一系列补偿修正项。

对于各畸变因素参数的描述如下:

✧ 图像主点 (x_0, y_0)

理想情况下摄像机针孔成像模型的光轴垂直于像面, 投影落在 CCD 像面的像元矩阵中心, 坐标为 $(0,0)$ 。但实际上, 由于安装、制造等环节的影响, 光轴投影和像元矩阵中心不重合, 存在主点偏移误差。此时摄像机参数模型为:

$$\begin{cases} x_{cp} = x_p - x_0 = (u_p - u'_0)dx \\ y_{cp} = y_p - y_0 = (v_p - v'_0)dy \\ Z_{cp} = c \end{cases} \quad (2-2)$$

其中, (x_0, y_0) 和 (u'_0, v'_0) 分别为实际图像主点在像面坐标系和像素坐标系下的坐标。

✧ 有效焦距 (c)

有效焦距 c 随着被测目标点与摄像机的距离 S_0 变化, 面向不同测量空间范围的视觉测量系统需要在全局范围内进行优化标定。根据高斯透镜公式:

$$\frac{1}{c} = \frac{1}{f} - \frac{1}{S_0} \quad (2-3)$$

式中, c 为摄像机有效焦距; f 为摄像机镜头的标称焦距; S_0 为镜头的物距。

✧ 径向畸变参量(k_1, k_2, k_3):

镜头径向畸变主要是由大偏轴角和透镜制造缺陷造成, 相对于镜头以光心为原点沿着径向产生并逐渐增大, 故称为径向畸变。^[30]径向畸变大小由像点到主点的距离决定, 关于光轴严格对称, 有正、负两种偏移, 正偏移使内部的像点向外集中, 又称为枕形畸变; 负偏移使外部的像点向内集中, 又称为桶形畸变, 如图 2-2 所示。^[30]

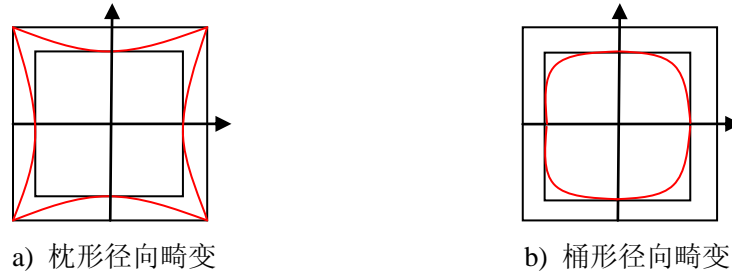


图 2-2 径向畸变的表现形式

式(2-4)是径向畸变的数学模型, $r = \sqrt{(x_p - x_0)^2 + (y_p - y_0)^2}$ 为特征像点到光轴的径向距离, (x_p, y_p) 为特征像点的像面坐标, (x_0, y_0) 为像面主点坐标; Δx_{RLD} 和 Δy_{RLD} 为距离光轴 r 处的径向畸变量; k_i 分别为第 i 阶径向畸变系数。在实际应用中一般只考虑省略高阶项, 常规标定中一般只考虑两阶畸变系数; 当使用广角镜头和大视场摄像机时, 则需考虑第三阶畸变系数的影响。

$$\begin{cases} \Delta x_{RLD} = (x_p - x_0)(k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6 + \dots) \\ \Delta y_{RLD} = (y_p - y_0)(k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6 + \dots) \end{cases} \quad (2-4)$$

✧ 切向畸变参量(p_1, p_2, p_3)

切向畸变是因为镜头透镜组的加工、装配误差而造成的透镜光轴不重合, 如图 2-3。形成的畸变误差, 同时包含关于光轴对称和不对称的切向畸变分量, 数学模型如式 (2-5), Δx_{DLD} 和 Δy_{DLD} 是 (x_p, y_p) 处的切向畸变量; p_i 为第 i 阶切向畸变, 一般情况只取前两阶畸变。

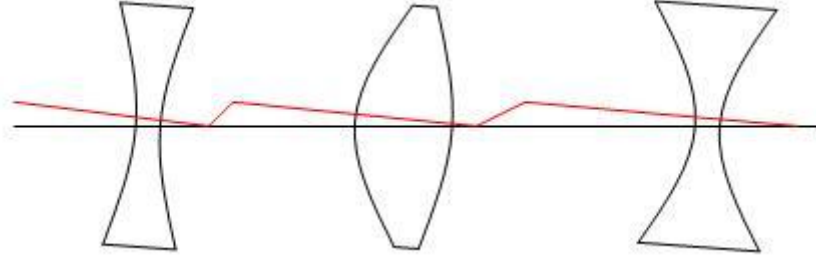


图 2-3 切向畸变的形成原因

$$\begin{cases} \Delta x_{DLD} = (1 + p_3^2 r^2) \{ p_1 (r^2 + 2(x_p - x_0)^2) + 2p_2 (x_p - x_0)(y_p - y_0) \} \\ \Delta y_{DLD} = (1 + p_3^2 r^2) \{ 2p_1 (x_p - x_0)(y_p - y_0) + p_2 (r^2 + 2(y_p - y_0)^2) \} \end{cases} \quad (2-5)$$

切向畸变通常都比径向畸变小，实验表明，由切向畸变引起的成像误差约为径向畸变引起误差的 1/7~1/8。

✧ 仿射和非正交变形项(b_1, b_2)

此外，随着 CCD 成像技术的发展，摄像机像元间的排列误差通常采用仿射和非正交变形来描述。仿射和非正交变形是因为像素采样时钟不同步导致电信号 A/D 转换和转移误差，使像元水平和垂直方向的尺寸偏差，像元行列排列的垂直度偏差导致，其数学模型为：

$$\begin{cases} \Delta x_{AND} = -b_1 (x_p - x_0) + b_2 (y_p - y_0) \\ \Delta y_{AND} = b_1 (y_p - y_0) \end{cases} \quad (2-6)$$

式中， Δx_{AND} 和 Δy_{AND} 是仿射和非正交变形量； b_1 和 b_2 分别为仿射和非正交系数。

综上，摄像机成像畸变模型可以描述为：

$$\begin{cases} \Delta x = x_c r^2 k_1 + x_c r^4 k_2 + x_c r^6 k_3 + (r^2 + 2x_c^2) p_1 + 2x_c y_c p_2 + x_c b_1 + y_c b_2 \\ \Delta y = y_c r^2 k_1 + y_c r^4 k_2 + y_c r^6 k_3 + 2x_c y_c p_1 + (r^2 + 2y_c^2) p_2 + y_c b_1 \end{cases} \quad (2-7)$$

$$\begin{cases} x_{cp} = x_p - x_0 - \Delta x = (u_p - u'_0) dx - \Delta x \\ y_{cp} = y_p - y_0 - \Delta y = (v_p - v'_0) dy - \Delta y \\ Z_{cp} = c \end{cases} \quad (2-8)$$

式中， $x_c = x_p - x_0$ 、 $y_c = y_p - y_0$ 为特征像点经主点校正后的像面坐标； $(\Delta x, \Delta y)$ 定义为畸变修正因子。

2.1.2 标定方法

现有的摄像机标定方法主要有：线性变换法、非线性优化法、两步法、自标定法、双平面标定法等。线性变换法的代表是 DLT（直接线性变换方法）。使用最小二乘方法求解线性方程，获得三维空间到二维空间关系的标定参数。DLT 方法简单易用，应用十分广泛，但由于未考虑非线性误差项导致标定精度不高。在实际工业应用中常用的是非线性优化标定方法，^[11]代表有 Weng 等，此方法考虑了所有的摄像机非线性畸变，并采用迭代算法对非线性模型进行求解，从而获得摄像机的畸变系数，广泛应用于高精度摄像机测量需求领域。非线性优化法的优点是，若初始估计值较好，迭代的收敛速度快的情况下，标定误差高。

目前针对大视场摄像机的标定方法的研究也基本是围绕非线性优化方法展开的，参数校准误差直接影响系统空间三维坐标的测量误差，需要综合考虑参数的完整性、测量空间布局及测量空间范围、被测目标特征点的形式等因素。针对其特点及参数校准要求，现在常规的方法多采用立体和虚拟立体标定靶标形式对摄像机参数进行校准。如图 1-5d、1-6、1-7 分别为立体靶标、立体控制场合虚拟立体靶标装置，一般采用多基站方式，采用共线性约束优化解算。包含全部摄像机内参数的共线性约束方程数学描述为：

$$\begin{cases} x_p = x_0 + \Delta x - c \frac{m_{11}(X_p - X_0) + m_{12}(Y_p - Y_0) + m_{13}(Z_p - Z_0)}{m_{31}(X_p - X_0) + m_{32}(Y_p - Y_0) + m_{33}(Z_p - Z_0)} \\ y_p = y_0 + \Delta y - c \frac{m_{21}(X_p - X_0) + m_{22}(Y_p - Y_0) + m_{23}(Z_p - Z_0)}{m_{31}(X_p - X_0) + m_{32}(Y_p - Y_0) + m_{33}(Z_p - Z_0)} \end{cases} \quad (2-9)$$

式 (2-9) 中， (x_p, y_p) 是已知特征像点； (X_p, Y_p, Z_p) 为空间特征点三维坐标，在立体或虚拟立体靶标标定中是已知量，在自标定中是未知量； $(x_0, y_0, c, \Delta x, \Delta y)$ 引出了 10 个未知的待标定相机内参数 $(x_0, y_0, c, k_1, k_2, k_3, p_1, p_2, b_1, b_2)$ ； (X_0, Y_0, Z_0) 和 (m_{11}, \dots, m_{33}) 为每个基站相对于世界坐标系的外部方位参数，由于标定过程摄像机摆放没有严格定位，外部方位参数为未知量。

设空间特征点的个数为 m ，成像基站未知数为 n ，第 i 个基站下空间特征点的成像数为 $m_i, m_i \leq m_0$ 。每个基站位置有 6 个位置的外部参数（3 个平移量 (X_{0i}, Y_{0i}, Z_{0i}) 和 3 个旋转角 $(\omega_i, \phi_i, \kappa_i)$ ），加上 10 个未知的摄像机内参数，总的未知参数个数为 $6n+10$ 。对应每个特征像点可以确定两个方程，总的方程个数为 $2\sum_{i=1}^n m_i \leq 2nm$ 。通过合理设计靶标上特征点的个数和摄像机成像位置基站数，

可以得到 $2\sum_{i=1}^n m_i > 6n + 10$ 个方程构成的大规模非线性方程组解算摄像机内参数。

非线性优化法在一定条件下收敛速度较快，但在一般情况下的解算都需耗费大量时间，还需要参数的良好初始估计值以确保迭代的收敛性，并且因为基于迭代算法，使其稳定性不高。两步法需要对标定靶标从不同角度拍摄多幅图像，参数较多，算法较为复杂，且引入的摄像机畸变因素有限，故只是用于精度要求不高的测量领域。

两步法结合了线性变换法和非线性优化法，提高了标定精度和算法速度和稳定性。自标定法不需要标定靶标，使用方便，使用范围广泛，但由于仅仅依靠拍摄多幅图像进行内参标定，故在图像拍摄中的环境干扰会混入参数标定结果中，导致标定误差难以提高。双平面标定方法使用的模型中光线方向是依据像面上的点在两个标定平面上相应的点来确定，可以完全通过线性求解的方式得到模型参数，但由于过分参数化导致求解的位置参数过多，且精度不高。

2.1.3 参数模型精度局限性

上节中介绍的各类方法除各自具有的特点和适用场合外，参数模型化方法还因均基于参数模型而具有一些共同特点，如视场角适用范围窄、参数解算的相关性干扰误差、非参数化畸变误差、及参数模型本身的不足。

(1) 标定视场范围不足

大视场摄像机的视场角一般都超过 30° ，甚至超过 90° ，为满足某些情况下的需求，搭建 10m 量级空间范围的立体靶标才能覆盖整个视场，否则就会出现标定真空区，极大地降低了在整个视场内的标定误差。如图 2-4 所示，使用的是 $1.5\text{m} \times 1\text{m} \times 2\text{m}$ 的虚拟立体靶标，适用于常规尺寸摄像机标定，但是难以满足覆盖大视场摄像机视场空间范围的要求。摄像机采集到的特征点实际只覆盖了整个成像平面的一个区域，这样标定出来的摄像机参数，实际是通过这个区域反映的畸变关系来拟合整个像面的畸变关系，其必然会存在一定误差，尤其是对于径向畸变，大小从光心沿径向增加。视场边缘畸变最大的区域无法覆盖，对于径向畸变的标定误差影响最大，直接降低了摄像机标定的整体误差。实验表明，超出标定空间的测量误差可达到标定空间内的 4~5 倍。

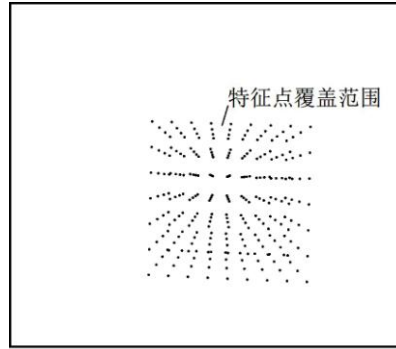


图 2-4 标定区域未能覆盖全视场的情况

(2) 参数解算不稳定

摄像机参数所表示的是摄像机固有的、与外部信息无关的内部几何和光学参数。真实的物理值并不会随着标定空间的变化，特征点分布的变化和摄像机标定基站的不同而发生改变，但由于非线性优化的不确定性，当标定空间及摄像机标定站位发生变化时，所获取的标定内参数会呈现无规则变化。在迭代过程中，选取的初值不同，摄像机参数标定结构也会有所不同，从而使所求解的标定结果有所差异。如表 2-1 所示是根据单次虚拟立体靶标的标定数据，使用相同的非线性优化目标函数和目标域，代入不同初值求解得到的结果，可发现其参数结果的差别，说明初值的选取与最终的求解结果之间也存在一定的关联性。

表 2-1 初值不同的标定结果 (mm)

参数	原始	修改后
c	28.94978	28.95026
Cx (pixel)	1522.36616	1521.63802
Cy (pixel)	1003.46351	1003.01883
$k1$	0.00012393	0.00012274
$k2$	-1.99313e-7	-1.96268e-7
$k3$	6.11544e-13	6.12274e-13
$p1$	0.000031651	0.000034819
$p2$	0.000033471	0.000035646
$b1$	0.05104309	0.04904321
$b2$	-0.00153511	-0.00156393

(3) 非参数化因素

参数模型化方法也不能满足存在大量非参数化因素的情况下，如图 2-5a、2-5b 分别是 FL2G-50S5M 摄像机镜头的模型畸变分布和去除参数模型化畸变之

后的非参数模型畸变分布。可以看到，非参数模型化畸变的分布不如前者均匀、光滑，而是杂乱无章，难以用参数化模型表述的，难以进一步细化修正。

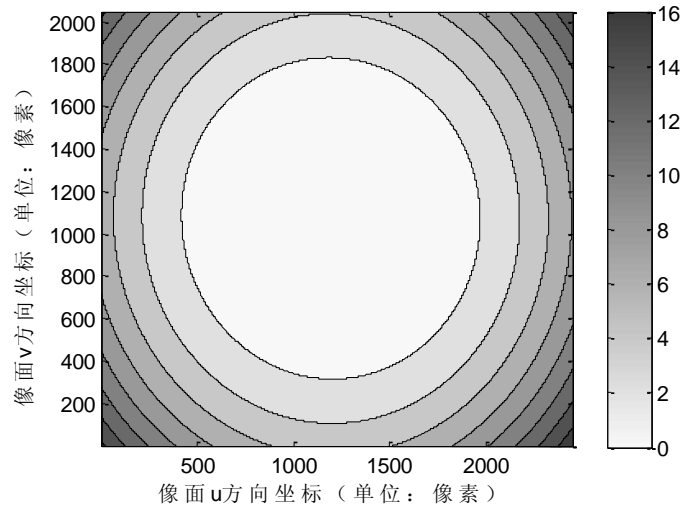


图 2-5a FL2G-50S5M 摄像机镜头的模型畸变分布

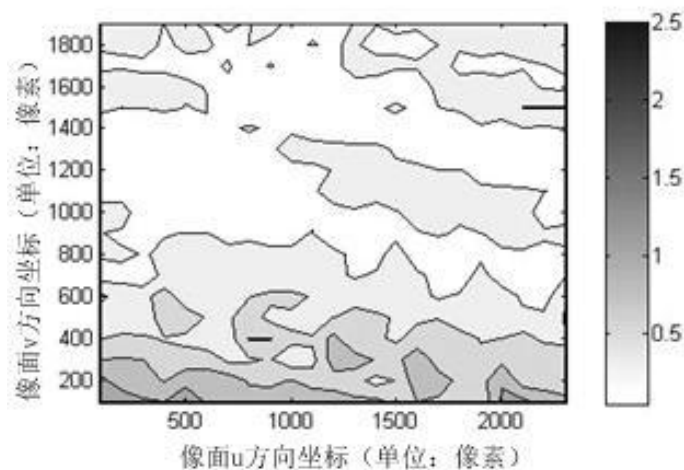


图 2-5b FL2G-50S5M 摄像机镜头非模型化畸变分布

综上所述，模型化摄像机标定方法的理论体系虽然得到了充分的发展和完善，但是仍然存在许多制约因素，导致摄像机标定误差无法进一步提高。且目前的摄像机标定方法一般是基于常规尺寸和一般精度要求下的应用，对于大视场条件和高精度要求的摄像机标定方法尚不多见。

2.2 非参数模型摄像机标定

由于参数模型标定方法难于满足大视场条件和高精度要求。本文研究的非参数模型标定方法结合了航空摄影光学实验室方法和垂线法的概念，对 CCD 全像

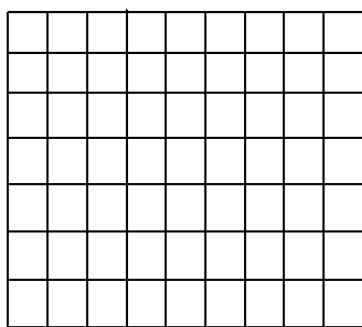
面进行亚像素层级的全视场逐点标定，构建分度视场角-像面坐标映射表；测角过程不依赖于成像模型，而使用映射表标准值插值解算。

2.2.1 标定原理

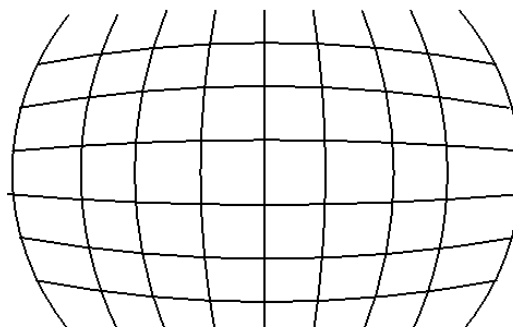
航空摄影光学实验室方法应用在航空摄影测量中，对调焦到无穷远的摄影测量系统标定。通过多个准直光管在不同视场角方向组成阵列或使用单个可以移动的准直光管在不同视角，照射方向汇聚于镜头组前节点，将独立的十字线投射到焦平面上，通过测量十字光标的坐标计算摄像机有效焦距和畸变参数等内参数。垂线法的过程是摄像机拍摄空间中的任意一条直线，若按照理想的针孔成像模型，拍摄的图像应仍为一条直线，否则会因为镜头畸变而成为一条曲线，垂线法根据直线的变形程度确定成像点的畸变量。

非参数模型摄像机标定方法结合了航空摄影光学实验室方法和垂线法的特点，摆脱了成像及畸变参数模型，通过准直光管和精密测角设备直接反映空间中光线的角度方向和摄像机成像面上的 (u, v) 坐标关系，使用一维靶标建立标准角度和像面曲线的对应关系，构建角度-像面坐标映射表，即一个非参数模型。

空间直线靶标对像面 u 、 v 两个方向的划分，会在像面形成间距细密的网格。若不存在畸变，则像面的划分是理想情况，如图2-6(a)，像面上的任意一点必处在一个分度格内，可以通过二维插值的方式提取到像点对应的空间角度。而若不忽略摄像机畸变。将摄像机分别以水平和竖直在多齿分度台上转动，使一维标定靶标在摄像机CCD上成多条水平和竖直的像，将像面划分成的网格出现水平和竖直靶方向的弯曲，形成的划分网格有可能如图2-6(b)所示。



(a) 像面的理想划分



(b) 有畸变发生的像面划分

图 2-6 非参数模型摄像机标定法的像面划分

2.2.2 实现方式

2.2.2.1 标定过程及测角模型

非参数模型化摄像机标定是获得分度映射表的过程，每对一个方向标定可以得到一个分度映射表，一般选择水平、竖直两个正交方向对摄像机进行两次标定，标定过程相同。

根据垂线法，空间直线在一个视场方位成像，得到像面上的一条曲线。在某一方面向上，直线以固定视场角间隔连续旋转，则在像面上的上对应为一系列曲线，并将像面细分成连续的角度分度区域。使用多齿分度台带动摄像机转动，以相对运动的方式实现一维靶标在不同视场角下拍摄。如图 2-7 所示，多齿分度台带动摄像机，以固定分度角间隔精密旋转，每个视场拍摄一次靶标，处理图像提取靶标像点，即分度点坐标，与视场角一起存入分度映射表，经过对全像面的拍摄提取，从而实现对整个像面的标定。

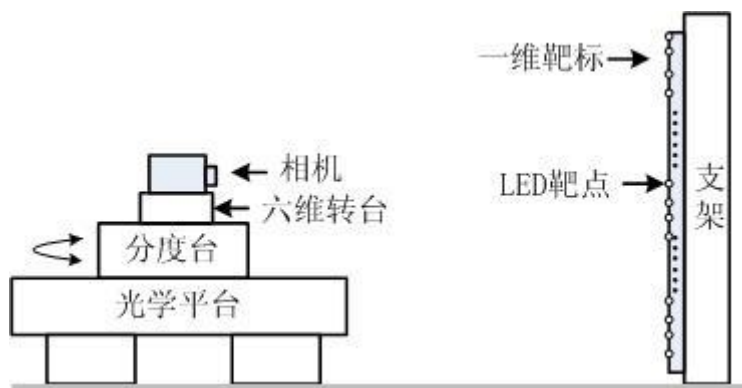


图 2-7 摄像机标定系统装置示意图

像面的细分过程如图 2-8 所示，分度点随视场角沿 U 方向增加，逐渐覆盖整个像面。每列分度点对应一个标定角度，像面被划分成多个分度块（分度块：在 U 、 V 方向上均相邻的 4 个分度点围成的像面区域），分度角度间隔和一维靶标点间隔分别决定了分度块 U 、 V 方向边长。在理想针孔成像模型下， u 坐标值与视场角度值一一对应，像点 u 坐标直接代表视场角度。实际上，成像畸变及其他因素的影响，使在同一视场方位成像的一系列分度点以曲线，甚至锯齿线形排列，因此需要同时使用 u 、 v 坐标，按与像点临近的多个分度点插值解算角度值。

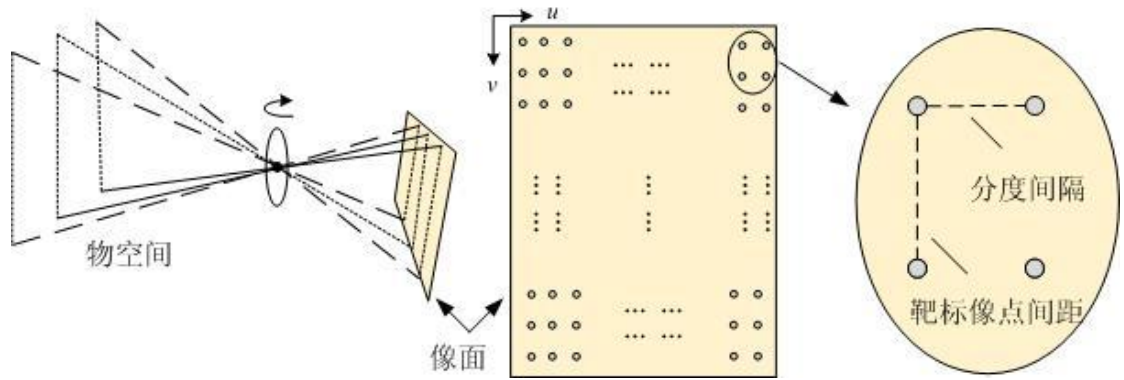


图 2-8 标定像面的细分

若要测量空间中一条光线的方向，至少需要得到在相互正交的两个方向上的角度值，例如俯仰角和偏摆角，所以对于一个摄像机需要两次扫描标定即像面划分过程，图 2-9 是一个摄像机完全标定后的一种像面划分形式。

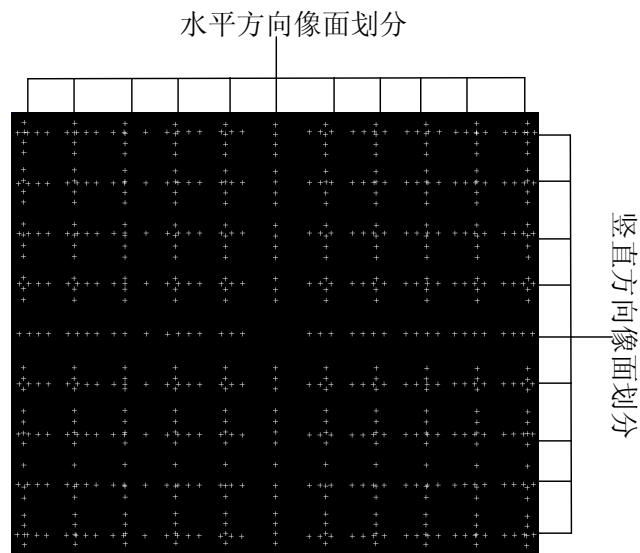


图 2-9 一种像面划分结果

在图 2-9 中像面在近似水平方向和近似竖直方向的分度点坐标和空间角度的对应关系分别存储在两个映射表中，在测量某个像面坐标 (u, v) 的角度 $(\theta_\alpha, \theta_\beta)$ 时，需要分别从对应的映射表中插值计算。偏摆角、俯仰角 $(\theta_\alpha, \theta_\beta)$ 的插值计算过程，即使此方法的测角模型。分析空间角度与像面曲线一一对应的一般情形，像点位于两条相邻的水平分度曲线和竖直分度曲线之间。

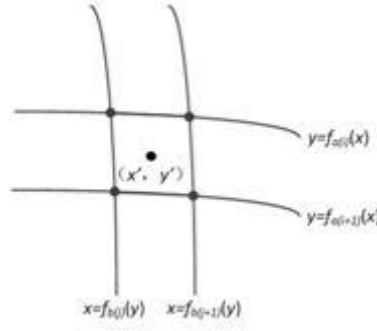


图 2-10 成像点角度解算原理

如图 2-10，像点坐标为 (x', y') ，包围它的偏摆和俯仰曲线 $x = f_{a(i)}(y)$ 、 $x = f_{a(i+1)}(y)$ 、 $y = f_{b(j)}(x)$ 、 $y = f_{b(j+1)}(x)$ $a(i)$ 、 $a(i+1)$ 、 $b(j)$ 、 $b(j+1)$ 。分别表示附近曲线所对应的水平角和垂直角。若各曲线之间的间隔足够小，则：

$$\begin{cases} \frac{f_{a(i)}(y') - x'}{f_{a(i)}(y') - f_{a(i+1)}(y')} = \frac{a(i) - a'}{a(i) - a(i+1)} \\ \frac{f_{b(j)}(x') - y'}{f_{b(j)}(x') - f_{b(j+1)}(x')} = \frac{b(j) - b'}{b(j) - b(j+1)} \end{cases} \quad (2-9)$$

$$\begin{cases} a' = a(i) - \frac{[f_{a(i)}(y') - x'] * [a(i) - a(i+1)]}{f_{a(i)}(y') - f_{a(i+1)}(y')} \\ b' = b(j) - \frac{[f_{b(j)}(x') - y'] * [b(j) - b(j+1)]}{f_{b(j)}(x') - f_{b(j+1)}(x')} \end{cases} \quad (2-10)$$

式 (2-10) 可解算出成像点 (x', y') 对应的水平角和垂直角 (a', b') ，即该成像点对应的成像光线的水平和垂直角。因此当畸变曲线覆盖整个成像范围且曲线之间间隔足够小，便可得到成像平面上任意一点成像光线的方向矢量，建立物方空间与图像空间之间的映射关系，从而完成摄像机的标定。

在此方法的实际测量中，由于建立的映射并非连续曲线和空间角度，而是一列点和空间角度。对于被测像点，必定处在由最邻近的四个分度点组成的分度块内，此分度块是不规则的四边形。

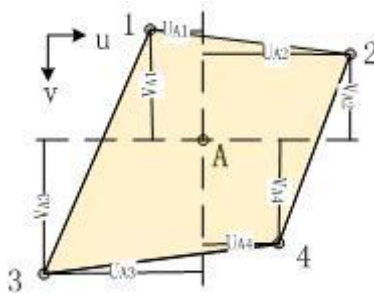


图 2-11 角度插值算法

如图 2-11 所示，被测 A 点在 1、2、3、4 为顶点的分度块内，按照线性加权插值法，按照四个分度块标准点和被测点的 u 、 v 坐标线性插值，则 A 点的空间角度 $\theta_A (u_A, v_A)$ ：

$$\theta_A = \theta_1 + \theta_E \frac{U_{A1}}{U_{21}} + \frac{\theta_E}{2} \left(\frac{U_{A3}}{U_{43}} - \frac{U_{A1}}{U_{21}} \right) \left(\frac{V_{A1}}{V_{31}} - \frac{V_{A2}}{V_{42}} \right) \quad (2-11)$$

式中：

U_{ij} — 特征点 i 、 j 之间的 u 方向距离；

V_{ij} — 特征点 i 、 j 之间的 v 方向距离；

θ_1 —特征点 1 对应的水平角；

θ_E —分度角度间隔。

2.2.2.2 一维靶标的设计

在非参数模型标定方法中，图像处理环节的误差决定着系统的总体亚像素误差，由于需要保证定位误差在 0.05 像素以内，一维靶标的光电需要具有较高的光点稳定度及直线度水平。在光源方面上，红外 LED 以其具有的稳定的光学特性及成像质量成为最佳选择。同时，红外 LED 体积小、发光点小、功耗低、响应快，且易于安装，在不同成像距离及成像角度都有稳定的图像质量，非常适用于空间大尺寸、摄像机大视场角度的测量系统使用。本系统使用的红外 LED 如图 2-12。

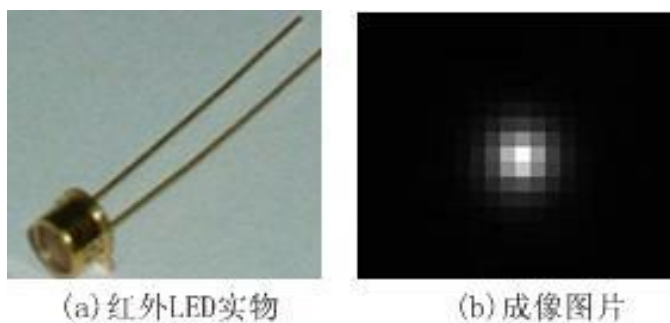


图 2-12 红外 LED 实物及成像图片

由于红外 LED 的制造工艺，每个 LED 的发光中心相对于圆柱形外壳内的中心并不完全一致，故不能直接制造位置精确固定的一维靶标骨架结构。最终设计的一维靶标结构对 LED 位置能够精细调节，如图 2-13 所示，直接装卡 LED 的是一个装卡块，通过螺钉、弹簧和支架上的定位孔精确调整装卡块，继而精密调整 LED 中心在一条直线上，从而构成高精度的红外 LED 一维靶标。

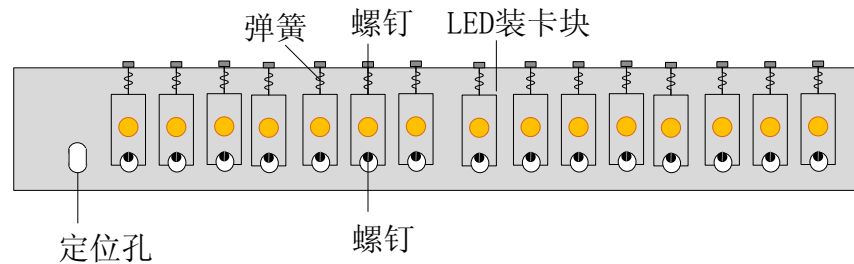


图 2-13 一维靶标结构设计

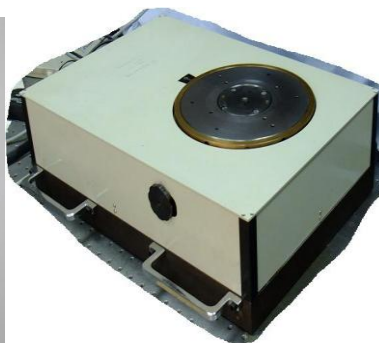
一维靶标上发光点中心直线度调整的过程是通过影像仪，使用直线导轨作为基准调整的，靶标的直线度误差可以达到使用 0.025 毫米的直线导轨，一维靶标直线度可以达到 0.035 毫米以内，可以满足测量需求。

2.2.3 误差因素分析

非参数模型摄像机标定方法的实现涉及到六维微调六维转台、分度台、摄像机之间的相对定位、一维靶标制作调整、图像处理等过程。在这些过程中均会引入不同程度的调整或处理误差，故需要针对标定过程的每个环节分析得到可能影响标定误差的误差项，进而详细分析此方法的误差性能。图 2-14 是标定系统的组成部件，涉及包括亚像素提取点误差、一维靶标直线度、摄像机镜头畸变、标定调整误差等因素，各误差项引入的机构和影响环节如表 2-2。



(a) 待标定摄像机



(b) 程控多齿分度台



(c) 六维微调转台



(d) 一维靶标

图 2-14 标定系统组成部件

表 2-2 非参数模型标定方法误差项表

序号	名称	引入机构/过程	影响环节	描述
1	线性插值误差	插值算法	测量	使用线性算法对正切系统插值
2	设计误差	靶标设计	标定	设计参数导致的固有偏差
3	靶标直线度误差	靶标制作	标定	一维靶标的直线度调整误差
4	图像处理误差	像点提取	标定、测量	图像处理中的亚像素定位误差
5	机械调整误差	机械调整	标定	机械部件的位置调整误差
6	其他误差	各个过程	标定、测量	分度值、温度、振动等因素

2.3 本章小结

本章对比介绍了摄像机的参数模型标定方法和非参数模型标定方法：首先简要介绍了参数模型标定的成像模型、经典参数模型方法的基本原理、优缺点和适用场合，并分析了这些方法因为基于参数解析模型而存在的限制误差进一步提高或适用性扩展的限制因素；然后对非参数模型摄像机标定方法的提出、原理、实现方式、测角模型和此方法特有的误差因素做了系统介绍。

第三章 非参数模型标定方法误差分析

非参数模型摄像机标定方法的实现过程涉及到插值算法选择、设计、制作、结构调整、特征提取等环节，引入的误差源对最终标定误差有着不同程度的影响。为了满足工业生产应用的要求，为相关技术的改进提供依据，需要研究方法的误差理论。本章将从方法设计到实现过程中的算法基础、设计、关键部件及图像处理等方面逐一分析引入的误差项及作用规律。

3.1 线性插值算法误差

在 2.2.2 节中描述测角模型的式(2-11)是对分度块四个角点数据的线性插值，以解算被测像点对应的空间角度的过程。标定中，分度靶点以相同角度间隔在摄像机像面上成像，位置间隔与角度成正切函数，如图 3-1，在像面 u 处角度提取误差为：

$$\theta_{aerr} = \theta_0 - \theta_1 = \frac{\tan \theta_1 - \tan n\theta_E}{\tan(n+1)\theta_E - \tan n\theta_E} \cdot \theta_E - (\theta - n\theta_E)$$

$$n = \left\lfloor \frac{\arctan(u \cdot d_u / c)}{\theta_E} \right\rfloor \quad (3-1)$$

式中， θ_E 是分度角间隔； θ_0 、 θ_1 分别为线性插值提取的测角值和理论角； c 是摄像机焦距， d_u 是像面 U 方向像元大小。在使用摄像机实际测量时，若测点位置与标定靶点位置正好重合，则提取的是准确的标定角度，否则采用线性插值的角度值会与实际的正切分布存在偏差，即为线性插值算法提点的误差，在图 3-1 中表示为灰色填充部分。

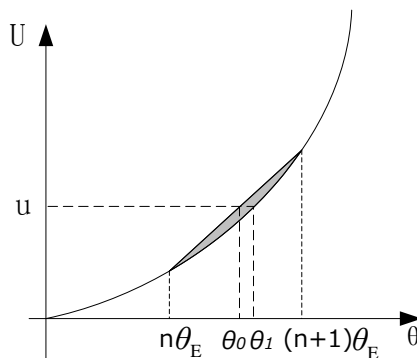


图 3-1 线性算法误差示意图

当 $\theta_E = 40''$ 时，线性插值提取误差如图 3-2，可见由于分度间距较小，对 10° 以内的正切曲线使用线性插值提取造成的提取误差最大值在 $10^{-5}''$ 数量级，对系统误差的影响可以忽略，故可以采用线性插值算法。

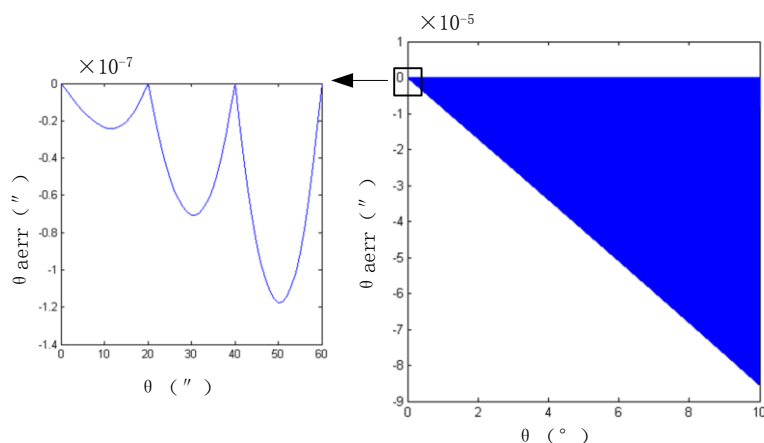


图 3-2 线性插值算法的误差量级

3.2 设计误差

如图 2-9 所示的一种像面标定结果，沿水平方向分布的标定点对应着水平方向的空间标准角度，沿竖直方向分布的标定点对应着竖直方向的空间标准角度。像面上，非标准标定点所在位置的水平、竖直对应角度，需要通过选取标准值插值提取。使用线性插值方式，则可以消除非标准点提取过程中的线性误差项，其他误差是残余的方法误差。

假设摄像机的成像畸变如图 3-3 所示分布，以 4 个靶点的靶标， 6.6° 分度角，对 θ_t 进行仿真计算。 4×4 个分度点将像面划分为 3×3 个分度块，其中 4 个靶点间距不等以观察靶点间距对 θ_t 的作用。如图 3-4，每个分度块内， θ_t 的值均从

顶点向中心发散增大。像面 U 方向，中部的 3 分度块内，成像畸变小，整体测角误差较小；V 方向中部区域，除像面最中心的分度块外，由于分度块面积过大，引入的测角误差相对较大， θ_t 最大值达到了 40" 以上。

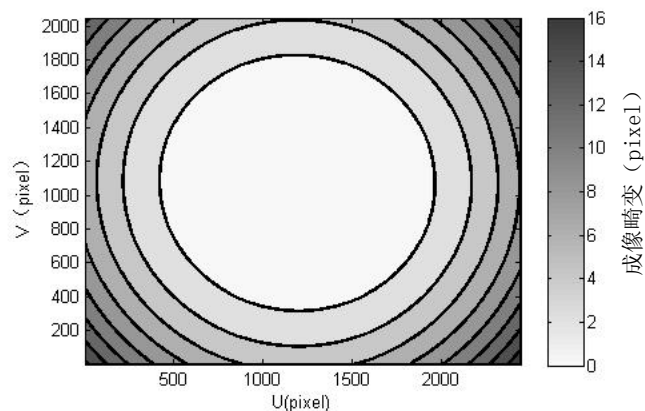


图 3-3 相机成像畸变分布

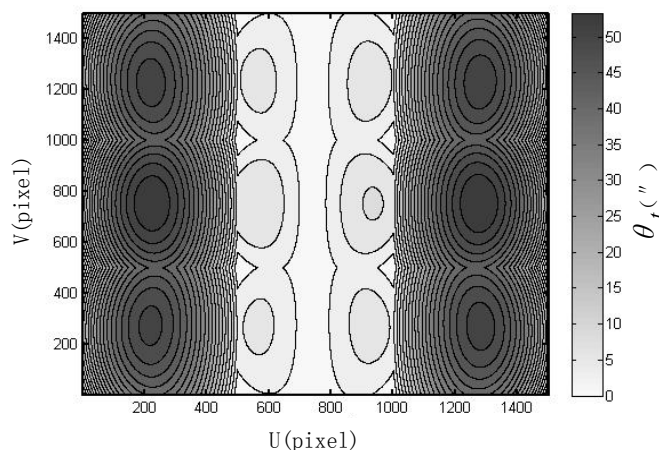


图 3-4 3×3 解算区域误差分布

上述过程相当于使用网格分布的分度点，将畸变的图像锚定在标准映射面上，分度点处是理想值，但未锚定的位置仍然偏离标准映射面，离分度点越远偏离越大。各分度块的位置和形状由分度角大小和靶点间距确定，填充进去的原始成像畸变被分度点部分吸收，剩余的畸变产生了测角误差项 θ_t 。可见， θ_t 与成像畸变量、分度块面积正相关；单个分度块内部，成像畸变越大、距分度点越远的像点测角误差越大。据此分布特性，为提高系统测角误差，应尽量减少分度区域面积，尤其是成像畸变大的区域。

在实际使用中使用了至少有 29 个特征点的靶标，如图 3-5，特征点间隔 2cm，中间间隔 10cm 的区域预留为准直光源使用。以 40" 的间隔划分 $[-10^\circ, 10^\circ]$ 视

场，获得 1876×29 个分度块，使用如表 3-2 的参数建立畸变模型，在此模型下使用非模型化标定方法，每个分度块内的误差 θ_t 的分布，如图 3-6 所示



图 3-5 实际使用的一维靶标

表 3-2 参数模型方法标定结果 (mm)

参数	值
c	22.9330
Cx (pixel)	1223.9629
Cy (pixel)	1024.0643
$k1$	$4.1137e-4$
$k2$	$-3.9750e-6$
$k3$	$4.8508e-8$
$p1$	$-8.0994e-6$
$p2$	$1.9319e-5$
$b1$	$-1.7664e-4$
$b2$	$9.5279e-5$

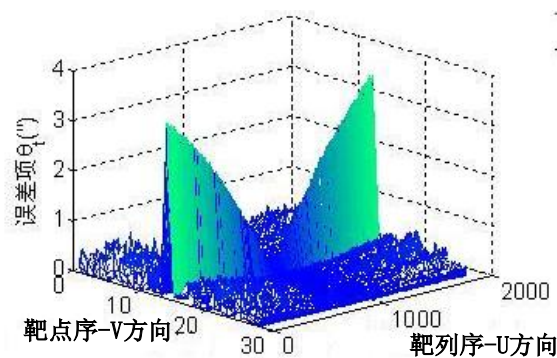


图 3-6 θ_t 分布

图 3-6 中，整个像面上，从四周到中心 θ_t 呈逐渐减小的趋势，分度块内的最大误差为 $0.5''$ 左右。但在像面中部，即一维靶标特征点 14、15 号之间的成像区域，由于间距过大 θ_t 达到了 $3''$ ，与分析吻合。实际误差分布情况根据畸变程度及其他因素的作用有一定的差异，但作用规律一致。上文非模型化标定方法的误差受到了细分误差的决定性影响，若需要高精度的测量，则需要设计精细的划分标定机构。

3.3 一维靶标直线度误差

一维靶标是非模型化标定方法的重要标定部件，特征点在标定位的成像坐标直接存入标准分度表，作为测量解算的数据源。设一维靶标上有 N 个靶点，空间标定角度值与像面上的分度列/线一一对应，分度列包含 N 个分度点，故标定角度值与分度点存在一对多的关系。一维靶标的理想情况是： $N \rightarrow \infty$ ，且靶标点沿严格的直线排列，那么此时的分度线一般是连续且光滑的曲线（因受成像畸变影响），定义为理想分度线。实际系统中，由于靶点直线度、图像处理误差等影响，分度线与理想分度线间存在偏差，影响着分度线左右以 N 个分度点为顶点的 $2N$ 个分度块，在分度块内插值提取角度时引入测角误差。

如图 3-7，分度角 θ_1 、 θ_2 、 θ_3 对应的分度点列的一种局部分布情况，O、P、Q、R 是 θ_2 的锯齿形分度线的分度点拐点，虚线段 1 是理想分度线的一部分，阴影部分是实际分度线与理想分度线的偏差，PQ 段两者重合。当被测点沿理想分度线轨迹 1 移动，则引入的误差项沿 V 方向分布曲线与分度线形状吻合，若被测点的 v 坐标保持不变，则引入的 θ_s 为定值， θ_s 计算如下式：

$$\theta_s = \frac{s(\theta_3 - \theta_2)}{L(\tan \theta_3 - \tan \theta_2)} = \frac{s_l(\theta_3 - \theta_2)}{c(\tan \theta_3 - \tan \theta_2)} \quad (3-1)$$

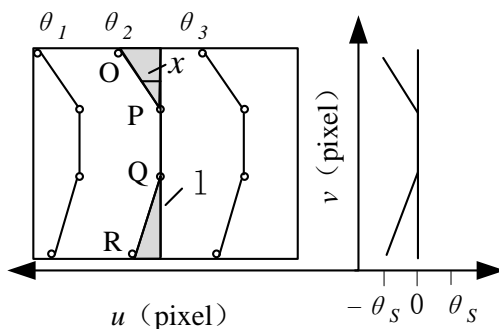


图 3-7 一维靶标直线度误差作用示意

式 (3-1) 中， s 表示靶标的直线度； L 为靶标距离多齿分度台中心的距离； x 表示分度线与理想分度线的偏差； c 表示摄像机的有效焦距； s_l 为靶标直线度在像面上的映射值。靶标调整是以直线度为 0.025mm 的直线导轨为基准，使用影像测量仪对每个特征点进行调整，由于特征点发光区域的形状拟合误差和影像测量仪的自身误差，调整误差约为 0.01mm ，则靶标的直线度为 0.035mm ，在距离多齿分度台中心 5m 处，引起的测角误差为 $1.44''$ 。

此外，摄像机的图像处理存在一定的提取误差，特征点的提取误差会放大特

征线直线度的影响，因此需将提取误差加入后， θ_s 表示为：

$$\theta_s = \frac{s_l \cdot (\theta_3 - \theta_2)}{c \cdot (\tan \theta_3 - \tan \theta_2)} + \frac{p(\theta_3 - \theta_2)}{c \cdot (\tan \theta_3 - \tan \theta_2)} \quad (3-2)$$

其中 p 为成像过程中引入的图像偏差。为方便解算，将直线度和图像处理误差合并为特征线的平滑度 S ，单位为像素，上述公式精简为：

$$\theta_s = \frac{S \cdot (\theta_3 - \theta_2)}{c \cdot (\tan \theta_3 - \tan \theta_2)} \quad , \quad S = s_l + p \quad (3-3)$$

对于标定摄像机 FL2G-50S5M 可得如图 3-8 所示的 θ_s - S 关系曲线。可见降低特征线平滑度可以线性降低引入的测角误差，当平滑度保持在 0.1pixel 时，系统误差可降低到 3"，可以通过提高靶标直线度、采用更精密的图像处理方法来降低测角误差。

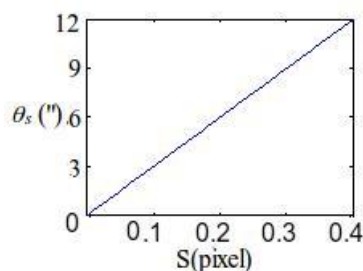


图 3-8 θ_s - S 关系曲线

使用 FL2G-50S5M-C 工业摄像机配合 Schneider 23mm 镜头，靶标直线度为 0.1mm，29 个靶点，空间平均间距为 20cm 的一维靶标在空间 3m 处标定，获取分度点库。使用畸变模型补偿成像畸变后，在每个分度靶列内仿真直线度引起的误差。如图 3-9a 所示，靶点直线度对提取误差的影响在水平各角度上的影响变化不大，且具有整体性特征，最大误差为 $\pm 10''$ 。图 3-9b 是第 900 靶列处 28 个分度区间内中心点提取误差分布图和靶点坐标图，可见两曲线走势吻合，即一维靶标直线度直接影响测角误差。同时，标定中一维靶标与像面的平行程度，会体现到靶标像点直线度中去，靠近像面的一端，其像点间的直线度偏差会被放大，导致整体直线度误差增大。

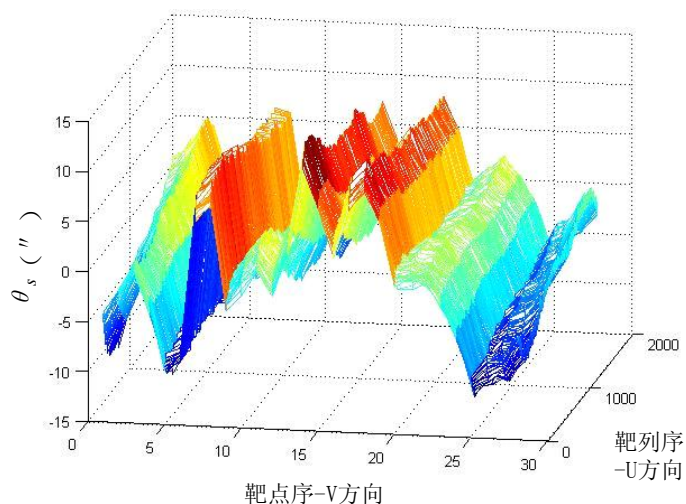


图 3-9a 各靶列内直线度引起的提取误差

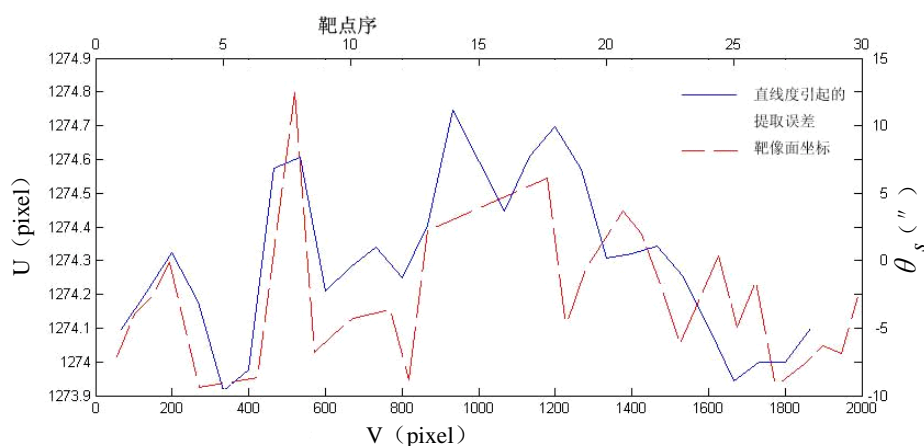


图 3-9b 靶点坐标与提取误差曲线对比

3.4 机械调整误差

在 2.3.3 节, 图 2-11 对标定过程进行了示意, 物空间的靶标特征点以光心所在竖直轴为转轴, 在 CCD 像面上形成角度均匀分布的成像列。实际上, 需要将摄像机置于多齿分度台上, 由分度台带动旋转实现固定的高精度角度定位, 故需要将摄像机成像光心精确定位在分度台转轴上, 以获得标准角度。其次, 由于需要使用像面坐标 (u, v) 解算空间角度, 故借助六维转台对摄像机像面调整竖直, 即像面方位的精确调整。如图 3-12, 摄像机成像光心与分度台旋转中心存在距离偏差 Δ , 像面所在坐标系的 X' 轴, Y' 轴, Z' 轴与理想坐标系 X 轴, Y 轴, Z 轴存在角度偏差。

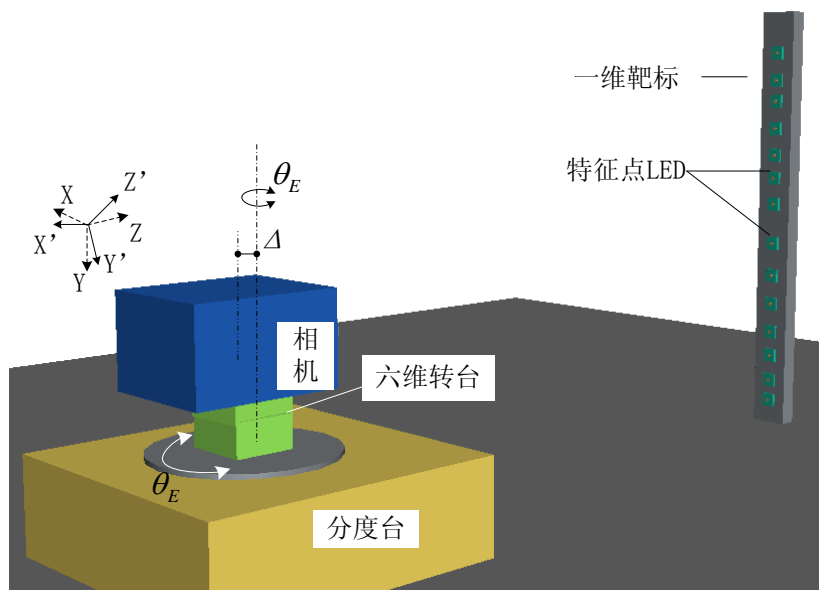


图 3-10 标定系统的机械结构

3.4.1 原点定位误差

图 3-12 中，光心与分度台旋转轴的偏差 Δ 定义为标定坐标系的原点定位误差，此误差因素对测角 θ 的影响过程分析如下：

(1) X、Z 分量误差

X 方向是摄像机的成像平面水平方向， X 分量的误差会造成摄像机坐标系原点的位置偏移，如图 3-13 所示，图中点 P 为特征点，点 O 为分度台的转轴中心，点 O' 为实际调整的光学中心位置， OO' 即为 X 分量误差 Δx ， θ 为观测角度， L 为特征点 P 距分度台的距离，因此由 Δx 所引起的摄像机实际旋转角度和分度台标准值之差 θ_x 为：

$$\theta_x = \cos^{-1} \left(\frac{\vec{op} \cdot \vec{o'p}}{|\vec{op}| \times |\vec{o'p}|} \right) = \cos^{-1} \left(\frac{L \Delta x \sin \theta}{\sqrt{L^2 - 2L \Delta x \cos \theta + \Delta x^2}} \right) \quad (3-4)$$

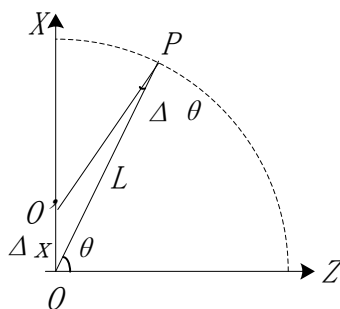


图 3-11 X 方向误差示意图

Z 方向是摄像机的深度方向，其误差分析与 X 方向类似，如图 3-12。

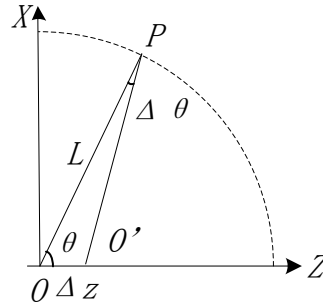


图 3-12 Z 方向误差示意图

一般情况下，X、Z 方向误差是同时存在，即光学中心在水平面的偏移，如图 3-13 所示。

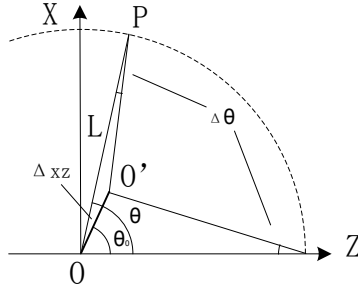


图 3-13 X、Z 方向综合误差示意图

此时 θ_{xz} 为：

$$\theta_{xz} = \sin^{-1} \left(\frac{\sin(\theta_0 - \theta) \cdot \Delta xz}{\sqrt{L^2 - 2L\Delta xz \cos \theta + \Delta xz^2}} \right) - \sin^{-1} \left(\frac{\sin(-\theta) \cdot \Delta xz}{\sqrt{L^2 - 2L\Delta xz \cos \theta + \Delta xz^2}} \right) \quad (3-5)$$

其中， Δxz 为 X、Z 方向的综合误差， θ_0 为 Δxz 的方向角，以式 (3-5) 为根据得到的 $\Delta \theta - \theta$ 曲线（图 3-14），其中假设 $\theta_0 = 60^\circ$ ， $\Delta xz = 4\text{mm}$ ， $L = 10\text{m}$ 。

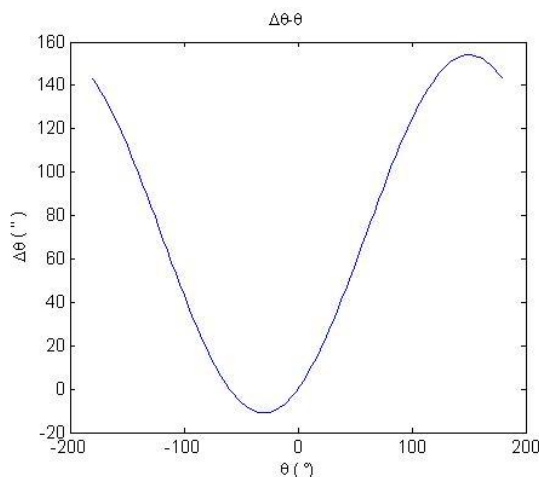


图 3-14 X、Z 方向综合误差引起角度偏移曲线

从图中可看出，即使只有毫米级别的偏移，在距离 $10m$ 的时候， $\Delta\theta$ 仍然可引起数十甚至上百角秒的误差，即分度角度不准确。摄像机视场不可能达到 $\pm 180^\circ$ ，一般为 30° ，不超过 90° ，实际引起的分度偏差并没有如此巨大，但此项应作为精确调整环节的调整对象。从式 (3-4)、(3-5) 还可看出，靶标距离分度台中心越远，其偏移误差对标定的影响越小。当靶标放置在距离分度台 $10m$ 远的位置时，若偏移位 $\Delta xz=0.2mm$ ，对于视场角为 30° 的摄像机，由于 X、Z 方向偏移带来的测角误差最大为 $1.07''$ 。

(2) Y 分量误差

如图 4-5 可知，一维靶标是分布于 Y 方向上，而且摄像机单方向标定时，标定的观测角即为绕 Y 方向旋转的角度，故 Y 方向的偏移对标定角度值无直接影响。

3.4.2 定向误差

图 3-12 中，辅助使用六维转台，调整 CCD 成像面方位，像面坐标系 $O-X'Y'Z'$ 与理想 $O-XYZ$ 各轴的角度误差，分别为 α 、 β 、 γ ，定义为坐标轴定向误差，此误差因素对测角 θ 的影响过程分析如下：

(1) α 分量误差

由于摄像机对靶标特征点的成像是从三维空间到二维空间的映射，并不能反映靶标的空间深度方向倾斜状态，即一维靶标在 $O-YZ$ 面内的倾斜，当靶标与摄像机存在一定的深度方向倾斜时，实际标定过程便会如图 3-15 所示，靶标在成像平面的成像特征线不再是垂直的，而是存在一定的倾角。

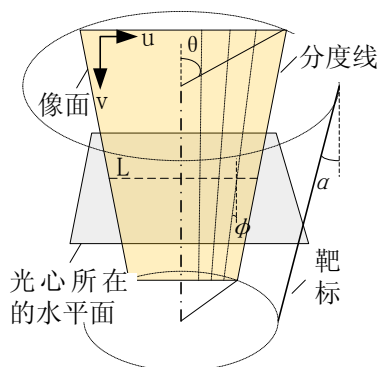
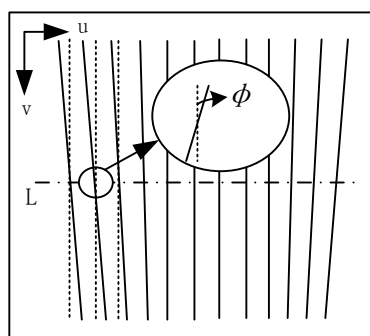


图 3-15 空间深度方向倾斜的靶标标定示意图

由于深度方向的倾斜,实际成像特征线在成像平面是呈轴对称倾斜的,如图3-16所示。当靶标的倾斜角为 α ,在水平角 θ 处引起的特征线倾斜角为 ϕ ,三者存在如下关系:

$$\tan \varphi = \tan \alpha \cdot \sin \theta \quad (3-6)$$



— 实际分度线 理想分度线

图 3-16 呈轴对称倾斜的分度线

由于 a 分量误差会引起上述现象,也可以此为原则来调整靶标与摄像机的位置关系,将靶标调整至与摄像机 Y 轴平行。 a 方向调整误差带来的标定误差为:

$$\theta_{\alpha} = \arctan\left(\frac{(v-v_0) \cdot \tan \alpha \cdot \sin \theta \cdot d_v}{c}\right) \quad (3-7)$$

其中 v 为被测点 v 方向坐标, v_0 为像面中心 v 方向坐标, d_v 为 v 方向的像元尺寸, α 方向偏差引起的误差是向成像平面的四个角增大的。通过摄像机的图像作为识别基准, 调整分度线与像面 v 方向平行, 对于视场角为 30° , 分辨力为 2448×2048 , c 为 20mm 的摄像机, 由于 α 方向偏转带来的最大误差为 $0.63''$ 。

(2) β 分量误差

β 方向就是绕 Y 轴的旋转方向,而分度台提供的标准值也是绕 Y 轴的旋转方向,此方向上的偏移只是会导致特征线的整体平移,即建立的角度-特征点的数据库有一个整体的角度偏移量。对于非参数模型的摄像机标定方法,标定误差关注的是相对角度的准确性,而非角度的绝对准确度,因此 β 方向的偏差对于摄像机标定几乎没有影响。

(3) γ 分量误差

γ 方向是绕 Z 轴的旋转方向,此分量的偏差会影响特征线整体的倾斜,如图3-17所示。

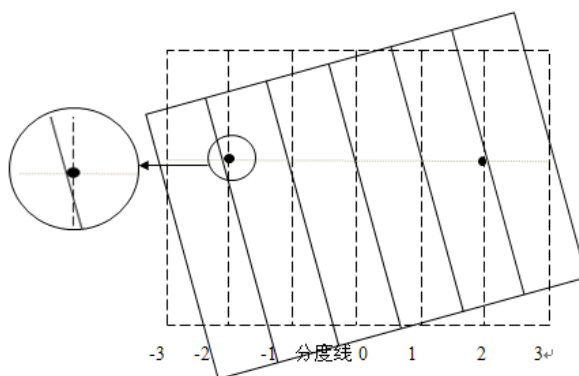


图 3-17 由于像面倾斜导致的分度线倾斜

如图3-17,被测点在理想分度线-2上,而分度线的偏斜使点在-1和-2分度线之间提取,使被测结果包含正弦量级的测角偏差。但因为分度线的相对位置没有改变,故与 β 方向的偏差一样可以忽略,不必精细调整。

通过对六维分量的分析,可以发现水平面上 X 、 Z 方向的偏差和绕 X 轴的旋转方向 α 的偏差是其中的主要误差来源,其余分量的影响都基本无影响,因此上述 X 、 Z 、 α 三量值的调整误差是非参数模型摄像机标定的关键。

3.5 图像处理误差

随着工业领域对精度要求的不断提高,高精度的亚像素图像处理算法应运而生。在有高精度要求的应用场合,待处理的图像特征点是应当进行预处理,图像质量可控,利用亚像素处理算法,可以便捷得提高检测精度。[6-8]

靶标的特征点在CCD上成像覆盖多个像素,需要使用适当的图像处理方法。而对于10~20ppm量级的高精度测量要求,对应的图像处理误差需为1/50000~1/100000。高精度的亚像素图像处理算法是建立在高质量图像和精确预定义模式特征的基础上,利用亚像素处理方法,可以将特征点的处理误差提高到亚像素甚至更高的水平。选择合适的图像处理、误差补偿过程,控制图像处理图像定位

稳定性可控制在 0.02pixel ，定位误差为 0.05pixel 以内，用以实现高精度的标定、测量。^[31]

在标定环节，亚像素特征点坐标提取误差会直接引入分度映射表，即成为标准数据源的误差。且特征点图像处理误差直接与靶标直线度和靶点间距的影响结果融合，造成标准数据点的坐标偏差，即分度块形位误差。如图 3-18 所示，理想分度块 I 是理想分度特征像点 1、2、3、4 围成的矩形，而亚像素提取误差使实际提取区域变形为 R 的不规则四边形。四个角点的实际可能位置在以理想位置为中心， 0.05pixel （图像处理的定位误差）为半径的区域内。

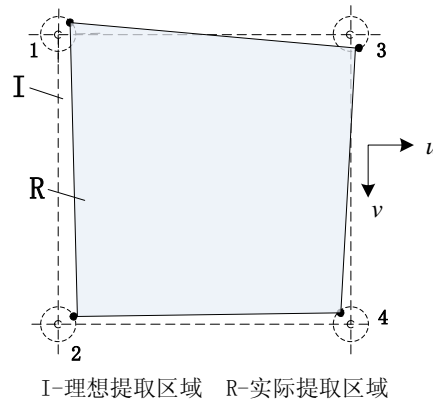


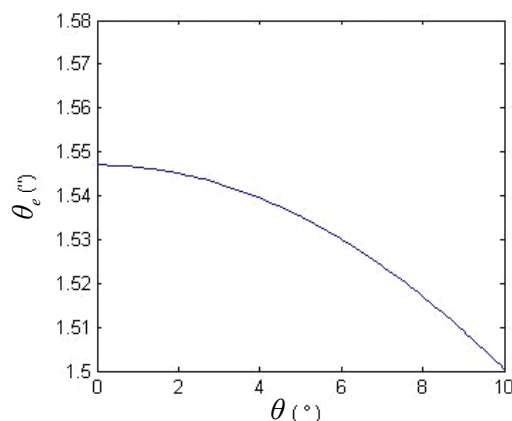
图 3-18 图像处理误差对标定结果的影响示意

图 3-18 中，U 方向的误差分量与一维靶标直线度误差作用相同，成为系统误差的一部分；V 方向的误差分量与一维靶标靶点间距的作用相同，此方向属于角度辅助权重提取方向，见式 (2-11)，且量值范围与实际靶点间距相比较小，故影响基本可以忽略。

在 $0\sim 10^\circ$ 范围内，每个的分度区间里，因为提点偏差造成的最大误差 θ_e 见式 (3-8)，取 θ_e 为 $40''$ ，c 为 20mm，D 为 0.05pixel ， θ_e 在 $0\sim 10^\circ$ 视场内的分布如图 (3-18)，当被测角 θ 逐渐增大，分度块 u 方向的边长呈正切曲线增大，使图像处理误差的影响减小。

$$\theta_e = \frac{D \cdot \theta_E}{c \cdot (\tan((\theta / \theta_E) + 1) \cdot \theta_E) - \tan((\theta / \theta_E)) \cdot \theta_E} / d_u \quad (3-8)$$

其中，c 是摄像机焦距，D 是图像处理误差， d_u 是像尺寸。

图 3-19 $\theta_e - \theta$ 关系曲线

在测量环节，目标点的位置提取误差造成了测角随机误差，合成随机误差标准差见式 (3-9)，在使用与标定过程相同的图像处理算法的情况下，按照计算 θ_e 的条件，得到 σ_θ 为 $1.60''$ 。

$$\sigma_\theta = \sqrt{\left(\frac{\partial \theta}{\partial u_A} \sigma_{u_A}\right)^2 + \left(\frac{\partial \theta}{\partial v_A} \sigma_{v_A}\right)^2} \quad (3-9)$$

3.6 其他误差因素

其他因素如分度机构的标称误差、机械结构的稳定性、光源发光特性、温度变化、振动等，都会影响标定、测量过程。

选择示值误差在 $0.5''$ 以下的程控多齿分度台，组建分度值为 $20''$ 以上的标定系统，使平均误差降低满足使用要求。

红外 LED 稳定性较好、亮度可调节、功耗低、耐振动、显示清晰，选择它作为一维靶标的发光光源较为合适。其发光特性受控制电压和上断电影响，在正常使用时光点中心偏差在 0.01pixel 以内，对非参数模型标定方法整体误差影响不大。^[32]

目前的标定技术方案中，对机械结构的精密设计尚显缺乏，使机械结构的稳定性容易受到环境振动、温度变化等影响，但可通过选择良好的使用环境弥补。

3.7 本章小结

本章详细研究了非参数模型摄像机标定方法中影响结果的关键因素，从线性算法、标定方法本身、一维靶标到分度机构，研究了各个因素的作用规律，得到其误差影响量级。 X 、 Z 、 α 三个方向的调整误差、特征点间距、靶标直线度和图像处理误差是标定方法中的主要误差来源。

根据对各项误差的分析，得出了标定方法综合误差的计算方法，并得出综合误差的分布规律为沿摄像机的径向方向对称向两侧增大，在视场最边缘区域误差最大，而且 X 、 Z 方向偏移误差、 α 方向偏转误差和特征点直线度误差都会随着靶标距分度台中心距离的增大而减小。

第四章 实验与验证

非参数模型化标定方法可以用在工业生产中，有高精度、非接触、适应性高等要求的场合，故实验测试此方法的性能、误差水平对方法的应用、及进一步改进提高有重要意义。

根据第三章的关键参量分析结果，设计一系列的标定、测量实验以验证非参数模型化标定方法的可行性及目前可以达到的性能，同时结合理论分析和实验结果，验证第三章误差因素分析的正确性。

4.1 标定实验

根据如图 4-1 所示的方案组建标定机构，进行摄像机全视场内的标定，即空间标准角度-像面坐标数据映射的采集、存储。使用的 FL2G-50S5M-C 摄像机配合 *Schneider* 23mm 镜头，有 2448*2048 的 CCD 分辨率和 $-10^{\circ} \sim 10^{\circ}$ 的视场角度。调整一维靶标的初始位置成像在 CCD 像面 U 坐标在 1224，然后控制程控分度台以预设的角度间隔在视场内拍摄、存储一维靶标特征点的像面坐标 (u, v) 及空间角度 θ 。由于分度台只能实现水平方向的扫描，故一次全视场扫描实现的是水平方向的一次标定，对一个摄像机需要进行水平、竖直两个方向上的标准数据源存储才算完成整个标定过程，标定流程如图 4-2。

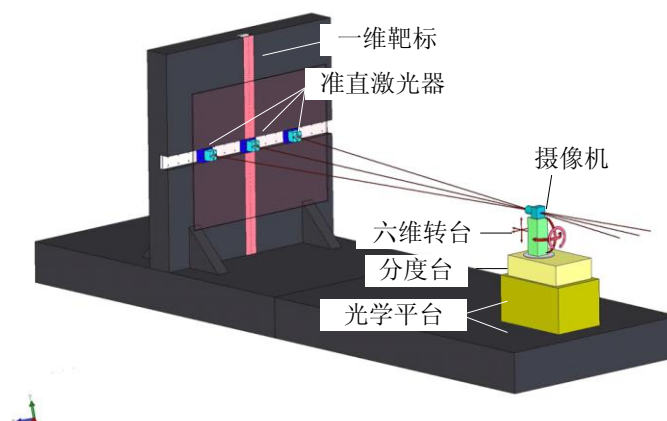


图 4-1 标定机构的组建模型图

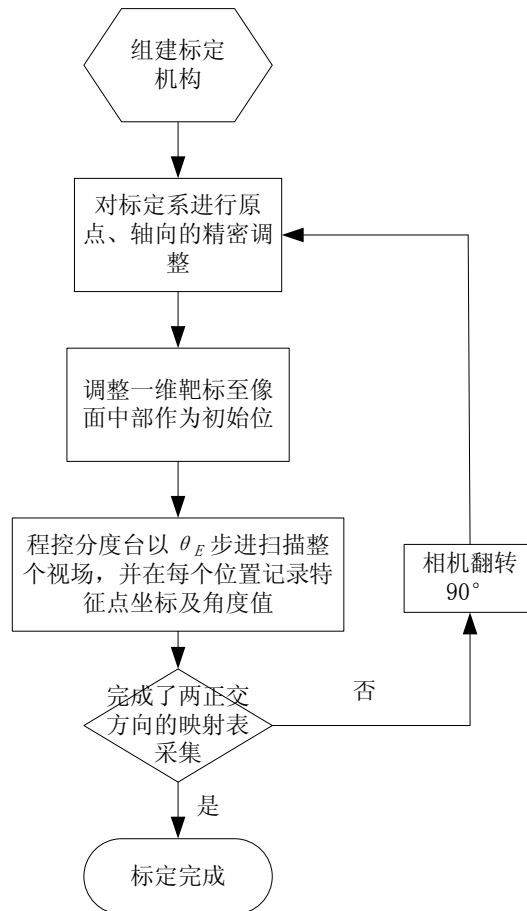


图 4-2 非参数模型摄像机标定方法标定流程

标定现场如图 4-3 所示，一维靶标是 29 个红外 LED 靶点构成；程控多齿分度台以 40" 为分度间隔。摄像机通过六维转台置于多齿分度台上，而标定机构整体置于光学平台上。



图 4-3 标定实验现场图

需要对关键参量分别进行精密调整，以满足高精度标定要求。

4.1.1 原点位置精密调整 (参量 X、Z)

准直光源用于调整摄像机光学中心与多齿分度台的转轴精密重合，调整过程如图 4-4，通过依次寻找分度台转轴中心、定位转轴中心，调整光学中心重合 3 个步骤进行。

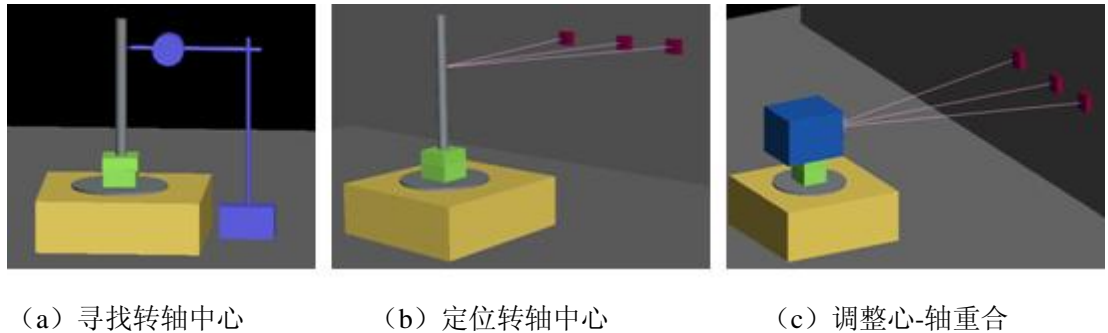


图 4-4 精密调整光学中心-转轴重合

第一步：寻找分度台转轴中心

将直径为 8mm、轴向误差为 5 μ m 的光轴与相应调整机构固定于多齿分度台上的粗调中心位置上，360° 的转动多齿分度台，并用千分表检测读数，千分表的最小读数为 1 μ m，根据千分表的读数，在多齿分度台的台面方向上调整光轴的位置，直至多齿分度台转动一周内，千分表的读数均控制在 20 μ m 之内，即调整完成。因此，分度台中心的确定环节的调整误差约为 25 μ m。调整现场如图 4-5 所示。



图 4-5 标定参量精密调整现场图

第二步：定位分度台转轴中心

使用三束准直光源，根据两条直线相交确定空间中一点的原理，将三束准直光源调至相交于光轴上同一点上。由于准直光源是使用的准直扩束激光器配合孔径光阑，每束准直光源调整时，将光阑孔径加大至 12mm，使其光束完全覆盖光轴，如图 4-6 所示，只需将图中光轴两侧的阴影部分调至对称，准直光源便与光轴重合。

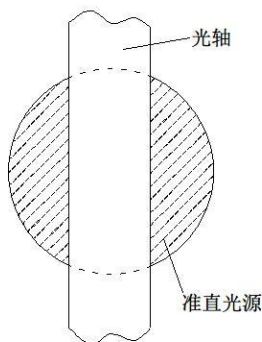


图 4-6 准直光源调整示意图

FL2G-50S5M 摄像机的像元尺寸为 $3.45\mu m$ ，通过摄像机于半米远处拍摄准直光源的调整图像，最终调至光轴两侧的图像宽度相同，则完成单束准直光源的调整。三束均按照此方式调至与光轴对齐后并调至同高，便完成旋转中心的确定。

由于使用摄像机进行辅助调整，其旋转中心水平与垂直方向的调整误差可达到摄像机像素分辨级别，实际调整偏差如下：

$$\Delta x = \frac{x_p}{c} * D = 0.00345 * 500 / 23 = 0.075mm \quad (4-1)$$

其中， D 为摄像机距离， x_p 为 U 方向上像元大小， c 为有效焦距。

第三步：精密调整光学中心-转轴重合

将摄像机与调整装置固定于多齿分度台上，为减少准直光源的能量，将孔径光阑调至直径 $1mm$ ，然后将三束准直光源分别投射到摄像机成像平面上，首先以中间的准直光源为基准初步调整摄像机姿态，将光学中心调至与中间准直光源对齐；然后以左侧准直光源为基准精确调整，将光学中心调至与左侧准直光源对齐，此时光学中心应已经于旋转中心重合；最后以右侧准直光源作为辅助调整和验证，查看右侧准直光源图像是否也符合调整准则，对之前调整环节进行验证；最终查看三束准直光源的图像是否均符合调准原则，完成光学中心的调整，三次准直光源的调整成像过程如图 4-7 所示。



(a) 中间光源成像 (b) 左侧准直光源成像 (c) 右侧准直光源成像

图 4-7 使用准直光源调整光学中心过程

由于是根据准直光源在摄像机的成像平面上的溢出图像来作为调整的判断依据，因此需对调整误差进行分析。以待标定摄像机 *FL2G-50S5M-C* 为例，表 4-1 为准直光源在不同位置处的“溢出”面积大小，其中“溢出”面积是指图像中灰度值超过 250 的饱和区域的范围。当偏移达到 0.1mm 时，“溢出”面积较最佳位置约有 200 像素的差异，可以较为明显的在图中显示出来；当偏移缩小到 0.05mm 时，“溢出”面积仅有 20-30 的差异，图像几乎没有差异，需借助其他图像分析软件才能察觉；当偏移小于 0.05mm 时，“溢出”面积基本只在 10 像素之内波动，无明显偏差，即使借助专业软件，也无法确定准确位置，只能确定左右偏移的中间位置；因此最终水平方向的调整误差初调可控制在 0.1mm 之内，精确调整可达到 0.05mm 左右。

表 4-1 不同位置溢出面积

	左偏移 0.5mm	左偏移 0.1mm	左偏移 0.05mm	最佳	右偏移 0.05mm	右偏移 0.1mm	右偏移 0.5mm
溢出面积 (像素)	3627	4186	4363	4383	4352	4175	3596

经过上述三步，便可完成光学中心与多齿分度台转轴的对齐，并通过分析可知，整体的水平方向的调整精度可以控制在 0.15mm~0.2mm。

4.1.2 标定系轴向精密调整 (参量 α)

标定坐标轴的调整比较复杂，因为微小的角度误差都会随标定距离的增加而被放大，且需要在处理调整数据前，采取一定的成像畸变补偿措施，否则会将微小的角度误差淹没，这些因素使得调整过程较为复杂。

对于参量 α ，可以使用分布在 Y 轴方向上的两个特征点，先调整 ϕ 为 90° ；使用分度台调节角度值 θ ，依据式 3-8，计算出当前 α 值的大小，使用六维转台调整俯仰角 α 大小；再调整 θ 到另一值直到在 θ 任意值时， ϕ 均无限接近于 90° ，即可认为 α 已得到精密调整。根据使用的图像处理算法精度为 0.05pixel，对 V

方向 2000pixel 像素的 CCD，像面直线角度分辨力为 0.001° ，故理论上可调整 α 在 1×10^{-3} 量级，即 $90 \pm 0.01^\circ$ 。

4.2 测角实验

由于方法的标定机构精密调整过程复杂，难以复现调整状态，故分别设计两种实验类型，对单摄像机测角能力进行验证：第 1 类实验在标定完整后，不拆除摄像机，直接在原位进行角度值测量；第 2 类实验是将摄像机拆卸后，置于新的测位对空间角度进行测量。

(1) 第 1 类实验

摄像机在单方向标定后，保持摄像机位置仍在多齿分度台之上，将多齿分度台旋转到未标定的任意角度 θ ，以靶标上的特征点作为被测点，通过之前摄像机标定得到的映射表数据解算特征点的空间角度，理想情况下，得到的角度值应与多齿分度台的示值一致。

由于摄像机与多齿分度台的相对姿态较标定时并没有发生变化，实验无法反映摄像机姿态调整上的误差；特征点作为被测点，其 v 方向坐标与标定时数据变化不大，特征点直线度误差影响较小，应只有亚角秒级别；实验主要反映特征点间隔误差和图像处理误差对于标定误差的影响，以及验证标定方法的可行性和稳定性。因此大部分误差应为 $\pm 2.04''$ 之内，最大误差控制在 $\pm 5''$ 。

共随机测量 500 个特征点，其误差分布如图 4-8 所示，统计分布如图 4-9 所示，数据统计如表 4-6 所示。

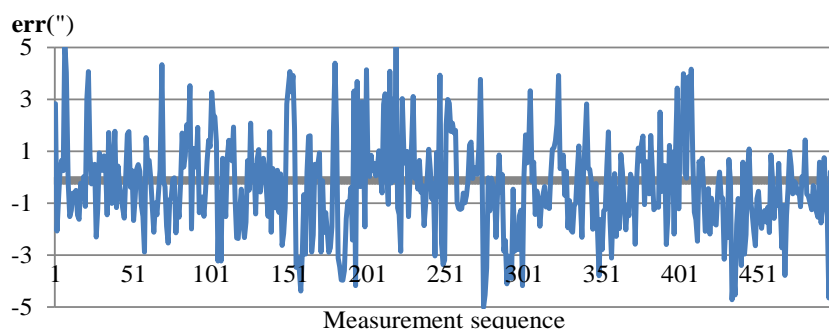


图 4-8 误差分布

表 4-2 误差统计 (\\\"')

绝对值平均	平均值	最大值	最小值	标准差
1.391599	-0.33978	5.229883	-5.01086	1.80078

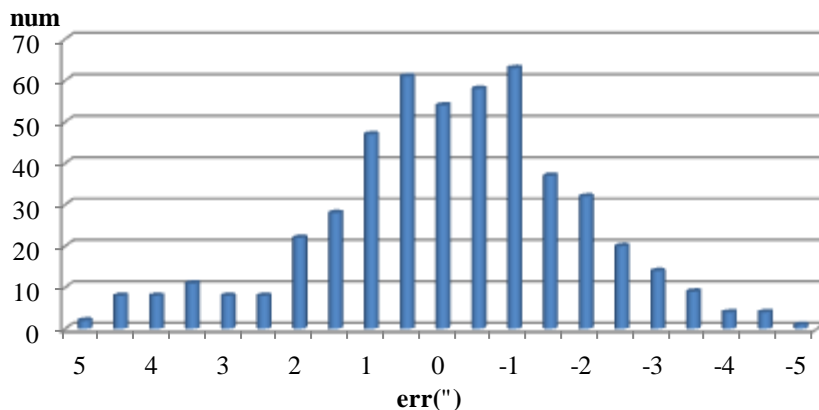


图 4-9 统计分布

实验结论:

首先, 非参数模型摄像机标定方法是可行的, 其标定误差可达到角秒级别, 而且其稳定性较好, 误差都在可控范围之内; 最大与最小误差均为 $5''$ 左右, 而且 80%左右的实验数据均保持在 $\pm 2''$ 之内, 实验数据与理论分析一致, 因此非参数模型摄像机标定方法的误差分析理论是正确有效的。

(2) 第2类实验

摄像机标定完成后,重置摄像机于分度台上,在标定视场范围内以半度为间隔对空间中一固定被测点进行测量,为查看重复性进行正向和反向两次测量,一次测回完成后便轻微移动摄像机,然后再做一次测回,如此反复三次,每次测回之间有一定的时间间隔。

由于摄像机坐标系和多齿分度台转轴之间存在偏心,根据之前的研究表明这种偏心误差是度按三角函数分布,因此将每次测回的各点误差值按三角函数拟合后,去除由于验证方法的偏心误差影响,从而得到实际的理论角度,与解算出的对应角度之间的差值,便是该摄像机标定之后的综合误差表现,通过之前分析可知,综合误差应控制在 $\pm 8.02''$ 。

实验数据存在调整误差,是由于光心与转轴存在重合度偏差引起,即标定坐标系与验证坐标系不重合,偏心距导致验证误差随测角 θ 呈三角函数分布,可通过将误差数据进行三角函数拟合去除。

每次测回共测量 42 个被测点，其总体的误差分布如图 4-10 所示，由于三次的测量环境略有差异，图 4-11 为去除环境漂移后的总体分布，图 4-12 为去除了验证方法的偏心误差影响后的三次测回的实际测量误差，图 4-13 为各次测回之间的偏差。

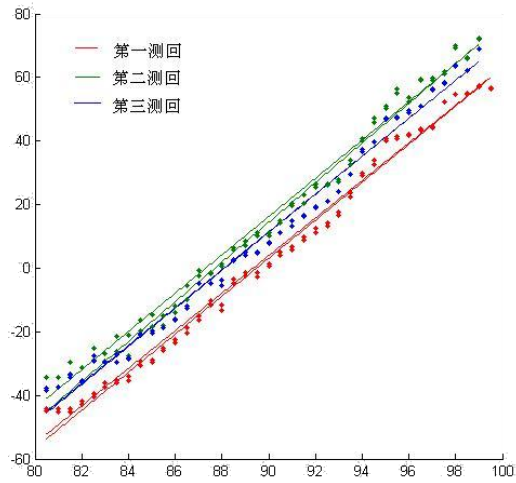


图 4-10 总体误差分布（原始数据）

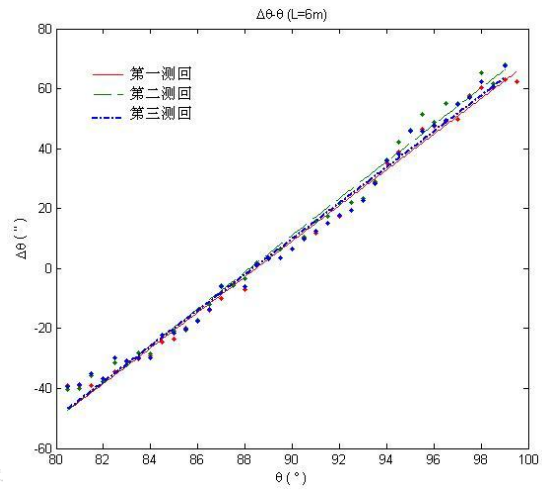


图 4-11 总体误差分布（去除环境漂移）

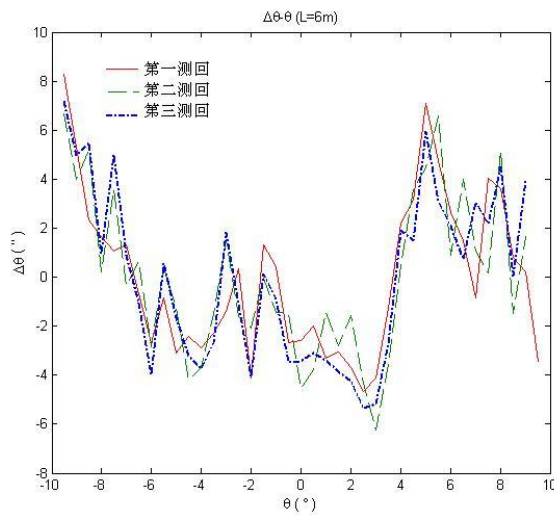


图 4-12 测量误差

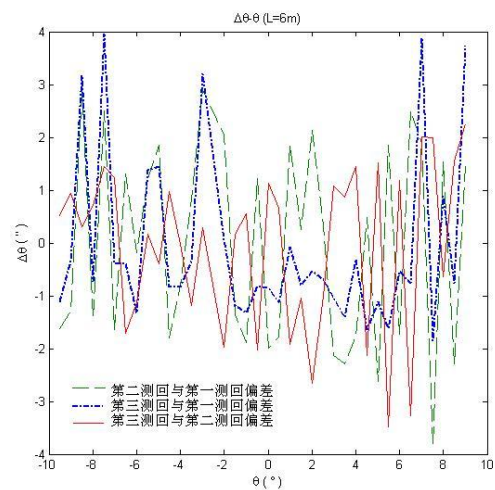


图 4-13 各测回之间偏差

实验结论：

首先，实测误差如图 4-12 所示，控制在 $\pm 8''$ 之内，与理论分析是一致的；其次，实测误差分布也与理论分析相一致，自中心沿径向方向增大，因此标定方法的误差分析理论是正确有效的；再次，非参数模型摄像机标定方法拥有可靠的系统稳定性，根据不同时间的重复性测量，误差基本一致。

4.3 测长实验

4.3.1 双目立体视觉系统

摄像机标定是视觉测量系统的基础，视觉测量系统在现场的实际测量误差直接体现了标定效果的优劣，双目立体视觉测量作为视觉测量的典型应用，摄像机标定效果直接决定了系统的测量误差。

双目立体视觉基于双摄像机的三维信息获取系统，使用非模型化测角方法获得空间角度其测量模型如图 4-14 所示。两摄像机与被测物体在空间形成一个三角形，通过分别获得两摄像机到空间点的直线交汇模型获得空间目标的三维坐标信息。 $O_{c1}-X_{c1}Y_{c1}Z_{c1}$ 是摄像机 1 坐标系，有效焦距为 c_1 ，像平面坐标系为 $O_1-X_1Y_1$ ； $O_{c2}-X_{c2}Y_{c2}Z_{c2}$ 是摄像机 2 坐标系，有效焦距为 c_2 ，像平面坐标系为 $O_2-X_2Y_2$ ，将摄像机 1 坐标系作为双目视觉系统坐标系 $O_s-X_sY_sZ_s$ 。^[33,34]

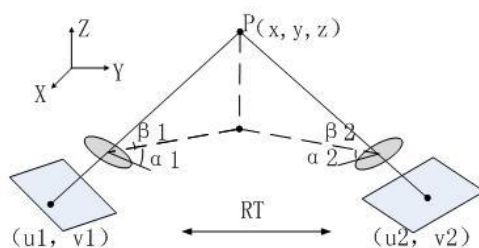


图 4-14 双目立体视觉测量模型

两摄像机坐标系间的空间关系为：

$$\begin{bmatrix} x_{c2} \\ y_{c2} \\ z_{c2} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_1 \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_2 \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_{c1} \\ y_{c1} \\ z_{c1} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4-2)$$

式中： $R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}$ ，表示坐标系 2 到 1 的旋转矩阵； $T = [t_1 \ t_2 \ t_3]^T$ ，表示坐标系 2 到 1 的平移矩阵。

对于非参数模型标定方法，两摄像机分别独立测出空间坐标投影在自身坐标系下的正交角度坐标 (α_1, β_1) (α_2, β_2) ，再通过两摄像机坐标系的 RT 矩阵同

一到系统坐标系下，最终得到空间三维坐标值。根据 $\tan \alpha = \frac{U}{C}$, $\tan \beta = \frac{V}{C}$ 可得两摄像机像面坐标与空间坐标的关系公式为：

$$\begin{cases} x_s = z_s \cdot \tan \alpha_1 \\ y_s = z_s \cdot \tan \beta_1 \\ z_s = \frac{t_1 - \tan \alpha_2 \cdot t_3}{\tan \alpha_2 \cdot (r_{31} \cdot \tan \alpha_1 + r_{32} \cdot \tan \beta_1 + r_{33}) - (r_{11} \cdot \tan \alpha_1 + r_{12} \cdot \tan \beta_1 + r_{13})} \\ = \frac{t_2 - \tan \beta_2 \cdot t_3}{\tan \beta_2 \cdot (r_{31} \cdot \tan \alpha_1 + r_{32} \cdot \tan \beta_1 + r_{33}) - (r_{21} \cdot \tan \alpha_1 + r_{22} \cdot \tan \beta_1 + r_{23})} \end{cases} \quad (4-3)$$

为了对比，分别设计了基于参数模型标定和非参数模型标定两种方法实现双目视觉测量系统，通过误差和标定过程进行方法间的对比。搭建双目立体视觉系统，使用相同配置的摄像机作为主要视觉传感器，摄像机之间位姿确定好后，分别对视场范围内的 20 个位置的基准尺进行测量，通过基准尺的测量误差来衡量不同标定方法和不同摄像机之间的误差水平。如图 4-15 所示，是双目立体视觉系统的组成部件，包括两台摄像机、一把标准尺、计算机。



图 4-15 双目立体视觉系统部件

4.3.2 基于参数模型测长实验

Megaplus6.3i 摄像机

分辨力为 3066×2048 ，象元大小 $9\mu\text{m}$ ，配备 28mm 镜头。使用虚拟立体靶标的参数模型标定方法，虚拟立体靶标大小为 $1.5\text{m} \times 1\text{m} \times 2\text{m}$ ，共 64 个特征点，两台摄像机标定结果如表 4-3 所示。

表 4-3 常规方法标定结果 (mm)

参数	摄像机 1	摄像机 2
c	28.95026	28.79084
C_x (pixel)	1521.63802	1524.98203
C_y (pixel)	1003.01883	1007.378596
$k1$	0.00012274	0.000105081
$k2$	-1.96268e-7	-1.02831e-7
$k3$	6.12274e-13	1.9896e-14
$p1$	0.000034819	-0.00062394
$p2$	0.000035646	-0.00009513
$b1$	0.04904321	0.0000080694
$b2$	-0.00156393	-0.0000091472
像面残差 (pixel)	0.07	0.08

使用基准尺长度为 1000.017mm，测量范围为 $3\text{m} \times 3\text{m} \times 3\text{m}$ ，20 个位置的测量数据如下：

表 4-4 测量数据 (mm)

编号	测得尺长	偏差	编号	测得尺长	偏差
$P1$	1000.0196	0.0026	$P11$	1000.0626	0.0456
$P2$	999.8595	-0.1575	$P12$	999.974	-0.043
$P3$	1000.1697	0.1527	$P13$	1000.0027	-0.0143
$P4$	1000.0079	-0.0091	$P14$	1000.0283	0.0113
$P5$	999.9655	-0.0515	$P15$	1000.3595	0.3425
$P6$	1000.0453	0.0283	$P16$	1000.0896	0.0726
$P7$	1000.0216	0.0046	$P17$	999.7956	-0.2214
$P8$	999.959	-0.058	$P18$	999.9925	-0.0245
$P9$	1000.1933	0.1763	$P19$	1000.1294	0.1124
$P10$	1000.2718	0.2548	$P20$	999.7156	-0.3014

如表 4-3，两摄像机的标定残差都在 0.1pixel 以下，组成的双目立体视觉测量系统测量空间 3m 范围内的理论测量误差应可控制在 $\pm 0.1\text{mm}$ 左右，但是实测误差却达到了 $\pm 0.3\text{mm}$ ，与理论分析相差较大。根据 2.1.3 节的分析系统中两台摄像机使用虚拟立体靶标进行标定，靶标大小为 $1.5\text{m} \times 1\text{m} \times 2\text{m}$ ，远小于测量空间 $3\text{m} \times 3\text{m} \times 3\text{m}$ ，即标定空不能覆盖全视场，标定空间不足导致部分测量空间不能

得到有效标定；且在高精度测量中，标定解算方法必然为非线性优化，以及摄像机固有存在的非模型畸变因素干扰，因此该系统的测量误差必然和理论误差存在较大差异。虽然实际两台摄像机的标定残差都在 0.1pixel 以下，但标定残差实际反映的是标定空间内的误差水平，而对于大视场摄像机，不仅标定空间未能覆盖全部视场，而且标定一般都位于视场中间畸变较小的区域，因此当测量点超出标定范围时，其误差水平必然会大幅增加，实际测量的数据也验证了这点，部分测量数据是在理论误差之内的，还有很多数据大大超出了理论误差的范围。

正是由于这种测量误差的不可控，使视觉测量系统在大视场高精度应用时无法拥有一个稳定的误差基础，其测量数据完全不可靠。

4.3.3 非参数模型测长实验

basla 摄像机

分辨力为 1300×1030 ，象元大小 $6.67\mu\text{m}$ ，配备 20mm 镜头。使用非参数模型标定方法，靶标上特征点数为 29 个，靶标距离多齿分度台中心距离为 4m。根据第三章中的误差作用规律可知，该系统中摄像机的标定误差为：

XZ 方向偏移误差 $\theta_{xz}=2.18''$ ，

α 方向偏转误差 $\theta_{\alpha}=0.86''$ ，

方法设计误差 $\theta_t=0.5''$ ，

特征点直线度误差 $\theta_s=5.22''$ ，

图像处理误差 $\theta_e=3.42''$ 。

使用基准尺长度为 1026.14mm，测量范围为 $3\text{m} \times 3\text{m} \times 3\text{m}$ ，20 个位置的测量数据如下：

表 4-5 测量数据 (mm)

编号	测得尺长	偏差	编号	测得尺长	偏差
P1	1026.1349	-0.0051	P11	1026.2866	0.1466
P2	1026.1035	-0.0365	P12	1026.0170	-0.123
P3	1026.2664	0.1264	P13	1026.1637	0.0237
P4	1026.1357	-0.0043	P14	1026.0608	-0.0792
P5	1026.1093	-0.0307	P15	1026.1089	-0.0311
P6	1026.1901	0.0501	P16	1026.1428	0.0028
P7	1026.3132	0.1732	P17	1026.0470	-0.093
P8	1026.1978	0.0578	P18	1026.2425	0.1025
P9	1026.2392	0.0992	P19	1026.0690	-0.071
P10	1025.9723	-0.1677	P20	1026.2300	0.090

由摄像机标定数据可知，标定误差为 $\pm 12.18''$ ，因此该系统在 3m 范围内的测量误差应为 $\pm 0.177\text{mm}$ ，而实测数据也与理论分析相吻合，最大误差为 0.1732mm ，略小于理论误差，这是由于实测时范围一般都会略小于测量要求。通过数据比对可看出，在相同的测量范围内，非参数模型的标定方法的测量数据误差远远高于参数模型标定方法，而且非参数模型标定方法使用的摄像机配置远远低于参数模型标定方法，这是由于非参数模型标定方法是真实的对摄像机全视场进行标定，使用线性算法完全去除了非线性优化的不确定性，并充分考虑了非参数畸变的影响，因此非参数模型标定方法较参数模型标定方法具有更高精度。

FL2G-50S5M 摄像机

分辨力为 2448×2048 ，象元大小 $3.45\mu\text{m}$ ，配备 23mm 镜头。使用非参数模型标定方法，靶标上特征点数为 29 个，靶标距离多齿分度台中心距离为 4m。摄像机标定误差为：

XZ 方向偏移误差 $\theta_{xz}=1.79''$ ，

α 方向偏转误差 $\theta_{\alpha}=0.85''$ ，

方法设计误差 $\theta_t=0.5''$ ，

特征点直线度误差 $\theta_s=3.34''$ ，

图像处理误差 $\theta_e=1.54''$ 。

使用基准尺长度为 1080mm，测量范围为 $3\text{m} \times 3\text{m} \times 8\text{m}$ ，20 个位置的测量数据如下：

表 4-6 测量数据 (mm)

编号	测得尺长	偏差	编号	测得尺长	偏差
P1	1080.0214	0.0214	P11	1080.0051	0.0051
P2	1080.0863	0.0863	P12	1079.9481	-0.0519
P3	1080.1988	0.1988	P13	1080.0146	0.0146
P4	1079.8667	-0.1333	P14	1079.9215	-0.0785
P5	1079.8966	-0.1034	P15	1080.0018	0.0018
P6	1079.6979	-0.3021	P16	1079.7061	-0.2939
P7	1080.0012	0.0012	P17	1080.1644	0.1644
P8	1079.8799	-0.1201	P18	1079.9009	-0.0991
P9	1079.9762	-0.0238	P19	1080.0084	0.0084
P10	1080.1111	0.1111	P20	1080.1343	0.1343

由测量数据可以看出，对于不同的摄像机和镜头，测量结果仍然保持较高的稳定性和误差，可反映出非参数模型标定方法具有较好的适应性。由摄像机标定

误差为 $\pm 8.02''$ 可知,该系统在 8m 范围内的测量误差应为 $\pm 0.31\text{mm}$,而实测数据也与理论分析相吻合,最大误差为 0.3021mm,也再次验证误差理论分析的正确性,而且随着摄像机性能的提升,标定误差水平也得到了相应的提升。

上个应用中,标定范围和测量范围是相一致的,其测量误差必然应和理论误差相吻合;而本次应用中,测量范围远远超过了标定范围,测量误差仍然可以用理论分析得出,因此非参数模型标定方法完全没有参数模型标定方法中标定空间不足的影响。这个优势也是非参数模型标定方法的原理所决定的,其标定所得数据库实际记录的是特征点对应入射光线的矢量方向,被测点求解得到的也是其入射矢量方向,而与距摄像机的远近无关,因此当被测点超出标定范围时,对于其解算完全无影响,适应于大视场应用。

通过实测数据可看出,由非参数模型标定方法标定的摄像机在全视场内都能有比较稳定的测量结果,而且误差水平是可以通过理论分析得到的,并不会像参数模型标定方法一样出现与理论分析差距较大的误差,有效地验证了非参数模型标定方法误差理论分析的正确性。非参数模型标定方法比参数模型标定方法有着误差更高、稳定性更好的明显优势,更加适合大视场摄像机的标定,可有效解决现阶段大视场标定的难题。

4.4 本章小结

本章是非参数模型相机标定方法的实际使用,详细介绍了方法的标定过程,决定误差的关键参量精密调整方式;设计了不同条件下的单相机单方向上的测角实验;搭建了基于此方法的双目立体视觉系统,并与参数模型方法进行对比,通过数据说明了非参数模型标定方法在测量误差、稳定性和适应性上都远好于参数模型标定方法,更加适合于满足大视场高精度领域的测量需求,有着良好的应用前景。

第五章 总结及展望

5.1 全文总结

摄像机标定在视觉测量系统中有着重要的地位,几乎对系统所能达到的误差水平、适用条件等诸多性能都有重要影响。常用的标定方法都基于参数模型解算得到模型参数,虽然算法发展较为成熟,但存在着参数模型化系统固有缺陷,如参数优化解算的不确定性、非参数化误差因素等已经限制了视觉测量技术的发展,难以满足现代化高精度、大视场的测量需求。非参数模型化标定方法利用空间中一条确定的直线和精密测角设备直接反映物方空间中成像光线的观测角度与图像中畸变曲线之间的对应关系,避免了参数化缺陷。本文主要研究了非参数模型标定方法的实现方案;全面深入分析了标定各环节中引入的误差项,得到标定的关键设计、调整步骤;根据研究设计并搭建了标定平台,对标定方法进行了可行性的实验验证,实验结果表明非参数模型标定方法的原理正确,方法可行,可有效改善大视场摄像机标定困难的现状。

本文的创新性工作有:分析了参数模型标定方法的适应性和局限性;研究了一种大视场摄像机非参数模型标定方法;对标定方法中的误差项进行全面深入分析,为相关技术的进一步发展提供了理论依据;搭建了标定、测量平台验证了方法的可行性和先进性。

5.2 工作展望

本文的研究和实验工作证明了大视场摄像机非参数模型高精度标定方法是切实可行的解决大视场摄像机该进度标定的有效手段,但作为一种新的技术方法,要达到工业现场的使用要求还有需要进一步研究、提高、改善的技术问题:

本方法的高精度标定数据是依靠精密的机械结构实现的,但目前使用的标定结构还较为简单,分度台、六维转台和摄像机的整体机构可靠性尚不能得到保证,缺少机构稳定性检测部件,且调整非常复杂。例如:分度台转轴中心和成像光学中心重合度的调整,误差还是只能达到亚毫米级别,根据误差分析方法也可知这项误差所引起的测量误差比重也很大,因此需要在现有基础上对机械调整方法甚至调整机构做进一步的精密设计。一维靶标是非参数模型标定方法的核心部件,

本文中通过直线导轨作为基准来调整靶标上的特征点，在短距离上直线导轨的误差还有所保证，但对于标定视场要求达到米量级的摄像机时，其直线度误差完全无法保证。因此应寻找更为稳定，误差更高的直线基准。

参考文献

- [1] 郝继贵, 叶声华, 工业现场近景数字摄影视觉精密测量. 地理空间信息, 2004. 2(6): 11~14.
- [2] 郝继贵等, IVECO 车身视觉检测系统现场溯源研究. 计量学报, 2000. 21(1): 28~33.
- [3] 邹定海等, 用于在线测量的视觉检测系统. 仪器仪表学报, 1995(4): 337~341.
- [4] 马骊群等, 工业大尺寸测量仪器的溯源现状及发展趋势. 计测技术, 2006. 26(6): 1~5.
- [5] 叶声华等, 大空间坐标尺寸测量研究的现状与发展. 计量学报, 2008. 29(z1): 1~6.
- [6] 邱茂林, 马颂德, 李毅, 计算机视觉中摄像机定标综述. 自动化学报, 2000. 26(1): 43~55.
- [7] 陈爱华, 高诚辉, 何炳蔚, 计算机视觉中的摄像机标定方法. 中国工程机械学报, 2006(4): 498~504.
- [8] 伍雪冬等, 计算机视觉中传统摄像机定标方法综述. 福建工程学院学报, 2007. 5(1): 57~61.
- [9] 周富强等, CCD 摄像机快速标定技术. 光学精密工程, 2000(1): 96~100.
- [10] 吴斌等, 一种立体视觉测量高精度标定新方法. 光电工程, 2005(12): 66~70.
- [11] FAUGERAS O D, TOSCANI G. The calibration problem for stereo[C]//Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 1986, 1:15-20.
- [12] TSAI R, LENZ R K. A technique for full autonomous and efficient 3D robotics Hand/Eye calibration [J]. IEEE Trans Robotics and Automation, 1989, 5(3):345-358.
- [13] TSAI R. An efficient and accurate camera calibration technique for 3D machine vision[C]//Proc IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 1986,1:364-374.
- [14] WENG J Y, COHEN P, HERNION M. Camera calibration with distortion model and accuracy evaluation [J]. IEEE Trans Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1992, 14(10):965-980.

- [15]Manbank S J, Faugeras O D, A theory of self-calibration of a moving camera, International Journal of Computer Vision, 1992, 8 (2): 123-151
- [16]张丹.基于图像的模拟摄像机标定方法的研究.长春理工大学,2008.
- [17]胡占义,吴福朝, 基于主动视觉摄像机标定方法. 计算机学报.
- [18]孟晓桥,胡占义, 摄像机自标定方法的研究与进展. 自动化学报, 2003. 29(1): 110~124.
- [19]贾丹, 摄像机现场标定算法研究: [硕士学位论文], 2007, 哈尔滨工程大学.
- [20]尹洪涛等, 相机标定误差因素分析. 信息通信, 2012(1): 28~30.
- [21]韩超, 基于灭点径向一致性约束的相机标定研究, 2011, 南京邮电大学.
- [22]郝继贵等, 光学坐标测量系统技术研究. 传感技术学报, 2007. 20(4):778~780.
- [23]郝继贵等, 光学坐标测量系统中的关键技术. 红外与激光工程, 2007. 36(3): 296~299.
- [24]刘元坤, 苏显渝与吴庆阳, 基于傅里叶条纹分析的多摄像机标定方法. 光子学报, 2007. 36(9): 1734~1737.
- [25]夏仁波等, 基于圆形标志点的全自动相机标定方法. 仪器仪表学报, 2009(2): 368~373.
- [26]尹洪涛等, 相机标定误差因素分析. 信息通信, 2012(1): 28~30.
- [27]李欣欣, 大空间视觉三维坐标测量中的像机内参数校准算法研究: [硕士学位论文], 2009, 中国民航大学.
- [28]林欣堂, 基于视觉的大尺寸工件边缘检测及图像拼接技术研究: [硕士学位论文], 2009, 哈尔滨工程大学.
- [29]饶俊飞, 基于灰度的图像匹配方法研究: [硕士学位论文], 2005, 武汉理工大学.
- [30]郭磊, 移动视觉精密测量关键技术研究: [博士学位论文], 2011, 天津大学.
- [31]刘长英等, 基于光束平差法的像机内参数虚拟立体校准方法. 吉林大学学报 (工学版), 2008. 38(5): 1081~1085.
- [32]邹剑, 光学数码坐标测量精度改进研究: [硕士学位论文], 2009, 天津大学.
- [33]刘源洞, 孔建益, 王兴东, 刘钊. 双目立体视觉系统的非线性摄像机标定技术. 计算机应用研究 2011;28(9):3398-400.
- [34]蔡健荣, 赵杰文. 双目立体视觉系统摄像机标定. 江苏大学学报 (自然科学版) 2006;27(1):6-09.

发表论文和参加科研情况说明

发表的论文：

- [1] 李华晋，邹剑，王伟等，非模型化相机标定方法及测角误差研究，《传感技术学报》，2012 年 10 月

参与的科研项目：

本人参与了高等学校博士学科点专项科研基金（20090032110048）《面向超大尺寸测量的可重构空间视觉测量方法研究》课题的研究工作。

致 谢

本论文的工作是在我的导师叶声华教授的悉心指导下完成的，叶声华教授严谨的治学态度和科学的工作方法给了我极大的帮助和影响。在此衷心感谢三年来叶声华老师对我的关心和指导。

郝继贵教授悉心指导我们完成了实验室的科研工作，在学习上和生活上都给予了我很大的关心和帮助，在此向郝继贵老师表示衷心的感谢。

杨学友教授对于我的科研工作和论文都提出了许多的宝贵意见，在此表示衷心的感谢。

在实验室工作及撰写论文期间，邹剑、林嘉睿、王伟等同学对我论文中的误差研究工作给予了热情帮助，在此向他们表达我的感激之情。

另外也感谢我的家人，他们的理解和支持使我能够在学校专心完成我的学业。

李华晋